



MEMOIRE présenté pour l'obtention du
CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

BRATSCHI Estelle
MANET Isabelle

ANALYSE DES COMPÉTENCES À L'ŒUVRE DANS
LA RÉOLUTION D'UN PROBLÈME
ARITHMÉTIQUE

Maître du Mémoire

EMMANUELLE Métral

Membres du Jury

PEILLON Anne

MAY CARLE Annick Duchêne

CHEYNEL-ALBEROLA Marie-Laurence

Date de Soutenance

Jeudi 6 juillet 2006

ORGANIGRAMMES

1- Université Claude Bernard Lyon 1

Président
Pr. GARRONE Robert

Vice-président CEVU
Pr. MORNEX Jean-François

Vice-président CA
Pr. ANNAT Guy

Vice-président CS
M. GIRARD Michel

Secrétaire Général
Pr. COLLET Lionel

1.1. Fédération Santé :

U.F.R. de Médecine Lyon Grange
Blanche
Directeur
Pr. MARTIN Xavier

U.F.R d'Odontologie
Directeur
Pr. ROBIN Olivier

U.F.R de Médecine Lyon R.T.H.
Laennec
Directeur
Pr. VITAL-DURAND Denis

Institut des Sciences Pharmaceutiques
et Biologiques
Directeur
Pr. LOCHER François

U.F.R de Médecine Lyon-Nord
Directeur
Pr. MAUGUIERE François

Institut des Sciences et Techniques de
Réadaptation
Directeur
Pr. MATILLON Yves

U.F.R de Médecine Lyon-Sud
Directeur
Pr. GILLY François Noël

Département de Formation et Centre
de Recherche en Biologie Humaine
Directeur
Pr. FARGE Pierre

1.2. Fédération Sciences :

Centre de Recherche Astronomique de
Lyon - Observatoire de Lyon
Directeur
M. GUIDERDONI Bruno

I.S.F.A. (Institut de Science Financière
et D'assurances)
Directeur
Pr. AUGROS Jean-Claude

U.F.R. Des Sciences et Techniques des
Activités Physiques et Sportives
Directeur
Pr. MASSARELLI Raphaël

U.F.R. de Génie Electrique et des
Procédés
Directeur
M. BRIGUET André

U.F.R. de Physique
Directeur
Pr. HOAREAU Alain

U.F.R. de Chimie et Biochimie
Directeur
Pr. PARROT Hélène

U.F.R. de Biologie
Directeur
Pr. PINON Hubert

U.F.R. des Sciences de la Terre
Directeur
Pr. HANTZPERGUE Pierre

I.U.T. A
Directeur
Pr. COULET Christian

I.U.T. B
Directeur
Pr. LAMARTINE Roger

Institut des Sciences et des Techniques
de l'Ingénieur de Lyon
Directeur
Pr. LIETO Joseph

U.F.R. De Mécanique
Directeur
Pr. BEN HADID Hamda

U.F.R. De Mathématiques
Directeur
Pr. CHAMARIE Marc

U.F.R. D'informatique
Directeur
Pr. EGEA Marcel

RESUME

La résolution de problèmes arithmétiques mobilise de nombreuses compétences issues de domaines variés, dont la logique, les mathématiques, le langage écrit, la mémoire et la représentation. Lors d'un bilan orthophonique pour trouble du raisonnement, si la plainte porte sur le problème, comment orienter ce bilan ? Quelles compétences cibler prioritairement pour préciser les troubles ?

Nous avons élaboré un protocole consistant à comparer la note obtenue à un problème aux résultats d'un bilan orthophonique auprès d'enfants de CM2 : ils sont en fin des apprentissages scolaires primaires et doivent donc être en mesure de résoudre un problème.

Nos résultats montrent qu'à cet âge, trois compétences sont fortement prédictives de la réussite : la lecture, la numération et la mémoire de travail. Les autres compétences interviennent soit en amont, comme la structuration temporelle, soit de manière indéterminée, comme la logique ou la représentation.

Chaque individu réagit cependant de façon différente : confiance, disponibilité, rapport affectif à l'école en général et au problème en particulier, personnalité de l'enfant. « On ne peut parler de résolution de problème sans tenir compte de celui qui résout le problème. » (Taurisson, 1988). Si de grandes tendances ont pu être décrites, elles ne se retrouvent pas systématiquement chez tous les enfants.

MOTS-CLES

PROBLEME – LOGIQUE – MATHEMATIQUES – LECTURE – REPRESENTATION – MEMOIRE – ENFANT (CM2) – BILAN ORTHOPHONIQUE

REMERCIEMENT

Tout au long de ce mémoire, nous avons été aidées et soutenues par des personnes que nous souhaitons remercier ici.

Mme Métral, notre maître de mémoire.

Mme Witko pour son efficacité et son dévouement.

M. Bouaziz, Mme Colin, Mme Di Qual et Mme Fracassi pour leurs critiques constructives.

Les deux enseignants qui nous ont chaleureusement accueillies, M. Di Don Fransceco et M. Martinez.

Leurs 49 élèves qui ont patiemment participé à notre expérimentation.

Le statisticien sans qui notre travail n'aurait pas abouti.

Le concombre masqué pour sa finesse dans l'analyse des situations.

Tous ceux qui nous ont supportées au quotidien durant ces 4 années : nos familles, nos amis, le groupe 3, l'ACRA et Dudule avec une mention spéciale pour sa patience.

Et enfin, la plus importante : Bibi, partenaire de tous les instants.

SOMMAIRE

Organigrammes	2
1- Université Claude Bernard Lyon 1	2
Résumé	4
Remerciement	5
Sommaire	6
Introduction	10
PARTIE THEORIQUE	12
Le Développement Logico-Mathématique De L'enfant	13
1 - La pensée logique et sa construction	13
2 - Numération et conquête du nombre.....	16
Le Problème, Ce N'est Pas Que De La Logique Et Des Maths	20
1 - Linguistique des énonces de problème arithmétique	20
2 - La représentation, une traduction qui permet la compréhension	23
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	27
EXPERIMENTATION.....	29
Présentation De La Population	30
1 - Choix de la classe d'âge	30
2 - Composition de la population.....	30
3 - Critères d'exclusion	31
4 - Population finale.....	31
Protocole Expérimental.....	31
1 - Choix des compétences.....	31
2 - Méthode expérimentale	33
Analyse.....	39
Hypothèses Opérationnelles	40

PRESENTATION DES RESULTATS	41
Résultats bruts.....	42
1 - Nouvelle sélection des épreuves	42
2 - Données recueillies	43
Analyse statistique	44
1 - Moyennes et Ecart-Type	44
2 - Matrice de corrélation	47
3 - Analyse hiérarchique de régression multiple	49
Analyse clinique du problème	53
1 - Réactions face a l'énoncé	53
2 - Les « pièges » ont-ils marche ?	53
3 - Les stratégies de résolution	54
DISCUSSION DES RESULTATS	55
Les Compétences Intervenant Dans La Réussite A Un Problème Arithmétique.....	56
1 - Domaine logico-mathématique	56
2 - Domaine linguistique	57
3 - Importance de la mémoire	59
4 - Les corrélations non commentées	59
5 - Conclusion : schéma interprétatif	60
Présentation De Cas	60
1 - Importance des facteurs personnels et environnementaux	60
2 - Enfants qui illustrent la théorie	61
3 - Ces enfants qui ne rentrent pas dans les cases : explications cliniques	62
4 - Variabilité intra-individuelle	64
Vérification Des Hypothèses	65
1 - Il existe une hiérarchie entre toutes les compétences nécessaires au problème	65
2 - Les différents modes d'intervention	66

Apports Cliniques	67
1 - Lorsque la plainte porte sur le problème	67
2 - Cibler les épreuves d'un bilan	67
3 - Rôle de l'affectif	68
Limites De Notre Recherche	68
1 - Champs d'investigation	68
2 - Révision des épreuves du bilan	68
Conclusion.....	71
Bibliographie	73
ANNEXES	78
ANNEXE I : Description Et Cotation Des Epreuves Et Tests Utilisés Pour Le Bilan Orthophonique De L'expérimentation.....	79
1 - Classification multiplicative titre niveau 3	79
2 - Inclusion / classification additive (bouquet de fleurs)	80
3 - Numération	82
4 - Sens des opérations	84
5 - Techniques opératoires	86
6 - Sériation (ronds dessines)	87
7 - Transcodages : lecture et dictée de nombres	88
8 - Mémoire a court terme – mémoire de travail (issue de : Odédys)	89
9 - Chronologie (issue de : Borel-Maisonny orientation)	91
10 - Lecture en une minute (lum) (issu de : lmc-r)	92
11 - Compréhension en lecture (cl) (issue de : LMC-R)	93
ANNEXE II : Énoncé Et Grille D'évaluation Du Problème Utilisé Dans L'expérimentation.....	96
1 - Problème	96
Résultats bruts à toutes les épreuves et au problème	97
Table des Illustrations	98
1 - Liste des Tableaux	98

2 - Liste des Figures	98
Table des Matières.....	99

INTRODUCTION

Le problème, d'un point de vue général, est une « *question à résoudre par des méthodes scientifiques ou rationnelles à partir d'un certain nombre de données* » (Baruk, 1992). Nous sommes amenés, au cours de notre vie quotidienne, à résoudre de nombreux problèmes de différents types.

Pour notre étude, nous nous intéressons à l'exercice mathématique dont la résolution nécessite l'utilisation des opérations fondamentales de l'arithmétique. Ce type de problème est omniprésent à l'école et est utilisé pour l'évaluation des élèves.

Il est fréquent qu'il cristallise les difficultés existantes et soit cité parmi les plaintes lorsqu'une évaluation orthophonique des troubles du raisonnement logico-mathématique est demandée.

Il est parfois difficile d'orienter précisément ce bilan car le problème est situé au confluent de plusieurs domaines, notamment langage écrit, raisonnement et capacités de mise en liens. Il mobilise donc de nombreuses compétences, ce qui est à l'origine de nos interrogations. La lecture est indispensable, comme le montre de nombreuses études orthophoniques, mais est-elle suffisante ? Les mathématiques ont-elles un rôle primordial ou seulement secondaire ?

Plus globalement, nous cherchons à savoir quelles compétences interviennent dans la résolution d'un problème, et de quelle manière.

En nous plaçant dans une perspective développementale, nous nous appuyerons sur les acquisitions progressives de l'enfant dans les domaines logique et mathématique, afin de cerner les compétences sous-jacentes à la résolution d'un problème. Puis nous nous pencherons sur son support-type : l'énoncé. Dans un premier temps, nous l'analyserons d'un point de vue linguistique, afin de déterminer les difficultés particulières qui en relèvent, puis nous préciserons que sa lecture peut donner lieu à différentes représentations de la situation, ce qui met en jeu d'autres compétences et influence la stratégie de résolution.

La deuxième partie détaillera les différentes étapes du protocole expérimental que nous avons créé. Nous avons rencontré des enfants de CM2 et avons comparé les notes obtenues à la résolution d'un problème aux différents résultats issus d'un bilan orthophonique testant les compétences recensées.

Puis nous présenterons les résultats recueillis auprès des enfants et leur analyse statistique.

Enfin, nous vérifierons nos hypothèses, discuterons nos résultats en référence à la théorie et étudierons des cas d'un point de vue clinique. Nous préciserons les apports cliniques de notre travail mais aussi ses limites.

Chapitre I
PARTIE THEORIQUE

LE DEVELOPPEMENT LOGICO-MATHEMATIQUE DE L'ENFANT

Le développement des structures logiques élémentaires et celui du nombre entier sont intriqués : l'enfant acquiert en même temps la logique et les mathématiques et ces deux domaines s'étayent mutuellement. Nous allons cependant les traiter séparément, en nous intéressant d'abord au courant piagétien avec le développement des structures logiques élémentaires, puis au courant cognitiviste récent avec l'acquisition de la notion de nombre entier.

1 - La pensée logique et sa construction

Le psychologue épistémologue Piaget a étudié la construction de la pensée au cours du développement de l'enfant (Dolle, 1974), et particulièrement la construction des structures logiques et numériques (Dolle, 1974 ; Piaget & Inhelder, 1959 ; Piaget et Szeminska, 1941).

1.1. Développement général de la pensée

D'après Piaget, la construction de la pensée est un processus complexe, constructif et progressif. Il a défini quatre stades avec pour chacun un type d'intelligence correspondant. Chaque étape marque l'apparition de nouvelles structures plus élaborées, mais issues de celles acquises précédemment. De la naissance à 2 ans, l'enfant est dans le stade sensori-moteur, associé à l'intelligence pratique : c'est une période où il est centré sur lui et sur ses actions et perceptions immédiates, sans représentation, ni langage, ni concept. À partir de 2 ans, il reconstruit ses acquis sur le plan de la représentation et accède à la fonction symbolique : c'est le stade préopératoire, pendant lequel s'effectue le passage à une pensée conceptuelle. À cet âge, l'enfant est encore dépendant de ses perceptions. Vers 7-8 ans, il entre dans le stade opératoire concret : il se détache de ses perceptions et appréhende les lois physiques et mathématiques qui régissent le monde qui nous entoure. L'intelligence opératoire est dite concrète car l'enfant a besoin de supports matériels pour pouvoir raisonner. Ce n'est qu'au stade des opérations formelles, à partir de 11-12 ans, qu'il peut raisonner de manière abstraite, résoudre des problèmes mentalement, grâce à une logique combinatoire, interpropositionnelle ou hypothético-déductive.

Le passage successif et continu par ces différents stades est nécessaire pour que l'enfant accède à une intelligence adulte, vers 15-16 ans.

1.2. Les structures logiques

Les structures logiques s'élaborent progressivement et simultanément au cours du stade préopératoire et s'achèvent au stade opératoire concret.

Une opération est une transformation réversible. Piaget en distingue deux grands types : les opérations infra-logiques et les opérations logico-mathématiques.

A - Les opérations infra-logiques

Ce sont les opérations qui construisent l'objet, en reliant entre elles les différentes propriétés physiques invariantes d'un objet unique.

Elles concernent les conservations physiques, spatiales et numériques.

Au stade préopératoire, l'enfant se base sur ses perceptions et ne peut établir la conservation, puis il construit ces opérations progressivement pour arriver, vers 7-8 ans, à l'affirmation de la conservation. (Piaget & Szeminska, 1941).

B - Les opérations logico-mathématiques

Ce sont les opérations qui portent sur les objets. Elles établissent entre ces objets des liaisons de classes, de relations ou de nombres, indépendamment de leurs positions spatio-temporelles. (Piaget & Inhelder, 1959).

Les formes les plus générales des opérations sont les classifications et les relations (sériation).

- *Classe*

Il existe deux types de classes : les classes additives (ou simples), auxquelles correspond le schème additif, et les classes multiplicatives, correspondant à une table à double (ou plusieurs) entrées (plusieurs classifications à la fois).

Les structures additives et multiplicatives de classes constituent une même grande organisation opératoire.

D'après Dolle (1974), la classe nécessite deux processus mentaux coordonnés : « *la compréhension, qui rassemble les caractères communs s'appliquant aux individus qui la*

composent » (id. p.179) : par exemple la couleur verte (qualification des éléments par un prédicat) ; et « *l'extension, qui concerne l'ensemble des individus auxquels s'appliquent les qualités ou caractères communs* » (id. p.179) : par exemple le pull (vert), la tasse (verte) etc. (quantification des éléments auxquels s'applique ce prédicat, relations de partie à tout).

« *Les opérations de classification groupent les objets selon leurs équivalences. Effectuer une classification, c'est grouper des objets selon leurs critères communs.* » (id. p.178). Aux deux types de classes correspondent deux types de classifications : additive et multiplicative, selon le type de matériel employé.

L'enfant construit la notion de classe en plusieurs étapes, et il existe une solidarité de développement et un synchronisme des étapes de formation des schèmes additifs et multiplicatifs.

À l'âge de 2-3 ans et jusque 4-5 ans environ, l'enfant réalise des collections figurales : il se fie à l'aspect spatial et perceptif, ne différencie pas la compréhension et l'extension, n'anticipe pas et procède par tâtonnements. En grandissant (4-5 à 6-7 ans), il mêle des premiers éléments de raisonnement à ses procédés figuraux, commence à différencier et à ajuster la compréhension et l'extension et anticipe certaines actions (semi-anticipation) : c'est le stade des collections non figurales. Enfin, l'enfant a acquis la notion de classe lorsque ses classifications sont opératoires, c'est-à-dire lorsqu'il coordonne l'extension et la compréhension, peut comparer un tout à l'une de ses parties selon le rapport d'extension et conserver le tout malgré la dissociation mentale des parties (vers 8 ans). De plus, il fait preuve de mobilité rétroactive et anticipatrice, c'est-à-dire qu'il peut remanier ses critères et les changer, ainsi que faire des projets intérieurs de classification et choisir entre plusieurs projets possibles pour atteindre le plus adéquat.

▪ *Sérialisation*

La sérialisation est la construction d'un ordre dans une série. Sérier, c'est distinguer chaque élément comme non équivalent aux autres, comparer les éléments les uns aux autres, les ordonner selon une quantité qui varie et coordonner les relations inverses (par exemple, un élément est plus petit que le suivant et plus grand que le précédent).

La compréhension de la série correspond à l'ordre des différences et son extension, à l'ensemble de ses éléments.

Comme pour la classification, il existe une sériation additive, qui correspond à un enchaînement additif des relations asymétriques transitives, et une sériation multiplicative, qui porte sur plusieurs sériations à la fois (correspondance sériale).

Au stade figural (4-5 ans), l'enfant se fonde sur la configuration et/ou la symétrie perceptive, puis, vers 5-6 ans (stade des collections non figurales) il mêle des procédés figuraux à de premiers éléments de raisonnement. La sériation qui repose sur des mécanismes opératoires apparaît vers 7 ans et est acquise vers 8-9 ans.

2 - Numération et conquête du nombre

Le nombre est une représentation abstraite de la quantité. La compréhension du nombre entier s'appuie à la fois sur la construction de la pensée et sur un apprentissage.

Grâce à l'histoire du nombre et à la psychologie du développement, Bideaud, Lehalle et Villette (2004) mettent en évidence : une solidarité constante et fructueuse entre la pensée symbolique, la pensée logique et l'action ; l'importance de l'ancrage initial dans les situations concrètes ; le rôle déterminant du contexte socioculturel, qui contraint la pensée symbolique et la logique à émerger ; enfin une réorganisation corrélative des connaissances avec l'apprentissage d'un objet nouveau.

2.1. Les premières capacités numériques

Le nombre commence à se construire dès la naissance. D'après Fayol, Camos et Roussel (2000), le nouveau-né est capable d'une **discrimination perceptive** à partir d'indices spatio-temporels tels que les contours ou la densité. Les transformations (l'ajout par exemple) sont perçues comme des variations continues (cela prend plus de place). Cette approche perceptive lui donne une première idée de la quantité avant même que l'objet ne soit individualisé.

Avec la permanence de l'objet émerge le **subitizing**. Il s'agit d'une perception numérique immédiate sur les petites quantités (Ménissier, 2005a). En parallèle, selon Seron et Pesenti (2000), l'enfant devient capable de mettre en correspondance terme à terme deux entités puis à juger de leur identité en les comparant : ce sont les prémices du comptage. « *Le subitizing (connaissance déclarative) et le comptage (connaissance procédurale) participent ensemble à la construction cardinale du nombre compté* » (Bideaud et al., 2004, p.180).

Ainsi apparaît la **variable numérique**, qui ne dépend plus de propriétés spatiales mais du nombre d'objets nommé suite à des incitations du milieu.

D'après Fuson (1991), l'enfant généralise et réorganise son idée de la variable numérique en l'appliquant à des contextes et des objets de plus en plus variés, pour aboutir au **nombre** proprement dit, symbole d'une quantité.

Ce processus dépend de nombreux autres apprentissages et constructions.

2.2. Lien entre structure logique et construction du nombre

« Nul ne conteste aujourd'hui qu'une compréhension des relations logiques sous-jacentes à la série numérique ne soit nécessaire à la compréhension et à l'utilisation correcte du nombre et des opérations arithmétiques » (Bideaud et al., 2004, p.11).

Le nombre se construit à partir des groupements additifs de classes et des groupements de relations. La conservation de la quantité est nécessaire puisque *« un nombre n'est intelligible que dans la mesure où il reste identique à lui-même »* (Piaget & Szeminska, 1941, p.17).

La classification, coordonnée à la numération, confère au nombre sa cardinalité : le nombre représente le cardinal d'un ensemble, c'est-à-dire une quantité. Chaque nombre occupe de plus un rang dans la chaîne numérique et peut être défini par rapport à celui qui le précède et celui qui le suit : chacun est inclus dans le suivant, ce qui fait intervenir l'inclusion, et un nombre est à la fois plus grand que le précédent et plus petit que celui qui le suit : la sériation permet d'appréhender ces notions de transivité et d'antisymétrie. La classe des nombres cardinaux est particulière : ses éléments sont en même temps équivalents les uns aux autres, puisque ce sont tous des unités, et cependant ils sont distincts puisque ces unités peuvent être sériées.

La structure logique de sériation, coordonnée à la numération, confère au nombre son ordinalité (Bacquet & Guéritte-Hess, 1996).

2.3. Numération verbale

Avant même d'avoir construit cette notion de nombre, l'enfant apprend un **système numérique élaboré préexistant**. L'élaboration du lexique et de la syntaxe numériques, qui a lieu après la compréhension de la cardinalité et de ses propriétés, complexifie encore cette compréhension. En effet, que ce soit physiquement ou dans la représentation mentale, un nombre plus grand est imaginé plus long ou plus volumineux (Fayol et al., 2000). Or, dans la

suite numérique verbale, cela ne se perçoit pas : l'enfant doit se représenter le fait que /katr/ est inférieur à /sɛk/.

Les nombres, comme le langage, constituent un système sémiotique avec un lexique (mots-nombres et code chiffré), une syntaxe (règles mathématiques et de succession des nombres) et une sémantique (représentation des quantités par exemple). Beaucoup d'aspects du traitement des nombres renvoient à des **compétences linguistiques**. D'après Van Hout et Meljac (2000), il y a cinq types de structurations pour les nombres de 1 à 99 : deux sont lexicales (noms des unités, noms des dizaines) et trois sont syntaxiques : additives (« vingt-quatre »), multiplicatives (« quatre-vingts ») et mixtes (« quatre-vingt-dix-neuf »). Selon des études comparatives entre différents systèmes de numération relatées par Fayol et al. en 2000, ces structures complexes et hétérogènes rendent plus difficile l'apprentissage de la numération.

La construction progressive de la **suite numérique verbale** a été mise en évidence par Fuson (1991). À partir du chapelet, l'enfant individualise les mots de cette comptine numérique et construit une chaîne sécable : le comptage est possible. Lorsque chaque mot-nombre est associé à une valeur cardinale et que la classe emboîtante des nombres est construite, la chaîne devient bidirectionnelle et la suite numérique verbale est établie.

L'apprentissage des chiffres arabes et de leur syntaxe positionnelle permet une symbolisation plus explicite de la base dix qui structure notre **système de numération**. Pour Brissiaud (2005, p.234), « *une bonne conception des grandes quantités nécessite de savoir compter des groupes de dix* », « *ce changement d'unité est une pratique importante parce qu'il est sous-jacent à notre façon de dire et d'écrire les nombres.* »

L'enfant doit par ailleurs maîtriser les transcodages, c'est-à-dire le passage d'une modalité à l'autre, par exemple lire des nombres écrits ou écrire des nombres entendus.

2.4. Dénombrement

À partir des connaissances accumulées et construites peu à peu, l'enfant structure et apprend le nombre. Les liens qui se créent entre la quantité, les symbolismes et les apprentissages ont fait l'objet de différentes théories résumées par Baroody (1991) et présentées ci-après.

Selon Gelman, le jeune enfant est guidé par des structures mentales. Trois savoir-faire procéduraux (la correspondance terme à terme, la suite stable et le principe cardinal) et deux entités comptables (l'abstraction et la non-pertinence de l'ordre) précèdent ainsi la construction du nombre. Un modèle ultérieur est celui des « savoir-faire d'abord » de Briars et

Siegler : l'enfant apprend par imitation avant de comprendre ce dont il s'agit. Enfin, selon le modèle interactionniste de Baroody, les principes généraux et les savoir-faire construits par imitation s'étayent mutuellement pour permettre la construction du nombre.

Le dénombrement réel existe lorsque l'enfant associe au mot-nombre une quantité, soit la population qui constitue la collection comptée. Cependant, en répondant à la question « combien ? », l'enfant peut faire appel non à la notion de cardinalité attendue mais à la valeur ordinale : c'est la règle du dernier mot-nombre prononcé mise en évidence par Steffe (1991).

2.5. Les opérations

Pour Brissiaud (1989), le nombre a deux fonctions : communiquer-mémoriser et calculer, soit mettre en relation des quantités.

L'apprentissage des opérations nécessite une certaine compréhension des propriétés logiques du nombre. Réciproquement, en appliquant les propriétés des opérations au nombre, l'enfant en affine sa conception.

Toute opération s'élabore selon deux axes : la compréhension (l'opération est une transformation qui peut être réversible) et la réalisation.

A - Sens des opérations

Comprendre le sens d'une opération signifie percevoir les transformations en jeu et coder les étapes de l'action. Le symbolisme, la structuration spatio-temporelle et la réversibilité sont alors nécessaires. Les décompositions engendrées par l'addition/soustraction et la multiplication/division sont utiles pour comprendre les propriétés de la série numérique. Cependant, Blanchet (1992) a montré que des confusions entre opérations persistent tardivement, jusqu'en CM1 au moins.

L'enfant devra pourtant abandonner le sens concret des opérations avec la résolution des problèmes de mathématiques plus complexes pour lesquels la symbolisation devient indispensable.

B - Technique

De nombreux auteurs (Brissiaud, 1989 ; Fayol et al., 2000 ; Ménissier, 2003) s'intéressent aux techniques de résolution des opérations. Les stratégies s'avèrent variées selon l'âge et le

fonctionnement des enfants. Elles s'appuient généralement sur le comptage (digital ou mental, le plus primitif) ou sur les faits arithmétiques (récupération du résultat en mémoire). L'adulte, calculateur expert, choisit parmi toutes les stratégies dont il dispose celle qui sera la plus efficace.

LE PROBLEME, CE N'EST PAS QUE DE LA LOGIQUE ET DES MATHS

Le développement de toutes les notions logiques et mathématiques évoquées est nécessaire pour aboutir à la possibilité de résoudre un problème arithmétique. Mais ces compétences ne sont pas suffisantes, car le problème recouvre un champ plus vaste qui nécessite d'autres notions : il faut notamment pouvoir lire, comprendre et se représenter l'énoncé.

1 - Linguistique des énonces de problème arithmétique

Des liens importants existent entre les mathématiques et le langage (Dowker, 2004). Ainsi, dans un énoncé de problème se trouvent mêlées les langues française et mathématique. En plus des compétences en lecture de texte ordinaire, l'enfant doit développer sa connaissance de cette seconde langue, d'une part pour la comprendre, d'autre part pour la différencier de la langue française.

Nous nous interrogeons sur les particularités linguistiques de l'énoncé de problème, qu'elles soient d'ordre lexico-sémantique ou morphosyntaxique, ainsi que sur les différents types d'énoncé.

1.1. Aspects lexico-sémantiques

Comme pour toute langue, les signes linguistiques de la langue mathématique entretiennent un rapport entre un signifiant et un signifié. Ce rapport est très rigoureux en mathématiques car, très souvent, à un signifié ne correspond qu'un signifiant, et inversement. En français « standard » il y a davantage d'ambiguïté : par exemple, « inverse » et « opposé » sont nettement différenciés en mathématiques alors qu'ils sont synonymes en français.

La langue courante utilise de nombreux items lexicaux spécifiques à la langue mathématique, tels que « multiplier » ou « bénéfice », qui sont des représentations de notions mathématiques. Les nombres font partie de ces items : ils sont couramment utilisés, mais leur sens et leur

utilisation sont profondément mathématiques. De plus, la compréhension de certains mots de la langue française, tel que « autant », nécessitent que soient construites des structures logiques (notion de correspondance terme à terme ou de conservation notamment). Par ailleurs, les signifiants langagiers sont partie constitutive de certains schèmes mathématiques (Vergnaud, 1991), comme par exemple les tables de multiplication.

Les deux langues partagent des items lexicaux auxquels elles ne donnent pas le même sens (faux-amis) : dans un énoncé, « doubler » ne signifie pas « dépasser » mais « multiplier par deux », « recette » n'est pas une façon de faire un gâteau mais « une somme d'argent gagnée ». Quoique dans ce cas précis, une recette de cuisine peut être utilisée comme support de l'énoncé.

Plusieurs études (dont Fayol, 1990) ont montré que modifier le lexique employé dans un énoncé mathématique conduit à des procédures de résolution différentes.

Les enfants peuvent s'appuyer sur ce lexique pour résoudre le problème, par exemple en cherchant dans les « petits mots » l'opération à effectuer (« reste » indique une soustraction) (Decour, 1993) ou en ne prenant en compte que les nombres et en y appliquant un calcul (Taurisson, 1988). Ces stratégies peuvent être efficaces ou au contraire sources d'erreurs.

1.2. Aspects morphosyntaxiques

D'après Decour (1993), les énoncés de problèmes sont courts et la syntaxe est simplifiée. Contrairement à la langue quotidienne, l'énoncé contient « *une phrase par idée, pas de redondance, très peu de connecteurs [...] logique ou chronologique (ensuite, alors, c'est pourquoi, etc.) et quasiment pas de recherche stylistique.* » (p.83)

Clément et al. (1999, cité par Alexandre, 2001) ont montré que la voix active est plus utilisée que la voix passive, que l'on trouve souvent des phrases simples sans subordonnée ainsi que des propositions principales suivies d'une expansion (compléments circonstanciels de temps, de lieu), et de nombreux pronoms.

La temporalité d'un énoncé est particulière : il n'est pas rare que l'ordre d'énonciation soit différent du déroulement temporel réel. Ainsi, l'enfant ne peut pas toujours se fier à l'ordre des mots ou des phrases pour découvrir l'ordre des opérations à effectuer. Ce n'est que vers l'âge de 8-9 ans que sa pensée est suffisamment mobile pour remonter ou redescendre le cours des événements, et pour envisager alors différents ordres possibles afin d'en extraire le

seul qui sera logique. Cette capacité en lien avec la triple gestion du temps, du langage et de la logique est indispensable en mathématique (Bardet, 2003).

1.3. Les types d'énoncé

Il existe différentes taxonomies des énoncés.

Les programmes scolaires (Éducation Nationale, 2002) classifient les problèmes en fonction des critères suivants : l'objectif pédagogique, la présentation et les données. Ainsi apparaissent deux extrêmes : d'une part la situation-problème, qui nécessite une recherche, est souvent présentée sous forme de récit, proche de la vie quotidienne, avec des données manquantes ou inutiles ; d'autre part, le problème classique, qui est une simple application, est éloigné d'une situation réelle et sans problématique à construire.

Vergnaud (1997) a établi une différenciation selon le type d'opération à effectuer : problème additif s'il nécessite une addition, multiplicatif s'il y a multiplication.

Riley, Greeno et Heller (1983) classent les problèmes en quatre catégories : deux d'entre elles font référence à une transformation dans le temps, soit sur un des deux termes (égalisation), soit sur un état initial qui aboutit à un état final (changement) ; deux autres ne réfèrent pas à une transformation mais à une réunion (combinaison) ou à une comparaison.

Enfin, Thévenot (2000) s'appuie sur le nombre de transformations à appliquer pour obtenir le modèle mental de base, ce qui correspond au nombre d'étapes que nécessite la résolution.

1.4. Le contexte extralinguistique

Le problème est très souvent un exercice scolaire, donné en classe, et donc affecté par le **contrat didactique**. Celui-ci est l'« *ensemble des comportements spécifiques de l'enseignant qui sont attendus de l'élève et [l']ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant* » (Brousseau, 1993, cité par Monti & Plourdeau, 2003, p.40). Ainsi, les enfants peuvent appliquer une certaine procédure de résolution uniquement parce qu'ils pensent que c'est celle qu'attend leur professeur, même si ce n'est pas celle qu'ils auraient choisie dans un autre contexte.

L'**aspect affectif** joue un rôle prépondérant dans la résolution. Le problème témoigne d'une forte charge affective car, d'après Poujol (1993), il est incontournable comme moyen de sélection, au même titre que la dictée. De plus, d'après les instructions officielles de

l'Éducation Nationale (2002), toutes les mathématiques du cycle 3 doivent passer par le problème, ce qui le rend omniprésent dans les modalités d'apprentissage. Enfin, selon les thèmes évoqués, comme par exemple le taux de chômage, les connaissances pragmatiques activées peuvent entraver les processus de résolution (Alexandre, 2001).

2 - La représentation, une traduction qui permet la compréhension

L'enfant élabore une image mentale spécifique de l'énoncé lu (Schœnfeld, 1985). Selon Riley et al. (1983), il s'agit d'un recodage : les éléments du texte sont traités pour être ensuite traduits comme éléments de son langage intérieur.

2.1. Les différents niveaux de représentation

Il peut arriver que l'enfant ne se crée **pas d'image mentale** de la situation. Il lit l'énoncé et comprend les mots qu'il contient, mais ces mots n'entraînent pas une symbolisation de la situation. Sans représentation de ce qui est décrit, l'enfant ne peut pas comprendre l'énoncé et la résolution du problème est impossible. Selon Taurisson (1988), l'enfant fait alors confiance à la chance et joue avec les nombres : cette stratégie, si elle aboutit au résultat correct, favorise l'impression que les mathématiques manquent de cohérence.

Lorsque les éléments du texte sont intériorisés, la représentation devient possible. Le résultat de l'évocation réalisée se fixe alors sous une forme variable d'un individu à l'autre. Bruner (1991, cité par Sierpinska, 1995) différencie trois modes d'expression selon que la représentation se base sur l'action (mode énatif), sur l'image (mode iconique) ou sur les mots (mode symbolique). Ces trois catégories se retrouvent chez Taurisson (1988) avec, respectivement, les styles d'évocation moteur, visuel et auditif ; ainsi que chez Sierpinska (1995) avec la représentation opérationnelle, l'image mentale et la représentation conceptuelle. Ces modes d'expression se rapportent à une **représentation élémentaire** : l'enfant « voit » ou « entend » ce que contient le texte et peut en déduire des stratégies à appliquer en fonction de ses connaissances.

Encore plus élaboré, le **modèle de situation** de Blanc et Brouillet (2005) permet de manipuler les objets qui le composent. Alors que l'image mentale n'a qu'un caractère figuratif, le modèle de situation est détaché du texte lui-même : des liens entre ses éléments sont créés. L'individu peut donc réorganiser la représentation en fonction de ses besoins, ce qui lui offre le moyen de concevoir une stratégie de résolution nouvelle et inédite.

2.2. Fonctionnement de la mémoire

Deux grands types de mémoires sont généralement distingués : la mémoire à long terme et la mémoire à court terme. Elles interviennent toutes les deux lors de la création de la représentation.

La **mémoire à long terme** est un système très organisé de capacité en principe illimitée qui regroupe les événements biographiques (mémoire épisodique), les connaissances encyclopédiques (mémoire sémantique) et les apprentissages inconscients (mémoire procédurale). Elle stocke notamment des connaissances qui sont utilisées par l'enfant dans la tâche de résolution de problèmes : faits arithmétiques et modèles de résolution par exemple.

La mémoire à court terme est un système à capacité limitée, support de la **mémoire de travail** (Gaonac'h & Larigauderie, 2000). Celle-ci contient deux systèmes :

- l'administrateur central qui sélectionne, coordonne et contrôle les opérations de traitement de l'information ; il est relié au contrôle de l'attention.
- les systèmes esclaves que sont la boucle phonologique (stockage d'informations verbales par stockage phonologique et répétition subvocale) et le calepin visuo-spatial (stockage d'informations visuelles et spatiales).

Selon la théorie ACT (Adaptative Control of Thought) d'Anderson (1995), la mémoire de travail est une interface entre une représentation des connaissances en mémoire à long terme et une activité mentale dirigée vers un but. La création de la représentation est donc très liée à la mémoire de travail comme nous allons le voir.

2.3. La création de la représentation

« Les diverses propositions du problème doivent converger en une représentation cohérente. » (Ménissier, 2005b, p.255).

À partir du texte écrit, l'enfant construit d'abord une représentation de la base de texte qui ne suffit pas pour comprendre un énoncé de problème arithmétique. Cette représentation doit être enrichie par des **connexions entre les éléments du texte** : l'énoncé forme un tout cohérent mais du fait de sa concision cette cohérence doit souvent être inférée.

Les connaissances antérieures du sujet interviennent aussi dans ce processus, elles guident la compréhension de la situation (Clément, 2005 ; Monti & Plourdeau, 2003). La mémoire à long terme est donc mise en jeu pour la **récupération des connaissances** nécessaires à la compréhension de l'énoncé. La mémoire à court terme et de travail y contribue aussi puisque, selon Costermans (2001), des **inférences** entre le texte et les connaissances sont nécessaires pour arriver à la représentation.

En résumé, « *la compréhension d'un texte peut être définie comme un processus dynamique de construction en mémoire d'une représentation cohérente de la situation évoquée et à laquelle viennent s'ajouter les inférences générées, dans la limite des ressources attentionnelles de l'individu.* » (Blanc & Brouillet, 2005, p.30)

Ces auteurs soulignent l'**importance des fonctions exécutives** dans ce processus. S'adapter au contexte nécessite de la flexibilité : elle permet de modifier sa façon de voir et donc d'éviter le blocage épistémologique dont parle Sierpiska (1995), qui est lié à une rigidité, un enfermement des représentations dans une structure. De plus, la fonction d'inhibition est indispensable pour sélectionner les informations pertinentes, issues du texte ou de ses connaissances propres. Enfin, la planification est indispensable pour anticiper les étapes de la résolution.

Des études de Fayol (1990, 1991, 2000) et de Clément (2005) ont montré l'**influence de l'énoncé** sur la résolution de problèmes : l'aspect sémantique du contexte (familiarité de la situation de référence et formulation du texte) agit sur les connaissances mobilisées par le sujet.

Au travers des connaissances et des compétences qu'il mobilise, ainsi que des inférences qu'il dégage, l'enfant en tant que sujet intervient directement dans la création de la représentation. L'**aspect affectif** prend alors une grande importance et influence le résultat de l'évocation : attitude face aux mathématiques, manque de confiance, peur de l'échec... (Blanchet, 1995 ; Bacquet et al., 1993).

2.4. À quoi sert la représentation ?

La représentation a un rôle d'**évocation**, elle permet selon Bruner (1991, cité par Sierpiska, 1995) de conserver une trace mnésique de la tâche en cours, c'est-à-dire à la fois de l'énoncé (ses données et ses inférences) et des connaissances nécessaires à son interprétation.

Cette **symbolisation** du problème proposé permet de faire le lien entre les différentes formes des données : texte, schéma, écriture mathématique (Descaves, 1992). L'établissement de correspondances est nécessaire pour donner du sens.

La représentation est intimement liée à la **compréhension**. Sans les inférences et les connaissances qui permettent d'interpréter l'énoncé, la compréhension est impossible. L'enfant comprend l'énoncé à partir de la représentation qu'il s'est construite. En contrepartie, il résout le problème qu'il s'est représenté.

Enfin, selon Costermans (2001) la représentation permet de **planifier une stratégie** de résolution et d'appliquer cette stratégie. Descaves (1992) distingue deux catégories de stratégies : ascendantes et descendantes. Les stratégies ascendantes s'appuient sur les données du problème : repérage des mots inducteurs du texte, recherche d'une solution par tâtonnements opératoires. Les stratégies descendantes s'appuient sur les connaissances : application de la dernière opération étudiée, résolution par analogie à un problème connu. Une autre stratégie, évoquée par Blanc et Brouillet (2005) est la construction d'un nouveau modèle de situation, stratégie qui n'est généralement possible que chez l'adulte.

Chapitre II
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES

Les multiples étapes de la résolution d'un problème font appel à des compétences nombreuses et variées issues de différents domaines. En logique, les structures de classe et de relation doivent être construites ; en mathématiques, la maîtrise de la numération, des transcodages et des opérations est indispensable ; dans le domaine du langage écrit sont nécessaires déchiffrement et compréhension en lecture ; une représentation doit pouvoir être construite, notamment grâce à des inférences ; la structuration temporelle doit être cohérente, et les mémoires à court terme, de travail et à long terme ainsi que les fonctions exécutives, efficaces.

Toutes ces compétences contribuent à la résolution du problème. Existe-t-il une hiérarchie entre elles ? Certains facteurs interviennent-ils de façon directe tandis que d'autres ont une implication indirecte et agissent plutôt sur les premiers ?

Nos hypothèses sont les suivantes :

- Il existe une hiérarchie entre toutes les compétences nécessaires au problème.
- Ainsi, différents modes d'intervention peuvent être déterminés :
 - La lecture, les mathématiques et la représentation ont une influence directe sur la résolution de problème.
 - La logique et la structuration temporelle interviennent indirectement.
 - Les mémoires et les fonctions exécutives agissent sur la résolution de problème de façon directe et indirecte.

Chapitre III
EXPERIMENTATION

PRESENTATION DE LA POPULATION

1 - Choix de la classe d'âge

Pour évaluer l'importance des différentes compétences, il faut que celles-ci soient acquises par la majorité des enfants.

Selon Piaget, les opérations logiques sont acquises à la fin du stade opératoire concret, soit vers 11-12 ans. L'apprentissage explicite du déchiffrage est terminé dès le CE2 et les 4 opérations sont apprises à la fin du CM1 selon les programmes officiels de l'Éducation Nationale.

Nous avons donc choisi des enfants de CM2, âgés de 10-11 ans, qui correspondent aux critères ci-dessus, donc qui devraient normalement posséder les outils nécessaires à la résolution d'un problème arithmétique. De plus, ils sont exercés à sa résolution puisque celle-ci est abordée dès le CE1.

Nous avons été attentives au fait que notre expérimentation s'est déroulée en début d'année scolaire, les enfants avaient donc un niveau réel de CM1.

2 - Composition de la population

2.1. Effectif

Un minimum de trente sujets étant nécessaires pour notre étude, nous avons sélectionné deux classes de CM2, et avons testé l'ensemble des enfants, soit 49 individus.

2.2. Choix des écoles

La première école contactée se situe dans le 2^{ème} arrondissement de Lyon. Les 21 élèves qui composent la classe de CM2 sont d'un assez bon niveau selon leur professeur.

La seconde classe est d'un niveau plus hétérogène. Il s'agit d'une école du 8^{ème} arrondissement, classée ZEP, comptant 28 élèves.

2.3. Pourquoi tester toute la classe ?

Nous avons choisi de faire passer le bilan à toute la classe, et pas seulement aux élèves en difficultés ou à ceux qui auraient échoué à la résolution du problème car les compétences déficitaires des enfants qui réussissent le problème nous renseignent sur celles qui n'ont qu'un rôle secondaire dans la réussite.

3 - Critères d'exclusion

Nous avons appliqué à notre population initiale les critères d'exclusion suivants :

- suivi orthophonique : d'une part l'enfant pourrait connaître les tests utilisés, d'autre part la pathologie dont il souffre a pu influencer directement ou indirectement ses compétences dans les domaines testés.
- mauvaise connaissance de la langue française (par exemple, les primo-arrivants), car les problèmes de compréhension ne seraient alors pas liés aux compétences sus-citées.
- déficit intellectuel, atteinte sensorielle ou motrice, trouble praxique, neurologique, psychoaffectif grave ou carence affective.

4 - Population finale

Notre population finale est constituée de 42 enfants de CM2, d'une moyenne d'âge de 10 ans 6 mois (127 mois), avec un écart-type de 6 mois.

PROTOCOLE EXPERIMENTAL

1 - Choix des compétences

À l'issue de la partie théorique, un certain nombre de compétences nécessaires à la résolution d'un problème ont été identifiées.

1.1. Dans le domaine logico-mathématique

La classe additive est essentielle à la construction du nombre. De plus, les classes additive et multiplicative interviennent directement dans le problème de notre protocole. Ces deux types de classes ont donc été testés.

La série étant indispensable à la mise en place de la numération (compréhension de la base 10 et de la notation positionnelle), la sériation n'a été testée qu'en cas d'incompréhension de la numération.

Le nombre présente différents aspects : connaissance de la suite numérique verbale, de la base 10, de la notation positionnelle des chiffres, de l'aspect quantitatif... Tous ces aspects sont fortement liés entre eux et peuvent être testés par une même épreuve.

Les différentes écritures du nombre et les transcodages de l'une à l'autre interviennent dès qu'un nombre est lu ou dicté, ce qui arrive fréquemment dans les épreuves de logico-mathématiques. Les transcodages n'ont été testés que chez les enfants pour qui des difficultés sont apparues.

Les opérations comportent deux éléments : la signification intrinsèque de chaque opérateur (« + » signifie « ajouter ») et les techniques qui permettent de faire le calcul qui lui correspond. Les deux aspects ont été testés.

La mémoire de travail, indispensable au calcul mais aussi à la lecture et à la résolution même du problème, a aussi fait l'objet d'un examen.

1.2. Dans la compréhension de texte

Malgré le grand intérêt que suscitent la langue mathématique et sa spécificité dans la littérature, il n'existe, à ce jour et à notre connaissance, aucune évaluation de son lexique et de sa syntaxe.

L'efficacité et la compréhension en lecture sont évidemment indispensables au problème et ont donc été testées.

La temporalité est essentielle pour comprendre un texte, pour la résolution du problème (causalité, planification, etc.), pour la sériation... D'après Piaget (1946), « *l'histoire séquentielle permet de saisir le lien temporel que le sujet introduit entre les événements d'une petite histoire à reconstituer lorsque ces événements sont caractérisés par une causalité très simple.* »

La construction d'une représentation de haut niveau est ce qui va permettre à l'enfant de s'approprier le problème et donc de le résoudre. Il doit pour cela faire des inférences.

Les compétences exécutives (inhibition, flexibilité mentale et planification notamment) interviennent dans la construction de la représentation ainsi que dans la résolution proprement dite. Dans les bilans neuropsychologiques, ces compétences sont classiquement testées respectivement par les tests du Stroop, du Wisconsin Test Sorting Card et de la Tour de Londres. Le décret de compétence des orthophonistes ne faisant pas mention des fonctions exécutives, que ce soit pour leur évaluation ou leur rééducation, nous n'avons pas intégré ces compétences à notre bilan orthophonique.

2 - Méthode expérimentale

2.1. Présentation du protocole

Pour évaluer les compétences retenues, les enfants ont été soumis à un bilan orthophonique. Devant l'étendue de celui-ci, nous avons préféré scinder en deux parties notre expérimentation : dans un premier temps ont été proposées les épreuves de logique et de mathématiques, et dans un second le problème et les épreuves liées à la compréhension de texte.

Ainsi, chaque enfant a été vu deux fois environ 45 minutes : cela permet de limiter la fatigue et d'éviter les trop grands écarts temporels (et de niveau scolaire) entre les enfants de la même classe testés au début et à la fin de notre expérimentation. Cette dernière s'est déroulée en octobre pour la première classe et en novembre et début décembre pour la seconde.

2.2. Présentation des épreuves utilisées

Les épreuves de logique et de mathématiques utilisées étaient les suivantes :

- Épreuve de classification de l'UDN-II (Meljac & Lemmel, 1999) pour la classe multiplicative.
- Épreuve d'inclusion de l'UDN-II (Meljac & Lemmel, 1999) pour la classe additive.
- Épreuve des 24 jetons de Mme Métral (non édité) pour la numération.
- Épreuve des 4 opérations de Mme Métral pour le sens des opérations.
- Épreuve de calcul d'opérations de Mme Métral pour les techniques opératoires.
- Épreuves facultatives :
 - épreuve des ronds de Mme Métral pour la sériation
 - épreuves de transcodage de Mme Métral pour les transcodages La seconde partie du bilan, liée à la compréhension de texte, était constituée de :

- ⇒ Empans endroit et envers de chiffres de l'ODÉDYS (Jacquier-Roux et al., 2005) pour les mémoires auditivo-verbales à court terme et de travail.
- ⇒ La Caisse du Borel-Maisonny Orientation (Borel-Maisonny et al., 1967) pour la temporalité.
- ⇒ Lecture en Une Minute et Compréhension en Lecture de la LMC-R (Khomsî, 1999) pour la lecture. NB : le score If2 a été utilisé pour évaluer la représentation. En effet, pour les items constituant ce score, la simple comparaison de ce qu'on a lu et des images ne suffit pas à une désignation juste, « *un calcul de type inférentiel est nécessaire pour que le choix de l'image correcte soit possible* » (Khomsî, 1999).

La description des épreuves et tests, ainsi que leur cotation, sont en annexe 1.

2.3. Présentation du problème

A - Choix et description du problème

Après consultation de nombreux modèles issus de la littérature scolaire et pédagogique et détermination des critères décrits ci-dessous, nous avons finalement sélectionné un énoncé parmi ceux proposés par Bacquet et al. (1993), d'un niveau de début CM2, dont nous nous sommes inspirées pour créer notre problème. L'énoncé définitif est le suivant : « *Un maire commande des enveloppes de format 22 cm sur 16 cm pour envoyer ses vœux aux 69081 habitants de sa commune. Il achète 49 cartons de 58 paquets de 27 enveloppes. Combien d'enveloppes restera-t-il ?* » (cf. annexe 2). Il correspond aux réflexions et choix suivants.

C'est un **problème arithmétique**, c'est-à-dire nécessitant des calculs faisant intervenir des opérations arithmétiques (à la différence des problèmes géométriques par exemple), et **évaluatif** : il donne lieu à une note. Sa présentation est courte (deux lignes et demi) et non illustrée.

▪ *Aspects lexico-sémantiques*

Son champ lexico-sémantique fait intervenir les différents types d'items décrits dans la partie théorique.

Parmi les **nombres** choisis, deux sont inutiles (« 16 et 22 », le format des enveloppes), « 69081 » peut faire penser à une situation quasi-numérique (à un code postal rhodanien) (Fuson, 1991), et « 27, 58 et 49 » font appel à une table de multiplication difficile.

Quelques **termes inducteurs d'opérations arithmétiques** pouvaient orienter les enfants vers une opération plutôt qu'une autre. Par exemple, « restera » incite à procéder à une soustraction, « (cartons et paquets) de » à une multiplication. Mais il y a aussi un incitateur qui peut être trompeur : « achète » fait souvent appel soit à une addition soit à une soustraction, mais ici, il s'efface avec le « de » qui incite à une multiplication.

Nous n'avons pas inséré de mots dont le sens diffère en français et en mathématiques. Par contre, des items lexicaux font appel à un **champ sémantique éloigné de l'univers de l'enfant** ou dont la signification peut être floue ou ambiguë : « commune, commande, vœux, cartons (qui peuvent être des boîtes ou des cartes de vœux) ».

Enfin, la construction d'une représentation est nécessaire pour comprendre que chaque habitant recevra une carte de vœux dans une enveloppe, donc qu'il faudra autant d'enveloppes que d'habitants. Cela correspond également à la structure logique de la **correspondance terme-à-terme**.

- *Aspects morphosyntaxiques*

Au niveau morphosyntaxique, l'énoncé est précis, concis et condensé. Il ne comporte que trois phrases (deux pour la situation et une pour la question), sans redondance. La question est finale et fermée. Une proposition subordonnée conjonctive de but vient allonger la proposition principale de la première phrase. Dans la deuxième phrase, on trouve des compléments du nom en cascade (deux à la suite), ce qui fait appel à la fois à une structure logique d'inclusion qui doit être solide et à la maîtrise de la langue française. Les deux verbes de la situation initiale sont conjugués au présent, celui de la question au futur. Il n'y a pas de connecteur chronologique du type « ensuite ». La présentation écrite des propositions n'est pas dans l'ordre de déroulement temporel réel : la proposition « pour envoyer ses vœux ... » prend place en réalité après l'achat des enveloppes.

- *Résolution*

Deux types d'**opérations** sont à effectuer : une proportionnalité simple composée (dans un paquet, il y a 27 enveloppes, donc dans 58 paquets, il y a ... enveloppes ; idem avec les

cartons) et une transformation d'état (le nombre d'enveloppes moins le nombre d'habitants). C'est donc un problème multiplicatif et additif (Vergnaud, 1997).

D'après Riley, Greeno & Heller (1983), ce problème est de **type changement**, c'est-à-dire qu'une transformation intervient sur une situation initiale et aboutit à une situation finale (et dans ce cas, il y a deux transformations successives). Ces transformations s'inscrivent dans le temps, c'est-à-dire qu'il ne s'agit pas de la réunion de deux collections, mais bien d'une même collection qui évolue dans le temps. D'après Thévenot (2000), ce problème nécessite la construction d'un modèle « alternatif » : pour aboutir au « modèle mental de base », l'enfant doit construire une **étape intermédiaire non explicite** dans l'énoncé.

B - Le pré-test

En juin 2005, nous avons proposé notre problème à une classe de CM1 et une de CM2 d'une école élémentaire proche de Lyon, dans le but de vérifier qu'il correspondait à un niveau de début CM2 et de créer une grille de cotation en fonction des réponses que peuvent donner les élèves.

La passation a été collective : le problème a été distribué aux enfants, lu par l'enseignante puis chaque élève a écrit sa proposition de résolution.

▪ *Mise au point de la grille de cotation du problème*

Nous avons élaboré une première grille avant d'avoir les productions de ces enfants. L'analyse de leurs résultats et de leurs résolutions nous a poussées à la modifier afin de mieux rendre compte de l'éventail des possibilités de réponses. Fondamentalement, il y a peu de différences entre la première et la deuxième grille (cf. tableaux 1 et 2, p.30), mais la seconde est plus précise, permet de mieux discriminer les erreurs et d'adopter une notation plus juste et plus rigoureuse.

Voici les deux grilles comparées :

Première grille	Deuxième grille
• (raconte l'histoire : 1 point)	• (raconte l'histoire : 1 point)
• Trouve les deux étapes nécessaires : 1 point	• Trouve les deux étapes nécessaires : 1 point
• Utilise les nombres appropriés : 1 point	• Utilise les nombres appropriés : 1 point - si tous : +1 point - si 16 ou 22 : -1 point
• Choix du bon opérateur : 2 points	• Choix du bon opérateur : 1 par bon opérateur (X, X, -) : 3 points
• Résultat final correct : 1 point	• Résultat final correct : 1 point
Total = 5 points	Total = 7 points

▪ *Description de la grille*

Premièrement, il est intéressant de demander aux enfants de raconter, après lecture de l'énoncé, « l'histoire » du problème afin d'évaluer la représentation qu'ils s'en sont faite. En effet, « si l'on postule qu'un bon indicateur de la représentation d'un problème consiste à demander à l'enfant ce qu'il se rappelle de l'énoncé, on constate que celui-ci est rarement redonné littéralement. La restitution évoque plutôt le modèle mental que l'enfant construit. » (Ménissier, 2005a). La passation collective de notre prétest ne nous permettait pas de le faire, mais les rencontres individuelles de notre expérimentation l'ont rendue possible. Cette question compte un point.

Dans leur procédure de résolution, certains enfants ont clairement montré qu'ils avaient compris que ce problème nécessitait deux étapes, alors que d'autres se concentraient sur la question finale, sans chercher de question intermédiaire.

L'évaluation des nombres utilisés a été mûrement réfléchi après les nombreuses et diverses productions issues du prétest. Finalement, le plus juste et le plus rigoureux a été d'évaluer si

l'enfant utilisait au moins certains nombres appropriés (1 point), d'ajouter un point s'il les utilisait tous, et d'en enlever un s'il utilisait les nombres inutiles. Ainsi, les notes à cette question s'échelonnent de -1 à 2.

Le choix du bon opérateur est passé de 2 à 3 points entre la première et la deuxième grille. Nous avons considéré que les deux multiplications allaient ensemble, mais il s'est avéré que beaucoup d'enfants n'ont utilisé cette opération qu'une seule fois, la deuxième opération étant alors soit inexistante, soit une addition.

Enfin, nous comptons un point si le résultat final était juste : pour les enfants ayant tout réussi jusque-là, cette étape évalue essentiellement la performance des calculs. La grille finale s'étend de -1 à 7 pour la population de prétest, et de -1 à 8 pour la population expérimentale.

Nous avons coté les problèmes des enfants, d'abord avec la première grille, puis avec la seconde, pour comparer l'effet du passage de l'une à l'autre, et voici la répartition obtenue :

score au problème	première grille			
	CM1		CM2	
	nombre d'enfants	%	nombre d'enfants	%
0	2	13,3%	1	4.2%
1	1	6.6%	0	0%
2	4	26.6%	4	16.6%
3	1	6.6%	0	0%
4	1	6.6%	5	20.8%
5	6	40%	14	58%
total	15	100%	24	100%

Tableau 1 : Répartition des enfants en fonction de leur score obtenu au problème lors du prétest avec la première grille

score au problème	seconde grille			
	CM1		CM2	
	nombre d'enfants	%	nombre d'enfants	%
0	2	13,3%	1	5.6%
1	1	6.7%	0	0%
2	2	13.3%	0	0%
3	2	13.3%	2	11.1%
4	0	0%	1	5.6%
5	1	6.7%	1	5.6%
6	1	6.7%	5	20.8%
7	6	40%	14	58%
Total	15	100%	24	100%

Tableau 2 : Répartition des enfants en fonction de leur score obtenu au problème lors du prétest avec la seconde grille

Nous pouvons constater que la répartition reste inchangée en ce qui concerne les élèves les plus faibles, qui obtiennent toujours la note 0 ou 1, ainsi que pour les plus forts, qui obtiennent toujours la note maximale ou la deuxième meilleure note (5 ou 4 ; 7 ou 6). Ce que notre grille a changé au niveau de la répartition de notre population, ce sont les notes intermédiaires : plutôt que d'être regroupés entre 2 et 3, les élèves ont été répartis entre 2 et 5, et l'on peut ainsi mieux discriminer les niveaux. Cela est très intéressant pour notre expérimentation puisque nous corrélons la note obtenue au problème aux autres notes : plus nous avons de degrés dans les notes, plus nous pourrons les corrélérer finement avec les composantes.

- *Le niveau scolaire requis pour réussir le problème*

Le deuxième objectif de notre prétest était de vérifier le niveau scolaire requis pour réussir notre problème. D'après les tableaux 1 et 2, nous pouvons dire que 46,7% des enfants de fin CM1 réussissent le problème (mises à part les erreurs de calculs) contre 78,8% des élèves de fin CM2. De même, un tiers des élèves de CM1 ont obtenu une note de 0, 1 ou 2, contre 5,6% des CM2. Dans les intermédiaires (note de 3 à 5), on trouve 20% des CM1 et 22,3% des CM2, soit à peu près la même proportion. Nous rappelons que notre étude sera plus riche si les élèves obtiennent des notes réparties sur toute l'échelle donnée, ce sont donc les enfants de fin CM1 qui correspondent le mieux à ce que nous recherchons. Nous avons postulé que les élèves de début CM2 qui constituent notre population auraient un niveau équivalent à ceux de fin CM1.

- *Changements dans l'énoncé*

Enfin, notre prétest nous a permis de constater que les nombres 21, 51 et 72 proposés initialement à la place de 27, 49 et 58, rendaient les multiplications « trop » faciles à résoudre sur le plan technique (tables de 1 et 2) et pouvaient influencer les élèves dans le choix des opérations. Nous avons donc décidé de complexifier l'exercice en utilisant des nombres dont les chiffres sont plus élevés (27, 49 et 58), avec des tables plus difficiles (7, 8 et 9).

ANALYSE

Nous procéderons à deux types d'analyses : la première consistera à une mise en relation des tous nos résultats les uns avec les autres, nous pourrons ainsi déceler les corrélations de la note au problème avec les niveaux d'acquisition des compétences testées, mais aussi les corrélations des composantes entre elles. Dans une deuxième étape, une analyse hiérarchisée

de régression multiple permettra de mettre en lumière des relations de cause à effet entre les composantes et le problème.

HYPOTHESES OPERATIONNELLES

Nous nous attendons à trouver les résultats suivants :

- Il existe une corrélation positive entre la note au problème et celles obtenues aux épreuves du bilan orthophonique proposé, mais aussi entre les différentes épreuves.
- Les modes d'intervention sont les suivants :
 - Les épreuves testant la lecture, les mathématiques et la représentation sont des variables prédictives de la note au problème.
 - Les épreuves de logique et de structuration temporelle interviennent sur les épreuves précédentes.
 - Les mémoires à court terme et de travail sont des facteurs explicatifs de la note au problème et de toutes les autres épreuves.

Chapitre IV
PRESENTATION DES RESULTATS

RESULTATS BRUTS

1 - Nouvelle sélection des épreuves

Pour l'analyse des résultats, tous les scores récoltés n'ont pas été utilisés.

L'épreuve des transcodages n'apparaît pas ici car aucun des enfants retenus pour l'analyse statistique n'a été en difficulté lorsque des transcodages étaient nécessaires au sein d'autres épreuves.

L'épreuve de sériation était aussi facultative. Comme plusieurs enfants l'ont passée, elle a été maintenue pour notre analyse.

Les deux épreuves évaluant les opérations d'addition et de division (compréhension du sens et maîtrise de la technique) n'ont pas été intégrées à notre analyse. En effet, notre problème ne comportant aucune de ces opérations, elles n'interviennent pas directement dans sa résolution. Cependant, nous avons gardé ces épreuves dans notre bilan car leur passation était intéressante au niveau clinique. L'addition a permis aux enfants de se familiariser avec la consigne de l'épreuve, car cette première opération leur a paru facile. Ce renforcement positif leur a donné confiance pour la suite. Quant à la division, elle nous a permis d'une part de nous rendre compte des difficultés qui pouvaient apparaître, et d'autre part d'apprécier la perception qu'avaient les enfants de cette opération en cours d'acquisition.

Pour évaluer la compréhension en lecture, nous avons choisi de nous appuyer sur la note CI (compréhension immédiate) et non pas CG (compréhension globale). Premièrement, nous avons cliniquement constaté que les enfants n'ont, pour la plupart, lu qu'une seule fois l'énoncé du problème avant de nous en raconter le contenu, il s'agissait donc plutôt d'une compréhension immédiate. Notre deuxième argument repose sur le calcul des notes de l'épreuve de compréhension en lecture de la LMC-R. CI teste la compréhension à la première lecture, elle est la somme des notes Ig1 (énoncés à contenu imagé) et If1 (énoncés à contenu inférentiel). CG est la somme de Ig2 et If2, et évalue la compréhension après demande de l'examineur de bien relire. Puisque la note Ig2 plafonne en CM2 dans les étalonnages comme dans notre expérimentation (tous les enfants ont eu au moins 15 sur 16), la variabilité de la note CG n'est liée qu'à celle de If2. Comme cette note nous intéressait pour évaluer l'élaboration de représentations, il était donc plus pertinent de retenir CI pour la compréhension écrite.

2 - Données recueillies

Cf. annexe 3 : Résultats bruts à toutes les épreuves et au problème

Les sigles que nous avons utilisés et qui se retrouvent tout au long de notre analyse sont les suivants :

CLASSMUL	Résultat à l'épreuve de classification multiplicative
CLASSHIE	Résultat à l'épreuve de classification hiérarchique ou inclusion
SERI	Résultat à l'épreuve de sériation
NUM	Résultat à l'épreuve de numération
SENSSOU	Résultat à l'épreuve du sens des opérations : la soustraction
SENSMULT	Résultat à l'épreuve du sens des opérations : la multiplication
TECHNSOU	Résultat à l'épreuve des techniques opératoires : la soustraction
TECHMULT	Résultat à l'épreuve des techniques opératoires : la multiplication
MCT	Résultat à l'épreuve d'empan endroit de chiffres
MDT	Résultat à l'épreuve d'empan envers de chiffres
CHRONO	Résultat à l'épreuve de sériation temporelle d'images
If2	note If2 au test de Compréhension en Lecture de la LMC-R
LUM	Résultat à l'épreuve « Lecture en Une Minute » de la LMC-R
CI	note CI au test de Compréhension en Lecture de la LMC-R

Tableau 3 : Répartition des enfants selon leur note au problème

score	effectif	%
0	1	2.4
1	2	4.7
2	4	9.5
3	4	9.5
4	5	11.9
5	5	11.9
6	7	16.7
7	7	16.7
8	7	16.7
total	42	100

Les scores obtenus au problème par les enfants de notre population ne sont pas répartis selon une courbe de Gauss : le nombre d'enfants s'accroît au fur et à mesure que les notes augmentent.

Cette répartition est conforme à celle que nous attendions : presque les trois quarts des enfants ont plus de la moyenne et la moitié ont plus de 5. Le problème proposé correspond bien à un niveau de CM2.

ANALYSE STATISTIQUE

1 - Moyennes et Ecart-Type

1.1. Problème

	Note maximale	moyenne	écart-type
PB	8	5,10	2,24

Tableau 4 : Moyenne et écart-type de la note au problème chez les 42 enfants

La moyenne des notes au problème (5,10) est supérieure à la note médiane (4), ce qui est en adéquation avec la répartition que nous venons de voir (73,9% des enfants ont une note supérieure ou égale à 4 pour une note maximale de 8). L'écart-type élevé montre une variabilité suffisante des notes pour que l'analyse soit intéressante.

1.2. Composantes

	Note maximale	moyenne	écart-type	étalonnage existant ou critère d'acquisition
CLASSMUL	3	2,43	0,77	= 3
CLASSHIE	3	2,21	1,05	> 2
NUM	6	2,49	2,22	> 5
SERI	2	1,95	0,21	= 2
SENSSOU	2	1,93	0,26	= 2
SENSMULT	2	1,50	0,71	= 2
TECHNSOU	2	1,76	0,62	= 2
TECHMULT	2	1,71	0,64	= 2
MCT	-	5,43	1,04	$5,3 \pm 1,1$
MDT	-	4,09	0,98	$4 \pm 0,9$
CHRONO	5	3,62	1,36	> 4
LUM	102	76,74	20,77	$72 \pm 16,1$
If2	16	13,36	1,50	$10,5 \pm 2,5$
CI	32	23,31	2,81	$23,7 \pm 2,9$

Tableau 5 : Moyenne et écart-type des résultats aux épreuves du bilan

Plusieurs épreuves logico-mathématiques plafonnent :

- la sériation et le sens de la soustraction présentent une moyenne très élevée et un écart-type assez faible : ces épreuves sont réussies par quasiment tous les enfants,

elles ne sont donc pas assez discriminantes pour cette classe d'âge. Le niveau des enfants correspond à ce qui est attendu à cet âge par les auteurs des épreuves.

- quatre autres épreuves (techniques de la soustraction et de la multiplication, classes multiplicative et hiérarchique) ont aussi une moyenne assez élevée mais l'écart-type montre tout de même une certaine variabilité des valeurs. Ces épreuves correspondent à des compétences acquises par la majorité de notre population, mais pas par sa totalité. Ce résultat correspond à ce qui est attendu par les auteurs des épreuves.

Selon les critères de l'UDN-II, la numération n'est en moyenne pas acquise par notre population. Cela est étonnant car nous avons choisi des compétences censées être acquises par les enfants de CM2. En revanche, l'écart-type élevé montre que les niveaux d'acquisition sont très hétérogènes.

Pour les épreuves étalonnées issues de l'ODÉDYS et de la LMC-R, il est intéressant de constater que les résultats obtenus sont proches des étalonnages existants, même si LUM et If2 sont un peu plus élevés.

Tableau 6 : Corrélation des variables

Variable	PH	CLASSMUL	CLASSHIE	NUM	SERI	SENSSSQU	SENSXULT	TECHSSQU	TECHMULT	MCT	MDT	CHRONO	LUM	TP2	CI
PH	1,0000 p= ---	,4104* p=,004*	,2574 p=,100	,5144* p=,000*	,2585 p=,098	,1765 p=,263	,2277 p=,143	,2775 p=,075	,2398 p=,128	,4575* p=,002*	,3091* p=,001*	,3094 p=,183	,4337* p=,004*	,2267 p=,149	,5194* p=,000*
CLASSMUL	,4164* p=,004*	1,0000 p=	,0648 p=,684	,2219 p=,154	,1260 p=,426	,1563 p=,323	,1793 p=,256	,1174 p=,459	,1557 p=,322	,2831 p=,069	,3901* p=,005*	,3227* p=,037*	,1827 p=,247	-,0303 p=,849	,2645 p=,590
CLASSHIE	,2574 p=,100	,0648 p=,684	1,0000 p= ---	,2993 p=,054	,2621 p=,094	,1460 p=,354	,2139 p=,174	,1561 p=,323	,0941 p=,553	,3166* p=,041*	,2874 p=,065	-,0440 p=,782	,1550 p=,327	,2145 p=,173	,2007 p=,303
NUM	,5144* p=,000*	,2239 p=,154	,2953 p=,054	1,0000 p=	,2278 p=,147	,1247 p=,431	,3219* p=,038*	,2239 p=,143	,0665 p=,676	,5563* p=,000*	,3911* p=,010*	,0186 p=,907	,2394 p=,127	,2544 p=,104	,4070* p=,007*
SERI	,2585 p=,098	,1760 p=,426	,2621 p=,094	,2278 p=,147	1,0000 p= ---	-,0620 p=,696	,1600 p=,311	,2794 p=,073	,2543 p=,164	,3111* p=,045*	,2522 p=,107	-,0634 p=,590	,2750 p=,078	,1298 p=,413	,0154 p=,923
SENSSSQU	,1765 p=,263	,1563 p=,323	,1455 p=,354	,1247 p=,431	-,0620 p=,696	1,0000 p= ---	,3308* p=,032*	-,1083 p=,495	,4626* p=,002*	,0257 p=,872	,3128* p=,044*	,1965 p=,312	,2397 p=,126	,1296 p=,413	,2310 p=,141
SENSXULT	,2277 p=,143	,1793 p=,256	,2139 p=,174	,3219* p=,038*	,1600 p=,311	,3308* p=,032*	1,0000 p= ---	,1679 p=,289	,2170 p=,167	,2055 p=,089	,3911* p=,010*	,0186 p=,907	,3031 p=,051	,2654 p=,059	,2765 p=,076
TECHSSQU	,2775 p=,075	,1174 p=,459	,1561 p=,323	,2239 p=,143	,2794 p=,073	-,1083 p=,495	,1679 p=,289	1,0000 p= ---	,1954 p=,215	,4291* p=,005*	,0785 p=,621	,0346 p=,828	,5066* p=,001*	,2266 p=,149	,3252* p=,036*
TECHMULT	,2398 p=,128	,1567 p=,322	,0941 p=,553	,0555 p=,876	,2542 p=,104	,4626* p=,002*	,2170 p=,167	,1954 p=,215	1,0000 p= ---	,1898 p=,229	,2397 p=,126	,2940 p=,059	,3156* p=,042*	,0697 p=,661	,1875 p=,235
MCT	,4575* p=,002*	,2831 p=,069	,3166* p=,041*	,5563* p=,000*	,3111* p=,045*	,0257 p=,872	,2055 p=,089	,4291* p=,005*	,1898 p=,229	1,0000 p= ---	,5320* p=,000*	,2218 p=,158	,3601* p=,019*	,2287 p=,141	,4133* p=,007*
MDT	,5091* p=,001*	,3961* p=,002*	,2874 p=,065	,3911* p=,010*	,3523 p=,107	,3128* p=,044*	,2105 p=,181	,0785 p=,621	,2397 p=,126	,5320* p=,000*	1,0000 p=	-,313 p=,223	,3466* p=,023*	,1920 p=,223	,3161* p=,041*
CHRONO	,3093 p=,183	,3227* p=,037*	,0440 p=,782	,0186 p=,907	,0634 p=,690	,1965 p=,312	,0507 p=,750	,0346 p=,828	,2940 p=,059	,2218 p=,158	,1919 p=,223	1,0000 p= ---	,3398 p=,126	,0925 p=,560	,4148* p=,006*
LUM	,4337* p=,004*	,1827 p=,247	,1550 p=,327	,2394 p=,127	,2750 p=,078	,2397 p=,126	,3031 p=,051	,5066* p=,001*	,3156* p=,042*	,3601* p=,019*	,3466* p=,023*	,2998 p=,126	1,0000 p= ---	,1052 p=,507	,4931* p=,001*
TP2	,2267 p=,149	-,0303 p=,849	,2145 p=,173	,2544 p=,104	,1298 p=,413	,1296 p=,413	,2653 p=,039	,2256 p=,149	-,0697 p=,661	,2267 p=,145	,1920 p=,223	,0925 p=,560	,1052 p=,507	1,0000 p=	,3043 p=,030
CI	,5194* p=,000*	,2645 p=,093	,2007 p=,303	,4070* p=,007*	-,0154 p=,923	,2310 p=,141	,2767 p=,076	,3252* p=,036*	,1875 p=,235	,4133* p=,007*	,3161* p=,041*	,4146* p=,005*	,4931* p=,001*	,3043 p=,050	1,0000 p= ---

2 - Matrice de corrélation

(logiciel STATISTICA)

cf. Tableau 6 : Matrice de corrélations des variables

Nous tenons pour significatives les corrélations dont le taux d'erreur « p » est inférieur à 5%.

Toutes les corrélations calculées sont positives : il aurait été étonnant que la réussite à une épreuve soit liée à l'échec à une autre.

2.1. Corrélation du problème avec les composantes

Cf. 1^{ère} colonne du tableau 6.

Le score au problème est corrélé à 6 des épreuves proposées dans notre bilan qui en comptait 14. Ces épreuves concernent des domaines que nous allons étudier plus en détails : les logico-mathématiques, la mémoire et la lecture.

A - Avec les épreuves logico-mathématiques

La note obtenue au problème est très fortement corrélée avec les épreuves de classification multiplicative (CLASSMUL) et de numération (NUM) ($p < 0,5\%$).

En revanche, les épreuves d'inclusion (CLASSHIE), de sériation (SERI), ainsi que celles concernant les opérations (techniques et sens : SENSSOU, SENSMULT, TECHNSOU, TECHMULT) ne sont pas corrélées. Cependant, il est à noter qu'une corrélation (avec $p = 7,5\%$) existe entre PB et TECHNSOU, même si elle n'est pas significative.

B - Avec les épreuves de mémoire

Les deux empan (endroit et envers : MCT et MDT) sont corrélés de façon très significative avec la note au problème ($p < 0,5\%$).

C - Avec les épreuves linguistiques

LUM et CI ont un coefficient de corrélation avec un taux d'erreur inférieur à 0,5%.

La note If2 et celle obtenue à l'épreuve de sériation d'images (CHRONO) ne sont pas corrélées à la note au problème.

	CLASS HIE	NUM	SERI	SENS SOU	SENS MULT	TECH SOU	TECH MULT	MCT	MDT	CHRO NO	LUM	IF2	CI
CLAS SMUL								o	+	+			
	CLASS HIE	o						+	o				
		NUM			+			+	+				+
			SERI			o		+			o		
				SENS SOU	+		+		+				
					SENS MULT						o		o
						TECH SOU		+			+		+
							TECH MULT			o	+		
								MCT	+		+		+
									MDT		+		+
										CHRO NO			+
											LUM		+
												IF2	+

+: $p < 0.05$
o: $p < 0.08$

Tableau 7 : Tableau simplifié des corrélations des composantes entre elles

2.2. Corrélations des composantes entre elles

De nombreuses corrélations relient les épreuves du bilan entre elles. Les corrélations qui se sont révélées significatives sont résumées dans le tableau 7 (cf. tableau 6 pour le tableau complet).

Les épreuves de **mémoire verbale** à court terme et de travail sont celles qui présentent le plus de corrélations. Elles sont très fortement corrélées l'une avec l'autre ainsi qu'avec les épreuves de logique (classification, inclusion et sériation), de numération et de lecture (efficacité et compréhension). Les résultats concernant la multiplication (sens et technique), la chronologie et les inférences ne présentent pas de lien aux emplacements digitaux directs et inverses.

Dans les **épreuves linguistiques**, il est intéressant de noter que la lecture (LUM et CI) est corrélée principalement aux épreuves de mémoire et de mathématiques. La logique n'a de lien avec aucune des deux épreuves ; la chronologie et les inférences ne sont liées qu'à la compréhension en lecture. CHRONO est aussi corrélée à CLASSMUL.

Les **épreuves de logique** (CLASSMUL, CLASSHIE et SERI) ne sont pas corrélées entre elles. Elles sont principalement corrélées aux épreuves de mémoire.

Les **épreuves de mathématiques** sont corrélées entre elles, ainsi qu'à la mémoire et aux épreuves de lecture.

Devant la multitude des corrélations existant entre les épreuves du bilan, il est possible que certaines composantes qui n'ont pas de lien direct sur la note au problème aient une influence indirecte, c'est-à-dire qu'elles interviennent dans les notes obtenues à d'autres épreuves qui, elles, interviennent dans le problème.

3 - Analyse hiérarchique de régression multiple

La régression permet d'expliquer une variable critère par des variables prédictives. En faisant plusieurs régressions, il est possible de mettre en évidence des relations indirectes, les variables prédictives pouvant elles-mêmes être expliquées par d'autres.

3.1. Facteurs directs

En prenant PB comme variable critère, nous pouvons déterminer les variables prédictives de la note au problème.

Variable critère = PB		
Variables prédictives	ΔR^2	p
CI	0,270	0,001
MDT	0,132	0,007
NUM	0,054	0,062
CLASSMUL	0,036	0,115
LUM	0,017	0,267
SERI	0,008	0,447
SENSMULT	0,003	0,657
IF2	0,002	0,687
TECHMULT	0,003	0,654
CHRONO	0,002	0,689
SENSSOU	0,002	0,728
CLASSHIE	0,001	0,836
MCT	0,001	0,823
TECHNSOU	0,001	0,841

Tableau 8 : Régression multiple hiérarchisée avec PB comme variable critère

Trois variables peuvent expliquer la note au problème : CI, MDT et NUM. Les autres ne sont pas significatives.

CI explique à 27% le résultat obtenu à la résolution de problème, ce qui est considérable, d'autant plus que le taux d'erreur est très faible ($p = 0,1\%$).

La mémoire de travail (MDT), qui intervient à 13,2%, joue également un rôle important (taux d'erreur = 0,7%).

NUM explique encore à 5,4% la note obtenue au problème. Le taux d'erreur est très légèrement supérieur à 5% mais reste faible ($< 8\%$), donc ce lien reste fiable. De plus, la théorie nous incite à penser que cette relation existe.

Nous pouvons illustrer cette première étape par un schéma (figure 1) :

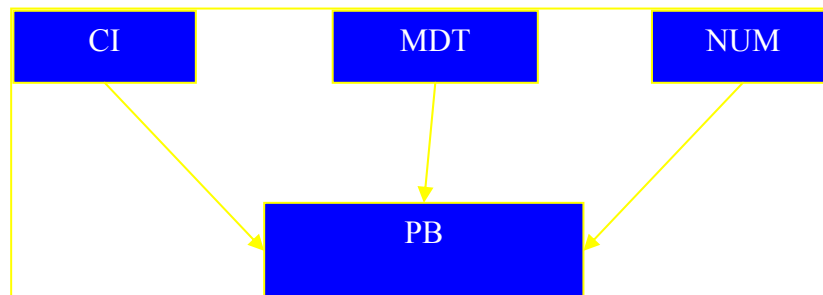


Figure 1 : Schéma résumé : les facteurs influençant directement PB

3.2. Facteurs indirects

Maintenant que nous connaissons les trois composantes qui influencent la note au problème, nous cherchons à savoir si d'autres éléments interviennent dans l'une de ces trois variables, et donc influencent indirectement le problème.

A - Via l'épreuve de compréhension en lecture

Prenons d'abord CI comme variable critère.

La théorie nous ont permis de sélectionner les épreuves pouvant être retenues comme variables prédictives de la compréhension en lecture. Nous avons donc gardé l'efficience en lecture (LUM), la capacité à faire des inférences (If2), la notion de chronologie (CHRONO), les opérations logiques (CLASSMUL, CLASSHIE et SERI), le sens des opérations (SENSSOU et SENSMULT), et les mémoires à court terme et de travail (MCT et MDT).

Nous avons exclu la note au problème (PB), les techniques opératoires (TECHNSOU et TECHMULT) et la numération (NUM).

Variable critère = CI		
Variabes prédictives	ΔR^2	p
LUM	0,243	0,001
CHRONO	0,093	0,026
IF2	0,054	0,075
MCT	0,028	0,194
SERI	0,036	0,131
CLASSHIE	0,009	0,461
CLASSMUL	0,008	0,474
SENSMULT	0,002	0,719
MDT	0,000	0,931
SENSSOU	0,000	0,917

Tableau 9 : Régression multiple hiérarchisée avec CI comme variable critère

On constate que 3 facteurs peuvent expliquer la compréhension en lecture :

- LUM, qui mesure le déchiffrement, c'est-à-dire la capacité à identifier un mot ; le taux d'erreur est très faible ($p = 0,1\%$), et la relation de cause à effet, évaluée à 24%, ne peut être niée entre ces deux épreuves ;
- CHRONO, qui prend en compte la capacité de l'enfant à sérier des images qui racontent une histoire, donc mesure les capacités de chronologie de l'enfant, a également une influence, pour 9%, sur la compréhension : ce pourcentage est non négligeable, d'autant plus que la marge d'erreur est inférieure à 3% ($p = 2,6\%$)
- Enfin, If2, c'est-à-dire, d'après Khomsi (1999), la capacité à faire un calcul inférentiel, intervient à hauteur de 5,4%. Son taux d'erreur est légèrement supérieur à 5% ($p = 7,5\%$) mais la théorie nous incite à garder cette épreuve malgré tout.

B - Via l'empan envers

La mémoire de travail étant un traitement de l'information sous-jacent à toute activité cognitive, aucune des compétences testées ne paraît indiquée pour « expliquer » les résultats à cette épreuve. La relation serait plutôt en sens inverse : la mémoire de travail serait une variable explicative de nombreuses autres compétences.

C - Via l'épreuve de numération

Variable critère = NUM		
Variabes prédictives	ΔR^2	p
MCT	0,309	0,000
CLASSHIE	0,017	0,330
MDT	0,009	0,481
CLASSMUL	0,002	0,733
SERI	0,001	0,850

Tableau 10 : Régression multiple hiérarchisée avec NUM comme variable critère

Pour NUM, les variables pertinentes à inclure dans l'analyse de régression sont celles indiquées dans le tableau. Nous n'avons gardé que les opérations logico-mathématiques et les mémoires à court terme et de travail, car elles sont les plus inclinées à agir sur la numération, et ce sont celles qui lui sont corrélées (cf. tableaux 6 et 7). Les autres composantes testées seraient plutôt, d'après la théorie, soit des conséquences de la construction de la numération (sens et technique des opérations), soit indépendantes de celle-ci (lecture, chronologie).

De toutes ces variables, seul l'empan endroit est prédictif de la numération, et il l'est de beaucoup car il l'explique à 30,9%, avec une marge d'erreur inférieure à 0,1%. Les autres compétences retenues ne sont pas prédictives.

En conclusion, nous pouvons résumer les régressions multiples hiérarchisées par le schéma (figure 2) ci-dessous :

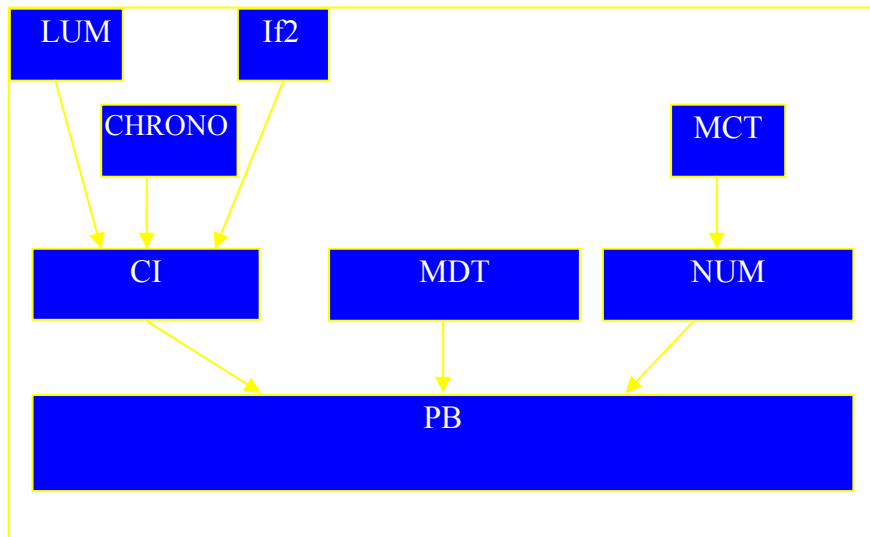


Figure 2 : Schéma résumé : les facteurs influençant PB directement et indirectement

ANALYSE CLINIQUE DU PROBLEME

Les réactions, réponses et commentaires au et sur le problème nous semblent intéressants à analyser au regard de nos recherches théoriques et de nos choix expérimentaux.

1 - Réactions face a l'énoncé

Comme décrit dans la littérature, nous avons constaté que le problème est rarement dépourvu d'affects : soit les enfants aimaient résoudre des problèmes, et nous disaient : « j'aime bien parce que ça fait réfléchir », soit ils avaient un dégoût pour cet exercice et répondaient : « c'est trop difficile » ou « je ne comprends pas les problèmes ». Il est à noter que, souvent, ceux qui ont réussi notre problème étaient ceux qui disaient aimer les résoudre, et vice-versa.

2 - Les « pièges » ont-ils marché ?

Nous nous proposons d'analyser les réactions aux spécificités linguistiques de notre énoncé, qui avaient été contrôlées lors de son élaboration.

2.1. Champ lexico-sémantique

La présence de deux nombres inutiles a conduit seulement deux enfants à les utiliser, ce qui indique que la plupart avait compris qu'ils représentaient le format et que celui-ci n'est pas en interaction avec le nombre d'enveloppes.

En ce qui concerne la situation quasi-numérique, un enfant a cru à un code postal, et deux autres ont hésité et ont finalement opté pour le nombre d'habitants.

Quelques enfants nous ont demandé la signification de « envoyer ses vœux » et de « commune ». L'un d'entre eux a confondu les cartes de vœux avec les cartons contenant les paquets (« cartons d'invitation »).

2.2. Niveau morphosyntaxique

Un enfant s'est exprimé très clairement sur ses difficultés à interpréter l'énoncé condensé et réduit : « *c'est mal écrit, je comprends rien.* »

2.3. Choix de l'opération

Nous avons pu constater que les chiffres élevés (7 et 8 notamment) composant les nombres qui devaient faire l'objet d'une multiplication ont effectivement eu une influence sur le choix de l'opération : plusieurs enfants ont commencé à poser une multiplication, puis, devant leur difficulté à la calculer, ont abandonné et se sont tournés vers une addition ou une soustraction. Ainsi, les connaissances des techniques des opérations peuvent avoir un effet sur la résolution d'un problème : l'anticipation du coût cognitif provoqué par une opération difficile peut dissuader l'élève de s'engager dans certaines procédures de résolution. Au niveau clinique, il est intéressant de garder cela à l'esprit lorsqu'on évalue les compétences d'un enfant. Si on ne souhaite examiner que le raisonnement, il vaut mieux choisir des nombres simples, voire donner une calculatrice à l'enfant, afin de limiter le parasitage par les techniques.

3 - Les stratégies de résolution

Notre population a remarquablement bien illustré ce que nous avons pu lire dans la littérature sur les différentes stratégies de résolution. C'est ce que nous avons constaté en analysant les différentes « histoires de l'énoncé » que renvoyaient les enfants, ainsi que leurs verbalisations pendant la résolution. Certains ont suivi une stratégie ascendante, en s'appuyant sur le lexique, en tâtonnant, voire en choisissant deux nombres et en s'empressant d'en faire une opération (de préférence une addition) ; d'autres ont utilisé leurs connaissances pour tenter de résoudre le problème (stratégie descendante) : dans ce cas, la plupart des enfants se sont créés une image mentale, et rares ont été ceux qui ont fait appel à un modèle de situation.

Chapitre V
DISCUSSION DES RESULTATS

Rappelons que l'objectif du présent travail était de hiérarchiser les compétences qui interviennent dans la résolution d'un problème arithmétique et préciser leur mode d'action. Après avoir discuté nos résultats statistiques, nous présenterons une analyse clinique de certains cas, vérifierons nos hypothèses et discuterons les intérêts et limites de notre étude.

LES COMPETENCES INTERVENANT DANS LA REUSSITE A UN PROBLEME ARITHMETIQUE

1 - Domaine logico-mathématique

1.1. Intervention directe

L'épreuve de numération est la seule du domaine logico-mathématique qui a une incidence directe sur la note au problème. La compréhension du système numérique jouerait donc un rôle dans la résolution de problème.

Cela peut s'expliquer par un effet statistique : NUM est la plus variable des notes en mathématiques, elle représente donc au plus près le niveau des enfants dans cette branche. De plus, l'épreuve regroupe toutes les sources de la connaissance du nombre que sont le dénombrement, la compréhension de la base 10 et la représentation de la quantité. Ces connaissances sont la base des mathématiques.

Si l'importance des mathématiques dans la résolution d'un problème arithmétique paraît évidente, il est intéressant de noter que la construction et la compréhension des aspects multiples du nombre semblent toujours conserver un rôle important, même dans un exercice abstrait comme le problème.

1.2. Les compétences liées indirectement

L'épreuve de mémoire à court terme ressort de l'analyse : elle intervient à 31% dans la note de numération.

Ce résultat signifierait que l'acquisition du nombre nécessite une boucle phonologique efficace. Cependant la théorie ne mentionne pas l'existence de ce lien.

Nous envisageons plusieurs hypothèses pour expliquer cette relation. Il est possible que l'utilisation de l'empan endroit de chiffres et donc d'un matériel numérique en soit à

l'origine : il serait possible de la vérifier grâce à l'utilisation d'un empan de mots plutôt qu'un empan de chiffres. D'autre part, la mémoire à court terme est très liée à la mémoire de travail : nous avons peut-être mis en évidence la forte activation de la mémoire de travail lors de l'épreuve de numération.

Nous nous attendions en revanche à trouver la logique dans les compétences nécessaires à la numération. Mais les épreuves utilisées (sériation, classification, inclusion) ayant été réussies par la majorité des enfants, ce ne sont pas ces notions qui ont fait varier les résultats à l'épreuve de numération. Nous pouvons en déduire qu'à cet âge, le degré de maîtrise de la numération ne dépend plus des structures logiques évoquées.

Les causes des difficultés d'acquisition du nombre n'ont donc pas pu être explicitées par notre bilan. Elles sont à rechercher dans les domaines que nous n'avons pas testés, comme celui des fonctions exécutives, ou que nous approfondirons par la suite, comme l'influence des facteurs environnementaux et personnels.

1.3. Pas d'intervention mise en évidence

Notre analyse n'a pas détecté l'intervention des opérations, que ce soit dans les aspects compréhension ou technique.

Nous ne pensons pas que cela remette en cause l'intrication de la construction du nombre et des opérations, mais plutôt que le contexte d'utilisation des nombres a une influence : certains enfants ont en effet présenté une maîtrise variable de la même opération selon qu'il s'agissait du problème ou de l'épreuve explicite du bilan.

2 - Domaine linguistique

2.1. Intervention directe

C'est l'acte de lecture dans sa globalité qui intervient. La compréhension en lecture est même la compétence qui a le plus d'importance pour réussir un problème puisqu'elle compte pour plus d'un tiers dans la note qu'ont obtenue les enfants. C'est en effet la première étape de résolution et celle qui conditionne directement les suivantes.

Cette prépondérance de la note CI montre non seulement que l'enfant résout le problème qu'il a compris comme l'affirme la théorie, mais aussi que cette compréhension aurait une influence décisive dès la première lecture.

Peu d'enfants ont pris la peine de relire l'énoncé sauf en cas d'incompréhension complète. Ceux qui se sont reportés au texte par la suite ne l'ont fait que pour rechercher des informations précises (nombres) sans remettre en cause ce qu'ils avaient compris.

2.2. Les compétences liées indirectement

L'efficacité en lecture intervient pour un quart dans la compréhension. C'est la plus importante des compétences : un déchiffrage juste et rapide doit en effet s'associer à la compréhension pour que l'enfant devienne un lecteur expert.

La structuration temporelle sous-tend le langage : elle permet la compréhension des temps verbaux, de la structure d'un récit ou d'un texte. Son influence dans la compréhension en lecture était donc attendue, d'autant plus que les temps verbaux interviennent beaucoup dans l'épreuve de la LMC-R utilisée.

Les inférences, représentées par If2, sont sûrement liées à la compréhension en lecture comme le montrent nos résultats : les liens chronologiques contenus dans la grammaire ou l'utilisation de pronoms nécessitent par exemple d'inférer un contenu latent. Cependant, nous tenons à pondérer notre propos puisque le calcul même des deux notes If2 et CI crée un lien artificiel.

Malgré les liens qui existent entre le langage (notamment les structures morpho-syntaxiques) et les structures logiques, ceux-ci n'ont pas été relevés par notre étude. La limite de la facilité des épreuves utilisées est là encore à mettre en cause.

Nous avons maintenu le sens des opérations dans les compétences influençant la compréhension de texte en pensant que tout objet de sens pouvait entrer dans la compréhension d'un texte. Nos résultats montrent que ce n'est pas le cas en ce qui concerne les phrases de la LMC-R. Pourtant, cette compétence pourrait intervenir dans des énoncés mathématiques.

3 - Importance de la mémoire

Nous avons vu dans la théorie que la mémoire a un rôle central dans la résolution d'un problème : la mémoire à long terme contient tous les apprentissages de l'élève et toutes ses expériences ; la mémoire de travail est un intermédiaire pour l'activation et l'utilisation de ces connaissances, dans le but d'aboutir à la solution.

Cependant, nous ne nous attendions pas à une intervention aussi directe de la mémoire de travail : selon nos résultats son rôle serait plus déterminant pour résoudre un problème que la maîtrise de la numération. Cette importance est d'ailleurs sûrement à mettre en lien avec la corrélation existant entre la mémoire à court terme et la note PB, ces deux types de mémoire étant imbriqués.

Le nombre important de corrélations qui sont apparues entre les mémoires de travail et à court terme pourraient fournir une explication : comme la mémoire de travail est indispensable à la plupart des compétences testées, l'analyse statistique en a peut-être conclu que son intervention était plus directe qu'elle ne le serait en réalité.

Une autre hypothèse serait que la capacité à créer une représentation (non testée) apparaîtrait à travers ce résultat : la théorie a en effet montré le fort parallèle qui existe entre le fonctionnement de la mémoire de travail (théorie ACT d'Anderson, 1983) et la création des représentations. Une intervention directe de la capacité à créer des représentations sur la résolution de problème semblerait par ailleurs légitime.

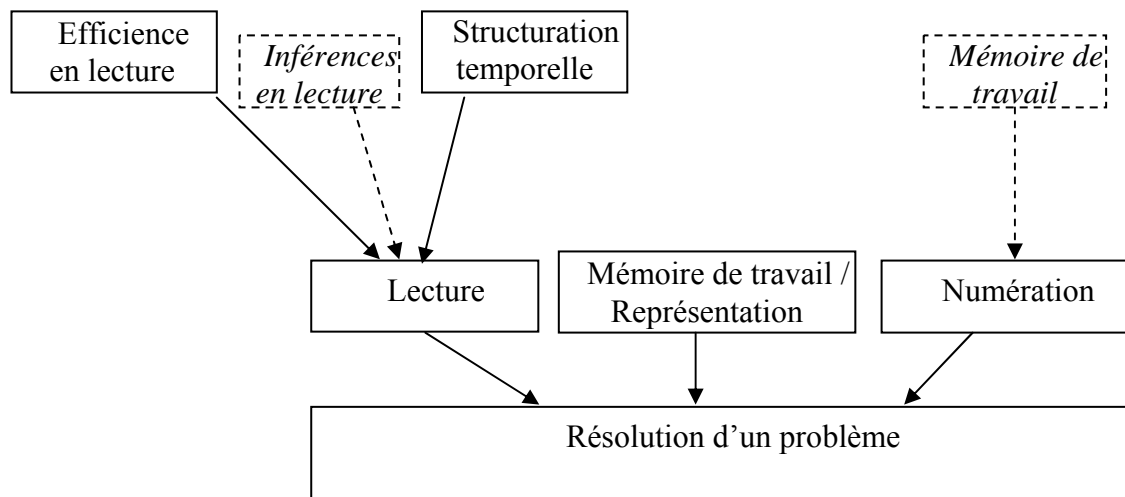
4 - Les corrélations non commentées

En plus des résultats interprétés par l'analyse de régression, de nombreuses autres corrélations, dont le mode d'intervention n'a pas été expliqué, avaient été décelées. Il s'agit de compétences liées au problème : classification, technique de la soustraction ; ou liées entre elles : numération / compréhension en lecture, structuration temporelle / classification, techniques opératoires / efficacité en lecture, etc.

Chaque enfant a un développement qui lui est propre : les acquisitions ne se font pas de manière homogène chez tous. Malgré tout, nous pensons que des liens existent entre les compétences : par exemple, un enfant de CM2 qui n'a pas les structures mentales lui permettant de comprendre la classification ou de lire efficacement n'aurait pas le niveau scolaire requis pour résoudre un problème arithmétique.

Ainsi, le niveau technique d'un enfant en mathématiques (techniques des opérations) est lié à celui en lecture (vitesse de déchiffrage). De même, le niveau de compréhension est lié entre ces deux domaines (corrélation entre le sens de la multiplication et la compréhension en lecture).

5 - Conclusion : schéma interprétatif



PRESENTATION DE CAS

En observant le tableau de résultats bruts (annexe 3) et en l'associant aux données cliniques (comportement de l'enfant, commentaires...), nous avons pu mener une analyse plus qualitative de nos données qui complète et parfois aide à expliquer l'analyse statistique.

1 - Importance des facteurs personnels et environnementaux

Les résultats que nous avons constatés scindent clairement la population des deux classes évaluées : dans l'une, les enfants étaient à l'aise, confiants, rapides et efficaces, ils ont globalement mieux réussi le problème et les épreuves de bilan, ont eu un temps moyen de passation moindre, et ont eu plus de plaisir à résoudre le problème que dans l'autre classe. Ainsi, la confiance en soi et en ses capacités, l'attitude face aux mathématiques, la disponibilité psychique aux apprentissages et la plus ou moins grande valorisation du scolaire sont des facteurs qui ont pu compter mais que nous n'avons évalués que cliniquement.

2 - Enfants qui illustrent la théorie

La première remarque, d'ordre général, est qu'un seul facteur ne suffit pas à expliquer l'échec en résolution de problème : lorsqu'une seule compétence est déficitaire, il n'y a pas échec au problème, et lorsqu'il y a échec au problème, on trouve dans tous les cas plusieurs compétences déficitaires. Nous retrouvons ici la plurifactorialité déjà évoquée.

Étudions tout d'abord deux cas « extrêmes », qui illustrent la nécessité des acquisitions décrites dans la théorie.

2.1. Justin, ou le « parcours sans faute »

Justin a obtenu la note maximale au problème, et les épreuves montrent qu'il a acquis toutes les compétences logiques, qu'il a compris la numération et le sens des quatre opérations et maîtrise leurs techniques, que ses mémoires à court terme et de travail sont excellentes pour son âge (+1,8 écart-type), que la notion de structure temporelle est acquise, et qu'il lit correctement pour son âge (efficience et compréhension). La passation a été rapide et fluide, Justin a trouvé que les exercices étaient faciles, et c'est le seul qui, à l'issue de la résolution du problème, a dit spontanément : « *il est bête, le maire, il aurait pu commander un carton de moins* ».

2.2. Virginie : en grande difficulté

À l'autre extrême se trouve Virginie. Les épreuves montrent des compétences logiques non acquises ou en cours d'acquisition, une numération encore balbutiante (le principe de la base 10 n'existe que pour 10, pas de généralisation aux dizaines suivantes). Pour elle, seules l'addition et la soustraction font sens et aucune technique n'est réussie. Sa mémoire à court terme n'est pas pathologique, mais elle a obtenu le plus petit empan endroit de notre population. Son efficience en lecture est au-dessous de -2 écart-type et sa compréhension en lecture est un peu faible (CI à -1,3 écart-type). Par contre, elle utilise à bon escient une stratégie inférentielle de lecture (If2 dans la norme) et son empan envers est ordinaire pour son âge. En cumulant ainsi de nombreuses difficultés, Virginie a obtenu la note de 1 sur 8 au problème. Durant la passation, Virginie n'a pas semblé se sentir en difficulté : les épreuves lui ont semblé faciles.

3 - Ces enfants qui ne rentrent pas dans les cases : explications cliniques

Certains enfants ont des résultats surprenants lorsqu'on se réfère à la théorie.

3.1. Tout est acquis, et pourtant... : l'exemple de Vint-Huy

Vint-Huy est un enfant qui a acquis presque toutes les compétences (seule la classe multiplicative est en cours d'acquisition), il a plus de la moyenne en efficacité en lecture, maîtrise parfaitement la numération... Pourtant, il a obtenu seulement 4 au problème, alors qu'on pouvait s'attendre à une meilleure note. L'explication réside dans l'observation clinique de cet enfant : Vint-Huy s'est montré coopératif et intelligent mais tout à fait en dehors des normes scolaires : c'est un enfant excentrique et fantaisiste, qui comprend beaucoup de choses mais que les exercices scolaires et l'école en général ennui, et il y consacre peu d'attention. Son professeur nous l'avait d'ailleurs signalé comme étant en difficulté.

3.2. 8 au problème, et pourtant...

A - Bertille et la numération

Bertille, quant à elle, a obtenu 8 au problème, et l'ensemble de ses compétences tendent à l'expliquer favorablement : toutes les composantes testées sont acquises et bien acquises. Toutes, sauf la numération : pour représenter une dizaine, Bertille nous a donné 2 jetons, car la dizaine correspond à la deuxième colonne. Nous avons quand même continué l'épreuve, et Bertille a réussi à donner d'autres réponses : pour 24, elle a posé vingt jetons sur le 2 et quatre sur le 4, mais elle l'a verbalisé en s'appuyant sur la constitution additive du nombre (« 24, c'est 20+4 »), ce qui est différent de : « le 2, c'est deux dizaines, donc 20 unités ». Bertille nous a expliqué qu'elle s'appuyait sur le tableau de conversion pour répondre aux questions : « dans 10, le 1 c'est les dizaines, c'est dans la deuxième colonne. Dans 100, le 1 c'est les centaines, c'est dans la troisième colonne, donc il y a une colonne de différence donc ça fait 10. » Ces notions n'ont pas l'air d'être comprises mais plutôt plaquées, Bertille fonctionne grâce au tableau mais celui-ci ne représente pas la réalité des nombres : c'est pour cela qu'elle ne peut répondre correctement à la consigne : « donne-moi une dizaine » (en jetons). Ce qui est intéressant de remarquer, c'est que la technique qu'elle utilise ne l'empêche pas de résoudre le problème. Bertille illustre donc la possibilité pour un enfant de s'appuyer sur des schémas appris par cœur pour réussir les exercices scolaires.

B - Quatre enfants et la chronologie

De même, Pierre, Paul, Jacques et Madeleine ont pu résoudre le problème (note entre 6 et 8), alors que, d'après l'épreuve que nous avons fait passer, ils n'ont pas acquis une bonne structuration temporelle (note entre 1 et 3). Toutes les autres compétences sont dans la moyenne ou acquises.

Ici, l'explication est peut-être à chercher plutôt dans le choix de notre épreuve et de sa cotation que dans les réelles capacités de ces enfants.

C - Antoine et la notion de classe

Antoine illustre la possibilité de résoudre un problème malgré une notion de classe pas encore acquise : pour la classification multiplicative, après un premier critère trouvé seul, Antoine a eu besoin d'une aide pour trouver le deuxième, et n'a pas pu extraire le troisième malgré la démonstration avec contraste. En ce qui concerne l'inclusion, la généralisation aux fleurs du monde est possible, mais la déstabilisation (extension n°2) lui fait perdre sa certitude, et il affirme que si on ajoute beaucoup de marguerites, il y aura plus de marguerites que de fleurs.

D - Annabelle, ou comment a-t-elle fait ?

Annabelle est l'enfant dont les résultats sont les plus surprenants : elle a résolu parfaitement le problème alors que de nombreuses épreuves de bilan sont échouées. Parmi elles, on trouve d'une part celles dont notre étude révèle la significativité, à savoir la numération, l'efficacité en lecture, la compréhension en lecture ; et d'autre part certaines autres épreuves : l'inclusion, le sens de la multiplication et la technique de la soustraction (mais pour cette dernière, voir la partie variabilité intra-individuelle). A-t-elle reconnu un schéma de résolution mémorisé auparavant ? Le bilan n'a-t-il pas pu révéler ses capacités réelles ? A-t-elle été plus motivée par un exercice plus créatif ?

E - Apports cliniques de ces exemples

Ces enfants nous enseignent les possibilités de compensation que peuvent mettre en place les élèves lorsque certaines notions leur sont encore étrangères. Il serait intéressant de retester ces compétences en fin d'année scolaire ou à la rentrée prochaine, pour voir si elles ont progressé. De même, on peut se demander si le coût cognitif engendré par cette compensation ne les

ralentit pas dans leur raisonnement, et ne risque pas de les gêner à moyen terme dans la suite de leur scolarité.

Leurs résultats à ces épreuves sont aussi toujours à pondérer avec la validité de l'épreuve employée, en cernant bien les compétences précises qu'elle met en jeu, et en la mettant en rapport avec le comportement de l'enfant, ses commentaires, son état de fatigue et de coopération, sa disponibilité psychique, etc.

4 - Variabilité intra-individuelle

Une analyse qualitative comparant certaines différences entre les productions lors des tests et lors du problème, ou en fonction de notre attitude, nous paraît intéressante à signaler d'un point de vue clinique.

4.1. Éloïse, ou l'importance de la confiance en soi et de la représentation

A l'issue des épreuves, Éloïse avait montré un bon niveau d'acquisition de toutes les compétences. Mais lorsque nous lui avons présenté le problème, elle a paru paniquée, a semblé avoir tant peur de l'échec qu'elle a voulu le résoudre le plus rapidement possible. Nous l'avons laissé faire dans un premier temps, et sa première résolution s'en tenait à soustraire 27 enveloppes de 69081 habitants. Une simple réassurance l'a débloquée : elle a relu le problème plus calmement et s'est exclamée : « *j'ai compris : il y a 49 cartons, dedans il y a 58 paquets dans chaque, et dans chaque paquet il y a 27 enveloppes !* ». Elle a recommencé sa résolution et a finalement obtenu 7 au problème (erreur dans un calcul).

4.2. Annabelle et Ariane, ou l'importance du contexte

Lors de l'épreuve des techniques des opérations, Annabelle a été dans l'impossibilité de faire la soustraction : elle semblait bloquée par l'exercice demandé et a refusé de l'effectuer. Pourtant, lors de la résolution du problème, elle a effectué cette même opération avec facilité. Plusieurs hypothèses peuvent être émises : peut-être a-t-elle eu peur d'être évaluée sur le fait précis de cette opération ; peut-être que focaliser son attention sur un but (résoudre le problème) l'a aidé à dépasser cette peur ; enfin, ces deux épreuves n'ont pas été présentées le même jour (bilan en deux parties), et il est possible qu'elle n'ait pas montré les mêmes capacités à ces deux dates.

Ariane a eu un comportement similaire pour la technique de la multiplication : elle a su la calculer au sein du problème mais avait eu une démarche complètement incohérente lors du bilan (chiffres alignés).

Cette grande variabilité nous incite à prendre en compte l'enfant dans sa globalité, en tant que personne : on ne peut prendre un résultat à une épreuve ou à un exercice comme définitivement représentatif des capacités de l'enfant. Il faut toujours en analyser le moment de présentation (matin/après midi, fatigue, jours différents) et le contexte (isolé ou au sein du problème, personne qui présente la consigne, façon dont celle-ci est présentée, objectif du travail...)

4.3. Benjamin, ou l'importance du contrat didactique

Benjamin illustre particulièrement bien le contrat didactique dans le test Compréhension en Lecture (LMC-R) : à première lecture, il a obtenu peu de réponses justes pour les phrases à contenu inférentiel ($If1 = 3$), donc une faible performance en compréhension immédiate ($CI = 19$). La consigne est donc de « bien (re)lire ce qui est écrit » : Benjamin interprète immédiatement cette demande comme signalant que sa première réponse était erronée, et procède donc à de nombreuses autocorrections, ce qui amène sa note $If2$ à 12.

VERIFICATION DES HYPOTHESES

1 - Il existe une hiérarchie entre toutes les compétences nécessaires au problème

Nous avons mis en évidence que des corrélations liaient le problème et certaines compétences de notre bilan : classification, inclusion, numération, techniques des opérations, mémoire de travail, lecture. Les autres compétences (sériation, sens des opérations, structuration temporelle) ne sont pas isolées puisqu'elles sont corrélées aux précédentes. Notre hypothèse est donc vérifiée : toutes les compétences testées peuvent intervenir, à différents niveaux, lors de la résolution d'un problème arithmétique.

2 - Les différents modes d'intervention

2.1. La lecture, les mathématiques et la représentation ont une influence directe sur le problème

Cette hypothèse est vérifiée pour la lecture et les mathématiques lors de l'analyse de régression.

En ce qui concerne la représentation, il nous est difficile de conclure : l'épreuve que nous avons choisie (If2) n'était apparemment pas pertinente pour évaluer cette compétence. Comme la lecture et la mémoire de travail se sont avérées avoir un rôle très important dans le problème, nous envisageons l'hypothèse que la construction de la représentation expliquerait en partie ces interventions. Une analyse plus précise grâce à une épreuve plus adaptée serait intéressante.

2.2. La logique et la structuration temporelle interviennent indirectement

La structuration temporelle est un facteur indirect de la résolution de problème puisqu'elle figure parmi les facteurs explicatifs de la réussite en lecture : cette partie de notre hypothèse est donc vérifiée.

La logique, en revanche, n'intervient pas sur le problème selon le schéma explicatif obtenu : malgré des corrélations existantes, son rôle n'a pas pu être explicité. Notre hypothèse est que les compétences logiques étant acquises par les enfants de cet âge, elles n'auraient pas de rôle prépondérant dans la résolution de problème. Il serait intéressant de le vérifier chez des sujets plus jeunes.

2.3. La mémoire de travail agit sur la résolution de problème de manière directe et indirecte

À travers les épreuves d'empan endroit et envers, nous avons pu mettre en évidence un lien direct avec le problème ainsi qu'un lien indirect (par le truchement de la numération). Cependant, les critiques que nous avons émises concernant nos résultats nous invitent à modérer cette affirmation.

Nous tenons à rappeler que les fonctions exécutives n'ont pas été évaluées dans notre bilan. Leur mode d'intervention n'est par conséquent pas abordé ici.

APPORTS CLINIQUES

1 - Lorsque la plainte porte sur le problème

Nous avons vu que le problème met en jeu des compétences très diverses et que ce sont les compétences les plus variables qui sont les plus explicatives des résultats obtenus, c'est-à-dire celles qui sont en cours d'acquisition. Nous en concluons que les notes obtenues en résolution de problème dépendraient des compétences acquises ou non par les enfants d'un âge donné.

Alors que le problème classique est souvent amené comme une étape de généralisation des notions d'arithmétique vues en cours, il serait plutôt un exercice où les difficultés de l'enfant (numération ou lecture en CM2) gêneraient l'application des notions par ailleurs acquises (sens et la technique des opérations), et qui sont justement l'objet de l'évaluation.

Pour vérifier ce phénomène, il faudrait étudier les compétences prédictives de la réussite au problème dans d'autres classes : la logique interviendrait alors pour les enfants plus jeunes, la lecture aurait moins d'importance pour les plus âgés.

2 - Cibler les épreuves d'un bilan

Selon nos résultats, les épreuves les plus représentatives des performances en problème arithmétique pour un enfant de CM2 sont la compréhension en lecture, l'empan digital envers et la numération. Elles sont représentatives des domaines principaux qu'il est nécessaire de maîtriser pour cet exercice. En ce sens, il paraîtrait intéressant de cibler prioritairement ces épreuves dans un bilan orthophonique dont le motif est « des difficultés en problèmes », puis de compléter par un examen plus précis des compétences en lien : logique, opérations, efficacité en lecture ou structuration temporelle. De plus, il faudra songer aux notions non testées dans notre étude, telles que les fonctions exécutives, mais également à l'évaluation clinique du comportement de l'enfant.

La plurifactorialité de l'échec au problème est aussi un résultat de notre recherche important pour la pratique clinique. Les enfants ont apparemment été capables de compenser, lors de la résolution du problème, une faiblesse sur un point précis. Inversement, lorsque le problème était échoué, plusieurs défauts de compétences étaient impliqués.

3 - Rôle de l'affectif

Nous avons remarqué que les enfants peu confiants ont eu plus de difficultés que les autres. Un bilan et une rééducation efficaces sont donc subordonnés à une valorisation du patient, condition qui semble indispensable pour qu'il donne le meilleur de lui-même. De même, puisque les affects prennent une telle place dans la réussite, une prise en charge psychologique serait à envisager, notamment si le bilan ne montre pas de trouble spécifique expliquant les difficultés de l'enfant.

Il faut donc prendre en charge l'enfant dans sa globalité : scolarité et cognition, lecture et logique, affectivité et confiance ; le problème arithmétique met en jeu de nombreux objets et la rééducation ne doit pas se limiter à un seul de ces aspects.

LIMITES DE NOTRE RECHERCHE

1 - Champs d'investigation

Le problème arithmétique se situe au confluent de nombreux domaines qu'il a fallu explorer dans le cadre de ce mémoire. Loin de faire une synthèse de chacun d'eux, nous nous sommes concentrées sur les seuls aspects en lien direct avec notre sujet. L'analyse qui en a découlé est loin d'être exhaustive, ce n'est qu'une réponse modeste et imparfaite à nos interrogations.

2 - Révision des épreuves du bilan

2.1. Représentation

Il existe de nombreuses formes de représentation mentale en fonction de la situation et du sujet et donc de nombreuses façons de l'évaluer.

Nous avons choisi de prendre le score If2 de la LMC-R car toutes les représentations se créent en fonction des inférences faites par l'individu. De plus, ne pas avoir d'épreuve supplémentaire pour cette compétence nous permettait de ne pas surcharger un protocole de bilan déjà lourd. Il est apparu que les stratégies inférentielles évaluées par Khomsi (1999) à travers cette note s'appuient énormément sur une représentation des temps verbaux qui ne suffisent pas à la création d'une image mentale adaptée à la résolution d'un problème.

En effet, l'énoncé arithmétique est un texte très spécifique, dont la concision repose sur une morphosyntaxe et un lexique inhabituels et qui nécessite l'évocation de concepts mathématiques sous-jacents.

Une épreuve présentée par Blanc et Brouillet (2005) aurait pu rendre compte plus précisément de la capacité à se représenter la situation : le protocole de penser à voix haute. Pendant qu'il lit un texte, le sujet exprime à voix haute ses interrogations et réflexions. Cependant, nous pensions que cet exercice assez inhabituel serait trop complexe pour des enfants de CM2.

2.2. Mémoires

L'absence d'épreuves concernant les connaissances mathématiques est dommageable à notre recherche puisque la mémoire à long terme n'a pas pu être évaluée.

La mémoire de travail a pu être testée par un écran digital ; les résultats obtenus montrent qu'il y aurait peut-être des interférences dues à l'utilisation de ce matériel numérique. Il serait intéressant de le vérifier avec un écran verbal (mots ou logatomes).

2.3. Logique

Les épreuves de logique sont indispensables à tout bilan de troubles du calcul. Il nous paraissait important de les conserver dans le nôtre et aucune donnée ne nous permettait d'envisager leur retrait. Nous savions que la sériation, la classification et l'inclusion étaient en principe acquises par les enfants tout-venant de CM2. La vérification de ce fait par notre protocole est intéressante mais n'apporte aucun renseignement concernant notre problématique : les compétences acquises ne peuvent pas être analysées par les statistiques.

2.4. Fonctions exécutives

La planification, l'inhibition, la flexibilité et l'attention sont primordiales dans la résolution de problème. Leur évaluation dans notre protocole aurait peut-être modifié nos résultats car elles interviennent sûrement dans la hiérarchie des compétences nécessaires.

Le temps de passation du problème et des épreuves aurait pu donner une idée de leur contribution. Les fonctions exécutives entraînent un coût cognitif donc leur déficit provoque une lenteur dans l'exécution des tâches demandées. Ainsi, une difficulté à planifier ralentit la résolution du problème.

Il est important de toujours prendre en compte ces compétences lors d'une prise en charge orthophonique. Un bilan neuropsychologique peut être demandé en cas de doute.

CONCLUSION

L'objet de ce travail de recherche était de préciser le mode d'intervention des compétences à l'œuvre dans la résolution d'un problème arithmétique.

La théorie nous a orienté vers les domaines en jeu, à savoir les activités logico-mathématiques et le langage écrit, ainsi que d'autres plus généraux, tels que la mémoire et la représentation.

Grâce à notre expérimentation, nous avons pu comparer et analyser les notes obtenues au problème et les résultats aux différentes épreuves de bilan.

Toutes les compétences n'apparaissent pas dans nos conclusions, cependant, les corrélations nombreuses mises en évidence révéleraient l'intrication de leurs niveaux d'acquisition.

À partir du caractère plurifactoriel des processus en jeu dans la résolution de problème arithmétique, notre travail a pu mettre en évidence une hiérarchie dans les interventions de ces compétences.

La lecture aurait une influence directe et prépondérante sur la résolution. Il en serait de même mais avec une moindre importance pour les mathématiques, plus particulièrement la numération.

La structuration temporelle interviendrait indirectement car elle est indispensable à la lecture. La mémoire de travail agirait sur le problème de façon à la fois indirecte, à travers la numération, et directe.

Nous n'avons pu déterminer ni le rôle de la logique ni celui de la représentation. Les compétences logiques seraient en effet trop élémentaires pour troubler un enfant non-pathologique dans la résolution d'un problème arithmétique. Quant à la construction de la représentation, elle participerait probablement à l'importance des interventions de la lecture et de la mémoire de travail.

Sur le plan clinique, nous avons remarqué l'importance des facteurs personnels et environnementaux : les enfants confiants, à l'aise et socialement favorisés (ce sont souvent les mêmes) ont eu plus de facilités à passer notre protocole. Chaque individu réagit cependant de façon différente et si de grandes tendances ont pu être décrites, elles ne se retrouvent pas systématiquement chez tous les enfants.

Malgré nos résultats concernant la représentation, nous ne doutons pas de son importance dans la résolution d'un problème. Suite aux réactions que nous avons observées, nous avons l'intuition qu'aider l'enfant à se construire une représentation adaptée pourrait améliorer sa réussite au problème et modifierait sensiblement la hiérarchie des compétences que nous avons obtenue. Il en va de même pour les fonctions exécutives qui n'ont pas été évaluées.

Au-delà de nos conclusions, nous nous interrogeons sur les corrélations existant dans les autres niveaux scolaires : la logique perdrait-elle son rôle de prérequis pour devenir un facteur prédictif de la réussite au problème chez des enfants de classes antérieures ? Les épreuves d'évaluation du niveau formel le seraient-elles pour des collégiens, qui abordent des problèmes plus abstraits ? Par ailleurs, qu'observerait-on chez des enfants porteurs d'une pathologie telle que la dyslexie ou la dyscalculie ?

Enfin, cette recherche ne doit pas nous faire oublier la clinique, et grâce au travail fourni nous pouvons d'ores et déjà nous projeter dans notre propre pratique : face à une interrogation, le recours à la théorie nous permettra de formuler plusieurs hypothèses, puis, grâce à des outils précis, nous pourrons chercher à les vérifier, tout en les pondérant par l'aspect clinique et une approche globale de la personne.

BIBLIOGRAPHIE

Alexandre, C. (2001). Rôle de la compréhension de l'implicite dans l'échec électif en situation de résolution de problème arithmétique. Mémoire d'orthophonie de l'Université Victor Segalen, Bordeaux.

Anderson, J.R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, (MA): Harvard University Press.

Anderson, J.R. (1995). *Learning and memory : An integrated approach*. New-York : John Wiley & Sons.

Bacquet, M., & Guéritte-Hess, B. (1996). *Le nombre et la numération, pratique de rééducation*. Brive : Papyrus.

Bacquet, M., Poujol, G., Soulié, M., Decour, C., & Guéritte-Hess, B. (1993). *Le tour du problème*. Brive : Papyrus.

Bardet, A-G. (2003). *Structuration temporelle et troubles logico-mathématiques*. Mémoire d'orthophonie de l'Université Victor Segalen, Bordeaux.

Baroody, A. (1991). Procédures et principes de comptage : leur développement avant l'école. In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Eds.), *Les chemins du nombre* (pp.133-158). Lille : Presse Universitaire du Septentrion.

Baruk, S. (1992). *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*. Lonrai : Seuil.

Bideaud, J., Lehalle, H., & Villette B. (2004). *Conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*. Lille : Presses Universitaires du Septentrion.

Bideaud, J., Meljac, C., & Fischer, J-P. (1991). *Les chemins du nombre*. Lille : Presses Universitaires du Septentrion.

Blanc, N., & Brouillet, D. (2005). *Comprendre un texte, l'évaluation des processus cognitifs*. Paris : In Press.

Blanchet, A. (1992). *L'invention de problèmes*. Lausanne : CVRP.

Blanchet, A. (1995). *Mathématiques en situations, analyse des représentations d'élèves de 7^{ème} année face aux mathématiques et aux situations mathématiques*. Lausanne : CVRP.

-
- Borel-Maisonny, S., Casimir, Y., Ceschini, J., Uhl, A.-M., & Corte, C. (1967). *Borel-Maisonny Orientation, test d'orientation, de jugement et de langage*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.
- Brissiaud, R. (1989). Comment les enfants apprennent à calculer. Paris : Retz.
- Brissiaud, R. (2005). Comprendre la numération décimale : les deux formes de verbalisme qui donnent l'illusion de cette compréhension. *Rééducation Orthophonique*, 223, 225-237.
- Brousseau, G. (1994). Perspectives pour la didactique des mathématiques. In Artigue, M., Gras, R., Laborde, C. & Tavnignot, P. (Eds), *Vingt ans de Didactique des mathématiques en France* (pp 51- 66). Grenoble : La pensée Sauvage.
- Clément, E. (2005). Compréhension et résolution de problème : que nous apprennent les difficultés de l'apprenant. *Rééducation Orthophonique*, 223, 239-250 .
- Cohen, J., & Reberg, E. (2002). Les maths, c'est du sport!. *J'aime lire*, 305, 65-74.
- Costermans, J. (2001). Les activités cognitives : raisonnement, décision et résolution de problèmes. Bruxelles : De Boeck Université.
- Decour, C. (1993). Approche linguistique des énoncés ou « donne ta langue au chat... ». In Bacquet, M., Poujol, G., Soulié, M., Decour, C., & Guéritte-Hess, B. (Eds), *Le tour du problème* (pp.77-111). Brive : Papyrus.
- Descaves, A. (1992). *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*. Paris : Hachette éducation.
- Dolle, J.-M. (1974). *Pour comprendre Jean Piaget*. Toulouse : Pensée Privat, 1988.
- Dowker, A. (2004). Children's arithmetical difficulties. In T.R. Miles & E. Miles (Eds.), *Dyslexia and mathematics*. New York : RoutledgeFalmer.
- Duquesne, F. (2003). ECPN : des situations-problème pour évaluer les principales fonctions du nombre. *Glossa*, 83, 4-18.
- Éducation Nationale (2002). *Bulletin officiel de l'éducation nationale hors série n°1*. Retrieved 06, 29, 2005, from <http://www.education.gouv.fr/bo/2002/hs1/cycle3.htm>
-

-
- Fayol, M. (1990). L'enfant et le nombre, du comptage à la résolution de problème. Paris : Delachaux & Niestlé.
- Fayol, M. (1991). Du nombre à son utilisation : la résolution de problèmes additifs. In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Eds.), *Les chemins du nombre* (pp.259-270). Lille : Presse Universitaire du Septentrion.
- Fayol, M., Camos, V., & Roussel, J.L. (2000). Acquisition et mise en œuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. In M. Pesenti & X. Seron (Eds.), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.33-58). Marseille : Solal.
- Fénichel, P., Moriez, C., & Pauvert, M. (1999). *L'heure des maths CE2, livre du maître*. Paris : Hatier.
- Fuson, K. (1991). Relations entre comptage et cardinalité. In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Eds.), *Les chemins du nombre* (pp.159-180). Lille : Presse Universitaire du Septentrion.
- Gaonac'h, D., & Larigauderie, P. (2000). *Mémoire et fonctionnement cognitif : la mémoire de travail*. Paris : Armand Colin.
- Jacquier-Roux, M., Valdois, S., Zorman, M., Lequette, C., Pouget, G. (2005). *Odédys, outil de dépistage des dyslexies, version 2*. Retrieved 01, 10, 2005, from <http://www.grenoble.iufm.fr/recherch/cognisciences>
- Jaulin-Mannoni, F. (1999). La sirène et le dragon, raison et déraisons dans la construction de la pensée occidentale. Paris : éditions Apect.
- Khomsy, A. (1999). *Lecture de Mots et Compréhension – Révisée*. Paris : ECPA.
- Lebreton, A. (2001). Apport de la « théâtralisation » et de la schématisation dans la résolution de problèmes mathématiques. Mémoire d'orthophonie de l'Université François Rabelais, Tours.
- Meljac, C., & Lemmel, G. (1999). *Batterie UDN-II : manuel d'utilisation et matériel*. Paris : ECPA.
- Ménissier, A. (2003). Les variations stratégiques chez l'enfant dans le calcul d'additions et de soustractions élémentaires. *Glossa*, 83, 20-33.
-

-
- Ménissier, A. (2005a). Les mots du vocabulaire mathématique. *Rééducation Orthophonique*, 222, 121-148.
- Ménissier, A. (2005b). Exercices de style sur la logique des états et des relations ou comment faire beaucoup avec peu... *Rééducation Orthophonique*, 223, 251-274.
- Monti, B., & Plourdeau, C. (2003). *Opérations mentales en résolution de problèmes*. Caen : CRDP.
- Noël, M.P. (2000). La dyscalculie développementale : un état de la question. In M. Pesenti & X. Seron (Eds.), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.59-80). Marseille : Solal.
- Pesenti, M., & Seron, X. (2000). Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres. Marseille : Solal.
- Piaget, J. (1946). Le développement de la notion de temps chez l'enfant. Paris : PUF, 1973 .
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1959). *Genèse des structures logiques élémentaires*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, 1991.
- Poujol, G. (1993). Origines du problème. In Bacquet, M., Poujol, G., Soulié, M., Decour, C., & Guéritte-Hess, B. (Eds), *Le tour du problème* (pp.19-44). Brive : Papyrus.
- Riley, M.S, Greeno, J.G., & Heller, J.I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (Eds.), *The development of mathematical thinking* (pp.153-196). New-York : Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. San Diego : Academic Press, Inc.
- Seron, X., & Pesenti, M. (2000). Neuropsychologie des troubles du calcul : une introduction. In M. Pesenti & X. Seron (Eds.), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.85-125). Marseille : Solal.
- Sierpinska, A. (1995). *La compréhension en mathématiques*. Mont-Royal, Québec : Modulo éditeur.
-

Sophian, C. (1991). Le nombre et sa genèse avant l'école primaire. In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Eds.), *Les chemins du nombre* (pp.35-58). Lille : Presse Universitaire du Septentrion.

Steffe, L. (1991). Stades d'apprentissage dans la construction de la suite des nombres. In J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Eds.), *Les chemins du nombre* (pp.113-132). Lille : Presse Universitaire du Septentrion.

Taurisson, A. (1988). *Les gestes de la réussite en mathématiques à l'élémentaire*. Montréal : Éditions Agence d'ARC Inc.

Thévenot, C. (2000). La résolution de problèmes arithmétiques : l'apport des modèles mentaux. Thèse de doctorat de l'Université de Bourgogne.

Van Hout, A., & Meljac, C. (2000). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. Paris : Masson.

Vergnaud, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 96, 79-86.

Vergnaud, G. (1997). Problèmes en cycle 3 : fichier pédagogique. Paris : Nathan.

ANNEXES

ANNEXE I : DESCRIPTION ET COTATION DES EPREUVES ET TESTS UTILISES POUR LE BILAN ORTHOPHONIQUE DE L'EXPERIMENTATION

1 - Classification multiplicative titre niveau 3

Meljac, C., & Lemmel, G., UDN-II, ECPA, 1999

1.1. Objectifs

- Évaluer la classification
- Vérifier la mobilité de pensée (changement de critère)

1.2. Matériel

- jeu de cartes multiplicatif
- 27 cartes : 3 critères : forme X couleur X taille (petit, moyen grand)

1.3. Présentation

L'enfant doit trier le matériel proposé : dégager les critères de construction du matériel 1 par 1 (dégager 1 critère et faire abstraction des autres)

1.4. Passation

Tendre le paquet de cartes à l'enfant : *« tu vois toutes ces cartes, elles représentent des objets qui ne sont pas pareils, mais certains vont cependant bien ensemble. Mets ensemble ce qui va bien ensemble. »*

NB : à chaque tri, l'enfant doit justifier son rangement

- si échec :
 - si 9 tas : *« Est-ce que tu peux faire moins de tas ? »*
 - aide au regroupement : *« est-ce que je peux mettre ces cartes ensemble ? »* (pas de pièges, cartes qui vont vraiment ensemble ; à partir des tris qu'il a déjà fait)
 - amorce rapide : mettre 3 cartes ensemble (ex. les 3 pulls)

- démonstration avec contraste : aligner 5 cartes de la même catégorie et demander : « *est-ce que ça va bien ensemble ?* » (pas à partir des tris de l'enfant)
- si réussite (avant ou après facilitation) : mélanger les cartes et dire : « *ton premier classement était excellent, mais il y a encore une autre façon de mettre ensemble ce qui va bien ensemble.* »

1.5. critère d'arrêt : échec au 1^{er} tri et après facilitation

- → possibilité de proposer une épreuve de classification avec des jetons (forme X couleur) → voir si l'enfant a dépassé ou non le stade des collections figurales (“dessiner” une maison, 1 bonhomme...)

1.6. Cotation


Pour notre mémoire, nous avons choisi la cotation suivante : la note correspond au nombre de critères dégagés sans aide :

- Dégagement des trois critères, sans aide : 3 points
- Dégagement de 2 critères, sans aide (ou de 3 critères mais avec une aide) : 2 points
- Dégagement d'1 critère sans aide (ou de 2 critères mais avec une aide) : 1 point

Aucun critère dégagé (ou dégagement d'1 critère mais avec une aide) : 0 point

2 - Inclusion / classification additive (bouquet de fleurs)

Meljac, C., & Lemmel, G., UDN-II, ECPA, 1999

Population / Âge		Matériel
Acquis vers 8 ans	5 min environ	Fleurs en tissu : 15 marguerites et 5 violettes

2.1. Objectifs

- Repérer comment l'enfant hiérarchise les classes.
- Repérer si les sous-classes font partie des classes ou sont indépendantes.

2.2. Présentation

- On présente à l'enfant un bouquet de fleurs.
- On lui pose des questions sur les rapports d'extension entre marguerites et fleurs.

2.3. Passation

On dispose le bouquet devant l'enfant, sur la table.

- « *Tu vois ce bouquet de fleurs, il est composé de ... (essayer de faire dire les noms : violettes et marguerites). On va bien regarder comment il est fait. »*

On fait nommer à l'enfant les fleurs une par une :

- « *Et ça c'est une..., et ça c'est une... »*
- « *Je les remets bien toutes en bouquet. Attention, je vais te poser une devinette. Elle n'est pas si facile. alors tu vas bien écouter ce que je te dirai. »*

QUESTION INITIALE

- « *Dans ce bouquet, est-ce qu'il y a plus de fleurs ou plus de marguerites ? »* (toujours mettre la bonne réponse en 1er pour éviter une bonne réponse par écholalie)
- Réponses erronées :
 - « *Plus de marguerites »* → demander « *Plus de marguerites que de quoi ?* » généralement, les enfants répondent « *que de violettes »*
 - ⇒ « *Bien sûr, mais ce n'est pas la question que je t'ai posée. »* Reposer la question.
 - « *Pareil »* → procédure d'aide

– Bonne réponse : « Plus de fleurs » → extensions

PROCEDURE D'AIDE (MANIPULATION)

- Toutes les fleurs sont posées sur la table.
- Demander à l'enfant de faire un bouquet avec toutes les marguerites puis de les reposer.
- Refaire un bouquet avec toutes les fleurs.

- « avec quoi as-tu fait le plus gros bouquet ? »
- si enfant répond : « avec les fleurs », lui reposer la question initiale
- si enfant échoue : arrêt

EXTENSIONS

- « *Sur la terre, il y a plus de fleurs ou plus de marguerites ?* » (capacités de généralisation et d'abstraction)
- « *Imagine que je mette une marguerite, une marguerite, une marguerite... comme cela pendant longtemps. Y aura-t-il un moment où je trouverai plus de marguerites que de fleurs ?* » (situation abstraite : il faut être sûr de son raisonnement)
- « *Peut-on faire quelque chose pour avoir plus de marguerites que de fleurs ?* » (souvent, enfant répond : « *il faut enlever les violettes* »)

2.4. Cotation

Pour notre mémoire, nous avons choisi la cotation suivante : 1 point par extension réussie :

- Réussite aux trois extensions : 3 points
- Réussite aux deux premières extensions, échec à la troisième : 2 points
- Réussite à la première extension, échec à la deuxième : 1 point
- Réussite à la question avec le support du bouquet (échec à la 1^{ère} extension) : 0 point
- Réussite à la question, mais avec nécessité de la procédure d'aide : 0 point

Echec à la question, même avec la procédure d'aide : 0 point

3 - Numération

3.1. Objectifs

- Vérifier que l'enfant a compris la numération de position dans ses aspects quantitatifs
- Vérifier qu'il a mis en place l'équivalence numérique nécessaire à la mise en place de la base 10

3.2. Présentation

- Représenter les unités et les dizaines à l'aide de jetons

3.3. Passation

- Donner à l'enfant les jetons en 1 tas (par exemple 24 jetons).
- « *Peux-tu me dire combien il y a de jetons devant toi ?* » (observer les stratégies de dénombrement)
- Lui faire noter le nombre trouvé en grand sur une feuille.

LEXIQUE

- « *Dans 24, le 2, c'est des quoi ?* (ou autre nombre si l'enfant en a trouvé un autre)
- « *Dans, 24, le 4, c'est des quoi ?* »
 - l'enfant ne connaît pas les termes « unités » et « dizaines » et ne répond pas aux 2 1^{ères} questions → arrêt de l'épreuve
 - l'enfant connaît les termes « unités » et « dizaines » mais les inverse → on peut tenter de poursuivre l'épreuve pour voir s'il prendra conscience de son erreur
 - l'enfant connaît les 2 termes et les lie correctement aux 2 chiffres → poursuivre

NOMBRE DE JETONS REPRESENTES POUR 2 DIZAINES

- « *Prends tes 24 jetons et mets les unités sur le 4 et les dizaines sur le 2.* »
 - place 4 jetons sur les unités et 2 sur les dizaines
- « *Et les jetons qui restent, c'est quoi ?* » ou « *2 jetons et 4 jetons, ça fait 6 jetons ou ça fait 24 jetons ?* »
 - place 4 jetons sur les unités et 10 jetons sur les dizaines
- « *C'est quoi les jetons qui restent ?* »
- si échec de nouveau → nombre de jetons représentés pour 1 unité et 1 dizaine
 - place 4 jetons sur les unités et 20 jetons (ou 2 tas de 10) sur les dizaines (le 2) → généralisation

NOMBRE DE JETONS REPRESENTES POUR 1 UNITE ET 1 DIZAINE (SI ECHEC A QUESTION PRECEDENTE)

- « *Prends dans tes jetons et donne-moi une unité.* »
- « *Prends dans tes jetons et donne-moi une dizaine.* »
 - pour une unité, l'enfant donne un jeton, pour une dizaine, un jeton aussi → tenter d'approfondir : « *une unité et une dizaine, c'est pareil ?* »

- pour une unité, l'enfant donne un jeton, pour une dizaine, il en donne plusieurs
- pour une unité, l'enfant donne un jeton, pour une dizaine, il en donne dix → reprendre 24

GENERALISATION

- « *Combien faut-il d'unités pour fabriquer une dizaine ?* »
- « *Combien faut-il de dizaines pour fabriquer une centaine ?* »
- « *Combien faut-il d'unités pour fabriquer une centaine ?* »

si réussite :

- « *Combien faut-il de dizaines pour fabriquer un millier ?* »
- « *Combien faut-il de centaines pour fabriquer un million ?* »

3.4. Cotation

Pour notre mémoire, nous avons choisi la cotation suivante :

- réponses justes jusqu'à la 5^{ème} question de généralisation : 6 points
- réponses justes jusqu'à la 4^{ème} question de généralisation : 5 points
- réponses justes jusqu'à la 3^{ème} question de généralisation : 4 points
- réponses justes jusqu'à la 2^{ème} question de généralisation : 3 points
- réponses justes jusqu'à la 1^{ère} question de généralisation : 2 points
- réponses justes jusqu'à « 20 jetons pour 2 dizaines » : 1 point
- réponses justes jusqu'à « 10 jetons pour 1 dizaine » : 0,5 points

réponses justes pour le lexique uniquement : 0 point

4 - Sens des opérations

Meljac, C., & Lemmel, G., UDN-II, ECPA, 1999

4.1. Objectifs

- Vérifier si l'enfant perçoit les opérations comme des transformations (qui se déroulent dans le temps et/ou dans l'espace) (état initial → action → état final)

- vérifier si l'enfant a compris le sens des 4 opérations, c'est-à-dire les 4 transformations possibles, à travers des manipulations

4.2. Présentation

L'enfant doit manipuler des jetons pour « montrer » ce que veulent dire les opérations.

4.3. Passation

- On propose à l'enfant 1 boîte de jetons.
- On lui demande de manipuler les 4 opérations suivantes : $6+2$ / $6-2$ / 6×2 / $6 : 2$
 - « $6+2$ ça fait ... (on attend une réponse) ? Montre-moi comment tu ferais $6+2$ avec les jetons et comment tu trouverais ... (la réponse donnée). »

L'enfant peut manipuler l'opération même s'il ne connaît pas le résultat au préalable ; si la manipulation est correcte, elle lui permettra de trouver le résultat.

- si l'enfant reproduit l'opération visuellement ou
- si l'enfant ne reproduit pas l'opération visuellement de manière complète, mais l'opération n'est pas une transformation qui se déroule dans le temps :
 - demander : « ça veut dire quoi quand on fait + ? » (on attend la réponse « ajouter ») ; « avec tes jetons, tu as ajouté ? »
 - ⇒ s'il répond oui : on ne dit rien
 - ⇒ s'il dit non : proposer un raisonnement par l'absurde : affirmer : « moi je dis que $6+2 = 1$, qu'en penses-tu ? (comment tu sais que c'est 8, pourquoi c'est 8 ?) »

Puis on enlève tous les jetons, on les lui redonne et on demande l'opération suivante :

- $6-2$
 - idem ; comprendre la notion d'enlever
- 6×2
 - idem ; comprendre la notion de répéter
- $6 : 2$
 - idem ; comprendre la notion de partager

4.4. Cotation

Pour notre mémoire, nous avons choisi la cotation suivante :

- l'enfant manipule correctement l'opération (transformation dans le temps) : 2 points
- l'enfant ne reproduit pas l'opération visuellement de manière complète, mais l'opération n'est pas une transformation qui se déroule dans le temps : 1 point

l'enfant reproduit l'opération visuellement : 0 point

5 - Techniques opératoires

5.1. Objectifs

- Vérifier si l'enfant connaît les techniques des 4 opérations et sait les appliquer (indépendamment du sens)
- Vérifier la gestion de l'espace lors de l'écriture et du calcul

5.2. Présentation

- Dictier des opérations à l'enfant qui les pose et les calcule (feuille blanche sans carreaux)

5.3. Passation

L'enfant raconte à voix haute sa procédure pendant le calcul.

Opérations proposées

- $45+8+372$ (bien aligner les chiffres)
 - si l'enfant est très gêné par la disposition spatiale, proposer $145+208+372$ (pas de problème d'alignement car tous les 3 ont 3 chiffres)
 - si l'enfant est gêné par les retenues, proposer 1 opération avec une seule retenue : $15+8+372$ ou pas de retenue : $13+6+370$
- $215+39$
 - si l'enfant est gêné par la disposition spatiale, proposer $215-139$

- si l'enfant est gêné par les retenues, proposer 1 opération avec une seule retenue : 285-39 ou pas de retenue : 285-34
- 416X25
 - 416X5
 - 413X21 ou 413X2
- 452 :25
 - si l'enfant est gêné par la présence d'un reste, proposer : 450 :25


5.4. Cotation

Pour notre mémoire, nous avons choisi la cotation suivante :

- l'enfant résout parfaitement l'opération (résultat correct, aucun oubli...) : 2 points
- l'enfant se montre capable de résoudre l'opération, mais effectue quelques erreurs (oublie une retenue par exemple) : 1 point

l'enfant échoue l'opération (ne sait pas du tout comment faire, ne connaît pas la technique) : 0 point

6 - Sériation (ronds dessinés)

Population / Âge		Matériel	
A partir de 4 ans	2 minutes	1 feuille blanche	Des feutres

6.1. Objectifs

- Compréhension d'une consigne verbale
- Compréhension du fait que « petit » et « grand » sont des relations (+ grand/petit que) et pas des états (on n'est pas petit en soi)

6.2. Présentation

L'enfant doit dessiner des ronds de tailles différentes.

6.3. Passation

On dessine 2 ronds de tailles et de couleurs différentes

On demande à l'enfant de dessiner :

- 1 rond + grand que le bleu et + grand que le vert (un seul rond) (mise en condition)
- 1 rond + petit que le bleu et + petit que le vert (mise en condition)
- 1 rond + grand que le bleu et + petit que le vert (un rond grand et petit à la fois)
- 1 rond + petit que le bleu et + grand que le vert (voir si l'enfant est sûr de son raisonnement)

6.4. Cotation

Pour notre mémoire, nous avons choisi la cotation suivante :

- l'enfant répond correctement aux 3 premières consignes et affirme l'impossibilité de répondre à la 4^{ème} : 2 points
- l'enfant répond correctement aux 3 premières consignes et mais ne peut affirmer l'impossibilité de répondre à la 4^{ème} (il essaie : soit il en est satisfait, soit il ne l'est pas mais pense que la solution existe) : 1 point

l'enfant ne peut pas répondre correctement aux consignes (par exemple, dessine toujours deux ronds) : 0 point

7 - Transcodages : lecture et dictée de nombres

E. Métral

7.1. Objectifs

Vérifier que l'enfant a compris les systèmes de codage de la numération de position en lecture et en écriture

Vérifier que l'enfant sait coder (écrire) et décoder (lire) la syntaxe numérique

7.2. Présentation

Lecture et dictée de nombres

7.3. Passation

On adapte la longueur des nombres à la classe de l'enfant

-
- CP : 2 chiffres (10)
 - CE1 : 3 chiffres (1000)
 - CE2 : 4 à 6 chiffres
 - CM et + : 7 chiffres et +

On commence toujours par des petits nombres et on augmente la taille en fonction des réussites

Il y a des nombres « pièges » à tester systématiquement

- entre 11 et 16 (mélangés à d'autres et pas dans l'ordre) (car syntaxe additive commençant pas les unités : sei-ze = 6+10)
- entre 70 et 79 (syntaxe additive où la parole ne correspond pas à l'écriture numérique : soixante-quin-ze = 60+5+10)
- entre 80 et 89 (syntaxe multiplicative et additive : quatre-vingt-trois = 4X20+3)
- entre 90 et 99 (syntaxe multiplicative et additive et la parole ne correspond pas à l'écriture numérique : quatre-vingt-sei-ze : 4X20+6+10)

les nombres à 3 chiffres et + ayant 1 ou plusieurs 0 intercalés (ex. 302, 2014, 3508, 6009, 85027, 60125, 30201)

8 - Mémoire a court terme – mémoire de travail (issue de : Odédys)

Jacquier-Roux, M., Valdois, S., Zorman, M., Lequette, C., Pouget, G., Odédys2, non édité, 2005

8.1. Objectifs

- Évaluer la mémoire séquentielle, auditivo-verbale à court terme
- Évaluer la mémoire séquentielle, auditivo-verbale de travail

8.2. Matériel

Séries de nombres :

<i>Items</i>			
2-9	2-6-7-1	8-3-6-2-4	3-5-1-8-7-9-2
1-5-3	3-9-4-6	6-3-2-1-4-8	2-8-9-4-6-1-7-3
7-2-4	4-7-2-9-5	5-7-9-3-6-4	

8.3. Présentation

Demander à l'enfant de répéter les chiffres à l'endroit, puis, dans un 2nd temps, à l'envers.

8.4. Passation

Enoncer des séries de chiffres au rythme d'environ 1 par seconde.

EMPAN ENDROIT

- « Tu vas répéter après moi : 2 – 9. »

Présenter les séries ci-dessus.

S'arrêter lorsque 2 séries identiques (même nombre de chiffres) sont échouées.

EMPAN ENVERS

- « Tu vas les répéter à l'envers, c'est-à-dire en commençant par la fin. »

Donner un exemple. Puis continuer comme précédemment.

8.5. Cotation

- L'empan est le nombre de chiffres de la plus longue suite donnée juste.

9 - Chronologie (issue de : Borel-Maisonny orientation)

S. Borel-Maisonny, Y. Casimir,
J. Ceschini, A-M. Uhl, C. Corte
EAP, 1967

9.1. Objectifs

Evaluer la façon dont l'enfant se repère dans le temps (déroulement temporel)

9.2. Âge

réussite entre 7 ans $\frac{1}{2}$ et 8 ans

9.3. Matériel

les 4 images de La Caisse (BMO)

9.4. Présentation

Sérier des images et raconter

9.5. Passation

- Présenter les images à l'enfant : « **Voici 4 images.** »
- Lui demander de les sérier : « **Est-ce que tu peux les mettre dans l'ordre pour que ça fasse une histoire ?** »
- Puis : « **Raconte-moi ton histoire.** »

9.6. Cotation

Pour notre mémoire, nous avons choisi la cotation suivante : 1 point pour chaque item suivant :

- l'enfant met les images dans le bon ordre
- l'enfant comprend le but du personnage (clouer la caisse)

- l'enfant comprend le problème du personnage (la caisse se décloue)
- l'enfant exprime la solution trouvée par le personnage (poser une pierre pour tenir le couvercle)
- l'enfant conclue l'histoire (la pierre s'envole)
 - total sur 5 points

10 - Lecture en une minute (lum) (issu de : lmc-r)

A.Khoms
ECPA, 1999

Population / Âge	⌚	Matériel
du CE1 à la 5 ^{ème}	1 minute	<ul style="list-style-type: none"> • une feuille de passation pour l'enfant : 105 mots (non numérotés) écrits en colonnes Les mots sont rangés par ordre de difficulté (familiarité, transparence) (sauf quelques exceptions) <ul style="list-style-type: none"> • une feuille de notation avec les mêmes mots numérotés

10.1. Objectif

Evaluer la vitesse (automatisation) et la précision de la lecture

10.2. Présentation

Lecture de mots, à voix haute et chronométrée (une minute)

10.3. Passation

On donne la liste de mots, la consigne puis on dit « top » pour le départ, et « top » au bout d'une minute.

« Je vais te présenter une liste de mots. Tu vas devoir les lire à voix haute, le plus rapidement possible pendant une minute et sans faire de fautes. Les mots se lisent dans ce sens, de haut en bas en colonne (montrer). Tu as compris ? Donc dès que je te donne le « top » du départ, tu dois lire le plus de mots possible, sans te tromper, jusqu'à ce que je te donne le « top » de la

fin. N'oublie pas que tu dois lire les mots dans ce sens (montrer une nouvelle fois), vite et sans erreurs. »

10.4. Notation

- « I » pour les oralisations incorrectes
- « S » pour les mots « sautés »


10.5. Cotation

- IL : nombre d'items lus
- EO : nombre d'erreurs d'oralisation (1 mot faux = 1 faute, quelque soit le nombre d'erreurs)

LUM : nombre d'items lus correctement en une minute (= IL - EO)

11 - Compréhension en lecture (cl) (issue de : LMC-R)

A.Khoms
ECPA, 1999

Population / Âge		Matériel
de fin CP à 5 ^{ème}	15 min	<ul style="list-style-type: none"> • 1 livret de 32 planches de 4 images • 2 types d'énoncés <ul style="list-style-type: none"> → 16 énoncés à contenu « imageable » (I_g) : une représentation de l'image cible peut être construite à partir de la lecture de l'énoncé → 16 énoncés (5 jusqu'au CE2) à contenu « inférentiel » (I_f) : un calcul inférentiel est nécessaire (temps, causalité...)

11.1. Objectif

Evaluer la compréhension de textes écrits et les stratégies employées (imagées ou inférentielles).

11.2. Présentation

Choisir une image sur une planche de 4, à partir d'un énoncé écrit.

11.3. Passation

Lecture silencieuse (de préférence)

Âge

- CP à fin CE2 : les 21 premiers items
- CM1 à 5^{ème} : tous les items (32)

ITEMS DE PRESENTATION

2 planches

« On va jouer à montrer des images : moi, je vais te présenter à chaque fois 4 images et une étiquette sur laquelle il y a des phrases écrites. Toi, tu vas lire ce qu'il y a sur l'étiquette et me montrer l'image où il y a ce qui est écrit. Tu peux lire silencieusement, dans ta tête, ou à voix haute, comme tu préfères : je n'ai pas besoin d'entendre comment tu lis, juste que tu me montres l'image qui va avec ce qui est écrit. Par exemple : là (01), quelle est l'image où il y a ce qui est écrit ? »

- Bonne réponse → image suivante

« Maintenant (02), montre-moi l'image où il y a ce qui est écrit. »

- Réponse erronée → demander immédiatement une 2^{ème} désignation (ne pas insister, ce doit être implicite)

« Regarde bien ce qui est écrit et montre-moi l'image où il y a ce qui est écrit. »

Quelle que soit la réponse → item 02

Si échec → arrêt

PASSATION

Même présentation des items

- Bonne réponse → image suivante

- Réponse erronée → demander immédiatement une 2^{ème} désignation (ne pas insister, ce doit être implicite)
 - « *Regarde bien ce qui est écrit et montre-moi l'image où il y a ce qui est écrit.* »

Quelle que soit la réponse → item suivant

11.4. Cotation

- Ig1 : total des points obtenus à la 1^{ère} présentation des énoncés Ig
- If1 : total des points obtenus à la 1^{ère} présentation des énoncés If
- CI : compréhension immédiate = Ig1 + If1
- Ig2 : total des points obtenus aux 2 présentations des énoncés Ig
- If2 : total des points obtenus aux 2 présentations des énoncés If
- CG : compréhension globale = Ig2 + If2

ANNEXE II : ÉNONCÉ ET GRILLE D'ÉVALUATION DU PROBLÈME UTILISÉ DANS L'EXPÉRIMENTATION

1 - Problème

1.1. Énoncé

Un maire commande des enveloppes de format 22 cm sur 16 cm pour envoyer ses vœux aux 69081 habitants de sa commune. Il achète 49 cartons de 58 paquets de 27 enveloppes. Combien d'enveloppes restera-t-il ?

1.2. Grille d'évaluation

- Bonne représentation de la situation (peut raconter l'histoire) : 1 point
- Trouve les deux étapes nécessaires : 1 point
- Utilise les nombres appropriés : 1 point
 - si tous (49, 58, 27, 69081) : +1 point
 - si 16 ou 22 (nombres inutiles) : -1 point
- Choix du bon opérateur : 1 par bon opérateur (X, X, -) : 3 points
- Résultat final correct : 1 point

		Résultats bruts à toutes les épreuves et au problème													
		CLASSMUL	CLASSHIE	NUM	SERI	SENSSOU	SENSMULT	TECHNSOU	TECHMULT	MCT	MDT	CHRONO	LUM	I2	CI
Benjamin	0	2	0	2	2	2	1	2	1	6	4	3	65	14	19
	1	1	3	0,5	2	2	2	2	2	4	4	1	80	13	24
Virginie	1	1	2	0,5	1	2	0	0	0	3	3	3	32	13	20
	2	1	0	0	2	1	0	2	2	5	3	4	72	12	19
	2	3	3	1	2	2	0	1	2	4	4	4	53	13	20
	2	1	2	2	2	2	1	2	1	5	3	2	59	14	20
	2	3	1	0	2	2	2	0	2	5	4	5	46	10	24
	3	3	3	0	2	2	1	2	2	5	3	5	67	15	24
	3	2	3	0,5	2	2	2	2	2	6	5	5	99	15	23
	3	2	1	0	2	2	2	2	2	4	3	3	93	14	21
	3	2	1	2	2	2	2	0	1	4	4	3	54	13	21
	4	3	0	0	1	2	2	2	2	5	3	5	71	12	27
	4	3	3	0,5	2	2	2	2	2	5	4	1	40	14	17
	4	2	3	2	2	2	2	2	2	6	4	4	99	15	24
	4	2	3	0,5	2	1	1	2	0	6	3	3	46	12	22
Vint-Huy	4	2	3	6	2	2	2	2	2	6	4	4	86	11	23
	5	3	3	2	2	2	2	2	2	5	4	4	67	13	24
	5	3	2	4	2	1	1	2	0	5	3	1	59	14	22
	5	1	3	2	2	2	2	1	2	5	3	1	82	12	22
	5	3	3	2	2	2	2	2	2	7	4	5	101	14	26
	5	3	3	4	2	2	2	2	2	5	4	5	104	11	23
	6	3	1	0	2	2	2	2	1	5	4	3	96	12	20
Jacques	6	1	3	0	2	2	1	2	2	5	4	4	59	14	24
	6	2	3	4	2	2	2	2	2	6	4	5	94	15	26
	6	3	0	4	2	2	1	2	2	5	3	5	53	14	27
	6	3	1	3	2	2	1	2	2	5	3	3	94	10	21
	6	3	3	5	2	2	2	2	2	7	5	5	47	13	21
	7	2	1	0	2	2	0	2	2	5	5	3	81	12	24
	7	3	1	0	2	2	2	2	2	5	4	5	102	15	25
Éloïse	7	3	3	5	2	2	1	2	2	6	5	5	93	14	29
Paul	7	3	2	6	2	2	2	2	2	6	6	2	90	15	27
	7	3	3	0,5	2	2	0	2	2	6	5	3	103	10	24
Madeleine	7	2	3	5	2	2	2	2	2	8	4	2	67	15	25
	7	3	3	5	2	2	1	2	2	7	4	5	101	14	26
Ariane	8	3	2	2	2	2	1	0	2	5	5	4	51	14	19
Annabelle	8	3	3	5	2	2	2	2	0	6	5	4	101	16	29
Bertille	8	3	3	0,5	2	2	2	2	2	4	4	5	83	14	24
Antoine	8	1	2	6	2	2	2	2	2	5	3	4	85	15	25
Justin	8	3	3	6	2	2	2	2	2	7	6	5	77	14	26
	8	3	2	5	2	2	2	2	2	7	7	5	103	14	24
Pierre	8	3	3	5	2	2	2	2	2	7	6	3	96	14	26

TABLE DES ILLUSTRATIONS

1 - Liste des Tableaux

Tableau 1 : Répartition des enfants en fonction de leur score obtenu au problème lors du prétest avec la première grille -----	38
Tableau 2 : Répartition des enfants en fonction de leur score obtenu au problème lors du prétest avec la seconde grille -----	38
Tableau 3 : Répartition des enfants selon leur note au problème -----	43
Tableau 4 : Moyenne et écart-type de la note au problème chez les 42 enfants -----	44
Tableau 5 : Moyenne et écart-type des résultats aux épreuves du bilan -	44
Tableau 6 : Corrélations des variables -----	46
Tableau 7 : Tableau simplifié des corrélations des composantes entre elles -----	48
Tableau 8 : Régression multiple hiérarchisée avec PB comme variable critère -----	49
Tableau 9 : Régression multiple hiérarchisée avec CI comme variable critère -----	51
Tableau 10 : Régression multiple hiérarchisée avec NUM comme variable critère -----	52

2 - Liste des Figures

Figure 1 : Schéma résumé : les facteurs influençant directement PB ----	50
Figure 2 : Schéma résumé : les facteurs influençant PB directement et indirectement -----	52

TABLE DES MATIERES

Organigrammes	2
1- Université Claude Bernard Lyon 1	2
1.1. Fédération Santé :	2
1.2. Fédération Sciences :	2
Résumé	4
Remerciement	5
Sommaire	6
Introduction	10
PARTIE THEORIQUE	12
Le Développement Logico-Mathématique De L'enfant	13
1 - La pensée logique et sa construction	13
1.1. Développement général de la pensée	13
1.2. Les structures logiques	14
2 - Numération et conquête du nombre.....	16
2.1. Les premières capacités numériques	16
2.2. Lien entre structure logique et construction du nombre.....	17
2.3. Numération verbale.....	17
2.4. Dénombrement.....	18
2.5. Les opérations	19
Le Problème, Ce N'est Pas Que De La Logique Et Des Maths	20
1 - Linguistique des énonces de problème arithmétique	20
1.1. Aspects lexico-sémantiques.....	20
1.2. Aspects morphosyntaxiques	21
1.3. Les types d'énoncé.....	22
1.4. Le contexte extralinguistique.....	22
2 - La représentation, une traduction qui permet la compréhension	23
2.1. Les différents niveaux de représentation.....	23
2.2. Fonctionnement de la mémoire.....	24
2.3. La création de la représentation.....	24
2.4. À quoi sert la représentation ?.....	25
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	27
EXPERIMENTATION.....	29
Présentation De La Population	30

1 - Choix de la classe d'âge	30
2 - Composition de la population	30
2.1. Effectif	30
2.2. Choix des écoles	30
2.3. Pourquoi tester toute la classe ?	31
3 - Critères d'exclusion	31
4 - Population finale	31
Protocole Expérimental	31
1 - Choix des compétences	31
1.1. Dans le domaine logico-mathématique	31
1.2. Dans la compréhension de texte	32
2 - Méthode expérimentale	33
2.1. Présentation du protocole	33
2.2. Présentation des épreuves utilisées	33
2.3. Présentation du problème	34
Analyse	39
Hypothèses Opérationnelles	40
PRESENTATION DES RESULTATS	41
Résultats bruts	42
1 - Nouvelle sélection des épreuves	42
2 - Données recueillies	43
Analyse statistique	44
1 - Moyennes et Ecart-Type	44
1.1. Problème	44
1.2. Composantes	44
2 - Matrice de corrélation	47
2.1. Corrélation du problème avec les composantes	47
2.2. Corrélations des composantes entre elles	48
3 - Analyse hiérarchique de régression multiple	49
3.1. Facteurs directs	49
3.2. Facteurs indirects	50
Analyse clinique du problème	53
1 - Réactions face a l'énoncé	53
2 - Les « pièges » ont-ils marche ?	53

2.1. Champ lexico-sémantique	53
2.2. Niveau morphosyntaxique	53
2.3. Choix de l'opération	54
3 - Les stratégies de résolution	54
DISCUSSION DES RESULTATS	55
Les Compétences Intervenant Dans La Réussite A Un Problème	
Arithmétique.....	56
1 - Domaine logico-mathématique	56
1.1. Intervention directe.....	56
1.2. Les compétences liées indirectement	56
1.3. Pas d'intervention mise en évidence	57
2 - Domaine linguistique	57
2.1. Intervention directe.....	57
2.2. Les compétences liées indirectement	58
3 - Importance de la mémoire	59
4 - Les corrélations non commentées.....	59
5 - Conclusion : schéma interprétatif	60
Présentation De Cas	60
1 - Importance des facteurs personnels et environnementaux	60
2 - Enfants qui illustrent la théorie.....	61
2.1. Justin, ou le « parcours sans faute »	61
2.2. Virginie : en grande difficulté	61
3 - Ces enfants qui ne rentrent pas dans les cases : explications cliniques	62
3.1. Tout est acquis, et pourtant... : l'exemple de Vint-Huy	62
3.2. 8 au problème, et pourtant.....	62
4 - Variabilité intra-individuelle	64
4.1. Éloïse, ou l'importance de la confiance en soi et de la représentation.....	64
4.2. Annabelle et Ariane, ou l'importance du contexte	64
4.3. Benjamin, ou l'importance du contrat didactique.....	65
Vérification Des Hypothèses	65
1 - Il existe une hiérarchie entre toutes les compétences nécessaires au problème.....	65
2 - Les différents modes d'intervention.....	66
2.1. La lecture, les mathématiques et la représentation ont une influence directe sur le problème	66
2.2. La logique et la structuration temporelle interviennent indirectement	66
2.3. La mémoire de travail agit sur la résolution de problème de manière directe et indirecte.....	66

Apports Cliniques	67
1 - Lorsque la plainte porte sur le problème.....	67
2 - Cibler les épreuves d'un bilan	67
3 - Rôle de l'affectif.....	68
Limites De Notre Recherche	68
1 - Champs d'investigation.....	68
2 - Révision des épreuves du bilan.....	68
2.1. Représentation	68
2.2. Mémoires.....	69
2.3. Logique	69
2.4. Fonctions exécutives	69
Conclusion.....	71
Bibliographie	73
ANNEXES	78
ANNEXE I : Description Et Cotation Des Epreuves Et Tests Utilisés Pour Le Bilan Orthophonique De L'expérimentation.....	79
1 - Classification multiplicative titre niveau 3	79
1.1. Objectifs	79
1.2. Matériel	79
1.3. Présentation.....	79
1.4. Passation	79
1.5. critère d'arrêt : échec au 1 ^{er} tri et après facilitation	80
1.6. Cotation.....	80
2 - Inclusion / classification additive (bouquet de fleurs).....	80
2.1. Objectifs	80
2.2. Présentation.....	81
2.3. Passation	81
2.4. Cotation.....	82
3 - Numération.....	82
3.1. Objectifs	82
3.2. Présentation.....	82
3.3. Passation	83
3.4. Cotation.....	84
4 - Sens des opérations.....	84
4.1. Objectifs	84
4.2. Présentation.....	85
4.3. Passation	85
4.4. Cotation.....	86
5 - Techniques opératoires.....	86

5.1.	Objectifs	86
5.2.	Présentation	86
5.3.	Passation	86
5.4.	Cotation.....	87
6 - Sériation (ronds dessinés)		87
6.1.	Objectifs	87
6.2.	Présentation	87
6.3.	Passation	87
6.4.	Cotation.....	88
7 - Transcodages : lecture et dictée de nombres		88
7.1.	Objectifs	88
7.2.	Présentation	88
7.3.	Passation	88
8 - Mémoire à court terme – mémoire de travail (issue de : Odédys)		89
8.1.	Objectifs	89
8.2.	Matériel	90
8.3.	Présentation	90
8.4.	Passation	90
8.5.	Cotation.....	90
9 - Chronologie (issue de : Borel-Maisonny orientation)		91
9.1.	Objectifs	91
9.2.	Âge	91
9.3.	Matériel	91
9.4.	Présentation	91
9.5.	Passation	91
9.6.	Cotation.....	91
10 - Lecture en une minute (lum) (issu de : lmc-r)		92
10.1.	Objectif	92
10.2.	Présentation	92
10.3.	Passation.....	92
10.4.	Notation	93
10.5.	Cotation	93
11 - Compréhension en lecture (cl) (issue de : LMC-R)		93
11.1.	Objectif	93
11.2.	Présentation	93
11.3.	Passation.....	94
11.4.	Cotation	95
ANNEXE II : Énoncé Et Grille D'évaluation Du Problème Utilisé Dans L'expérimentation.....		96
1 - Problème		96
1.1.	Enoncé	96
1.2.	Grille d'évaluation	96
Résultats bruts à toutes les épreuves et au problème		97
Table des Illustrations		98

1 - Liste des Tableaux	98
2 - Liste des Figures	98
Table des Matières.....	99

BRATSCHI Estelle

MANET Isabelle

ANALYSE DES COMPÉTENCES À L'ŒUVRE DANS LA RÉOLUTION D'UN PROBLÈME ARITHMÉTIQUE

105 Pages

Mémoire d'orthophonie -UCBL-ISTR- Lyon 2006

RESUME

La résolution de problèmes arithmétiques mobilise de nombreuses compétences issues de domaines variés, dont la logique, les mathématiques, le langage écrit, la mémoire et la représentation. Lors d'un bilan orthophonique pour trouble du raisonnement, si la plainte porte sur le problème, comment orienter ce bilan ? Quelles compétences cibler prioritairement pour préciser les troubles ?

Nous avons élaboré un protocole consistant à comparer la note obtenue à un problème aux résultats d'un bilan orthophonique auprès d'enfants de CM2 : ils sont en fin des apprentissages scolaires primaires et doivent donc être en mesure de résoudre un problème.

Nos résultats montrent qu'à cet âge, trois compétences sont fortement prédictives de la réussite : la lecture, la numération et la mémoire de travail. Les autres compétences interviennent soit en amont, comme la structuration temporelle, soit de manière indéterminée, comme la logique ou la représentation.

Chaque individu réagit cependant de façon différente : confiance, disponibilité, rapport affectif à l'école en général et au problème en particulier, personnalité de l'enfant. « On ne peut parler de résolution de problème sans tenir compte de celui qui résout le problème. » (Taurisson, 1988). Si de grandes tendances ont pu être décrites, elles ne se retrouvent pas systématiquement chez tous les enfants.

MOTS-CLES

PROBLEME – LOGIQUE – MATHEMATIQUES – LECTURE – REPRESENTATION –
MEMOIRE – ENFANT (CM2) – BILAN ORTHOPHONIQUE

MEMBRES DU JURY

PEILLON Anne

MAY CARLE Annick Duchêne

CHEYNEL-ALBEROLA Marie-Laurence

MAITRE DU MEMOIRE

EMMANUELLE Métral

DATE DE SOUTENANCE

Jeudi 6 juillet 2006
