GEOMETRIE
DE
LE CLERC

350


TRAITÉ
DE
GEOMETRIE
Par
Mr. le Clerc

TRAITÉ DE GEOMETRIE. SUR LE TERRAIN.

Par M. LE CLERC,

TOME II.

A PARIS,

Et se Vend.

A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER, Libraire sur le Vygendam, à la Ville de Paris, 1694.

AU LECTEUR.

VOici un ſecond Volume de ma Géométrie, qui ne doit pas être moins eſtimé des Amateurs de cette Science que le premier.

TABLE.

CE Traité de Geometrie est divisé en dix Chapitres.

Le I. contient les Definitions.

Le II. établit des principes que j'appelle Notions, & qui sont des veritez évidemment connuës par elles-mêmes, ou par des démonstrations incontestables.

Le III. donne la pratique des Lignes & des Angles, & fait décrire les figures des Plans.

Le IV. enseigne à transfigurer ces mêmes Plans, c'est à dire, à leur donner de nouvelles figures, sans en diminuer ou augmenter le contenu.

Le V. apprend à les diviser.

Le VI. montre comment il les faut assembler, & comment on peut les augmenter ou diminuer de grandeur, selon quelque quantité proposée.

Le VII. enseigne à les mesurer.

Le VIII. contient la Trigonometrie ou la doctrine des Triangles par le calcul.

Le IX. traite des Solides, & particulierement de leur Toisé.

Le X. enfin, donne la pratique pour le Terrain, où l'on voit comme on leve les Plans, comme on les trace, & comme on mesure les dimentions inaccessibles.

CATALOGUE.

On trouvera chez ledit MORTIER *plusieurs autres Livres de science, sçavoir.*

MAniere de fortifier les Places. Par Mr. de Vauban. 8. fig.
Geometrie & autres œuvres du P. Pardies. 12.
Mariotte, Essais de Physique des Couleurs. 12.
Tablettes Cronologiques de Marcel. 12.
Histoire des Monnoyes de France avec leurs figures, depuis le commencement de la Monarchie jusqu'à present, Augmentée d'une Dissertation Historique sur quelques Monnoyes de Charlemagne, de Louis le Debonnaire, de Lothaire, & de leurs Successeurs, frappées dans Rome. 4. avec plus de 1700. fig.
Traité des Moyens de rendre les Rivieres Navigables. avec les Machines &c. en figure. 8. Paris.
Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux. 8. fig.
Traité de la Lumiere. Par Huygens. 4.
Traité de Hygrometrie. 12.
Art de jetter les Bombes par Blondel. 12.
Art de la Guerre. 12. Paris.
Instructions pour les Gens de guerre, où l'on traite de l'Artillerie, des Proportions, des Renforts, des Portées, des Affuts, & generalement de tout ce qui concerne les Armes à feu, dont on se sert en France, tant sur Terre, que sur Mer. 12. Fig. Paris 1692.
Fortifications de Mr. Blondel. 4. Paris.
Geometrie du Port Royal. 12.
Geometrie de Lamy. 8.
Traité de la Grandeur du P. Lamy. 8.
Gnomonique ou art de tracer les Quadrans. 12.
Mouvement Local & du Ressort. 12.
l'Optique du P. Ange. 12.
Traité de l'excellence de l'Horlogerie. 12.

Trai-

Traité des Toises.
OEuvres Postumes de Rohault. 12. 2 voll.
Metamorphoses d'Ovide. 12. 3 voll.
Jeu d'Armories des Princes de l'Europe.
Jeu des Reines Renommées.
Jeu des Rois de France.
Jeu des quatre Parties du Monde.
Plans de tous les Forts de l'Europe. Par Beaulieu du fer & autres. foll. 5 voll.
Academie des Sciences & des beaux Arts. foll. 2 voll.
Cabinet des beaux Arts. en figures &c.
Art de Naviger. 4.
Architecture de Vitruve en Abregé. 12. fig.
Cinq Ordres d'Architecture de Scamozzi. foll.
Dioptrique Oculaire du P. Cherubin. foll. fig.
Vision Parfaite du mesme. fol. 2 voll.
Dictionnaire Historique ou Melange Curieux de l'Histoire sacrée & Profane. Par Moreri Augmenté par Mr. le Clerc. foll. 4 voll.
L'Atlas nouveau de toute la Terre avec les Tables Geographiques, & Alphabetiques à l'Usage de Monseigneur le Dauphin. Par le Sr. Sanson.
Atlas Maritime, de Mess. Pene, Gassini & Autres.
Atlas Maritime de Mr. Romain de Hooghle.
Plusieurs Livres de Navigation &c.

On trouve Chez ledit Mortier, plusieurs Livres de France, d'Angleterre & autres, desquels il à fait imprimer un Catalogue.

TRAITÉ DE GEOMETRIE.

CHAPITRE PREMIER.

DEFINITIONS.

1. *De la Geometrie.*

LA Geometrie est une partie des Mathematiques qui a pour objet la quantité qu'on nomme continuë, & qui est étenduë ou en longueur seulement ou en longueur & largeur, ou en longueur, largeur & profondeur ces trois especes de quantité ayant pour termes des points, des lignes & des surfaces.

2. *Du Point.*

Le Point est ce qui n'a aucune partie.

3. *De la Ligne.*

La Ligne est une longueur sans largeur.

4. *De la Ligne droite.*

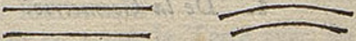
La Ligne droite eſt celle qui eſt également compriſe entre ſes extremitez, *ou bien*, c'eſt la plus courte qu'on puiſſe mener d'un point à un autre.

5. *De la Ligne courbe.*

La Ligne courbe eſt inégalement compriſe entre ſes extremitez.

6. *Des Lignes paralleles.*

Deux Lignes ſont paralleles, lorſqu'elles s'accompagnent en égale diſtance.



7. *De l'Angle lineal.*

L'Angle lineal eſt l'ouverture de deux lignes qui ſe joignent à un point en s'inclinant l'une vers l'autre, & (*en ce cas*) les lignes ſont appellées jambes.

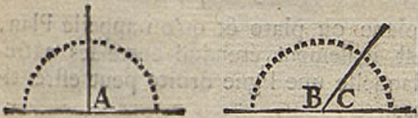
Ainſi, les lignes A B. C B. ſont les jambes de l'Angle A B C.

8. *De l'Angle rectiligne, courbeligne & mixtiligne.*

L'Angle eſt nommé rectiligne ſi les lignes qui le font ſont droites, courbeligne, ſi elles ſont courbes & mixtiligne, ſi une des lignes eſt droite & l'autre courbe.

9. *De l'Angle Droit, Aigu & Obtus.*

Si une ligne droite rencontrant une autre ligne droite, fait des angles égaux de part & d'autre, ces angles ſont droits, mais ſi elle les fait inégaux, le plus ouvert eſt obtus, & le moins ouvert eſt aigu.



A. Angle droit.
B. Angle obtus.
C. Angle aigu.

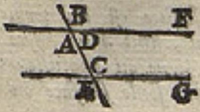
Il faut obſerver que l'égalité des angles ne s'entend pas de l'égalité des lignes mais de leurs ouvertures, & que le plus grand angle eſt celuy qui eſt le plus ouvert & au contraire, & que deux angles ſont égaux s'ils ſont ouverts également quoy que leurs jambes ſoient inégales.

10. *De la Perpendiculaire.*

La Perpendiculaire eſt une ligne droite qui tombe ou qui s'éleve ſur une autre ligne droite faiſant des angles droits.

11. *De l'Angle alterne, oppoſé, & de même part.*

Une ligne droite comme BE coupant les paralleles BF, EG, l'angle A eſt alterne au regard de l'angle C, au regard de l'angle B, il eſt oppoſé au ſommet, mais il eſt de même part que l'angle E, & les angles A, D, B ſont de ſuite.



12. *De la Surface.*

La Surface ou Superficie eſt une quantité étenduë en longueur & largeur ſans épaiſſeur ou profondeur.

13. *De la Surface plane.*

La Surface plane ou plate & qu'on appelle Plan, eſt celle qui eſt également étenduë entre ſes extremitez, & ſur laquelle une ligne droite peut eſtre tirée en tous ſens.

14. *De la Surface courbe.*

La Surface courbe eſt appellée convexe ſi elle eſt relevée, & concave ſi elle eſt creuſe & enfoncée.

A. Surface convexe,
B. Surface concave.

15. *De l'aſſiette des Plans.*

Un Plan eſt horiſontal & de niveau s'il eſt couché comme le deſſus d'une eau calme, vertical & à plomb s'il eſt dreſſé comme un mur élevé bien droit, ſinon il eſt incliné, penché & en talu.

16. *Du Terme.*

Le Terme eſt l'extremité d'une quantité.

Le Point eſt un terme de la ligne, & la ligne eſt un terme de la ſurface comme la ſurface eſt un terme du corps. La ligne commence à un point, finit à un autre ; Et la ſurface eſt terminée ou d'une ſeule ligne ou de pluſieurs, de même que le corps eſt terminé ou d'une ſeule ſurface ou de pluſieurs.

18. *De la Figure.*

La figure d'un Plan, eſt la modification de ſes termes ou extremitez.

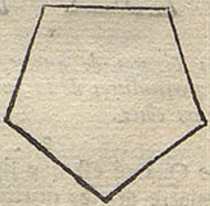
19. *De la Figur rectiligne.*

La figure rectiligne eſt compoſée de lignes droites qu'on nomme côtez.

20. *Des Poligones.*

Toutes figures Planes & rectilignes ſont nommées d'un nom general, Poligone, mais chacune en particulier a un nom propre tiré du nombre de ſes termes. *On appelle.*

Triangle ou Trigone, la figure de 3. côtez.
Quadrilatere ou Tetragone celle de 4.
Pentagone celle de 5.
Exagone celle de 6.
Eptagone celle de 7.
Octogone celle de 8.
Eneagone celle de 9.
Decagone celle de 10.
Ondecagone celle d'11.
Dodecagone celle de 12.



Un Triangle ſe diſtingue d'un autre par la difference de ſes angles ou de ſes côtez.

21. *Du Triangle rectangle.*

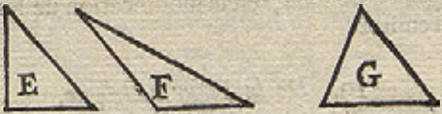
Le Triangle rectangle eſt celuy qui a un angle droit.

22. *Du Triangle ambligone.*

Le Triangle ambligone ou obtus-angle eſt celuy qui a un angle obtus.

23. *Du Triangle oxigone.*

Le Triangle oxigone a les trois angles aigus.



24. *Du Triangle équilateral.*

Le Triangle équilateral a ſes trois côtez égaux.

25. *Du Triangle iſocele.*

Le Triangle iſocele a ſeulement deux côtez égaux.

26. *Du Triangle ſcalene.*

Le Triangle ſcalene a ſes trois côtez inégaux.

Les Figures de quatre côtez reçoivent auſſi des denominations particulieres de la qualité de leurs angles & du rapport de leurs côtez.

27. *Du Quarré.*

Le Quarré eſt une figure de quatre côtez égaux & de quatre angles droits.

28. *Du Rectangle.*

Le Rectangle ou quarré long a ſes angles droits & ſeulement ſes côtez oppoſez égaux.

O. Quarré.
P. Rectangle.

29. *Du Parallelogramme.*

Le Parallelogramme a ses côtez opposez paralleles.

30. *Du Rhombe.*

Le Rhombe ou Lozange est un parallelogramme qui a ses quatre côtez égaux, mais seulement les angles opposez égaux, deux étant obtus & les deux autres aigus.

31. *De la Diagonale.*

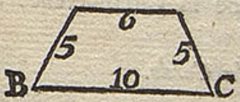
La ligne A C. menée d'un angle à son opposé est appellée Diagonale.

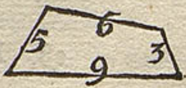
32. *Du Trapeze regulier.*

Le Trapeze regulier a deux côtez égaux & les deux autres inégaux mais paralleles. L'irregulier a ses quatre côtez inégaux.

33. *De la Base.*

La Base est particulierement le côté sur lequel la figure se repose, *comme le côté B C.*





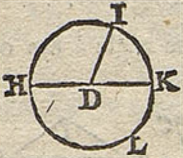
34. *Du Cercle.*

Le Cercle est un Plan terminé d'une seule ligne appellée Circonference, laquelle est par tout également éloignée d'un point qui en fait le milieu, & qu'on nomme Centre.

Par Cercle on entend aussi quelquefois la seule Circonference suivant l'usage du vulgaire.

35. *Du Diametre & du Rayon.*

Toutes lignes droites qui passent par le centre du Cercle & qui se terminent à la Circonference, sont nommées Diametres & leurs moitiés Rayons ou Demidiametres.



H I K. Circonference.
D. Centre.
H K. Diametre.
D I. Rayon.

36. *Des Degrez, Minutes, secondes, &c.*

La Circonference du Cercle se divise ordinairement en 360 parties égales ou degrez, & *par consequent*, la demicirconference en 180, & le quart en 90. Chaque degré se soûdivise en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes, & chaque seconde en 60 tierces, &c.

37. *De l'Arc.*

L'Arc est une partie de la Circonference d'un Cercle.

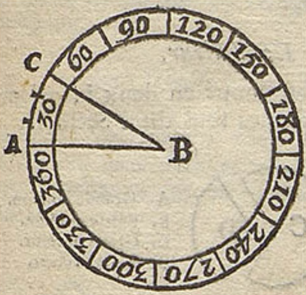
38. *De la Corde.*

La Corde est une ligne droite qui joint un Arc par ses extremitez.

T. Arc.
V. Corde.

39. *De la mesure de l'Arc & de l'Angle.*

Les degrez & leurs parties sont la mesure de l'Arc, & l'Arc est la mesure de l'Angle.



Par exemple, supposé que le point B soit le Centre du Cercle A C D. on jugera de la grandeur de l'Arc A C. par le nombre des degrez & des minutes qu'il contient, comme on jugera de l'ouverture de l'Angle A B C. par la grandeur de l'Arc A C.

40. *De la ligne Tangente.*

La ligne Tangente est celle qui touche un Cercle sans le couper, & sans le pouvoir couper ou traverser même estant continuée.

41. *De la Secante.*

La Ligne Secante, croise, coupe & traverse le Cercle.

42. *Du Demy cercle.*

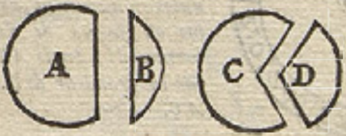
Le Demy cercle est terminé par le diametre & la demicirconference.

43. *De la Portion de Cercle.*

Si on coupe un Cercle en deux inégalement par une ligne droite, les parties ſont appellées Portions ou Segments.

44. *Du Secteur.*

Que ſi un Cercle eſt coupé en deux inégalement par deux rayons, les parties ſont dites Secteurs.



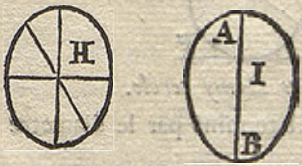
A. Grande portion.
B. Petite portion.
C. Grand Secteur.
D. Petit Secteur.

45. *De l'Ovale.*

L'Ovale eſt un Plan borné d'une ſeule ligne courbe qui ſe décrit de pluſieurs centres & que tous les diametres diviſent en deux également.

46. *De l'Elipſe.*

L'Elipſe eſt auſſi un plan terminé d'une ligne courbe, mais en figure d'œuf, & qu'un ſeul diametre diviſe en deux parties égales.



H. Ovale.
I. Elipſe.

46. *De la figure reguliere.*

La figure Reguliere a ſes parties oppoſées ſemblables & égales.

48. *De l'Irreguliere.*

La figure irreguliere eſt compoſée d'angles & de côtez inégaux.

49. *De la figure Equiangle.*

La figure Equiangle a tous ſes angles égaux, & deux figures ſont équiangles, ſi les angles de l'une (quoy qu'inégaux entr'eux) ſont égaux aux angles de l'autre.

La figure C eſt équiangle à la figure D.

50. *De la figure Equilaterale.*

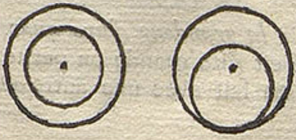
La figure Equilaterale a tous ſes côtez égaux.

51. *Des figures Concentriques.*

Les figures Concentriques ſont celles qui ont un même centre.

52. *Des Excentriques.*

Les Excentriques dépendent de pluſieurs centres.



53. *Des Suplements.*

Quand un parallelogramme eſt diviſé en quatre autres par un point de ſa diagonale, les deux C, & D, que la diagonale ne coupe pas, ſont appellez Suplements ou Complements.

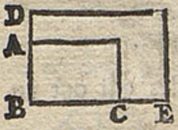
54. *Du Gnomon.*

Gnomon eſt la difference de deux Rectangles, *ou bien*, c'eſt l'excez d'un Rectangle par deſſus un autre Rectangle, les deux Rectangles ayant un angle commun & une même diagonale.

E F. Gnomon, ou Equiere.

55. *Des parties communes.*

Une partie eſt commune lors qu'elle appartient à pluſieurs quantitez.



Par exemple, on dit que l'angle A B C qui appartient au rectangle D E, comme au rectangle A C, eſt commun: & que le triangle G H I eſt commun aux deux triangles G I L, G I F, parce qu'il fait partie de l'un comme il fait partie de l'autre. Ce triangle G H I peut auſſi eſtre appellé commun de ce qu'il eſt joint au triangle G H L, de même qu'au triangle H I F.

56. *De la grandeur d'une quantité.*

Une quantité eſt dite grande ou petite par la comparaiſon qu'on en fait avec une autre de même eſpece.

57. *De la Raiſon de deux quantitez.*

Quand on compare deux quantitez entr'elles, ce que l'une eſt à l'égard de l'autre eſt appellé Raiſon.

Par exemple, comparant une ligne de deux pieds à une de 3. on dit que la raiſon de l'une à l'autre eſt de 2 à 3. Ou que la premiere eſt à la deuxiéme en raiſon de 3 à 4. ſi la premiere eſt de trois pieds & la deuxieme de quatre.

58. *Des Termes de la raiſon.*

Les Termes de la Raiſon ſont les quantitez comparées.

59. *Des Termes antecedents & conſequents.*

Comparant la ligne A à la ligne B, la ligne A eſt le terme antecedent & la ligne B le terme conſequent.

60. *Des Raiſons ſemblables & égales.*

Deux Raiſons ſont ſemblables & égales, lors que les termes de la premiere ſont entr'eux comme les termes de la ſeconde.

La raiſon d'A à B eſt ſemblable & égale à celle de C à D, parce que comme 2 eſt moitié de 4, 3 eſt moitié de 6.

A, B. C, D.
2, 4. 3, 6.

61. *Des Termes proportionnels.*

Si deux raiſons ſont ſemblables, leurs termes ſont proportionnels.

Par exemple, 4 eſtant deux tiers de 6, comme 2 ſont deux tiers de 3, nous diſons que les quatre termes ou quantitez 2, 3, 4, 6, ſont proportionnels.

62. *De la Proportion.*

La Proportion eſt un rapport de Raiſons.

63. *Des Termes de la Proportion.*

La Proportion ne peut avoir moins de trois termes.

Lorſque la Proportion n'a que trois termes, celuy du milieu eſt pris pour deux, comme ſi on dit qu'A eſt à B, comme B à C, 2, à 4, comme 4 à 8.

A, B, C.
2, 4, 8.

64. *Des Termes moyens & extremes.*

Dans la Proportion de trois termes, celuy du milieu eſt appellé moyen & les deux autres extrémes.

65. *Des Termes en proportion continuée.*

Les Termes ſont continuellement proportionnels, lors que ceux du milieu ſont pris pour antecedents & pour conſequents.

Comme ſi on dit qu'A eſt à B, comme B à C, & B à C, comme C à D.

A, B, C, D.
2, 4, 8, 16.

66. *De la Raiſon doublée & triplée.*

Lors que quatre termes ſont continuellement proportionnels le premier eſt en raiſon doublée avec le troiſiéme, & en raiſon triplée avec le quatriéme.

C'eſt à dire que la raiſon d'A à C, eſt doublée de celle d'A à B, & que celle d'A à D eſt triplée de la même raiſon d'A à B.

A, B, C, D.
1, 3, 9, 27.

67. *De la Raison converse.*

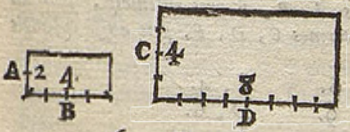
La Raison converse, est une comparaison du consequent à l'antecedent.

Comme si la raison d'A à B, estant la même que de C à D, on infere que B est à A, comme D à C.

A, B; C, D.
2, 4; 4, 8.

68. *De la Raison alterne.*

La raison alterne ou par échange est celle où la Comparaison se fait du consequent au consequent de même que de l'antecedent à l'antecedent.



Comme si A estant à C, comme B à D; on conclud qu'A est à B, comme C à D.

69. *De la proportion d'égalité.*

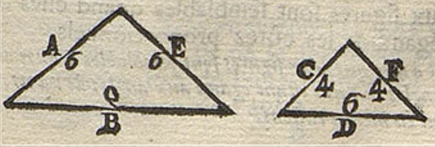
La Proportion d'égalité est un rapport des termes extremes d'une suite de raisons, *ou bien*, c'est un rapport de raisons qui resulte de quelque cercle de raisons semblables.

Comme si après avoir comparé G à H; comme I à K; & I à K comme L à M, L à M comme N à O; on conclud; donc N est à O, comme G à H.

GH. IK. LM. NO.
2 4. 3 6. 4 8. 5 10.

G 2, H 4.
I 3, K 6. N 5, O 10.
L 4, M 8.

Ou bien si y ayant même raison d'A à B, que de C à D; & de B à E, que de D à F; on tire cette consequence, donc A est à E, comme C à F.



70. *De la Proportion de composition.*

La proportion de composition est celle où nous comparons plusieurs termes pris ensemble à plusieurs autres aussi pris ensemble de même qu'un seul à un seul, *ou bien*, celle où la comparaison se fait de plusieurs termes à un seul comme de plusieurs autres à un seul.

Comme si A estant à C de même que B à D, & B à D comme E à F; nous tirons cette consequence que les trois termes A, B, E pris ensemble, sont aux trois termes C, D, F, aussi pris ensemble, comme le seul E au seul F.

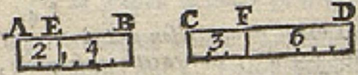
Ou que les trois termes A, B, E pris ensemble, sont au seul E, comme les trois termes C, D, F, pris aussi ensemble sont au seul F.

A, 6.	C, 4.
B, 9.	D, 6.
E, 3.	F. 2.
18.	12.

71. *De la Proportion de division.*

La Proportion de division est quand dans une raison ainsi que dans une autre, l'excez de l'antecedent par dessus le consequent, est comparé au même consequent.

Comme si A B estant à B E en même raison que C D à D F, on conclud que A E est à B E, comme C F à D F.



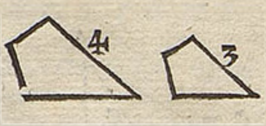
72. *Des figures semblables.*

Deux figures sont semblables quand elles ont les angles égaux & les côtez proportionnels.

C'est à dire que deux figures sont semblables, quoy qu'inégales si les angles de l'une estant égaux aux angles de l'autre, leurs côtez sont en mêmes raisons.

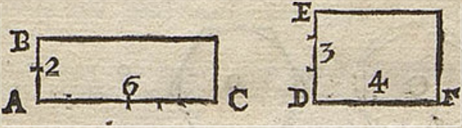
37. *Des termes Homologues.*

Dans les figures ſemblables, les côtez ſemblables ſont dits homo logues. *Comme les côtez 3 & 4.*



74. *Des termes reciproques.*

Deux figures ont leurs côtez reciproques, ſi leurs côtez ſont proportionnels dans un ordre alternatif, *c'eſt à dire*, ſi les comparant alternativement l'un à l'autre, l'antecedent de la premiere raiſon, & le conſequent de la ſeconde, ſe trouvent dans une même figure.



Par exemple, ſi A B eſt à D F, comme D E à A C, ou ſi A B eſt à D E, comme D F à A C: ces deux rectangles B C, E F, ſont dits avoir les côtez reciproques.

75. *Des plans égaux.*

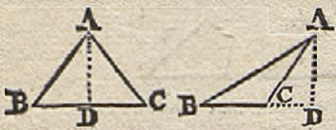
Les Plans égaux contiennent également & peuvent eſtre ſemblables & diſſemblables.

76. *De la convenance des plans.*

On dit que deux plans conviennent, lors qu'étans poſez l'un ſur l'autre, ils ne ſe ſurpaſſent en aucun endroit, les extremitez de l'un, ſe trouvant préciſement ſur les extremitez de l'autre.

77. *De la hauteur des Plans.*

La hauteur d'un plan, eſt la perpendiculaire abaiſſée du ſommet à la baſe.



Ainſi la perpendiculaire A D eſt la hauteur du triangle A B C.

78. *Des figures inſcrites & circonſcrites au cercle.*

Une figure rectiligne eſt inſcrite dans un cercle, ſi elle le touche de tous ſes angles ; mais elle eſt circonſcrite, lors que tous ſes côtez joignent & touchent le cercle autour duquel elle eſt décrite.

O. Figure inſcrite.
P. Figure circonſcrite.

79. *De l'Aire d'une figure.*

L'aire d'une figure eſt toute l'étenduë compriſe entre ſes termes.

80. *De l'Echelle.*

L'Echelle eſt une ligne droite, diviſée en pluſieurs petites parties égales, qu'on fait valoir certaines meſures, comme des pieds ; des toiſes ; des perches ; &c.

CHAPITRE SECOND.

NOTIONS.

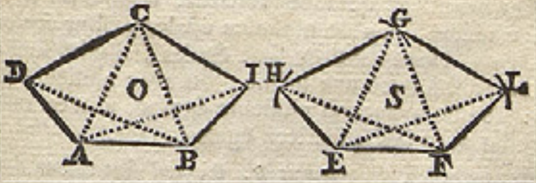
I.

Les Rayons d'un Cercle ſont égaux, de même que des lignes droites ſont égales, lors qu'on les a coupées d'une même couverture de compas.

2.

Les Plans qui conviennent entr'eux, ſont égaux & ſemblables.

Par exemple, on conclura naturellement que les plans O, S, ſont égaux & ſemblables, s'ils conviennent entr'eux; c'eſt à dire, ſi eſtant poſez l'un ſur l'autre, ils ſe trouvent avoir une même étenduë, par l'égalité de toutes leurs parties.



3.

Les Quantitez qui ſont égales à une même, ſont égales entr'elles.

Les quantitez A & C qui ſont égales à la quantité B, ſont égales entr'elles.

A. B. C.
8. 8. 8.

4.

Si on ajoûte des quantitez égales, à d'autres quantitez égales ; celles qui en seront composées seront aussi égales.

Les quantitez égales A, jointes aux égales B, produisent les égales C.

A.	4.	4.	4.
B.	3.	3.	3.
C.	7.	7.	7.

5.

Si de plusieurs quantitez égales, on ôte des quantitez égales, celles qui resteront seront aussi égales.

Ostant les quantitez égales B, des égales A, restent les égales C.

A.	6,	6,	6.
B.	2,	2,	2.
C.	4,	4,	4.

6.

Les quantitez qui sont moitiées, double ou triples d'une même, ou de plusieurs égales, sont égales : *ou bien*, Des quantitez sont égales, si elles sont en même raison avec une même, ou avec plusieurs égales : Et une même ou plusieurs égales, sont en raison pareille avec des quantitez égales.

Par exemple, les nombres B, C, qui sont chacun double du nombre A, sont égaux, 4 estant égal à 4 : De plus le nombre A est au nombre B comme au nombre C, puisqu'il est sousdouble de l'un, comme il est sousdouble de l'autre.

A,	A,	B,	C.
2,	2,	4,	4.

7.

Des quantitez ſont égales, lorſqu'elles en ont d'égales avec une même.

Le nombre A vaut dix avec le nombre B de même qu'avec le nombre C. parce que les nombres B & C, ſont égaux.

C	B	A
8.	2.	8.

8.

La Proportion converſe.

Si quatre quantitez ſont proportionelles, la premiere étant à la ſeconde, comme la troiſiéme à la quatriéme; il y aura même raiſon de la ſeconde à la premiere, que de la quatriéme à la troiſiéme.

La premiere quantité A eſt moitié de la ſeconde B, comme la troiſiéme C, eſt moitié de la quatriéme D: auſſi la ſeconde eſt double de la premiere, comme la quatriéme eſt double de la troiſiéme.

A,	B.	C,	D.
2,	4.	3,	6.

9.

La Proportion alterne.

Si quatre quantitez de même eſpece ſont proportionnelles, elles le ſeront encore eſtant priſes alternativement.

C'eſt à dire, s'il y a même raiſon de la premiere quantite, à la deuxiéme, que de la troiſiéme à la quatriéme: il y aura auſſi même raiſon de la premiere à la troiſiéme, que de la deuxiéme à la quatriéme; ce qui eſt évident, car A, eſtant deux tiers de B, & C deux tiers de D; A eſt double de C, comme B eſt double de D.

A,	B;	C,	D.
8,	12;	4,	6.

10.

La Proportion d'égalite.

Six quantitez estant proportionnelles, tellement que la premiere soit à la deuxiéme, comme la troisiéme à la quatriéme ; & la troisiéme à la quatriéme comme la cinquiéme à la sixiéme : la premiere sera à la deuxiéme, comme la cinquiéme à la sixiéme. *ou bien.* Si trois quantitez sont entr'elles ainsi que trois autres, la premiere sera à la troisiéme, comme la quatriéme à la sixiéme.

1. *Comme A à B, C à D ; & C à D comme E à F : aussi A à B, 2 à 4, comme E à F, 5 à 10.*

2. *Les quantitez G, H, , sont entr'elles comme les quantitez K, L, M ; & comme G à I, 1 à 3 : K à M, 2 à 6. puis que 1 est le tiers de 3, comme 2 est le tiers de 6.*

A, B; C, D; E, F.		G H I	K L M
2, 4; 3, 6; 5 10.		1 2 3	2 4 6

11.

La Proportion de composition.

Si plusieurs quantitez ou termes sont proportionnels, un antecedent sera à son consequent ; comme tous les antecedents pris ensemble, à tous les consequens aussi pris ensemble. Et un antecedent sera à tous les antecedens pris ensemble, comme son consequent, à tous les consequens aussi pris ensemble.

1. *Les termes 3, 9 : 2, 6 : 1, 3 ; sont proportionnels, aussi comme l'antecedent A est au consequent B, 3 à 9 : les trois antecedents A C E pris ensemble, sont aux trois consequents B D F, aussi pris ensemble : 6 estant le tiers de 18, comme 3 est le tiers de 9.*

2. *L'antecedent E est aux trois antecedents A C E, 1 à 6 ;*

comme le conſequent F, aux trois conſequents B D F, 3 à 18 : un eſtant ſix fois en ſix ; comme 3 eſt ſix fois en 18.

A, 3	B, 9
C, 2	D, 6
E, 1	F, 3
6	18

12.

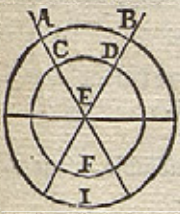
La Proportion de Diviſion.

Les quantitez qui ſont proportionelles eſtant compoſées, le ſont encore eſtant diviſées.

La raiſon de A B à B E, 10 à 6, eſt pareille à celle de C D à D F, 20 à 12 : Auſſi y a-t'il même raiſon d'A E à B E, 4 à 6, que de C F à D F, 8 à 12.

13.

Les Arcs qui meſurent un même angle, ou des angles égaux, ſont en même raiſon avec leurs cercles ; & contiennent même nombre de degrez.



Suppoſé les angles égaux A E B, C E D, poſez l'un ſur l'autre, comme n'en faiſant qu'un ſeul : les cercles A B I, C D F eſtant décrits du point E, il eſt évident que ſi par exemple *l'arc A B eſt de 60 degrez, ſixiéme partie de 360, & que le reſte du cercle ſoit diviſé de 60 en 60 degrez, par des lignes menées au centre E ; le petit cercle ſera diviſé comme le grand en ſix parties égales : & que comme l'arc A B qui meſure l'angle le A E B, ſera la ſixiéme partie de ſon cercle A B I, l'arc C D qui meſure l'angle C E D ſera auſſi de 60 degrez ſixiéme partie de ſon cercle C D F.*

14.

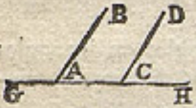
Dans les angles égaux, les arcs décrits d'une même ouverture de compas, ſont égaux: & ſi les arcs ſont égaux, les angles le ſont auſſi.

Si par exemple, les angles A B C, C A D ſont égaux, ils ſont meſurez par des arcs B C, C D, qui ont même raiſon avec leur cercle; de ſorte que ſi l'arc B C eſt de 40 degrez: C D eſt auſſi de 40 degrez (ſuivant la precedente) & ces degrez eſtant les parties égales d'un même cercle B D E, l'arc B C eſt égal à l'arc C D.

De plus il s'enſuit avec évidence, que ces arcs eſtant égaux les angles B A C, C A D qui en ſont meſurez ſont auſſi égaux.

15.

Lors que deux lignes droites & paralleles ſe terminent ſur une autre ligne droite, les angles qu'elles ſont de même part ſont égaux.



On connoiſt naturellement que les lignes A B, C D, eſtant paralleles, elles ſont inclinées l'une comme l'autre ſur la ligne G H: & que les angles qu'elles ſont de même part, par exemple les angles A & C, ſont égaux; & que ſi ces angles eſtoient inégaux, les lignes A B, C D ſeroient inclinées diverſement & ne ſeroient pas paralleles.

Il s'enſuit que.

16.

Les lignes qui tombent ſur une autre faiſant les angles de même part égaux, ſont paralleles.

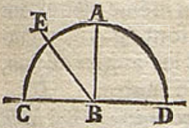
17.

Deux coſtez d'un triangle pris enſemble, ſont toûjours plus grands que le troiſiéme.

Le plus court paſſage d'un point à un autre, eſt la ligne droite; ainſi les côtez A C, C B qui ſont un angle, ſont plus grands pris enſemble, que la ſeule baſe A B.

18.

Une ligne qui tombe ſur une autre fait avec elle deux angles, leſquels pris enſemble, valent deux droits, *c'eſt à dire*, 180 degrez.

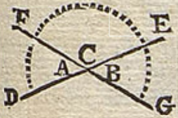


1. Si la ligne A B eſt perpendiculaire ſur C D, les deux angles C B A, A B D, ſont droité (par la 10 du 1.)

2. Suppoſe la ligne B E, les deux angles C B E, E B D, qui ont un demi cercle pour meſure, c'eſt à dire 180 degrez (ſuivant la 36 du 1,) ſont égaux pris enſemble aux deux angles droits C B A, A B D, qui ſont meſurez par les mémes 180 degrez.

19.

Quand deux lignes droites ſe coupent, les angles oppoſez au ſommet ſont égaux.

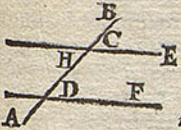


Les lignes D E, F G ſe coupent, je fais donc voir que les angles A & B, oppoſez au ſomment ſont égaux.

L'angle C vaut deux angles droits avec l'angle A comme avec l'angle 2 (ſuivant la precedente) dont les angles A, & B ſont égaux (ſuivant la 7.)

20.

Une ligne droite qui coupe deux paralleles, fait les angles alternes égaux.



La ligne A B coupant les paralleles H E, D F, nous diſons que les angles alternes D, H ſont égaux.

L'angle C eſt égal à l'angle D (par la 15.) il eſt auſſi égal à l'angle H ſon oppoſé au ſommet (par la precedente) Donc *(par la 3) l'angle D eſt égal à l'angle H ſon alterne.*

De cette notion ſe conclud la ſuivante.

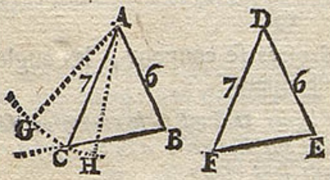
21.

Deux lignes droites ſont paralleles, ſi une troiſiéme venant à les traverſes fait les angles alternes égaux.

22.

S'il ſe trouve dans un triangle, un angle & deux côtez égaux à un angle & deux côtez pris en même ordre dans un autre triangle, les deux triangles ſont égaux & ſemblables ; c'eſt à dire que les côtez & les angles de l'un, ſont égaux aux côtez & aux angles de l'autre.

Premierement, que les côtez A B, A C du triangle A B C ſoient égaux aux côtez D E, D F du triangle D E F, & que l'angle C A B ſoit auſſi égal à l'angle D, je dis que les deux triangles ſont égaux & ſemblables.



Si l'angle D eſtoit poſé ſur l'angle C A B qui luy eſt égal, les jambes D E, D F tomberoient ſur leurs égales A B, A C, & la baſe E F ſe trouveroit ſur la baſe B C, ainſi les deux triangles A B C, D E F, conviendroient entr'eux. Donc ils ſont égaux & ſemblables, (ſuivant la 2.)

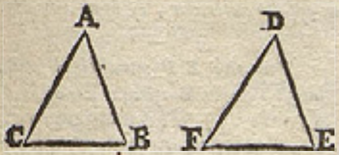
2. *Suppoſe les côtez A B, A C égaux aux côtez DE, D F, & l'angle B égal à l'angle E, je dis encore, que les deux triangles ſont égaux & ſemblables.* Que l'arc G H ſoit décrit du point A & de l'intervalle A C, ou D F ſon égal.

Si l'angle E eſtoit poſé ſur l'angle B, les lignes A B, D E eſtant égales, le point D, ſeroit ſur le point A, & la ligne D F tomberoit préciſement ſur ſon égale A C, car plus haut comme en A G elle ne joindroit pas la baſe B C, ou en ſeroit coupée ſi elle ſe trouvoit plus bas comme en A H : ainſi les trois points D, E, F ſe trouveroient ſur les trois points A B C. Donc les deux triangles ſont égaux & ſemblables.

23.

Deux triangles qui ont les côtez égaux, ſont équiangles, ſemblables & égaux.

Que les côtez du triangle A B C ſoint égaux aux côtez du *triangle D E F, je dis premierement que les deux triangles ont aussi les angles égaux, c'est à dire que les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre, & je le démontre.*



Si on suppose seulement les côtez A B, A C égaux aux côtez D E, D F: mais l'angle A égal à l'angle D; il s'ensuivra par la precedente que la base B C sera égale à la base E F: Or les blases B C, E F, sont établies égales; donc les angles A & D sont égaux. Et la même démonstration se fera des autres angles.

2. Ces triangles ayant leurs côtez & leurs angles égaux, ils conviendront en toutes leurs parties si on les pose l'un sur l'autre; Donc ils sont équiangles, égaux & semblables.

De cette notion on tire la suivante.

24.

Dans les triangles égaux & semblables, les angles égaux sont opposez aux côtez égaux.

25.

Dans le triangle isocele, les angles opposez aux côtez égaux, sont égaux.

Le triangle A B C est isocele, j'ay donc à faire voir que les angles A & B, opposez aux côtez égaux A C, B C, sont égaux.

Que la base A B soit divisée en deux également par la ligne D C les deux triangles E, F, seront équiangles (par la 23) car les côtez de l'un seront égaux aux côtez de l'autre. Donc (par la precedente) les angles A & B opposez au côté commun D C, sont égaux.

D'où il s'ensuit que

26.

Si deux lignes A C, B C, s'inclinent l'une vers l'autre par des angles égaux sur une troisiéme, elles font un triangle isocele.

27.

Le côté prolongé d'un triangle, fait un angle exterieur qui est égal aux deux interieurs opposez.

Que la base A B du triangle, A B C soit prolongée vers G, je dis que l'angle C B G qu'on appelle exterieur, est égal aux deux interieurs opposez. A & C.

J'ay tiré E F parallele à A C, ainsi l'angle E est égal à l'angle A, (par la 15) & (par la 20) l'angle D, l'est à son alterne C. Donc le seul C B G est égal aux interieurs opposez A & C. Ils s'ensuit que

28.

L'angle exterieur d'un triangle, est toûjours plus grand que l'un ou l'autre des interieurs opposez.

29.

Les trois angles d'un triangle valent deux angles droits ou 180 degrez.

Les angles A & C pris ensemble sont égaux à l'angle exterieur D, (par la 27,) les angles B, D, valent deux angles droits ou 180. degrez (par la 18 :) Donc les angles B, A, C, valent aussi deux angles droits ou 180 degrez.

Il s'ensuit que

30.

1. Les trois angles d'un triangle valent autant pris ensemble, que les trois angles d'un autre triangle.

31.

2. Si deux triangles ont deux angles égaux, ils sont équiangles.

C'est à dire par exemple, que si les angles A & B du triangle A B C sont égaux aux angles D & E du triangle D E F, l'angle C est aussi égal à l'angle F.

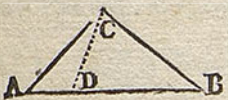
32.

3. Si un triangle a un angle droit ou obtus, les deux autres ſont aigus.

33.

Le plus grand angle d'un triangle, eſt oppoſé au plus grand côté.

Le côté A B du triangle A B C, eſtant plus grand que le côté B C, je fais voir que l'angle A C B, eſt plus grand que l'angle A.

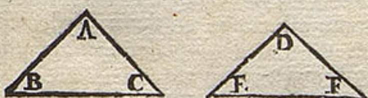


J'ay coupé B D égal au côté B C, ainſi le triangle B C D, eſt iſocele, & les angles C, D, ſont égaux (par la 25.) Or l'angle D qui eſt exterieur eu égard au triangle A D C, eſt plus grand que ſon oppoſé interieur A, (par la 28,) & l'angle C qui eſt égal à l'angle D, ne fait que partie de l'angle A C B. Donc l'angle A C B eſt plus grand que l'angle A.

34.

Un triangle qui a un côté & deux angles égaux à ceux d'un autre, luy eſt égal en toutes ſes parties.

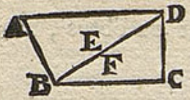
Premierement, ſuppoſé qu'on trouve dans le triangle A, les angles B, C égaux aux angles E, F, du triangle D; on conclud (par la 31) que les deux triangles ſont équiangles.



2 Si l'un des côtez, par exemple la baſe B C, eſt égale à le baſe E F, il eſt évident que les deux triangles conviendront enſemble eſtant poſés l'un ſur l'autre; car ſuppoſé la baſe B C ſur la baſe E F, les côtez A B, A C, ſe trouveront auſſi ſur les côtez D E, D F; autrement les triangles ne ſeroient pas équiangles. Donc le triangle A eſt en toutes ſes parties, égal au triangel D (ſuivant la 2.)

35.

Dans une figure de quatre côtez, les quatre angles pris enſemble, ſont égaux à quatre droits.

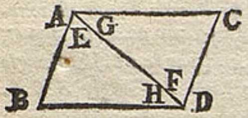


Suppoſe la diagonale B D, les angles du quadrilatere A C, ſont compoſez de ceux des triangles E, F, leſquels pris enſemble valent quatre droits (par la 29.)

36.

Les lignes qui en conjoignent deux autres égales & paralleles, ſont égales & paralleles, faiſant enſemble un parallelogramme.

Par exemple, que les lignes A B, C D ſoient égales & paralleles, je trouve qu'A C, B D qui les conjoignent, ſont auſſi égales & paralleles.



1. Suppoſé la ligne A D, les angles alternes E, F, ſont égaux (par la 20.) & les jambes de l'angle E eſtant égales à celle de l'angle F, les triangles A C D, A B D ſont égaux & ſemblables (par la 22.) Les lignes A C, B D ſont donc égales, par la 24.

2. Puiſque les triangles A C D, A B D, ſont ſemblables, ils ont (ſuivant la 24) les angles G, H, égaux; leſquels eſtant alternes, A C, B D ſont paralleles (par la 21) & le plan A B C D eſt un parallelogramme (ſuivant la 29. du 1.)

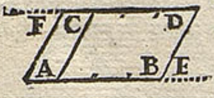
Il s'enſuit que.

37.

Un parallelogramme eſt coupé en deux également par ſa diagonale.

38.

Un parallelogramme a ſes angles & ſes côtez oppoſez égaux.



Je dis que les angles oppoſez A, D; B, C; du parallelogramme A D ſont égaux: comme auſſi ſes côtez oppoſez A B, C D; A C, B D. Que le côté C D, ſoit prolongé vers F, & A B vers E.

1. Les lignes A B, C D, A C, B D eſtant paralleles, l'angle E eſt égal à ſon alterne D, (par la 20) il eſt auſſi égal à l'angle A qui eſt de même part (par la 15.) Donc, (par la 3) les angles A, D, ſont égaux. De plus, l'angle D eſt égal à l'angle de même *part F ; comme à l'angle E son alterne ; ainsi les angles E, F, sont égaux : les angles C, F valent deux angles droits, de même que les deux angles B, E, (par la 18.) Donc (par la 5) les angles opposez, B, C, sont aussi égaux.*

2. Si la ligne A C couloit d'une même ouverture d'angles entre les paralleles C D, A B ; il est évident que le point A, n'arriveroit pas plustost sur le point B, que toute la ligne A C, se trouveroit sur sa parallele B D : & que le point C, auroit fait autant de chemin dans la ligne C D, que le point A, en auroit fait dans la ligne A B. Donc les lignes A B, C D sont égales, & (par la 36) A C, B D, le sont aussi. Il s'ensuit que

39.

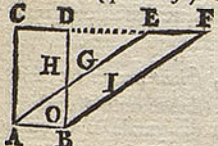
Un plan de quatre angles est parallelogramme si ses côtez opposez sont égaux.

40.

Les Parallelogrammes qui sont sur une même base & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

Les parallelogrammes B C, A F, sont sur une même base A B, & entre les mêmes paralleles A B, C F : j'ay donc à faire voir qu'ils sont égaux.

Dans les parallelogrammes, les costez opposez sont égaux (suivant la 38) ainsi les lignes A C, A E sont égales aux lignes B D, B F : & A B l'est à C D, de même qu'à E F ; de plus C D, l'est à E F (par la 3) & C E à D F (par la 4.)



Les lignes A C, C E, A E, estant donc égales aux lignes B D, D F, F B ; les triangles A C E, B D F, sont égaux (par la 23) desquels si on ôte le commun G, le quadrilatere H. restera égal au quadrilatere I (par la 5 ;) Mais si à ces quadrilateres on redonne le petit triangle O, le parallelogramme A B C D ; sera égal au parallelogramme A B E F.

De cette notion on conclud la suivante.

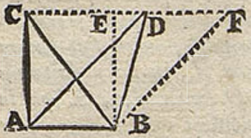
41.

Les Parallelogrammes de même hauteur, faits sur des bases égales, sont égaux.

42.

Les triangles décrits ſur une même baſe, & entre les mêmes paralleles, ſont égaux.

Les triangles A B C, A B D, ſont ſur une même baſe A B, & ſe terminent entre les mêmes paralleles C F, A B : Ainſi il faut prouver leur égalité ; Pour cela, qu'on ſuppoſe B E parallele à A C, & B F parallele à A D.



Les parallelogrammes A B C E, A B D F, ſont égaux (par la 40) les triangles propoſez A B C, A B D, ſont leurs moitiés (ſuivant la 37.) Donc ils ſont égaux (par la 6.) De plus il eſt évident que

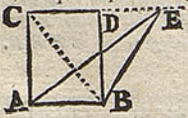
43.

Les triangles de même hauteur faits ſur des baſes égales ſont égaux.

44.

Si un parallelogramme & un triangle ſont ſur une même baſe & entre mêmes paralleles, le parallelogramme eſt double du triangle.

Par exemple, que les lignes A B, C E, ſoient paralleles, nous diſons que le parallelogramme A B C D, eſt double du triangle A B E. Tirez la diagonale B C ou la ſuppoſez.



Les triangles A B C, A B E ſont égaux (par la 42) le parallelogramme A B C D eſt double du triangle A B C (par la 37.) Donc il eſt double de ſon égal A B E.

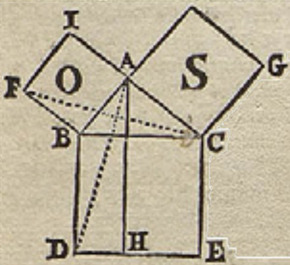
45.

Au triangle rectangle, le quarré du côté oppoſé à l'angle droit, eſt égal aux quarrez des deux autres côtez.

Et

Et la perpendiculaire abaiſſée de l'angle droit coupe le quarré oppoſé, en deux rectangles qui ſont entr'eux comme les deux autres quarrez, chaque rectangle eſtant égal à ſon quarré.

L'angle B A C eſtant droit, on dit que le quarré B E eſt égal aux deux quarrez O, S: & ſuppoſé la perpendiculaire A H, je prouve premierement que le rectangle B H eſt égal au quarré O. Tirez les lignes C F, A D.



Les triangles B F C, B D A ſont égaux (par la 22) ils ont les côtez F B, B C: A B, B D égaux; comme auſſi leurs angles F B C, A B D: leſquels ſont chacun compoſez d'un angle droit & du commun A B C.

Le quarré O, eſt double du triangle B F C, & le rectangle B H eſt double du triangle B A D (par la precedente) Donc le quarré O, eſt égal au rectangle B H (par la 6.)

On fera voir de même, que le quarré S, eſt égal au rectangle C H. Donc le quarré D C eſt égal aux deux O, S, & ces deux quarrez ſont entr'eux comme les deux rectangles B H, G H.

Il s'enſuit que

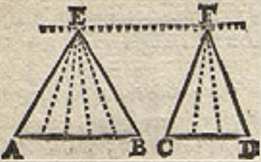
46.

Si un triangle rectangle eſt iſocele, le quarré du côté oppoſé à l'angle droit, eſt double de chacun des quarrez faits ſur les côtez égaux.

47.

Les triangles de hauteurs égales, ſont entr'eux comme leurs baſes.

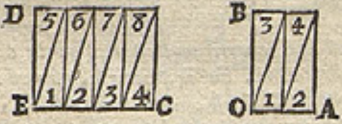
Supposé E F parallele à A D, on dit que le triangle A B E, eſt au triangle C D F, comme la baſe A B eſt à la baſe C D : c'eſt à dire, que ſi par exemple, la baſe A B eſt double ou triple de la baſe C D, le triangle A B E, eſt double ou triple du triangle C D F.



Supposé que la baſe A B ſoit de 5 pieds, la baſe C D de 3, & que de ces parties on ait mené des lignes aux angles E, F ; ces lignes diviſeront les triangles propoſez en huit petits triangles qui ſeront égaux (ſuivant la 43.) Le premier A B E en contiendra cinq, & le deuxiéme C D F trois ; donc les triangles A B E, C D F, ſont entr'eux, en raiſon de 5 à 3, comme leurs baſes A B, C D.

48.

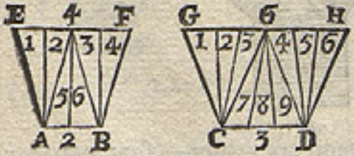
Les parallelogrammes de même hauteur, ſont en même raiſon que leurs baſes.



Le parallelogramme C D, composé de huit triangles égaux, eſt double du parallelogramme A B, composé de quatre ; comme la baſe C E, de quatre parties égales, eſt double de la baſe A O de 2.

49.

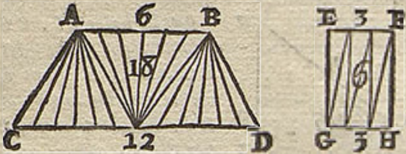
Les trapezes de hauteurs égales, ſont entr'eux comme leurs baſes, quand leurs baſes ſont en même raiſon, que les côtez paralleles qui leur ſont oppoſez.



Les baſes A B, C D ſont entr'elles comme leurs côtez oppoſez paralleles E F, G H ; car comme 4 à 6, 2 à 3 : auſſi le premier trapeze de ſix triangles, eſt au deuxiéme de neuf, comme la baſe A B, à la baſe C D, 2 à 3 ; ſix eſtant deux tiers de neuf, comme deux ſont deux tiers de trois.

50.

Les trapezes de même hauteur, dont les bases se trouvent paralleles à leurs côtez opposez, sont entr'eux comme les sommes de leurs côtez paralleles.



La somme des côtez paralleles A B, C D, est 18, celle de côtez paralleles E F, G H, est 6: & comme 18 est triple de 6, aussi le trapeze A D composé de 18 triangles, est triple du trapeze E F, composé de 6.

51.

Si dans un triangle, une ligne est parallele à un des côtez, elle divise les deux autres proportionellement.

Que la ligne E F, soit parallele au côté B C, on prouve que le côté A B; est coupé en E; comme le côté A C, l'est en F; c'est à dire, que la raison d' A E, à E B, est semblable à celle d' A F, à F C. Supposé les lignes C E, B F.

Les triangles E F B, E F C, sont égaux (par la 42,) & (par la 47,) Comme A E est à B E, le triangle A E F est au triangle B E F ou C E F son égal; de plus, comme le triangle A E F au triangle C E F, A F est à F C. Donc (par la 10) c'est à dire par la proportion d'égalité, il y a même raison d' A E à E B, que d' A F à F C.

Il s'ensuit que.

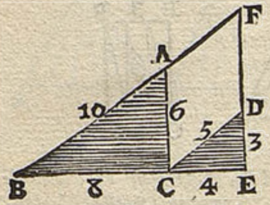
52.

La ligne qui divise proportionellement deux côtez d'un triangle, est parallele au troisiéme.

53.

Les triangles équiangles, ont les côtez proportionnels.

Si les triangles A B C, D C E ſont équiangles, ils ont les côtez proportionnels : c'eſt à dire, que les côtez du premier ſont entr'eux, comme les côtez du deuxième, je le démontre.



Que les baſes B C, C E ne faſſent qu'une ligne droite ; les angles A B C, D C E eſtant égaux, de même que les angles A C B, D E C ; les côtez A B, C D, ſont paralleles ; comme auſſi les côtez A C, D E : (par la 16) & B A, E D, eſtant prolongez en F ; A C D F eſt un parallelogramme qui a les côtez A F, F D ; égaux à leurs oppoſez C D, C A, (par la 38.) Cela établi, venons à noſtre démonſtration.

1. Dans le triangle B E F, C D eſt parallele à B F. Donc (par la 51) il y a même raiſon de D E à D F ou C A ſon égale, que de C E, à C B : & par échange (c'eſt à dire par la 9) D E eſt à C E, comme A C à B C.

2. La ligne A C eſt parallele à E F ; ainſi, il y a même raiſon d'A B, à A F, ou C D ſon égale ; que de C B à C E : & par échange B A eſt à B C, comme C D à C E.

Et enfin par égalité (c'eſt à dire par la 10) A B eſt à A C comme D C à D E : Donc les triangles équiangles ont les côtez proportionnels. Ils s'enſuit que

54.

Les triangles qui ont les côtez proportionnels, ſont équiangles. *De plus*

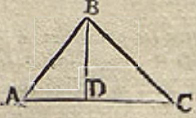
55.

Les triangles qui ont les angles égaux, ou les côtez proportionnels, ſont ſemblables.

56.

Le triangle rectangle ſe diviſe en deux autres qui luy ſont ſemblables, par la perpendiculaire tirée de l'angle droit ſur le côté oppoſé.

Suppoſé que la ligne B D tirée de l'angle droit A B C, ſoit perpendiculaire au côté oppoſé A C, je prouve que les triangles A B D, B C D ſont ſemblables au triangle rectangle A B C.



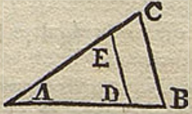
1. Les triangles A B C, A B D ont l'angle A commun, & leurs angles A B C, A D B ſont droits: donc (par la 31) ils ſont équiangles & ſemblables (par la 55.)

2. Les triangles A B C, B C D, ſont auſſi ſemblables par la même raiſon, ils ont l'angle C commun, & chacun un angle droit.

57.

Deux triangles ſont ſemblables quand ils ont un angle commun, & les côtez oppoſez à cet angle, paralleles.

Que D E, ſoit parallele à B C, je dis que les triangles A D E, A B C ſont ſemblables.

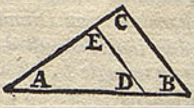


Puiſque les lignes B C, D E ſont paralleles, l'angle D eſt égal à l'angle B; l'angle E, l'eſt à l'angle C, (par la 15) l'angle A eſt commun, ainſi les triangles A B C, A D E ont les angles égaux, & ſont ſemblables (par la 55)

58.

Deux triangles qui ont un angle égal, & les côtez de cet angle proportionnels, ſont ſemblables.

Si A B eſt à A D, comme A C à A E, les triangles A B C, A D E ſont ſemblables, je le prouve.



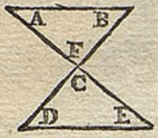
Par la diviſion de raiſon (c'eſt à dire par la 12) A D eſt à D B, ainſi qu' A E à E C; Donc D E eſt parallele à B C (ſuivant la 52) & les triangles ſont ſemblables (par la precedente.)

La même choſe doit s'entendre des triangles ſeparez O, & P.

59.

Deux lignes qui ſe croiſent entre deux paralleles, font deux triangles ſemblables ; & ſi une des croiſées eſt coupée en deux également par l'autre, ou que les deux paralleles ſoient égales, les triangles ſont ſemblables & égaux.

1. *Les lignes A E, B D ſe coupant entre les paralleles A B, D E ; je dis que les triangles A B F, C D E, ſont ſemblables.*



Les angles oppoſez C, F, ſont égaux (par la 19) les alternes A, E, le ſont auſſi, de même que les alternes B, D : (par la 20.) Donc (par la 55) les triangles A B F, C D E ſont ſemblables.

2. *Si A E eſt coupée en deux également par B D, ou B D par A E, ou qu' A B ſoit égale à ſa parallele D E ; les deux triangles ſont ſemblables & égaux (par la 34.)*

60.

Si deux triangles égaux, ont un angle égal ; les côtez qui font cet angle ſont reciproques.

Les triangles S, I, eſtant égaux : & leurs angles au point B égaux : on prouve qu' A B, baſe du premier triangle, eſt à D B côté du ſecond, comme B E baſe du ſecond, eſt à B C côté du premier. Que A D, C E ſoient deux lignes droites, & qu'elles faſſent avec la ligne C D, le triangle O.

Puis que les triangles S, I, ſont égaux, il ont même raiſon au triangle O, c'eſt à dire qu'il y a même raiſon du triangle S au triangle O, que du triangle I, au même triangle O : & ces triangles eſtant entr'eux comme leurs baſes (ſuivant la 47,) A B, baſe du triangle S, eſt à B D, baſe du triangle O : comme B E : baſe du triangle I, eſt à B C, baſe du même triangle O Donc les triangles propoſez S, I, ont les côtez reciproques (ſuivant la 75 du 1.) Il s'enſuit que

61.

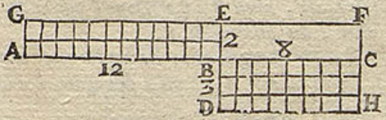
Deux triangles ſont égaux, s'ils ont un angle égal, & les côtez de cet angle, reciproques.

62.

Quatre lignes eſtant proportionnelles, le rectangle compris ſous les extrémes, eſt égal au rectangle compris ſous les moyennes.

Qu'A B ſoit à B C, comme B D à B E; le rectangle A E compris ſous les extrémes A B, B E: eſt égal au rectangle B H, compris ſous les moyennes B C: B D: je le fais voir.

Que les lignes A B C faſſent une ligne droite, de même que les lignes D B E; & que B F ſoit un rectangle produit par la continuité des lignes G E, H C.



Il y a même raiſon du rectangle A E au rectangle B F; que de la baſe A B à la baſe B C; Et du rectangle B H au rectangle B F, que de la baſe B D à la baſe B E (par la 48.) La raiſon de la baſe A B à la baſe B C, 12 à 8; eſt comme celle de la baſe B D à la baſe B E, 3 à 2: Ainſi, il y a même raiſon du rectangle A E au rectangle B F, que du rectangle B H, au même rectangle B F. Donc (par la 6) les rectangles A E, B H ſont égaux. Auſſi contiennent-ils chacun vingt-quatre petits quarrez égaux.

63.

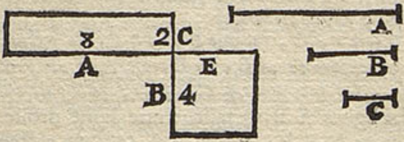
Les rectangles égaux, ont les côtez reciproques.

Les rectangles A E, D C ſont égaux, nous l'avons prouvé: & comme A B à B C, 12 à 8; B D à B E, 3 à 2: ou ce qui eſt la même choſe, comme A B à B D, 12 à 3: B C à B E, 8 à 2: ainſi l'antecedent de la premiere raiſon, & le conſequent de la ſeconde, ſe trouvent dans le premier rectangle A E: Donc les rectangles égaux A E, B H ont les côtez reciproques (ſuivant la 47 du 1.)

64.

Trois lignes eſtant proportionelles, le rectangle compris ſous les extrémes, eſt égal au quarré fait ſur la moyenne. Et ſi le quarré eſt égal au rectangle, les lignes ſont proportionnelles.

1. *Que les lignes A, B, C, ſoient proportionnelles, le rectangle B C, compris ſous les extrémes A, C: eſt égal au quarré B E fait ſur la moyenne B, je le prouve.*



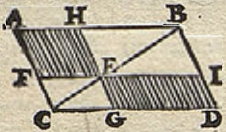
Comme A à B ou E ſon égale, ainſi B à C: Donc (par la 62) le rectangle A C eſt égal, au quarré B E.

2. *Le quarré & le rectangle eſtant égaux, ils ont les côtez reciproques (par la 63.) Ainſi comme A à E ou B ſon égale, B à C.*

95.

Les complemens ou ſupplemens d'un parallelogramme ſont égaux.

Que les ſupplemens F H, G I, ſoient égaux, je le démontre.



Les trois parallelogrammes A D, H I, F G, ſont coupez chacun en deux triangles égaux par la diagonale B C (ſuivant la 37.) Donc ſi des triangles égaux A B C, B C D, on ſouſtrait les égaux B H E, B I E; C E F, C E G: Les ſupplemens F H, G I, reſteront égaux (par la 5.)

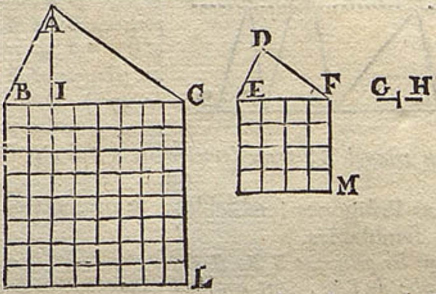
66.

Les triangles ſemblables ſont en raiſon doublée, ou ce qui eſt la même choſe, ils ſont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues.

Suppoſé les triangles ſemblables A B C, D E F, on dit qu'ils ſont en raiſon doublée de leurs côtez homologues B C, E F: de ſorte que ſi une ligne G H eſt à E F, comme E F à B C: A B C ſera au triangle D E F, comme la baſe B C, à la troiſiéme proportionnelle G H. Que B I ſoit coupée égale à C H.

Les angles B, E, ſont égaux, puiſque les triangles A B C, D E F ſont ſemblables: & A B eſt à D E comme B C à E F (par la 53.) De plus, comme B C à E F, E F à G H ou B I ſon égale:

ainſi, comme A B à D E, E F à B I (par la 10.) Les triangles A B I, D E F ont donc les côtez reciproques autour des angles égaux B, E: & (par la 61) ils ſont égaux. Mais le triangle A B C a même raiſon à A B I, que B C à B I ou G H ſon égale (par la 47.) Donc A B C eſt à A B I ou D E F ſon égal, comme B C à G H: de ſorte que ſi B C eſtoit double, moitié ou triple de G H; le triangle A B C ſeroit double, moitié, ou triple du triangle D E F: B C eſt quadruple de G H, donc A B C eſt quadruple du triangle D E F, de même que le quarré B L eſt quadruple du quarré E M.

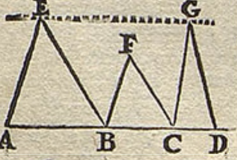


Les 16 petits quarrez égaux compris dans le quarré E M, & le 64 compris dans le quarré B L; font voir que le quarré B L eſt quadruple du quarré E M, 16 eſtant le quart de 64.

67.

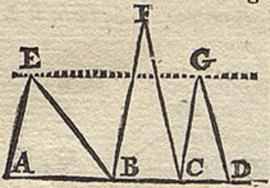
Si trois triangles ont leurs baſes proportionnelles, & que le premier & le troiſiéme ſoient de même hauteur; le deuxiéme ſera égal au dernier s'il eſt ſemblable au premier: mais au contraire, s'il eſt ſemblable au dernier, il ſera égal au premier.

Suppoſé les trois baſes proportionnelles A B C D, & les triangles A B E, C D G de même hauteur; je dis premierement que le triangle F conſtruit ſur la moyenne, eſt égal au triangle G, parce qu'il eſt ſemblable au triangle E.



Puis que les triangles A B E, B C F ſont ſemblables, ils ſont en raiſon doublée de leurs baſes, c'eſt à dire, qu'il y a même raiſon du *triangle A B E au triangle B C F, que de la base A B à la troisiéme proportionnelle C D (suivant la precedente.) Or il y a même raison du triangle A B E qu'au triangle C D G, que de la base A B à la base C D (par la 47.) Ainsi le triangle A B E, a même raison au triangle B C F; qu'au triangle C D G. Donc (par la 6) les triangles B C F, C D G sont égaux.*

Secondement je prouve que le triangle F, qui est semblable au triangle G, est égal au triangle E.

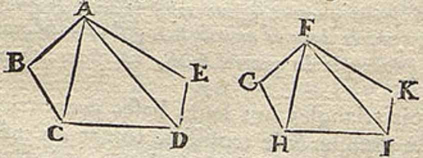


Le triangle C D G est à son semblable B C F, comme sa base C D à la troisiéme proportionnelle A B: & comme C D à A B, le triangle C D G au triangle A B E (suivant la 47.) Donc le triangle G a même raison au triangle F, qu'au triangle E, Donc les triangles A B E, B C F sont egaux.

68.

Les Poligones semblables, se divisent en des triangles semblables.

Que les poligones B E, G K soient semblables, je dis que les triangles de l'un, sont semblables aux triangles de l'autre.

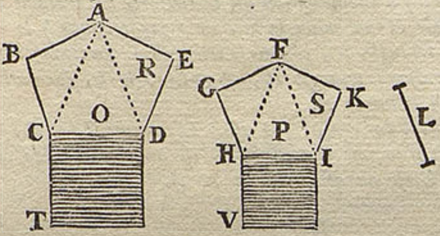


Les poligones estant semblables, les angles B, G sont égaux, & A B est à B C, comme F G à G H (suivant la 72 du 1.) Donc les triangles A B C, F G H sont semblables (par la 58) & A C est à C B comme F G à G H. De plus comme B C, à C D, G H à H I; donc par égalité, comme A C à C D, F H à H I; & les angles égaux B C A, G H F, estant soustraits des égaux B C D, G H I: les angles A C D, F H I, restent égaux. Donc les triangles A C D, F H I sont encore semblables, (par la même 58.) Et par consequent, comme A D à D C, F I à I H; mais comme C D à D E, H I à I K; donc par égalité *comme A D à D E, F I à I K; & les angles A D E, F I K estant égaux, puisqu'ils restent des égaux C D E, H I K, desquels sont soustraits les égaux A D C, F I H: les triangles A D E, F I K sont aussi semblables.*

69.

Les poligones semblables sont en raison doublée, ou ce qui est le même, il sont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues.

Les Poligones A B C D E, F G H I K sont semblables, il faut donc prouver qu'ils sont en raison doublée de leurs côtez homologues, par exemple de leurs bases C D, H I. Que la ligne L, soit à I F, comme I F à D A.



Les triangles O, R, sont semblables aux triangles P, S (par la precedente.) Les triangles R, S, estant semblables, ils sont en raison doublée de leurs côtez homologues: c'est à dire, que le triangle R est au triangle S, comme son côté A D est à la troisiéme proportionelle L (par la 66) Par la même raison le triangle O est au triangle P, comme le même côté A D est à la même troisiéme proportionnelle L. Il y a donc même raison du triangle R au triangle S, que du triangle O au triangle P; & en composant, comme le triangle O est au triangle P; les deux triangles O R, c'est à dire, le quadrilatere A C D E, est aux triangles P, S, c'est à dire au quadrilatere F H I K (par la 11.)

La même demonstration se fera des quadrilateres A B C D, F G H I, & enfin (par la même 11. (on conclura que les poligones B E, G K, sont entr'eux comme les triangles O, P, lesquels estans en raison doublée de leurs bases C D, H I; les poligones B E, G K, sont aussi en raison doublée des mêmes bases.

De plus les quarrez D T, I V, sont entr'eux comme les trian-

gles O, P, (par la 66.) Donc les poligones B E, G K qui sont entr'eux comme ces triangles, sont entr'eux comme les quarrez.

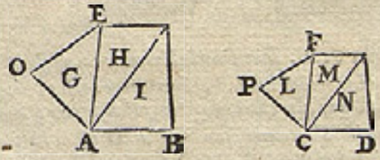
70.

Les parties d'un poligone sont entr'elles, comme parties d'un autre poligone semblable.

Les poligones B O, D P sont semblables, je dis donc que les triangles G, H, I, du premier sont entr'eux comme sont les triangles du deuxiéme, L, M, N.

Puisque les poligones sont semblables, leurs triangles sont aussi semblables; ainsi les triangles G, L, sont en raison doublée de leurs côtez homologues A E, C F (suivant la 66) les triangles H, M, sont aussi en raison doublée des memes côtez A E, C F: Donc il y a même raison du triangle G au triangle L, que du triangle H au triangle M: & (par échange) le triangle G est au triangle H, comme le triangle L au triangle M. Par la méme raison le triangle H, est au triangle I, comme le triangle M au triangle N.

De plus (par égalité) G est à I, comme L à N: & (en composant) comme le triangle G est au quadrilatere H I, le triangle L est au quadrilatere M N.

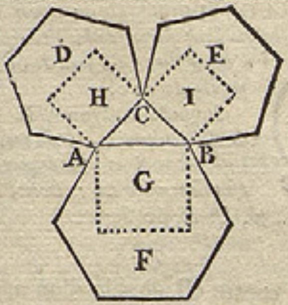


71.

Si on décrit des poligones semblables sur les côtez d'un triangle rectangle le plus grand, *c'est à dire*, celuy qui aura pour base le côté opposé à l'angle droit sera égal aux deux autres.

L'angle C, du triangle A B C est droit, ainsi j'ay à prouver que le poligone F, est égal aux deux poligones D, E, qui luy sont semblables.

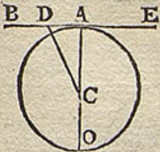
Les poligones semblables D, E, F, sont entr'eux comme les quarrez de leurs bases ou côtez homologues A B, B C, C A, (*par la* 69) *le plus grand quarré G, eſt égal aux deux petits H, I* (*par la* 45.) *Donc le plus grand poligone F, eſt égal aux deux petits D, E.*



72.

Une ligne droite touche un cercle & ne le coupe pas, ſi elle eſt perpendiculaire à l'extremité du diametre.

La droite A B eſtant perpendiculaire à l'extremité du diametre A O, il eſt évident qu'elle touche le cercle, mais qu'elle ne le coupe pas, même eſtant continuée vers E, c'eſt ce qu'il faut faire voir; & pour cela qu'on prenne dans cette ligne A B, un point comme on voudra, par exemple, le point D, & qu'on tire au centre la ligne droite C D.



Puiſque l'angle B A C eſt droit, l'angle A D C ſera aigu (*par la* 32) *& la ligne C D oppoſée à l'angle droit, ſera plus grande que le rayon A C oppoſé à l'angle aigu,* (*par la* 33.) *Donc le point D a eſté pris hors le cercle* (*ſuivant la* 1.) *Or la même demonſtration ſe fera de tous autres points de la touchante B E, ſi prés qu'on le puiſſe prendre du point A: Donc la droite B E, n'entre pas dans le cercle.* De plus il s'enſuit que

73.

Le cercle n'eſt touché d'une ligne droite qu'à un ſeul point, & la perpendiculaire tirée de ce point paſſe par le centre du cercle.

74.

Le rayon diviſe la circonference du cercle en ſix parties égales, chacune de 60 degrez.

Que la ligne A C ſoit tirée égale au rayon B C, je dis que l'arc A C, ſera la ſixiéme partie de la circonference du cercle: c'eſt à dire qu'il ſera de 60 degrez, ſixiéme partie de 360.

Suppoſé le rayon A B. *Le triangle A B C eſt équilateral, & ſes trois angles qui pris enſemble valent 180 degrez (ſuivant la 29) ſont chacun de 60: Donc l'arc A C qui eſt la meſure de l'angle B, eſt de 60 degrez.*

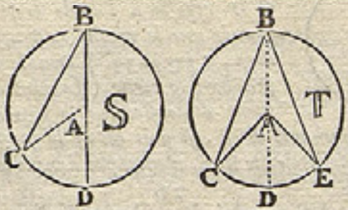
75.

L'angle du centre eſt double d'un angle de la circonference qui a le même arc pour baſe.

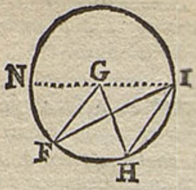
1. *Dans le cercle S, l'angle du centre C A D, & l'angle C B D de la circonference, ont un même arc C D pour baſe; j'ay donc à prouver que le premier eſt double du deuxiéme.*

Les droites A B, A C ſont égales, ainſi le triangle A B C eſt iſocele, & ces angles B, C, ſont égaux (par la 25) l'angle A eſt égal aux deux B & C (par la 27) Donc il eſt double du ſeul B.

2. *Dans le cercle T, l'angle C A E eſt encore double de l'angle C B E, car ſuppoſé la ligne B A D traverſant le centre A, l'angle C A D eſt double de C B D, & D A E l'eſt de l'angle D B E, par le cas precedent.*



Enfin l'angle du centre F G H eſt auſſi double de l'angle



F I H, qui est à la circonference, car supposé la ligne I G N, l'angle N G H sera double de l'angle N I H; & l'angle N G F le sera de l'angle N I F; (par le premier cas) si donc vous ôtez l'angle N G F de l'angle N G H, & l'angle N I F de l'angle N I H: restera l'angle F G H double de l'angle F I H.

76.

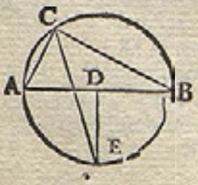
Les angles qui sont dans un même segment de cercle, ou dans des segments égaux ou semblables, sont égaux.

Les angles A D B, A E B compris dans le même segment A C B sont chacun moitié de l'angle du centre A F B, (par la precedente.) Donc ils sont égaux (par la 6.) Et la même chose est évidente à l'égard des angles qui sont dans des segments égaux.

Mais supposé les deux cercles concentriques I K M, N O P; les arcs N O, I K; estans compris dans l'angle commun I R K, le premier est à son cercle, ce que le deuxiéme est au sien: (par la 13.) Ainsi les segments décrits sur les deux cordes I K, N O sont semblables quoy qu'inégaux. Or, que les angles qui sont dans le grand segment I M K, comme ceux qui sont dans le petit N P O, soient égaux; il est évident (par la 6.) puisque chacun de ces angles, est moitié de l'angle R qui est au centre.

77.

L'angle inscrit dans le demicercle est droit.

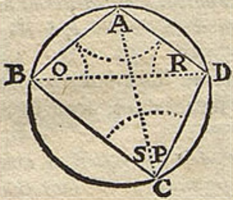


L'angle A C B est dans un demi cercle, je dis donc qu'il est droit & je le prouve. Que la ligne D E soit abaissée perpendiculairement du centre D, les angles au point D seront droits.

L'angle droit A D E est double de l'angle A E C; l'angle droit B D E, est aussi *double de l'angle B C E (par la 75.) Donc les angles A C E, B C E ſont chacun demi droit, & l'angle A C B qui en eſt composé eſt droit.*

78.

Un quadrilatere inſcrit dans un cercle, a ſes angles oppoſez égaux à deux droits.

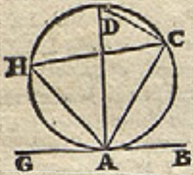


Que les angles oppoſez B A D, B C D du quadrilatere A B C D ſoient égaux à deux droits. Voicy comme on le démontre.

Suppoſé les lignes droites A C; B D, l'angle P eſt égal à l'angle O; & l'angle S, l'eſt à l'angle R (par la 76.) L'angle B A D, vaut deux angles droits avec les angles O, R (par la 29.) Donc il vaut deux angles droits avec leurs égaux S, P, ou le ſeul B C D.

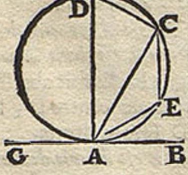
79.

La tangente & la ſecante font au point de l'attouchement, des angles égaux à ceux des ſegments alternes.



1. Que la ligne G B, touche le cercle au point A, on prouve que l'angle B A C fait de la touchante A B & de la ſecante A C, eſt égal à l'angle du ſegment alterne A H C. Suppoſé le diametre A D, il ſera perpendiculaire à la touchante A B (ſuivant la 73.)

L'angle A C D eſt droit, (par la 77.) & l'angle D A C qui avec l'angle D vaut un droit (par la 29,) vaut auſſi un droit avec l'angle B A C; puiſque A D eſt perpendiculaire ſur A B: Donc l'angle B A C eſt égal à l'angle D (ſuivant la 7,) & par conſequent à l'angle H qui eſt égal à l'angle D (par la 76.)



2. Ie prouve que l'angle G A C, eſt auſſi égal à l'angle du ſegment alterne A E C.

L'angle D avec l'angle E vaut deux angles droits (par la 78) de même que l'angle B A C avec l'angle C A G (par la 18.) Les angles A D C, B A C, ſont égaux, nous venons de le prouver: donc les angles G A C, A E C, le ſont auſſi.

80.

80.

Les arcs égaux, ont des cordes égales.

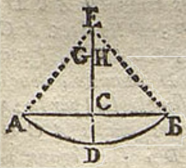
Les arcs BC, CD, sont supposez égaux, je dis donc que leurs cordes qui sont les droites BC, CD sont égales. Soit tiré du centre A les rayons AB, AC, AD.

Puis que les arcs BC, CD, sont égaux, les angles E, F, faits au centre du cercle sont égaux (par la 14) Les rayons AB, AC, AD sont aussi égaux: Donc les triangles ABC, ACD ont les côtez égaux (par la 22) & (par la 24.) Les cordes BC, CD, sont égales, ce qui estoit à prouver.

81.

Le rayon qui coupe une corde en deux également, coupe l'arc de même.

Si le point E estant le centre de l'arc ADB, le rayon DE coupe la corde AB en deux parties égales; je dis qu'il coupe aussi l'arc en deux également en D: & je le fais voir.



Suppose les rayons AE, BE: les côtez du triangle ACE, sont égaux aux côtez du triangle BCE: Les triangles ACE, BCE, sont donc semblables (par la 23) & ont les angles G: H, égaux (par la 24.) Donc les arcs AD; BD qui sont leurs mesures sont égaux:

Il s'ensuit aussi que

82.

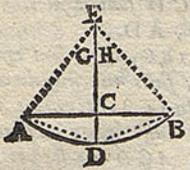
La ligne qui coupe en deux également l'arc & sa corde, est un rayon du cercle.

83.

La perpendiculaire qui coupe une corde en deux également, passe par le centre de l'arc.

Si la perpendiculaire CE coupe la corde AB en deux parties *égales, je dis qu'elle passe par le centre de l'arc A B.* Tirez les droites A D, B D.

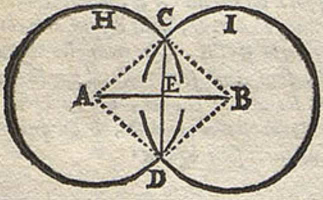
Les lignes A C, C B, estant égales : C D commune ; les angles au point C, droits : les triangles A C D, B C D, sont égaux & semblables (par la 22,) ainsi les cordes A D ; B D sont égales, & ont leurs arcs égaux (par la 80.) Donc l'arc A D B est coupé en deux parties égales, de même que sa corde A B, & la perpendiculaire D E passe par le centre de l'arc (suivant la 82.)



84.

Si deux cercles égaux se croisent, la ligne droite menée par les points communs de leurs circonferences, coupera en deux également & par des angles droits, la droite menée d'un centre à l'autre.

Que les points A B, soient les centres des cercles égaux H, I ; je prouve que la droite C D, coupe la droite A B en deux parties égales & à angles égaux.



Les triangles A C D, B C D, ont les côtez A C, A D, B C, B D, égaux, & C D commun ; donc ils sont semblables (par la 23) & leurs angles A C D, E C D ; sont égaux par la 24.) De plus les rayons A C, C B estant égaux, & la ligne C E commune aux angles égaux A C E, B C E : les triangles A C E, B C E sont aussi égaux en toutes leurs parties (par la 22.) Donc A E, E B sont égales ; & les angles en E sont égaux (par la 24) & droits (par la 9 du 1.)

Pour venir à la pratique, il faut d'abord avoir une Regle, un Compas, & un Rapporteur, qui est un demicercle de cuivre ou de corne, divisé en 180 degrez.

CHAPITRE TROISIE'ME.

PRATIQUE,
Des Lignes, des Angles, & des Figures.

PROPOSITION I.

Couper une ligne droite en deux parties égales.

La ligne A B eſt propoſée pour eſtre coupée.

DEs points A & B comme de deux centres, & d'une même ouverture de compas, décrivez des arcs qui ſe coupent.

Par leurs coupes G, H, menez une ligne droite, elle coupera la donnée en deux parties égales, (*ſuivant la 84 du 2.*)

PROP. II.

Couper un Arc en deux également.

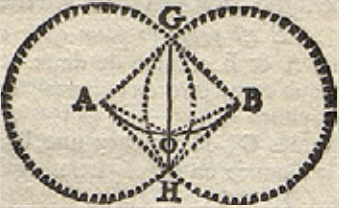
L'Arc A O B eſt propoſé.

DEs points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez deux arcs qui ſe coupent, & par leurs coupes G, H, menez la droite G H, elle coupera l'arc propoſé en deux également en O.

Que la droite G H coupe l'arc A B en deux également en O, *je le prouve.* Tirez les droites A G, B G, B H. A H, A O, B O.

Les triangles G A H, G B H, ont le côté G H commun, & les côtez A G, B G; A H, B H, égaux; (par la 1. du 2) ainsi ces deux triangles sont semblables (par la 23 du 2) & (par la 24 du 2) leurs angles au point G sont égaux.

Or les lignes A G; B G, estant égales, les angles A G O; B G O égaux, & la droite G O commune; les triangles A G O, BGO sont aussi égaux & semblables (par la 22 du 2.) Donc les cordes A O, B O, sont égales, & (par la 80 du 2) les arcs A O, B O, sont égaux. Ce qui estoit à prouver.



PROP. III.

Couper un angle rectiligne en deux également.

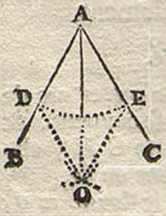
L'Angle B A C est proposé.

DU point A, pris comme centre, décrivez à volonté l'arc D E.

Des points D, E, & d'une même ouverture de compas, décrivez les petits arcs qui se coupent en O.

Menez la ligne A O, elle coupera l'angle en deux également.

Tirez les lignes D O, E O,



Les lignes A D; A E sont égales, D O, E O, le sont aussi (par la 1 du 2.) A O est commune aux deux triangles A D O, A E O; & (par la 23 du 2, ces triangles sont semblables. (Par la 24 du 2) leurs angles au point A, opposez aux côtez égaux D O, E O, sont égaux. Donc l'angle proposé est coupé en deux également.

PROP. IV.

D'un point donné dans une ligne droite, élever une perpendiculaire.

On veut élever au point C, une ligne perpendiculaire sur A B.

POsez une des pointes du compas en C, & de l'autre coupez comme il vous plaira, les parties égales C D, C E.

Des points D, E, faites la section F, je veux dire, de ces points D E, comme de deux centres & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en F.

Menez C F, elle sera perpendiculaire sur A B.

Tirez D F, E F.

Les lignes C D, C E, sont égales D F, E F, le sont aussi; C F, est commun: donc (par la 23 du 2,) les triangles C D F, C E F, sont semblables, & ont les angles au point C égaux & droits (par la 9 du 1.) Donc (suivant la 10 du 1) la ligne C F est perpendiculaire.

PROP. V.

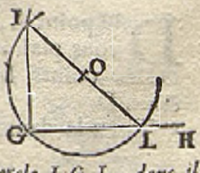
Elever une perpendiculaire à l'extremité d'une ligne.

La ligne droite G H estant proposée, on veut élever une perpendiculaire à son extrémité G.

MArquez à volonté un point O, au dessus de G H,

De ce point, & de l'intervale O G, faites le demi cercle I G L.

Menez L O I, puis la requise G I.



L'angle I G L est décrit dans le demi cercle I G L, donc il est droit (par la 77 du 2.)

PROP. VI.

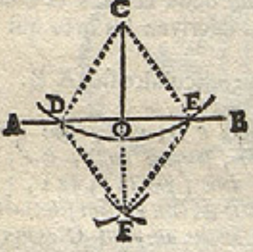
Abaisser une perpendiculaire sur une ligne droite.

On veut abaisser du point C, une perpendiculaire sur la droite A B.

METTEZ une des pointes du compas au point C, & de l'autre décrivez un arc qui coupe la ligne A B, *par exemple*, en D, E.

De ces points D, E, faites la section F.

Menez la requise C O, vers le point F.



Suppose les lignes C D, C E, DF, EF, OF. Les triangles CDF, C E F sont équiangles (par la 23 du 2,) & les angles au point C, sont égaux (par la 24 du 2.) De plus les triangles O C D, O C E sont aussi équiangles estant semblables (par la 22 du 2 :) car les lignes C D, C E, sont égales, CO, est commune, & les angles au point C sont égaux. Donc (par la 24 du 2.) les angles C O D, C O E sont égaux, & droits & la ligne C O est perpendiculaire. (suivant la 10 du 1.)

PROP. VII.

Elever sur un angle rectiligne, une ligne droite qui fasse des angles égaux de part & d'autre.

L'angle A est proposé.

DU point A, décrivez comme il vous plaira, l'arc BC.

Des points B, C, faites la section D.

Tirez la demandée A D.

Les triangles A C D, A B D sont équiangles (par la 23 du 2.) Donc les angles C A D, B A D, sont égaux.

PROP. VIII.

Par un point propoſé, mener une ligne parallele à une autre.

On veut mener par le point A, une ligne qui ſoit parallele à la ligne B C.

DU point A, prenez avec le compas, la diſtance A E, en décrivant un arc qui raſe la ligne B C.

De la même ouverture de compas & d'un autre point comme H pris à volonté dans la ligne B C, décrivez l'arc L I.

Menez la demandée D F, de maniere que paſſant par le point propoſé A, elle touche l'arc I L ſans le couper.

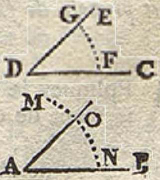
Que la ligne D F ſoit parallele à la ligne B C, il eſt évident (par la 1 du 2.)

PROP. IX.

Faire un angle égal à un autre.

On veut faire ſur la ligne A B, & au point A, un angle égal à l'angle C D E.

DE l'angle D, décrivez à la premiere ouverture de compas, l'arc F G.



De la même ouverture de compas, & du point A, décrivez auſſi l'arc N M.

Coupez l'arc N O égal à l'arc F G.

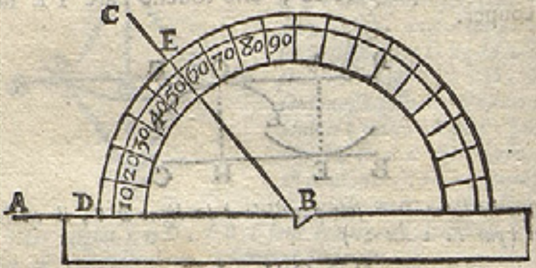
Menez A O, & l'angle B A O ſera égal au propoſé C D E (*ſuivant la 14 du 2.*)

PROP. X.

Trouver la valeur d'un angle, par le moyen d'un Rapporteur ou demi cercle.

L'angle A B C est proposé à mesurer.

APpliquez sur A B, la regle du Rapporteur, en sorte que le centre du demicercle se trouve précisément sur la pointe de l'angle B, & le nombre des degrez qui se trouveront compris dans l'arc D E, sera la valeur de l'angle A B C.



PROP. XI.

Faire un angle de tel nombre de degrez qu'on voudra, *par exemple,*

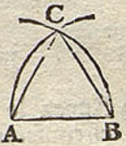
Soit proposé de faire un angle de 50 degrez sur A B, & au point B.

APpliquez le Rapporteur ou demicercle, comme je viens de dire dans la Proposition precedente, & à 50 degrez, à compter du point D, marquez le point E; puis menez B E. qui fera l'angle demandé A B C.

PROP. XII.

Décrire un triangle équilateral sur une base donnée.

On propose pour base la ligne A B.



DEs points A & B, décrivez les arcs AC, BC.

Menez les droites AC, BC, & vous aurez le requis. (*par la 1. du 2.*)

PROP. XIII.

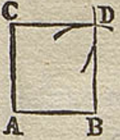
Construire un quarré sur une base donnée.

On propose pour base la ligne AB.

ELevez la perpendiculaire AC (*par la 5,*) & la coupez égale à AB.

Des points B & C, & de l'intervale AB, faites la section D.

Menez les lignes CD, BD, & vous aurez un quarré.



Les quatre côtez ont esté coupez égaux, & ils sont paralleles (par la 39 du 2.) L'angle A est fait droit, & son opposé D l'est aussi (par la 38 du 2.) De même, les angles B, C, sont égaux & droits, les quatre angles A, B, C, D, valant quatre droits (par la 35 du 2.) Donc (suivant la 27 du 1) CB est un quarré parfait.

PROP. XIV.

Inscrire un triangle équilateral dans un cercle.

Le cercle A F est proposé.

DU point A, pris à volonté dans la circonference, & de l'intervale du rayon AB, décrivez l'arc CBD.

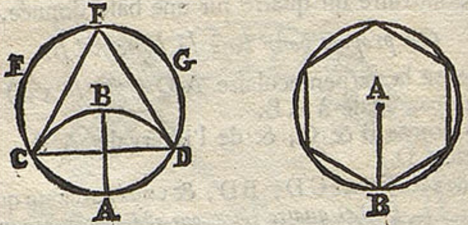
Menez la droite CD, elle ſera la baſe du triangle demandé.

L'arc A C eſt une ſixiéme partie de la circonference (ſuivant la 74 du 2,) & le double C A D en eſt le tiers.

PROP. XV.

Inſcrire un Exagone regulier.

PRenez le demi diamettre A B, il diviſera la circonference du cercle en ſix parties égales (*ſuivant la 74. du 2.*)



PROP. XVI.

Inſcrire un Quarré.

TIrez par le centre O, le diametre B D.

Des points B, D, décrivez deux arcs F G, E H, qui ſe coupent.

Par leurs coupes ou ſections, menez la droite A C, qui paſſera par le centre O en faiſant quatre angles droits avec le diametre B D, (*ſuivant la 84 du 2.*)

Décrivez le quarré A B C D, il aura les quatre côtez égaux, & les quatre angles droits.

Les arcs A B, B C, C D, D A, ſont égaux (ſuivant la 14 du 2 ;) ainſi (par la 80 du 2) le quarré a ſes quatre côtez égaux ; & ſes quatre angles ſont droits (par la 77 du 2.)

PROP. XVII.

Inſcrire un octogone regulier.

TIrez les diametres A B, C D, coupant le cercle en quatre parties égales (*par la precedente.*) Coupez chaque quart de cercle en deux également (*par la 2,*) & tirez les côtez de l'octogone A E C, &c.

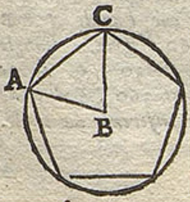
L'égalité des côtez eſt évidente (par la 80 du 2) & celle des anglés (par la 76 du même 2.)

PROP. XVIII.

Inſcrire tel Poligone regulier qu'on voudra, par le moyen du Rapporteur.

On veut inſcrire un Pentagone dans le cercle A B C.

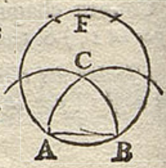
DIviſez le nombre des degrez du cercle entier par le nombre des côtez du poligone, c'eſt à dire, diviſez 360 par 5, & le quotien 72, ſera l'angle du centre A B C que vous ferez (*par la* 11) pour avoir un arc dont la corde A C, ſoit un des côtez du Pentagone demandé.



PROP. XIX.

Construire un Exagone regulier sur une base donnée.

La base AB est donnée.



DEs points A, B, décrivez les arcs BC, AC.

Du point C, faites le cercle ABF, il contiendra six fois AB (*suivant la 74. du 2.*)

PROP. XX.

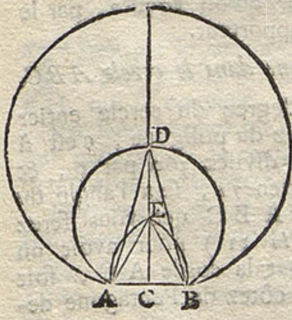
Décrire un Dodecagone regulier dont un des côtez est proposé.

La droite AB est le côté proposé.

DU milieu d'AB, élevez la perpendiculaire CD (*par la 4.*)

Du point B, décrivez l'arc AE, & du point E l'arc AD.

Le point D sera le centre du Dodecagone.



L'angle ADB est moitié de l'angle AEB (par la 75 du 2.) AEB est l'angle du centre d'un Exagone (par la precedente.) Donc l'angle ADB est l'angle du centre d'un Dodecagone : car l'angle AEB estant de 60 degrez, l'angle ADB est de 30 ; & douze fois 30, font 360, valeur de toute la circonference du cercle.

PROP. XXI.

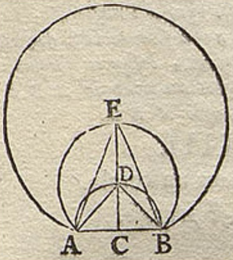
Sur une baſe donnée décrire un Octogone.

La baſe A B eſt donnée.

COupez A B en deux au point C (*par la* 1.) Elevez la perpendiculaire C E (*par la* 4.)

Du point C, décrivez le demicercle A D B.

Du point D, décrivez le cercle A E B, & du point E, le cercle demandé qui contiendra huit fois A B.



L'angle A D B eſt droit (par la 77 du 2) & l'angle AEB eſt demi-droit (ſuivant la 75 du 2) L'angle droit vaut 90 *degrez (ſuivant la 18 du 2;) & le demi droit 45, qui eſt la valeur de l'angle au centre d'un Octogone, huit fois 45 faiſant 360.*

PROP. XXII.

Sur une baſe donnée décrire tel Poligone regulier qu'on voudra.

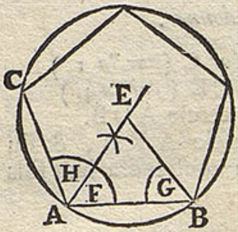
On veut faire un Pentagone regulier ſur la baſe A B.

DIviſez 360, par le nombre des côtez du Poligone à faire, c'eſt a dire par 5 ; & le quotien 72 ſera la valeur de l'angle, au centre d'un Pentagone, (*ſuivant la* 18.)

Tirez ce nombre 72 de 180, reſtera 108 pour angle de la figure B A C, que vous ferez par la Pratique 11.

Coupez cet angle B A C en deux, par la ligne A E (*prop.* 3.)

Faites l'angle ABE égal à l'angle B A E (*par la 9,*) & le point E sera le centre du cercle dans lequel vous ferez le Pentagone demandé.



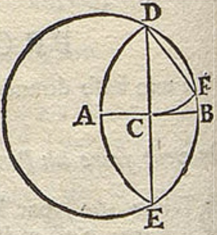
Les angles F, G, sont faits égaux : donc (par la 26 du 2) les lignes A E, B E sont égales ; & le cercle décrit du point E, & de l'intervale E A, passe par le point B. Cela connu, je n'ay qu'à faire voir comme l'angle A E B est de 72. degrez.

L'angle G qui est égal à l'angle F, est aussi égal à l'angle H ; Les deux angles H ; F, ou le seul C A B a esté fait de 108 degrez : ainsi les deux F, G, valent 108 degrez : lesquels soustraits de 180 que valent tous les trois angles du triangle A B E, (par la 29 du 2) reste 72 pour l'angle A E B.

PROP. XXIII.

Inscrire un Eptagone dans un cercle.

Le cercle B D E est proposé.



MEnez le rayon A B, & du point B, décrivez l'arc D A E.

Tirez la droite D E, & sa moitié C D ou son égale D F, sera à peu prés la longueur d'un des côtez de l'Eptagone.

Nous verrons cette Proposition & les deux suivantes au Chapitre 8.

PROP. XXIV.

Inscrire un Eneagone.

MEnez le rayon A B.

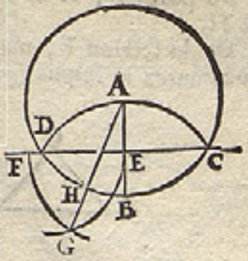
De l'extremité B, & de l'intervale B A, décrivez l'arc D A C.

Tirez la droite C D, & la prolongez vers F.

Coupez E F égale à A B.

Du point E, décrivez l'arc F G, & du point F, l'arc E G.

Menez A G, & l'arc D H, sera à peu prés la neuviéme partie de la circonference du cercle.



PROP. XXV.

Sur une base donnée, décrire un Eneagone regulier.

La ligne A B est une base proposée.

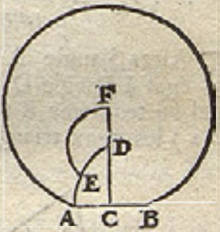
COupez A B en deux également au point C.

Elevez la perpendiculaire C F.

Du point B, décrivez l'arc A D.

Coupez l'arc A D en deux parties égales en E.

Du point D, décrivez l'arc E F; & le point F, sera à peu prés le centre de l'Eneagone.



PROP. XXVI.

Décrire un Triangle semblable & égal à un autre.

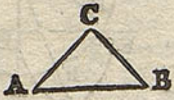
On veut faire un triangle égal & semblable au triangle A B C.

TIrez D E, égale à la base A B.

Du point D, & de l'intervale A C, décrivez l'arc L M.

Du point E, & de l'intervale B C, décrivez l'arc G H.

De la section F, menez les lignes D F, E F, & vous aurez le requis (*par la 23 du 2*)



PROP. XXVII.

Décrire sur une base donnée, un triangle semblable à un autre.

On propose à faire sur A B, un triangle semblable au triangle C D E.

FAites l'angle A égal à l'angle C, & l'angle B égal à l'angle D (*par la 9.*) Le troisiéme F sera égal au troisiéme E (*par la 31 du 2,*) & (*par la 55 du 2*) les deux triangles seront semblables.

PROP. XXVIII.

Décrire une figure rectiligne égale & semblable à une autre.

On veut faire une figure comme la proposée O.

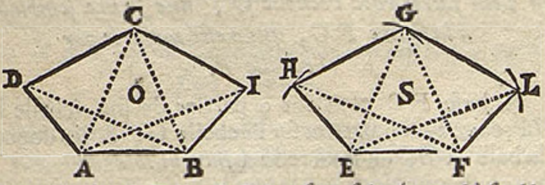
TIrez E F égale à la base A B.

Faites le triangle E F H semblable au triangle A B D *par la 26.*)

Faites

Faites de même, le triangle E F G, ſemblable au triangle A B C, & tirez G H.

Enfin, faites le triangle E F L ſemblable au triangle A B I, & ayant tiré G L, la figure S, ſera égale & ſemblable à la figure O.



Les triangles E F H, E F G, ſont faits égaux & ſemblables aux triangles A B D, A B C; ainſi ôtant des angles égaux D A B, H E F, les égaux B A C, F E G; les angles D A C, H E G, reſtent égaux; & puiſque les côtez A D, A C ſont égaux aux côtez E H, E G; les triangles A D C, E H G ſont auſſi égaux & ſemblables (par la 22 du 2.)

Par la même raiſon les triangles A C I, B I C, ſont égaux & ſemblables aux triangles E G L, F L G. Donc les figures O, S ſont égales & ſemblables (par la 68 du 2.)

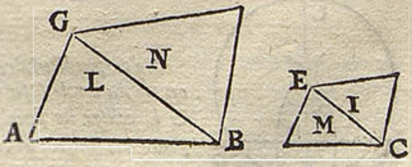
PROP. XXIX.

Décrire ſur une baſe donnée, une figure ſemblable à une autre.

On veut faire ſur A B une figure ſemblable à la figure M I.

MEnez la diagonale C E, & faites ſur la baſe A B, le triangle L ſemblable au triangle M (*par la 27.*)

Faites auſſi ſur BG, le triangle N, ſemblable au triangle I. Et le quadrilatere L N ſera ſemblable au quadrilatere M I, (*par la 68 du 2.*)

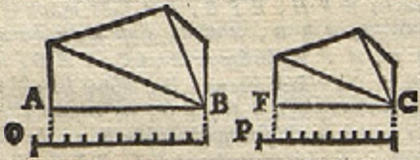


PROP. XXX.

Conſtruire une figure ſemblable à une autre, par le moyen d'une échelle'.

On veut faire avec l'échelle O, une figure ſemblable à la figure F C, qui a eſté meſurée par l'échelle P.

LA baſe F C contient 9 parties de ſon échelle P. Prenez auſſi 9 parties ſur l'échelle O, & les donnez à la baſe A B, ainſi du reſte (*ſuivant la* 28.)



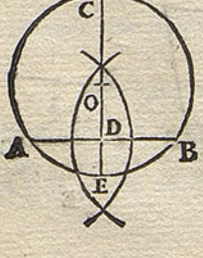
PROP. XXXI.

Trouver le centre d'un cercle.

On propoſe de trouver le centre du cercle A B C.

TIrez comme il vous plaira la droite A B, & la coupez en deux également par la perpendiculaire C E (*ſuivant la* 1.)

Coupez C E auſſi en deux parties égales, & le milieu O, ſera le centre du cercle.



La perpendiculaire C E *paſſe par le centre du cercle (ſuivant la* 83 *du* 2,) *& le centre ne peut eſtre ailleurs qu'au point* O, *milieu de cette ligne.*

PROP. XXXII.

Achever un cercle commencé dont on n'a pas le centre.

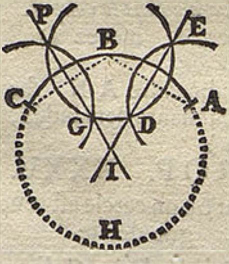
L'arc A B C est le commencement d'un cercle qu'il faut achever.

POsez dans l'arc proposé, trois points comme il vous plaira, par exemple, les points A, B. C.

Des points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en D, E, & menez la droite D E.

Décrivez deux autres arcs des points B & C; & par leurs sections P, G, menez la droite P G.

Du point I où se coupent les droites P G, D E; & de l'intervale I A, achevez le cercle commencé.

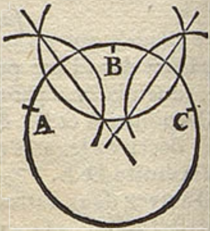


Suppose les droites A B, B C, elles sont coupées chacune en deux également & à angles droits par les droites P I, E I (suivant la 84 du 2.) ces lignes P I, E I passent chacune par le centre de l'arc A B C (par la 83 du 2.) Donc le centre est au point commun I, & l'arc A H C qui en est décrit, fait un cercle parfait avec l'arc A B C.

PROP. XXXIII.

Trouver le milieu de trois points, ou décrire un cercle par trois points qui ne soient pas dans une ligne droite.

Les points A, B, C, sont proposez, par lesquels une ligne droite ne peut estre menée.



CHerchez le centre de ces points par la precedente.

PROP. XXXIV.

Mener une ligne droite qui touche un cercle par un point donné.

On propose de tirer par le point A, une ligne qui touche le cercle sans le couper.

DU centre du cercle, menez D F par le point A.

Elevez la perpendiculaire A E, sur D F, elle sera la touchante demandée, (*suivant la 72 du 2*)

PROP. XXXV.

Trouver le point où un cercle est touché d'une ligne droite.

On cherche le point où la droite C E, touche le cercle qui est dessus.

DU centre du cercle D, abaissez sur C E, la perpendiculaire D A (*par la 6*;) & le point A sera le demandé. (*Voyez la 73. du 2.*)

PROP. XXXVI.

Décrire ſur une ligne droite, un ſegment de cercle capable d'un angle égal à un angle donné.

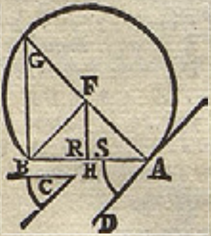
On veut décrire ſur la droite, A B, un ſegment de cercle qui puiſſe comprendre un angle égal à l'angle C.

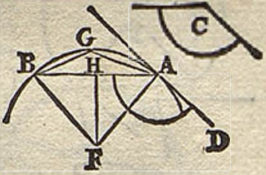
FAites l'angle B A D égal à l'angle C. (*prop.* 9.)

Elevez ſur A D, la perpendiculaire A G. (*prop.* 4, *ou* 5)

Coupez A B en deux, & du milieu H, élevez la perpendiculaire H F.

Du point F, décrivez l'arc A G B, & menez B G. Je dis que l'angle G, compris dans le ſegment A B G eſt égal au donné C. *Tirez B F.*





Premierement, les triangles H B F, H A F, ont le côté F H commun; les baſes B H, H A, égales & les angles d'entre deux égaux puiſqu'ils ſont droits: donc (par la 22 du 2) F A, F B, ſont égales; le cercle décrit du point F, & de l'intervale F A paſſe par le point B, & le ſegment A G B eſt décrit ſur A B.

2. La ligne A D touche le cercle au point A (par la 73 du 2:) & (ſuivant la 79 du 2) l'angle G eſt égal à l'angle B A D, & par conſequent à l'angle C.

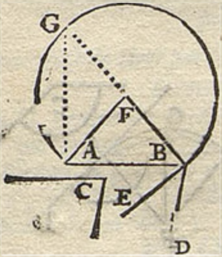
PROP. XXXVII.

Décrire ſur une ligne, un Poligone regulier dont l'angle du centre eſt donné.

L'angle C, eſt l'angle du centre d'un Pentagone qu'on veut faire ſur la ligne A B.

FAites l'angle A B D, égal au donné C (*prop.* 9.)
Coupez cet angle en deux par la ligne B E (*prop.* 3.)
Elevez ſur B E, la perpendiculaire B F (*prop.* 5.)
Faites l'angle A égal à l'angle B.
Du Point F, décrivez le cercle A B G, il contiendra cinq fois la ligne A B.

Pour le prouver je n'ay qu'à faire voir que l'angle du centre A F B eſt égal au propoſé C.



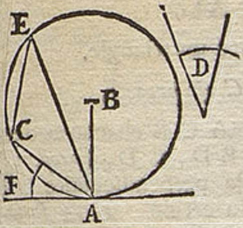
Suppoſé l'angle G, il eſt moitié de l'angle F, (par la 75 du 2.) L'angle A B E eſt auſſi moitié de l'angle A B D par la conſtruction; ces angles G, & A B E ſont égaux (par la 79. du 2.) Donc l'angle F, eſt égal à l'angle A B D, & par conſequent à l'angle C, auquel A B D eſt fait égal.

PROP. XXXVIII.

Couper d'un cercle, un ſegment capable d'un angle égal à un angle donné.

On veut couper du cercle E, un ſegment capable d'un angle égal a l'angle D.

TIrez le rayon A B, & la perpendiculaire A F. Faites l'angle F A C égal à l'angle D, & le ſegment A E C ſera le demandé.



Ayant pris un point à volonté dans l'arc A E C, par exemple le point E, si vous faites l'angle A E C, il sera égal à l'angle G A F, (suivant la 79 du 2) & par consequent au donné D.

PROP. XXXIX.

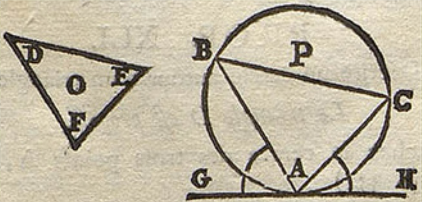
Inscrire dans un cercle, un triangle semblable à un autre.

Onpropose d'inscrire dans le cercle P, un triangle semblable au triangle O.

PAr un point comme A, menez la touchante G H (*prop.* 34.)

Faites l'angle G A B égal à l'angle E, & l'angle H A C égal à l'angle D.

Tirez la droite B C, & le triangle A B C sera semblable au triangle O.



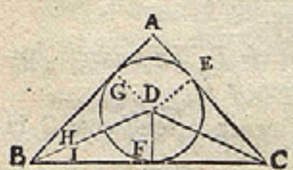
L'angle C est égal à l'angle B A G ou E; l'angle B l'est à l'angle C A H ou D, (par la 79 du 2.) Et l'angle A l'est à l'angle F (par la 31 du 2.) Donc le triangle inscrit est semblable au proposé O par la 55 du 2.)

PROP. XL.

Inſcrire un cercle dans un triangle.

Le triangle A B C eſt propoſé.

COupez les angles A B C, A C B chacun en deux également tirant les lignes B D, C D, (*prop.* 3.) De la ſection D, abaiſſez la perpendiculaire D F (*prop.* 6.) elle ſera le rayon du cercle. *Tirez D G, perpendiculaire ſur A B, & D E perpendiculaire ſur A C.*



Dans les triangles B D G, B D F, les angles G, F, ſont égaux puiſqu'ils ſont droits; les angles H, I ſont auſſi égaux, l'angle G B F eſtant coupé en deux également; le côté B D eſt commun: Donc (par la 34 du 2.) ces triangles ſont égaux en toutes leurs parties, & D G eſt égal à D F (par la 24 du 2)

Par la même raiſon D E eſt égal à D F: Donc le cercle décrit du point D, & de l'intervale D F, paſſe par les points G, E, & touche les trois côtez du triangle ſans les couper (par la 72 du 2.)

PROP. XLI.

Décrire un cercle autour d'un triangle.

Le triangle D eſt propoſé.

CHerchez le centre des trois points A, B, C. (*prop.* 33.)

PROP. XLII.

Décrire autour d'un cercle, un triangle ſemblable à un triangle donné.

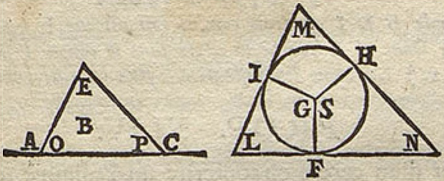
On propoſe de faire autour du cercle F I H, un triangle ſemblable au triangle B.

COntinuez la baſe A C de part & d'autre.

Menez le rayon G F, & faites l'angle S égal à l'angle C.

Faites auſſi l'angle G égal à l'angle A.

Menez par les points F, I, H, les tangentes L M, M N, L N, (*prop.* 34.) elles feront le triangle demandé.



Les angles du quadrilatere F S H N ſont égaux à quatre droits (par la 35 du 2) les angles S F N, S H N, ſont faits droits; donc les oppoſez S, N, pris enſemble valent deux droits.

Les angles P, C, ſont auſſi égaux à deux droits (par la 18 du 2) & l'angle S eſt fait égal à l'angle C. Donc l'angle N eſt égal à l'angle P.

Par la même raiſon, l'angle L eſt égal à l'angle O; & l'angle M l'eſt à l'angle E, (par la 31 du 2.) Donc (par la 55 du 2) le triangle L M N eſt ſemblable au triangle B.

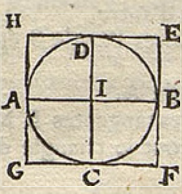
PROP. XLIII.

Autour d'un cercle circonſcrire un quarré.

Le cercle A B C eſt propoſé.

TIrez les diametres A B, C D, ſe coupant à angles droits.

Par les points A, B, C, D, menez H E, G F, E F, G H, paralleles aux diametres A B, C D, (*prop.* 8,) & vous aurez le quarré demandé ayant ſes côtez égaux, ſes angles droits, & touchant de ſes quatre côtez, le cercle donné ſans le couper en aucun endroit.



Les côtez E H, G F, ſont égaux au diametre A B: E F, G H, le ſont au diametre C D, (par la 38 du 2,) les diametres ſont égaux: donc les quatre côtez du quarré ſont égaux.

Les angles au centre I ſont droits, & leurs oppoſez E, F, G, H, le ſont auſſi (par la 38 du 2.)

L'angle H D I eſt droit comme ſon alterne I (par la 20 du 2.) Donc E H touche le cercle ſans le couper (ſuivant la 72 du 2.) La même demonſtration ſe fera des autres côtez.

PROP. XLIV.

Autour d'un cercle circonſcrire un Poligone regulier.

On propoſe de faire un Pentagone regulier autour du cercle A B D.

DEcrivez dans le cercle un Pentagone A C D, (*prop.* 18.)

Coupez A B en deux tirant le rayon F H.

Menez A P perpendiculaire ſur A F (*prop.* 5.)

Décrivez le cercle P O S, & continuez P A juſqu'en G.

La droite P G ſera un des côtez du Pentagone demandé.

Les triangles N A F, N B F, ont leurs cô tez égaux, ainſi ils ſont ſemblables (par la 23 du 2,) & leurs angles L, M, ſont égaux (par la 24 du 2.)

Dans les triangles A F P, A F G, les angles au point A ſont droits, le côté A F eſt commun, & les côtez F P, F G,

sont coupez égaux ; donc A P, A G, le sont aussi (par la 22 du 2.) & l'angle K est égal à l'angle M, & par consequent à l'angle L.

Les trois angles au centre F estant égaux, l'angle P F G composé de deux est égal à l'angle B F A aussi composé de deux ; & l'arc P G est la cinquiéme partie de son cercle, comme l'arc A B est la cinquiéme partie du sien (par la 13 du 2 ;) le reste est évident.

PROP. XLV.

Diviser une ligne droite en tant de parties égales qu'on voudra.

On veut diviser la ligne A B en trois parties égales.

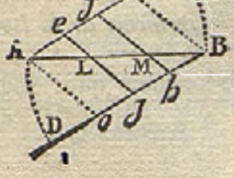
Du point A, décrivez l'arc B C, de telle grandeur qu'il vous plaira.

Du point B, décrivez aussi l'arc A D, & le coupez égal à l'arc B C.

Du point A, & de la premiere ouverture de compas, portez sur A C, trois parties égales A e f g.

De la même ouverture de compas & du point B. portez aussi sur B D les trois parties B h j o.

Menez les lignes f h, e j, elles diviseront A B comme il est demandé.



Nous avons fait les angles alternes C A B, D B A, égaux, ainsi (par la 21 du 2) les lignes A C, B D sont paralleles ; A e, o j, sont donc égales & paralleles ; & A o, e j, qui les conjoignent sont aussi paralleles (suivant la 36 du 2.) La même demonstration se fera des lignes e j, f h, g B.

Les lignes B g, M f, L e; estant paralleles, A B est divisée comme A g, (suivant la 51 du 2,) les parties d'A g, sont coupées égales. Donc les parties d'A B, le sont aussi.

PROP. XLVI.

Autre maniere de diviser une ligne.

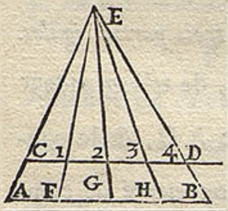
On veut diviser A B en quatre parties égales.

MEnez la ligne C D parallele à A B.

Du point C, & à la premiere ouverture de compas, portez sur C D, quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Tirez A C, B D, & les continuez jusqu'à leur rencontre en E.

Menez du point E, des lignes par les divisions 1, 2, 3, elles diviseront A B, en quatre parties égales.



Les lignes C D, A B, estant paralleles, les triangles C D E, A B E, sont semblables (par la 57 du 2) & sont divisez l'un comme l'autre par des triangles semblables (suivant la méme 57) les bases des triangles sur C D, sont coupées égales: Donc (suivant la 70 du 2) les bases des triangles sur A B sont aussi égales: Donc A B est divisée comme C D en quatre parties egales.

PROP. XLVII.

Faire diverses Echelles semblables sur des longueurs inégales.

On veut faire trois Echelles chacune de soixante parties égales, la premiere de la longueur D, la deuxiéme de la longueur E, & la troisiéme de la longueur G.

TIrez une ligne A O de telle longueur qu'il vous plaira.

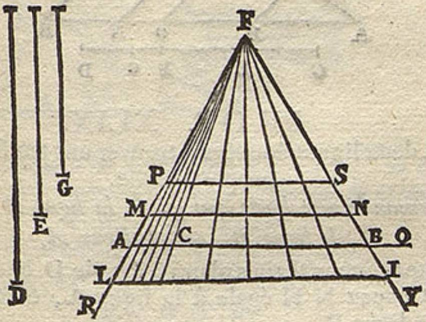
Portez ſur cette ligne A O, & à la premiere ouverture de compas, dix petites parties égales A C.

Portez A C, ſix fois ſur la même ligne A O, & ſur ces ſix parties A B, faites le triangle équilateral A B F (*prop.* 12.)

Prolongez F A vers R, & F B, vers Y.

Menez du point F, des lignes par toutes les diviſions d'A B.

Enfin, coupez F L, F I, égales à D; F M, F N, égales à E; F P, F S égales à G; & les lignes L I, M N, P S ſeront les échelles demandées.



Le triangle A B F eſt fait équilateral, & le triangle L I F, luy eſt ſemblable (par la 58 du 2.) Donc comme A B eſt égal à A F, auſſi L I eſt égale à L F ou D: & cette ligne L I eſt diviſée comme A B, (ſuivant la precedente) ainſi des autres.

PROP. XLVIII.

Diviſer une ligne en pluſieurs parties qui ſoient entr'elles, comme les parties d'une autre ligne,

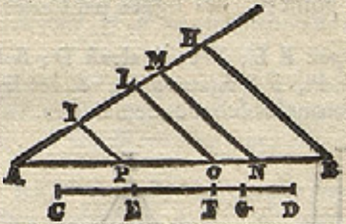
par exemple,

On veut diviſer A B en quatre parties qui ſoient entr'elles comme les quatre parties de la ligne C D.

MEnez comme vous voudrez la ligne A H, faiſant un angle avec A B.

Coupez les parties A I L M H, égales aux parties C E F G D.

Tirez B H, ses paralleles M N, L O, I P, & A B sera divisée comme A H ou C D son égale (*suivant la 51 du 2.*)



PROP. XLIX.

A deux lignes données, trouver une troisiéme proportionelle.

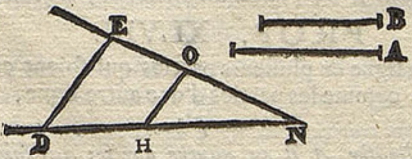
On demande une ligne qui soit à la ligne B, comme la ligne B, est à la ligne A.

FAites comme il vous plaira, l'angle D N E.

Coupez N H égale à la ligne A, & N O égale à la ligne B.

Coupez encore D H égale à N O, & menez D E parallele à H O.

La ligne E O sera la troisiéme demandée.



Les lignes D E, H O estant paralleles, il y a même raison d'N H à D H, ou d'A à B leurs égales; que d'N O ou B son égale à O E. (par la 51 du 2.)

PROP. L.

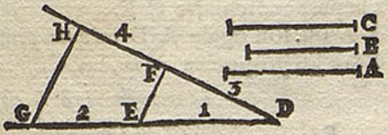
A trois lignes données trouver une quatriéme proportionelle.

On propose les lignes A, B, C, ausquelles il faut trouver une quatriéme proportionelle.

Faites à volonté l'angle G D H.

Coupez D E égale à A, E G égale à B, & D F égale à C.

Menez G H, parallele à E F, & F H sera la demandée.



Il y a même raison de D E ou A son égale, à E G ou B son égale, que de D F ou son égale C à F H. (suivant la 51 du 2.)

PROP. LI.

Trouver une moyenne proportionelle.

On veut avoir une moyenne proportionelle entre les lignes A & B.

Tirez une ligne droite C D.

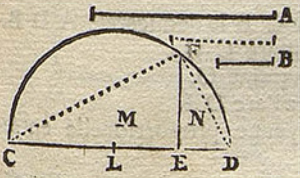
Coupez C E, E D, égales aux données A & B.

Divisez C D en deux également en L.

De ce point L décrivez le demicercle C F D.

La perpendiculaire E F sera la moyenne demandée.

Tirez C F, D F.



L'angle C F D est droit (par la 77 du 2:) & (par la 56 du 2) les triangles M, N, sont équiangles; ainsi, dans le premier triangle, le moyen côté C E est au petit E F, comme dans le second trian-

gle, le moyen côté E F est au petit E D (par la 53 du 2.) la ligne E F est donc moyenne proportionnelle entre les extrêmes C E, E D ou leurs égales A, B.

PROP. LII.

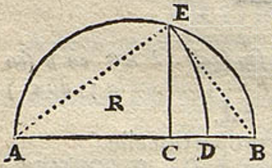
Autre maniere de trouver une moyenne proportionnelle.

On demande une ligne moyenne entre les extrêmes A B, A C.

DEcrivez le demicercle A E B.

Elevez la perpendiculaire C E.

La ligne A E ou son égale A D sera moyenne proportionelle entre les proposées A B, A C.



Le triangle A B E est rectangle (par la 77 du 2.) Et le triangle A C E, luy est semblable (par la 56 du 2,) A C est donc à A E, dans le triangle R, comme A E à A B dans le triangle A E B (par la 53 du 2;) ainsi, comme A C à A E, A E ou son égale A D à A B.

PROP. LIII.

D'une ligne donnée, couper une partie qui soit moyenne proportionelle entre le reste & une autre ligne.

On veut couper de la ligne A C, une partie C I, qui soit moyenne entre le reste A I, & la ligne C B.

DEcrivez sur la droite A C B le demicercle A D B.

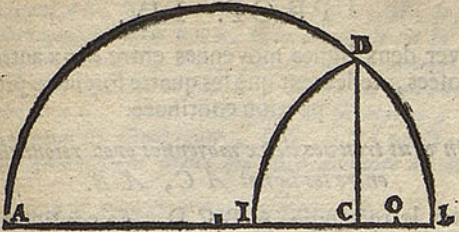
Elevez la perpendiculaire C D.

Coupez B C en deux au point O.

De ce point O, décrivez l'arc D I.

La ligne C I sera moyenne proportionelle entre A I & C B.

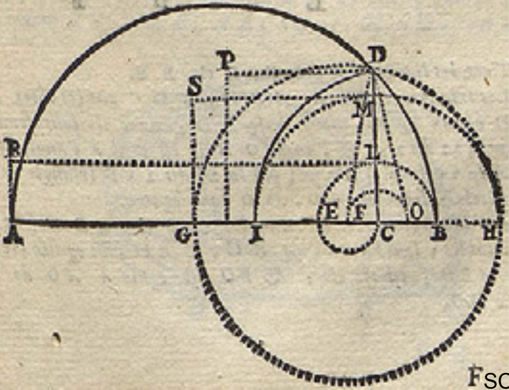
Coupez



Coupez C F, C E, égales à C O, C B; C H à C I; & F G à F H: puis faites les rectangles A C L R, G C M S, & le quarré C P.

La ligne F H, est égale à O I, & O I est coupée égale à O D, ainsi F H est aussi égale à F D; & le cercle décrit du centre F, & de l'intervale F H, passe par le point D.

La ligne C D est moyenne proportionnelle entre A C & C B, de même qu'entre G C & C H, (par la 51) ainsi le quarré C P, est égal au rectangle C S compris sous les extrêmes G C, C H; de même qu'au rectangle C R compris sous les extrêmes A C, C B (par la 64 du 2.) Donc (par la 3 du 2) les rectangles C S, C R sont égaux: & A C est à C M ou son égale C I, comme C G à C L ou C E son égale (par la 63 du 2.) De plus A I est à I C, comme G E à E C ou son égale C B (par la 12 du 2.) Or G E est égale à I C, car I C, l'est à C H, comme C H l'est à E G; Donc comme A I à I C, I C à C B.



PROP. LIV.

Trouver deux lignes moyennes entre deux autres proposées, tellement que les quatre soient en proportion continuée.

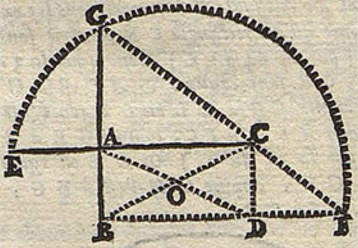
On veut trouver deux moyennes proportionnelles entre les lignes A C, A B.

FAites le rectangle A B C D, & continuez A C vers E, A B vers G, & B D vers F.

Tirez les diagonales A D, B C.

Du point O décrivez le demicercle E G F, de maniere qu'une ligne droite menée par les sections, G F, touche l'angle C.

Les lignes A G, A E, seront les moyennes demandées.



Tirez les lignes O E, O F, E G, B E.

Les triangles rectangles A B D, B D C ont les côtez A B, C D égaux & une même base B D : donc ils sont semblables (par la 22 du 2 :) & l'angle O B D est égal à l'angle O D B (par la 24 du 2.) Donc (par la 26 du 2) le triangle B D O, est isocele & ses côtez B O, D O sont égaux.

Par la même raison les triangles A B C, A B D sont encore semblables ; leurs angles A B C, B A D sont égaux : le triangle A B O, est isocele ; & B O est égale à A O de même qu'à D O.

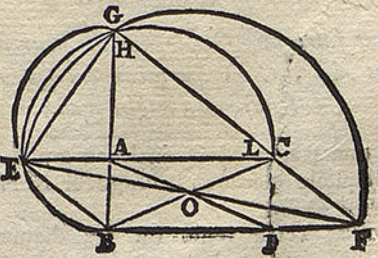
Les lignes A O, D O sont donc égales : O E, OF, le sont aussi étant des rayons du cercle E G F : & la diagonale A D tombant sur les paralleles E C, B F, fait les angles alternes E A O, O D F égaux (par la 20 du 2.) Donc (par la 22 du 2) les triangles O A E, O D F sont égaux & semblables, & leurs angles au point O, estant égaux, O E, O F (par la 19 du 2) ne sont qu'une ligne droite qui est le diametre du demicercle E G F.

L'angle E G F est droit (par la 77 du 2 :) & si vous decrivez un demicercle sur C E, il passera par le point G : Donc les triangles A G G, A G E sont equiangles (suivant la 56 du 2,) & (par la 51) la perpendiculaire A G est moyenne proporionnelle entre les lignes A C, A E.

Les lignes D C, D F qui sont paralleles aux lignes A G, A C font les angles D C F, D F C égaux aux angles A G C, A C G (par la 15 du 2 :) ainsi le triangle D C F est semblable au triangle A C G (par la 31 du 2.)

Les triangles O A E, O D F sont prouvez égaux & semblables ; donc A E, D F : sont égales ; A B, D C, le sont aussi (par la 38 du 2 ; (& les angles E A B, C D F, estant droits, le triangle E A B, est semblable au triangle C D F (par la 22 du 2) & par consequent aux triangles G A C, E A G, ceux-cy ayant esté prouvez semblables au triangle C D F.

L'angle B E G est donc droit, car il est composé des angles B E A, A E G égaux aux angles E G A. A G C qui font l'angle droit E G C. Donc la ligne A E est moyenne entre A B, & A G : de même qu'A G l'est entre A E, & A C, (par la 51.) Donc comme A B, à A E ; A E, à A G : & A G, à A C



PROP. LV.

Décrire une Ovale ſur une longueur donnée.

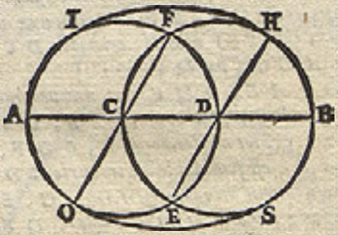
La ligne A B eſt la longueur d'une Ovale à faire.

DIviſez A B en trois parties égales A C D B.

Des points C, D, décrivez les cercles A I D, C H B.

Menez les droites F C O, E D H.

Du point E, décrivez l'arc H I, & l'arc O S du point F.



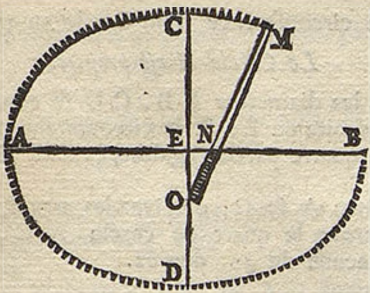
PROP. LVI.

Décrire une Ovale ſur une longueur & une largeur donnée.

On veut faire une Ovale qui ait pour diametres les lignes A B, C D qui ſe coupent également l'une l'autre & à angles égaux.

AYez une Regle M O égale au grand rayon A E, ſur laquelle marquez la longueur M N, égale au petit rayon C E.

Conduiſez cette regle ſur les diametres A B, C D, tellement que le point N coulant ſur A B, l'extremité O, n'abandonne point C D, & l'extremité M, décrira l'ovale demandée.



PROP. LVII.

Trouver le grand & le petit diametre d'une Ovale.

L'Ovale A B, C D est proposée.

MEnez comme il vous plaira les deux paralleles N A, I H.

Coupez ces paralleles chacune en deux, & par leurs coupes L, M, tirez la droite P O.

Divisez aussi la droite P O, en deux au point E.

Du point E, décrivez à volonté, le cercle S G F, coupant la circonference de l'ovale en quatre points.

Menez F G, & sa parallele T E C, qui sera le petit diametre, puis tirez le grand diametre B E D, coupant le petit par des angles droits.

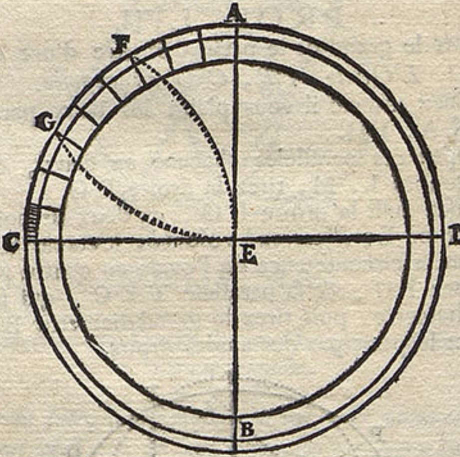
PROP. LVIII.

Diviſer la circonference d'un Cercle en 360 degrez.

Le Cercle A eſt propoſé.

MEnez les diametres A B, C D ſe coupant à angles droits en E, & la circonference ſe trouvera diviſée en quatre parties égales, valant chacune 90 degrez.

Des points A & C, décrivez les arcs E G, E F, qui diviſeront le quart de cercle A C, en trois parties chacune de 30. degrez.



Le quart de cercle A C eſtant de 90 degrez, & les arcs A G, C F, chacun de 60 (ſuivant la 74 du 2;) il s'enſuit que les ſupplements C G, A F, ſont chacun de 30: Or deux fois 30, ſouſtraits de 90, reſte auſſi 30 pour l'arc G F.

Diviſez ces trois arcs égaux C G F A, chacun en trois, puis chaque partie en dix, & ainſi des trois autres quarts de circonference.

PROP. LIX.

Diviser le contour d'un plan en plusieurs parties égales.

On propose de diviser le contour du plan H, en huit parties égales.

Prolongez la base A B de part & d'autre.

Prolongez aussi A F vers N, B C vers L, & C D vers M.

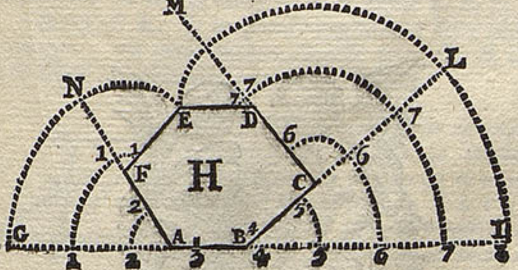
Coupez F N égale à F E, & A G égale à A N.

Coupez de même D M, égale à D E; C L égale à C M; B I égale à B L; & la ligne G I sera égale au contour du plan.

Divisez G I en huit parties égales, 1, 2, 3, &c.

Du point A, décrivez les arcs 11, 22, paralleles à l'arc G N, & du point F, l'arc 11 parallele à l'arc N E, ainsi du reste.

Les points 1, 2, 3, &c. qui se trouveront dans les côtez du plan, feront la division demandée.



PROP. LX.

Trouver une ligne droite égale à une courbe.

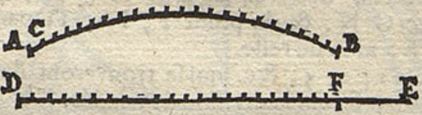
On veut avoir une ligne droite égale à la courbe A B.

TIrez la ligne droite indéterminée D E.

Prenez de la propofée A B, une partie A C, fi petite que la courbure de la ligne y foit imperceptible.

Portez cette petite partie fur A B, autant de fois qu'elle y pourra eftre comprife, par exemple 22. fois.

Portez autant de ces petites parties fur D E, lefquelles fe terminant en F, vous aurez la droite D F, affez précifément égale à la courbe A B.

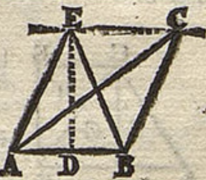


CHAPITRE QUATRIE'ME.

Reduction ou Transfiguration des Plans.

PROPOSITION I.

D'un triangle ſcalene A B C, faire un triangle iſocele, ou ce qui eſt même choſe, décrire un triangle iſocele égal au ſcalene propoſé.

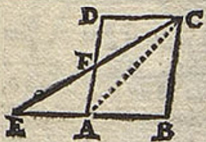


COupez la baſe A B en deux également en D.
Elevez la perpendiculaire D E.
Menez C E parallele à la baſe A B.
Tirez E A, E B, vous aurez le triangle iſocelle A B E pour le propoſé A B C; *ſuivant la 42 du 2.*)

PROP. II.

Réduire en triangle, le parallelogramme B D.

COntinuez A B, & coupez A E égale à A B.
Menez C E, & le parallelogramme ſera réduit en triangle, ou pour mieux dire le triangle B C E ſera fait égal au parallelogramme B D.

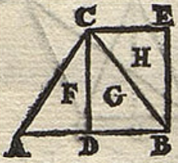


Le parallelogramme B D eſt coupé en deux triangles égaux par la diagonale A C (ſuivant la 37 du 2,) le triangle A E C eſt égal au triangle A B C (par la 43 du 2;) Donc il eſt auſſi égal au triangle A C D: & ôtant le commun A C F, reſte le triangle A E F égal au retranché C D F; Donl e triangle B C E eſt égal au parallelogramme B D.

PROP. III.

Réduire le triangle A B C en parallelogramme.

COupez la base A B en deux également en D.
Menez C D, & sa parallele B E.
Tirez encore C E parallele à A B.
Le parallelogramme D E, sera égal au triangle A B C.

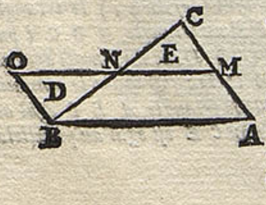


Le triangle G est égal au triangle F (par la 43 du 2 ;) il est aussi égal au triangle H (par la 37 du 2.) Donc les triangles F, H, sont égaux (par la 3 du 2,) & mettant le triangle H pour son égal F, le parallelogramme D E est égal au triangle A B C.

PROP. IV.

Faire un parallelogramme du triangle A B C, sans changer l'angle A.

COupez A C en deux également en M.
Tirez M O parallele à A B & B O parallele à A C.
Le parallelogramme A O sera égal au triangle A B C.



Les lignes A M, M C, sont coupées égales : B O est égale à A M (par la 38 du 2 : (donc B O, M C, sont aussi égales (& estant paralleles ; le triangle D est égal au triangle E (par la 59 du 2.) Donc le parallelogramme A O est égal au triangle A B C.

PROP. V.

Faire un rectangle du parallelogramme S T R O.

ELevez T V perpendiculaira sur T R.

Coupez V I égale à T R, & le rectangle I V T R sera égal au parallelogramme O S T R (*par la* 40 *du* 2.)

PROP. VI.

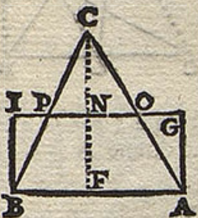
Décrire un Rectangle égal au triangle. A B C.

ABaissez la perpendiculaire C F, & la coupez en deux au point N.

Menez par le point N, la ligne G I parallele à A B.

Coupez N G égale à F A, & N I égale à F B.

Menez B I, A G, & A B I G sera le rectangle demandé égal au triangle donné.



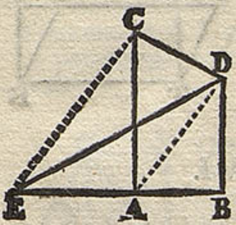
La ligne N G est coupée égale à sa parallele F A: & (par la 36 du 2) A G est égale & parallele à N F comme aussi à son égale NC. Donc (par la 59 du 2) le triangle A G O, est égal au triangle CNO. Par la même raison, le triangle B I P est égal au triangle C P N.

Les lignes I G, A B estant égales & paralleles, B I, A G sont aussi paralleles (par la 36 du 2) & le parallelogramme A B I G est rectangle, car les angles au point F estant droits, leurs opposez I, G sont droits, & les opposez à ceux-cy, G A B, A B I le sont aussi (par la 38 du 2.)

PROP. VII.

Réduire en triangle, le quadrilatere A B C D.

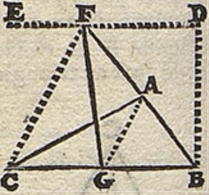
PRolongez la base A B vers E.
Menez A D, sa parallele C E & la ligne DE.
Le quadrilatere sera reduit en triangle B D E.



Les triangles A D C, A D E ont une même base A D, & sont entre les mêmes paralleles A D, C E; donc ils sont égaux (par la 42 du 2) & leur ajoûtant le triangle commun A B D, le triangle B D E est égal au quadrilatere A B C D (suivant la 4 du 2.)

PROP. VIII.

Donner au triangle A B C, la hauteur B D.



MEnez D E parallele à la base B C.
Continuez un des côtez comme A B, jusqu'en F.
Tirez C F, sa parallele A G, & la ligne F G.
Si vous mettez le triangle A G F, pour A G C qui luy est égal (*par la 42 du 2,*) le triangle B G F sera égal au donné A B C, & de la hauteur proposée B D.

PROP. IX.

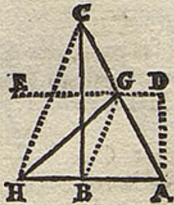
Abaisser le triangle A B C à la hauteur A D.

MEnez D E, parallele à A B.
De l'une des sections comme G, tirez B G.

Continuez la base A B vers H.

Menez C H parallele à B G.

Tirez G H, & mettez le triangle B G H pour son égal B G C.



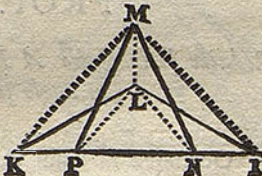
PROP. X.

Hausser le triangle I K L, jusqu'au point M.

MEnez les lignes L M, M K, M I.

Tirez L P parallele à K M, puis menez P M.

Conduisez aussi L N parallele à M I, & menez M N.



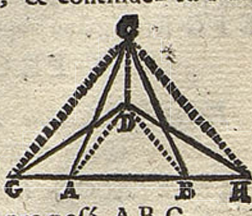
Si vous donnez le triangle P L M, pour son égal P L K, & N L M pour son égal N L I, le triangle M N P, sera égal au proposé I K L.

PROP. XI.

A B C est un autre triangle qu'on veut abaisser. au point D.

MEnez D A, D B, D C, & continuez la base A B de part & d'autre.

Menez C H parallele à D B, & C G parallele à D A.



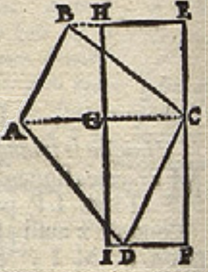
Tirez D H, D G & le triangle B D H estant mis pour son égal B D C, & ADG pour son égal A D C, le triangle D G H sera égal au proposé A B C.

PROP. XII.

Réduire le quadrilatere A B C D en paralelogramme rectangle.

TIrez A C, & ses paralleles B E, D F.

Coupez A C en deux également en G, par la perpendiculaire H I (*prop.* 1. *du* 3.)

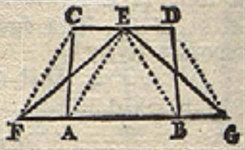


Menez par le point C, E F paralleles à I H, & le rectangle E F I H, sera égal au quadrilatere proposé.

Le rectangle G E, est égal au triangle A C B, & le rectangle G F, l'est au triangle A C D (par la 3.)

PROP. XIII.

Réduire le trappeze A B C D à un triangle qui ait son angle superieur en E.



COntinuez la base A B de part & d'autre.

Menez D G parallele à E B, & C F parallele à A E.

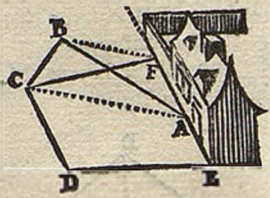
Tirez E F, E G, & les triangles A E F, B E G estant mis pour leurs égaux A E C, B E D, le triangle E F G sera égal au trapeze proposé.

PROP. XIV.

Faire du Pentagone A B C D E un quadrilatere C D E F.

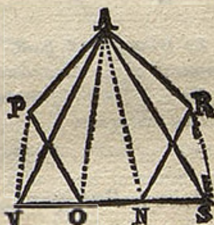
MEnez A C, sa parallele B F, & la ligne C F.

Mettez le triangle A C F pour son égal A C B & le quadrilatere D E F C sera égal au pentagone A B C D E.



PROP. XV.

Réduire en triangle le Pentagone A P O N R.



PRolongez la base N O, de part & d'autre.

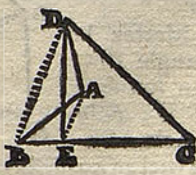
Tirez A O, Sa parallele P V, & la ligne A V.

Tirez aussi A N, sa parallele R S, & la ligne A S.

Mettez A O V pour son égal A O P, & A N S pour son égal A N R. Le triangle A V S sera égal au Pentagone.

PROP. XVI.

Réduire en triangle le quadrilatere A B C D qui a un angle rentrant B A D.



MEnez B D, sa parallele A E, & la ligne D E.

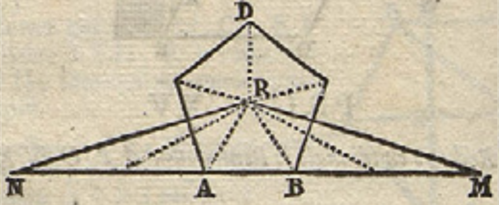
Donnez le triangle A E D pour son égal A E B ; & vous aurez le triangle C D E, pour le quadrilatere proposé.

PROP. XVII.

Décrire un triangle égal au Pentagone regulier A B D.

PORtez sur la base prolongée N M, cinq fois la longueur de la base A B, c'est à dire, coupez N M égale aux cinq côtez du Pentagone.

Du centre R, menez R N, R M, & le triangle M R N sera égal au Pentagone.



Le triangle A B R est la cinquiéme partie du pentagone. comme il est la cinquiéme partie du triangle N M R (par la 43 du 2.) Dont (suivant la 6 du 2) le triangle N M R est égal au pentagone.

PROP. XVIII.

Réduire le Pentagone A D, en triangle sur le côté A B.

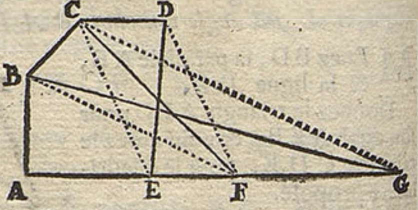
COntinuez la base AE vers G.

Menez C E, sa parallele D F, & la ligne C F.

Mettez le triangle C E F pour son égal C D E, & le quadrilater A B C F sera égal au pentagone.

Tirez B F, sa parallele C G, & la ligne B G.

Mettez le triangle BFG pour son égal BF C, & le triangle ABG



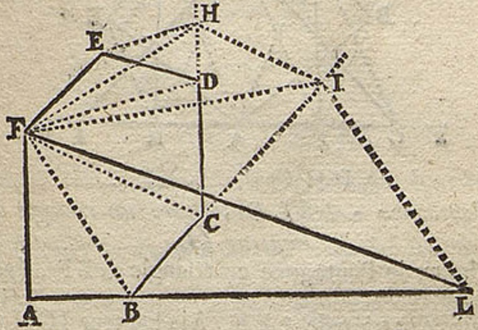
sera égal au quadrilatere A B C F.

PROP. XIX.

Réduire l'Exagone A B E en triangle A F L.

PRolongez CD vers H, BC vers I, & AB vers L.

Menez DF, sa parallele EH; CF, sa parallele HI; BF, sa parallele IL, & la ligne FL qui fera le triangle ALF égal à l'Exagone proposé.



Supposé les lignes FH, FI. Les triangles FDH, FDE, sont égaux; & le Pentagone ABCDF leur estant commun, le pentagone FHCBA, est égal à l'exagone ABCDEF.

De même. Les triangles FCI, FCH, sont égaux; & le quadrilatere ABCF, leur estant commun; le quadrilatere ABIF, est égal au Pentagone ABCHF.

Enfin, les triangles FBL, FBI, sont égaux; ABF leur est commun: Donc le triangle AFL est égal au quadrilatere FABI, & par consequent à l'exagone proposé ABE.

PROP. XX.

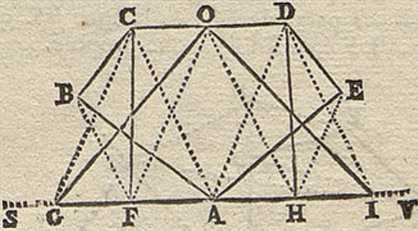
Du Pentagone ABCDE, faire un triangle qui ait son angle superieur en O, & sa base dans la ligne SV.

TIrez AC, sa parallele BF, & la ligne CF.

Tirez de même AD, sa parallele EH, & la ligne DH.

Mettez le triangle ADH pour son égal ADE, & ACF, pour son égal ACB ; le trapeze CDFH sera égal au Pentagone.

Reduisez ce trapeze en triangle OGI (*par la 13.*)

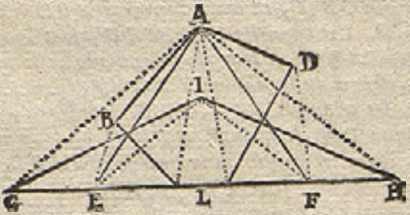


PROP. XXI.

Du Pentagone ABLD, faire un triangle de la hauteur IL.

REduisez le Pentagone en triangle AEF, (*par la 15.*)

Abaissez ce triangle AEF, à la hauteur IGH (*par la 11.*)

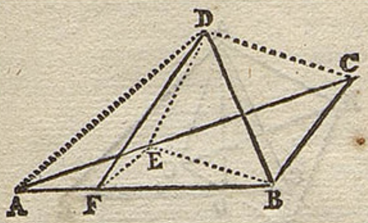


PROP. XXII.

Décrire sur la ligne BD, & sur l'angle ABD, un triangle égal au triangle ABC.

MEnez CD, sa parallele BE, la ligne DE, & mettez le triangle BED pour son égal BEC.

Tirez A D, sa parallele E F, la ligne D F; & ayant mis le triangle E F D, pour son égal E F A: le triangle B D F, sera égal au proposé A B C.

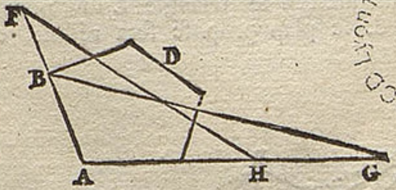


PROP. XXIII.

Décrire sur la ligne A F, un triangle égal au Pentagone A B D.

REduisez le Pentagone en triangle A B G, (*par la* 18.

Faites le triangle A H F égal au triangle A B G (*par la* 8.)



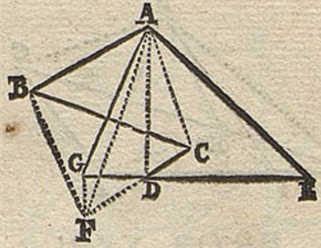
PROP. XXIV.

Réduire en triangle le Plan A B C D E, qui a un angle rentrant.

COntinuez C D vers F, & E D vers G.

Menez A C, sa parallele B F, la ligne A F; & le triangle A C F, sera égal au triangle A C B.

Menez AD, ſa parallele FG, la ligne AG; puis mettant le triangle ADG pour ſon égal ADF, le triangle AEG ſera égal au plan propoſé.



PROP. XXV.

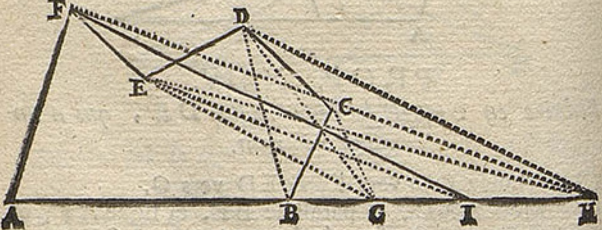
Réduire en triangle, le Plan ABCDEF.

MEnez BD, ſa parallele CG, la ligne DG. Mettez le triangle BDG pour ſon égal BDC.

Menez EG, ſa parallele DH, & la ligne EH.

Mettez le triangle EGH pour ſon égal EGD.

Menez enfin FH, ſa parallele EI, & la ligne FI; puis mettez le triangle EIF pour ſon égal EIH, & le plan propoſé ſera réduit en triangle AIF.



PROP. XXVI.

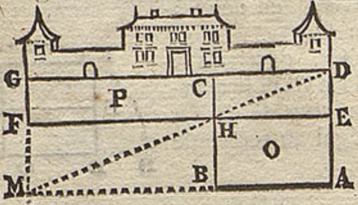
Alonger le parallelogramme A C, sur la longueur D G.

MEnez G M parallele au côté C B.

Prolongez A B jusqu'en M, & tirez D M.

Menez par le point H, E F, parallele à D G.

Le parallelogramme E G sera égal au proposé.



Le supplément ajoûté P, est égal au retranché O. (par la 65 du 2.)

PROP. XXVII.

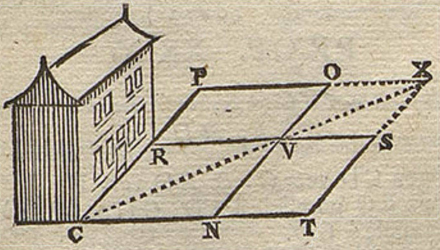
Réduire le Parallelogramme C N O P à la largeur C R.

MEnez R V S parallele à C N.

Continuez P O vers X, & C N vers T.

Tirez par le point V, la diagonale C X.

Menez X T parallele à O N, & vous aurez le parallelogramme C R S T, pour le proposé N P.



Le supplément ajouté T V, est égal au retranché V P, (par la 65. du 2.)

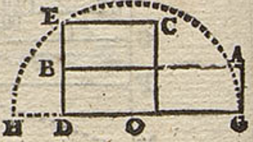
PROP. XXVIII.

Décrire un quarré égal au rectangle B G.

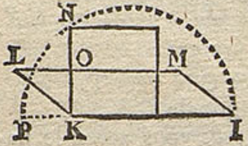
COntinuez G D vers H, & B D vers E.
Coupez D H, égale à D B.

Coupez G H, en deux également en O.

Du point O, décrivez le demicercle H E G, & le quarré D C que vous ferez sur D E, sera égal au rectangle B G.



D E est moyenne proportionnelle entre D G & D H ou D B son égale (par la 51 du 3.) Donc (suivant la 64 du 2) le quarré C D est égal au rectangle proposé.



Pour faire un quarré égal au parallelogramme I K L M qui n'est pas rectangle, la moyenne proportionnelle K N, doit estre prise entre K N, doit estre prise entre K I & K P, égale à la perpendiculaire KO, de même que si le parallelogramme proposé estoit rectangle. (Voyez la 40 du 2.)

PROP. XXIX.

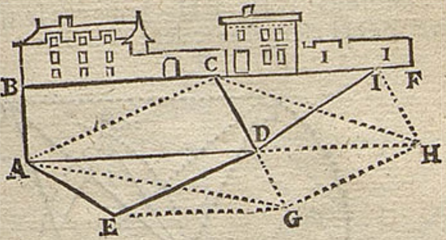
Réduire le plan A B C D E, entre les deux paralleles B F, A D.

PRolongez C D vers G, & A D vers H.
Menez E G parallele à A D, G H parallele à A C, & H I parallele à C D.

Tirez D I & le triangle C D I sera égal au triangle retranché A D E.

Les triangles A C H, A C G, sont égaux (par la 42 du 2,)

& ôtant le commun A C D, les triangles C D H, A D G, restent égaux ; C D I est égal à C D H, & A D E l'est à A D G. (par la même 42.) Donc C D I est égal à A D E.

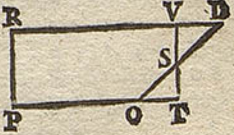


PROP. XXX.

Réduire en parallelogramme le quadrilatere D O P R qui a déja les costez D R, P O paralleles.

COupez O D en deux également en S. Menez T S V parallele à P R, & continuez P O jusqu'en T.

Mettez le triangle O T S pour S V D qui luy est égal (*suivant la 59 du 2,*) & vous aurez le parallelogramme R T pour le quadrilatere proposé.



PROP. XXXI.

Décrire un triangle équilateral, égal au scalene A B C.

FAites sous la base A B, le triangle équilateral A B D (*prop. 12 du 3.*)

Prolongez le côté B D vers E.

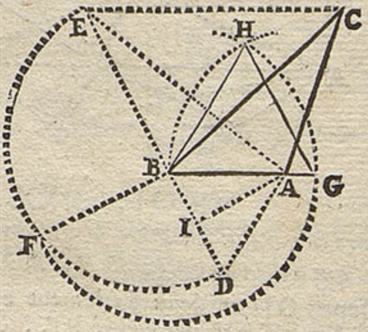
Menez C E parallele à A B, & supposé la ligne A E, le triangle A B E sera égal au triangle A B C *suivant la 42 du 2.*)

Décrivez sur D E, le demicercle D F E.

Elevez BF, moyenne proportionnelle entre les extrémes BE, BD *prop.* 51 *du* 3.).

Du point B, décrivez l'arc FGH, & du point G, l'arc BH.

Menez les droites GH, BH, je dis que le triangle équilateral BGH eſt égal au ſcalene ABC.



Les lignes BE, BF, BD, ſont proportionnelles; les triangles BEA, BDA faits ſur les extrêmes BE, BD, ſont de méme hauteur AI; BG eſt égale à la moyenne BF, & le triangle BGH eſt fait ſemblable à ABD: Donc (par la 67 du 2) il eſt égal au triangle BEA, & par conſequent au propoſé ABC.

PROP. XXXII.

Du triangle ABC, faire un triangle ſemblable au propoſé O.

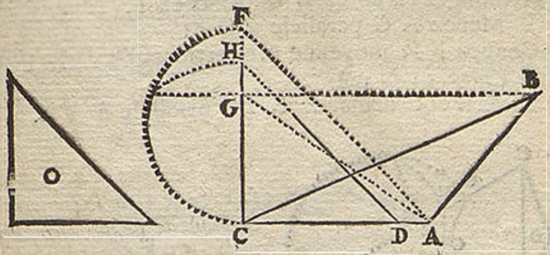
FAites le triangle ACF ſemblable au triangle O (*prop.* 27 *du* 3.)

Menez BG parallele à AC.

Prenez CH moyenne proportionnelle entre CF, & CG, (*prop.* 52 *du* 3.)

Menez HD parallele à AF, & le triangle CDH ſera ſemblable au triangle O, & égal au triangle ABC.

Les lignes C F, C H, C G sont proportionnelles (par la construction.) Les triangles A C F, A C G, sont de méme hauteur C A: & ont pour bases les extrêmes C F, C G: le triangle C D H fait sur la moyenne G H, est semblable à A C F ou O (par la 57 du 2.) & (par la 67 du 2) il est égal à A C G, & par consequent au proposé A B C.



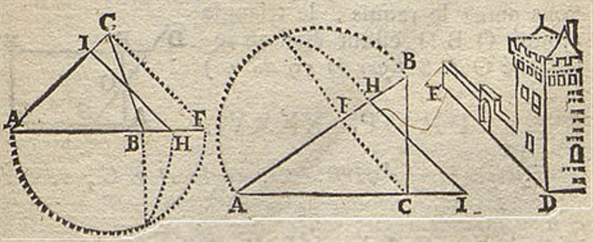
PROP. XXXIII.

Tirer une ligne parallele à D E qui fasse avec l'angle A, un triangle égal au triangle A B C.

MEnez C F parallele à D E, & prolongez A B vers F.

Coupez A H moyenne proportionnelle entre les extrémes A B, A F (*par la 52 du 3*)

Menez H I parallele à D E ou C F, & le triangle A I H sera égal au triangle A B C.

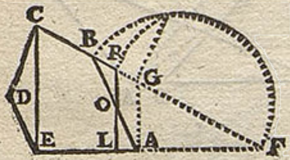


Les triangles A F C, A B C, faits sur les extrémes A F, A B, sont de meme hauteur C; le triangle A H I décrit sur la moyenne A H, est semblable au triangle A F C (par la 57 du 2.) Donc (par la 67 du 2) il est egal au triangle A B C.

PROP. XXXIV.

On demande que le costé A B du Pentagone A B D soit parallele à C E.

PRolongez les côtez E A, C B en F.
Menez A G parallele à C E.
Coupez F R moyenne proportionnelle entre F G, F B (*prop. 52 du 3.*)
Tirez le côté demandé R L, parallele à A G.

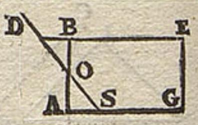


Les triangles A B F, F L R sont égaux (par la precedente,) & ôtant le quadrilatere commun A O R F, le triangle ajoûté O B R, reste égal au retranché O L A.

PROP. XXXV.

Le parallelogramme A B E G estant proposé, diriger son costé A B vers le point D.

COupez A B en deux également en O.
Tirez du point proposé D, la ligne D O S & vous aurez le requis, le triangle ajoûté O B D estant égal au retranché O A S (*par la 59 du 2.*)



PROP. XXXVI.

Diriger le costé A B du triangle A B C, vers le point D.

PRolongez B C de part & d'autre.
Menez D E E perpendiculaire sur B C.
Coupez E F égale à D E.

Tirez F G parallele à B C.

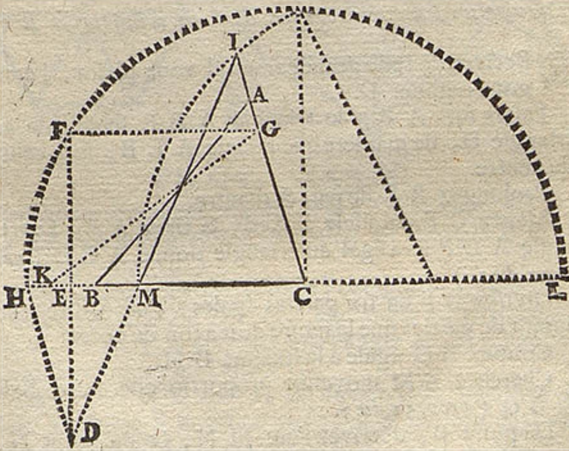
Faites sur C G, le triangle C G K égal au triangle A B C (*prop.* 9.)

Menez D H parallele à A C.

Coupez C L égale à C K.

Retranchez de la ligne C H, la partie C M, moyenne proportionnelle entre le reste M H, & C L, (*par la* 53 *du* 3.)

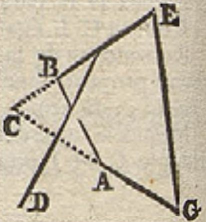
Menez la ligne demandée D M I, & vous aurez le triangle C M I pour le proposé A B C.



Les lignes H M, M C, C L ou C K son égale, sont coupées proportionnelles; les triangles D H M, C G K faits sur les extremes H M, C K, sont de même hauteur: car les perpendiculaires D E, E F ont esté coupées égales: & puisque D H est menée parallele à C I, le triangle C I M decrit sur la moyenne C M, est semblable à D H M (par la 59 du 2.) Donc (par la 67 du 2) C I M est égal à C G K, & par consequent au proposé A B C auquel C G K a esté fait égal.

PROP. XXXVII.

Diriger vers le point D, le coſté A B, du plan A B G.



PRolongez les côtez E B, G A, juſqu'à leur rencontre C.

Du triangle A B C, dirigez le côté A B vers D (*par la prece dente.*)

PROP. XXXVIII.

Décrire un Exagone regulier égal au triangle A B C.

DEcrivez de telle grandeur qu'il vous plaira, l'exagone regulier D.

Faites ſur A B, le triangle A B E ſemblable au triangle D, de maniere que l'angle A E B, ſoit celuy du centre.

Prolongez B E de part & d'autre.

Menez C F parallele à A B, & tirez A F. Le triangle A B F ſera égal au triangle donné A B C (*par la 42 du 2.*)

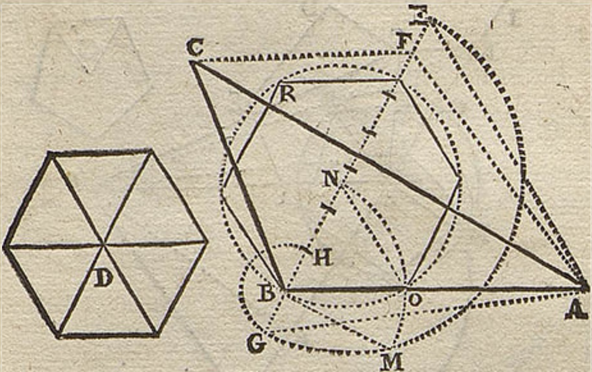
Diviſez B F en ſix parties égales, c'eſt à dire, en autant de parties que la figure doit avoir de côtez.

Coupez B G égale à la ſixiéme B H.

Cherchez B M moyenne proportionelle entre B E & B G (*prop.* 51 *du* 3.

Du point B, décrivez l'arc M N, & du point N, le cercle B O R, l'exagone décrit dans ce cercle ſera égal au triangle propoſé.

Les lignes B E, B M, B G ſont proportionnelles ; les triangles B E A, B G A fait ſur les extrémes B E, B G ſont de méme hauteur A N : le triangle B O N fait ſur B N, égale à la moyenne B M, eſt ſemblable au triangle B A E : Donc il eſt *égal au triangle B A G : Le triangle B G A vaut une sixiéme partie du triangle A B F, & le triangle B O N est une sixiéme partie de l'exagone B O R : Donc l'exagone B O R est égal au triangle A B F, & par consequent au triangle proposé A B C.*



PROP. XXXIX.

Décrire un pentagone regulier, égal a l'irregulier A B D.

REduisez le Pentagone irregulier en triangle B C F (*prop. 18 ou 19.*)

Faites comme il vous plaira le Pentagone regulier G.

Faites le triangle B F H, équiangle au triangle G (*prop. 27 du 3.*) en sorte que l'angle H, soit l'angle du centre comme est l'angle G.

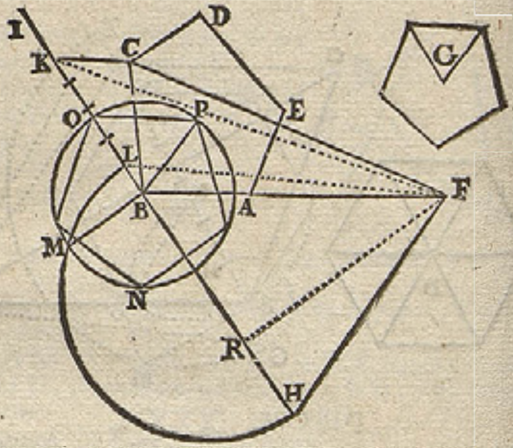
Prolongez H B vers I, & menez C K parallele à B F. La ligne F K estant tirée, B F K sera égal au triangle B F C (*par la 42 du 2.*)

Divisez B K en cinq parties égales, c'est à dire, en autant de parties qu'un Pentagone a de côtez.

Tirez B M, moyenne proportionnelle entre B H & la cinquiéme partie B L (*prop. 51 du 3.*)

Menez B P, parallele à F H, l'angle O B P sera égal à l'angle du centre H ou G son égal (*par la 1 du 2.*)

Du point B & de l'intervale B M, décrivez le cercle M O P, & dans ce cercle faites le Pentagone demandé O P N, dont O P sera un des côtez.



Le rayon B O est coupé égale à la moyenne B M, ainsi H B, B O, B L, sont proportionnelles.

Les triangles H B F, B L F, décrits sur les extrémes H B, B L, sont de même hauteur R F; le triangle B O P décrit sur la moyenne B O, est semblable à H B F (par la 58 du 2.) Donc il est égal à B L F (par la 67 du 2.)

Le triangle B L F est la cinquième partie du triangle B K F, ou du Pentagone A B D son égal: donc B O P qui est égal à B L F, est la cinquième partie du Pentagone irregulier A B C D, de même qu'il est la cinquième partie du Pentagone regulier O P N. Donc (par la 6 du 2) le Pentagone regulier est égal à l'irregulier.

PROP. XL.

Le triangle A B C, est donné pour en faire un Poligone semblable au Poligone D G.

FAites le triangle A B L semblable au triangle F G H (*par la 27 du 3.*)

Menez C K parrallele à A B.

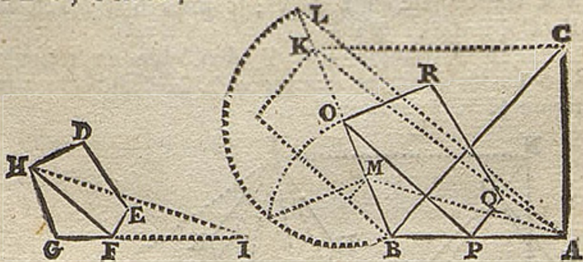
Réduisez le plan G D, en triangle G H I (*par la 18 ou 19.*)

Coupez la ligne B K en M, comme G I l'est en F (*par la 48 du 3.*)

Coupez B O moyenne proportionnelle entre B L & B M (*par la 52 du 3.*)

Tirez O P parallele à A L, le triangle O B P sera semblable au triangle A B L, (*par la 57 du 2,*) & par consequent au triangle G H F.

Faites sur O P, le quadrilatere O P Q R semblable au quadrilatere H F D E (*par la 29 du 3.*) Il est évident que le plan B R sera semblable au proposé G D (*par la 68 du 2;*) mais qu'il soit égal au triangle A B C, c'est ce qu'il faut démontrer.



La ligne B O est coupée moyenne proportionnelle entre les extrémes B L, B M; les triangles A B M, A B L, faits sur les extrémes B L, B M, sont de méme hauteur B A; le triangle B O P fait sur la moyenne B O, est semblable au triangle A B L Donc il est égal au triangle A B M (pae la 67 du 2.)

Le triangle A B K (suivant la 47 du 2) est au triangle A B M ou son égal B O P, comme le triangle G H I est au triangle F G H, puisque B K à esté coupée en M, comme G I, l'est en F.

Le triangle G H F est au plan G D, comme le triangle B O P au plan B R (suivant la 70 du 2.) car les plans G D, B R sont semblables: le triangle G H I à esté fait égal au plan G D, Donc le triangle A B K ou A B C son égal, est égal au plan B P Q R O.

PROP. XLI.

Décrire une figure semblable à la figure H K, qui contienne autant d'aire que la figure C E,

REduisez la figure C E, en triangle D L M (*par la 15.*)

Reduisez aussi la figure H K, en triangle I O S.

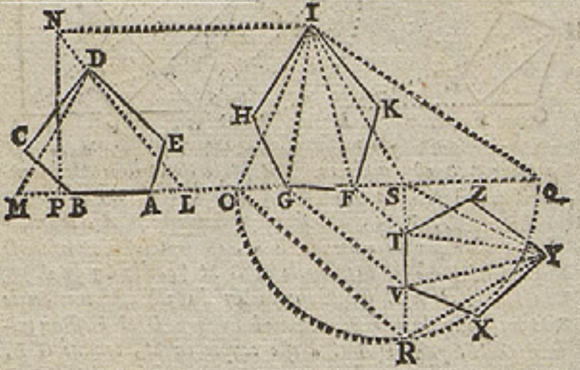
Du triangle D L M, faites le triangle N L P de la hauteur du triangle I O S (*par la 8.*)

Prolongez O S vers Q & coupez S Q, égale à P L base du triangle N P L.

Tirez S R moyenne proportionnelle entre les bases Q S, S O (*par la 51 du 3.*)

Menez O R & ses paralleles F T, G V. La base S R sera divisée en T, V; comme S O, l'est en F, G (*par la 51 du 2.*)

Faites le triangle S R Y semblable au triangle O S I, & la figure demandée Z X semblable à la figure H K (*par la 29 du 3.*)



Les lignes O S, S R, S Q, sont proportionnelles: ainsi le triangle S R Y qui est fait semblable à I O S. est égal à I S Q (par la 67 du 2.)

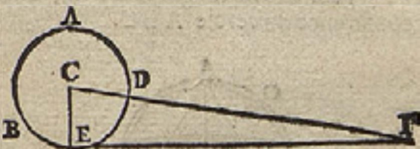
Le triangle S R Y & le Pentagone X Z, pris ensemble sont faits

faits semblables au triangle IOS & au Pentagone HK aussipris ensemble comme ne faisant qu'une même figure ; & (par la 70 du 2) le Pentagone XZ est au triangle SRY, comme le Pentagone HK est au triangle OSI : le Pentagone HK est égal au triangle IOS : donc le Pentagone XZ est aussi égal au triangle SRY, & par consequent au triangle IQS, lequel estant fait égal au plan CE, le plan CE & le Pentagone XZ sont égaux.

PROP. XLII.

Décrire un triangle égal au cercle ABD.

TIrez le rayon CE, & la tangente EF, égale à la circonference du cercle (*par la 60 du 3.*)



L'experience nous apprend qu'on ne sçauroit tirer une ligne tangente, qu'elle ne paroisse à la veuë couler l'espace de quelques degrez dans la circonference du cercle. Nous pouvons donc bien prendre sans aucune erreur sensible, des petites parties de circonference pour des lignes droites. Cela supposé, venons à nostre preuve.

La tangente EF, est coupée d'autant de petites parties égales, qu'il s'en est trouvé à la premiere petite ouverture de compas, dans la circonference du cercle (suivant la 60 du 3;) Ainsi si on faisoit sur chacune de ces petites parties égales, tant de la tangente que de la circonference, des triangles qui eussent leurs sommets au centre C, ils seroient tous égaux (par la 43 du 2;) & si, par exemple le cercle contenoit 400 de ces petits triangles, le triangle CEF en contiendroit autant. Donc (suivant la 75 du 1) le triagle est égal au cercle.

PROP. XLIII.

Autre maniere de décrire un triangle égal à un cercle.

INſcrivez le triangle équilateral ABC, & l'Eneagone regulier AED.

Prolongez les côtez BC, DE, de part & d'autre.

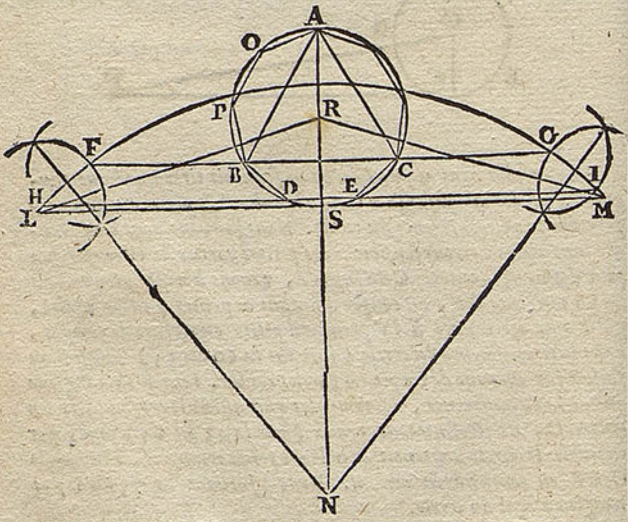
Coupez BF égale à BA, & CG égal à CA.

Coupez auſſi DH égale aux quatre côtez DBPOA, & EI égale à DH, afin que HI ſoit égale aux 9 côtez de l'eneagone, comme FG l'eſt aux trois côtez du triangle équilateral.

Tirez le diametre AS, & le continuez vers N.

Décrivez un arc par les points HF GI (*prop.* 33. *du* 3.)

Menez la parallele ou tangente LSM, elle ſera égale à la circonference du cercle ABC.



Si vous prenez une petite partie (suivant la 60 du 3,) elle se trouvera autant de fois dans la circonference du cercle que dans la tangente L M.

Menez du centre R, les lignes R L, R M, & le triangle L M R sera le demandé (*suivant la precedente.*)

PROP. XLIV.

Réduire en cercle le triangle A B C.

COupez la base A B en deux également au point D.

Elevez la perpendiculaire D E.

Menez C F parallele à la base A B.

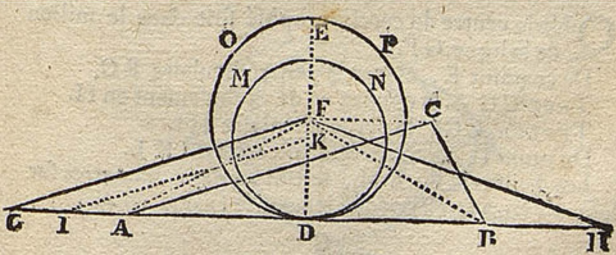
Du point F, décrivez le cercle D O P.

Réduisez ce cercle en triangle F G H (*par la precedente.*)

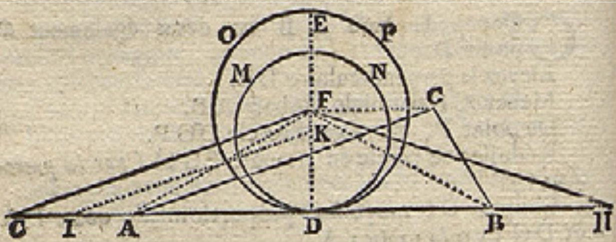
Coupez D I moyenne proportionnelle entre D A & D G (*par la 52 du 3.*)

Menez I K parallele à G F.

Du point K décrivez le cercle D M N, il sera égal au triangle A B C. *Tirez A F, B F.*



Les triangles D G F, D I K; sont semblables (par la 57 du 2;) ainsi ils sont en raison doublée de leurs côtez ou perpendiculaires D F, D K (par la 66 du 2.) Les cercles D O P, D M N, sont aussi en raison doublée des mêmes perpendiculaires, lesquelles sont leurs rayons ou demi diametres. Donc comme le triangle D F G, est au triangle D I K, le cercle D O P est au *cercle D M N; & par échange, comme le triangle D F G est au cercle D O P, le triangle D I K est au cercle D M N: le cercle D O P est double du triangle D F G; donc le cercle D M N est aussi double du triangle D K I, lequel est fait égal au triangle A D F (suivant la 33.) Le triangle A B F est double du triangle A F D, donc le cercle D N M est égal au triangle A B F & par conséquent au donné A B C, ces triangles A B F, A B C, estant égaux (par la 42 du 2.)*



PROP. XLV.

Décrire sur la ligne droite G F, une ovale égale au cercle A B C.

QUe le centre du cercle proposé soit dans le milieu de la ligne G F.

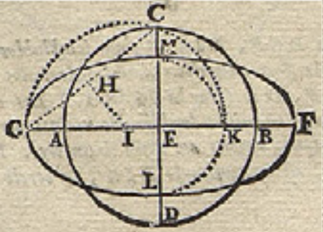
De ce point E, élevez la perpendiculaire E C.

Tirez C G & la coupez en deux également en H.

Tirez sur C G, la perpendiculaire H I.

Du point I, décrivez le demicercle M K L.

Les droites G F, L M, seront les deux diametres sur lesquels vous ferez l'ovale demandée (*par la 56 du 3.*)



Les demidiametres G E, E C, E M ou son égale E K sont proportionnels (suivant la 51 du 3:) ainsi les diametres G F, C D; L M, le sont aussi.

Or si on suppose, comme il est évident, qu'il y a même raison du cercle C D, à l'ovale; qu'il y auroit d'un quarré fait sur le diametre de ce cercle C D, au rectangle compris sous le grand & petit diametre de l'ovale; on doit conclure que le cercle C D est égal à l'ovale; de même que le quarré seroit égal au rectangle (suivant la 64 du 2.)

PROP. XLVI.

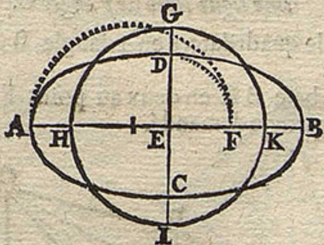
Décrire un cercle égal à l'Ovale A B C D.

Tirez les diametres A B, C D, se coupant à angles droits en E (*par la 57 du 3.*)

Coupez E G moyenne proportionnelle entre les diametres A E, & D E ou E F son égale (*par la 51 du 3.*)

Du centre E, décrivez le cercle demandé G H I K.

La demonstration est l'inverse de la precedente.



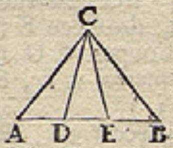
CHAPITRE CINQUIÉME.

Division des Plans.

PROPOSITION I.

Partager le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes tirées de l'angle C.

DIvisez la base A B en trois parties égales A D E B. Menez les lignes C D, C E, elles feront le partage demandé (*suivant la 43 du 2.*)

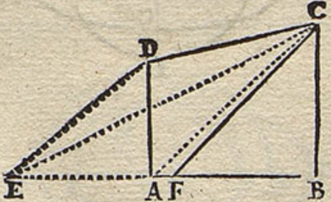


PROP. II.

Partager le quadrilatere B D en deux également, par une ligne tirée de l'angle C.

REduisez le quadrilatere en triangle B C E (*par la 7 du 4.*)

Divisez la base B E en deux au point F, & la ligne C F fera le partage demandé.



Le triangle B C E est fait égal au quadrilatere proposé; B C F est moitié du triangle B C E, donc il est moitié du quadrilatere BD.

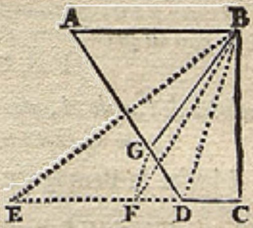
PROP. III.

Partager le quadrilatere AC en deux, par une ligne menée de l'angle B.

REduiſez le quadrilatere en triangle BCE.

Coupez ce triangle BCE en deux également par la ligne BF.

Menez BD, ſa paralle-le FG & la ligne BG, qui fera le partage du quadrila-tere.



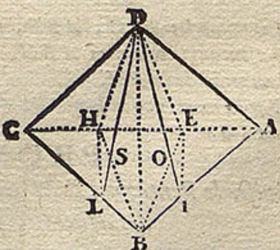
Donnant le triangle BDG, pour ſon égal BDF, le quadrilatere GBCD eſt égal au triangle BCF.

PROP. IV.

Diviſer le quadrilatere AC en trois également, par de lignes menées de l'angle D.

TIrez AC & la diviſez en trois parties égales AEHC; *c'eſt à dire*, diviſez cette ligne en autant de parties qu'il faut partager le quadrilatere.

Menez BD, ſes paralleles EI, HL, & les lignes DI, DL qui feront le partage demandé.



Les lignes DE, DH: BE, BH; diviſent les triangle ACD, ACB, chacun en trois triangles égaux (par la 43 du 2,) & (par la 4 du 2) les quadrilateres ABED, EDHB, HDCF, ſont égaux; & valent chacun un tiers du quadrilatere ABCD.

La ligne EI a eſté menée parallele à BD, ainſi les triangles EID, EIB qui ont une même baſe EI ſont égaux; deſquels le commun EIO eſtant *ôte, reste D E O égal à B I O: & donnant l'un pour l'autre, A I D est égal au quadrilatere A B E D.*

De même, mettant le triangle D H S pour son égal B L S, le triangle C D L, est égal au quadrilatere B C D H.

Enfin puisque le triangle B L S, est égal au triangle D H S: & le triangle B I O, au triangle D E O; le quadrilatere BIDL est aussi égal au quadrilatere E D H B.

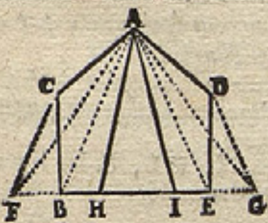
PROP. V.

Conduire de l'angle A, des lignes qui partagent le Pentagone C D en trois parties égales.

REduisez le Pentagone en triangle A F G *par la 15 du 4.*)

Divisez la base F G en trois parties égales F H I G.

Menez de l'angle A, les lignes demandées A H, A I.



Le triangle A F G est fait égal au Pentagone C D: & les lignes A H, A I, le partagent en trois triangles égaux: Donc le triangle commun A I H est le tiers du Pentagone C D, comme il est le tiers du triangle A F G.

Les triangles A B C, A B F, sont égaux (par la 42 du 2, & leur ajoûtant le commun A B H, le quadrilatere A C B H est égal au triangle A F H.

Par la même raison le quadrilatere A I E D, est égal au triangle A I G.

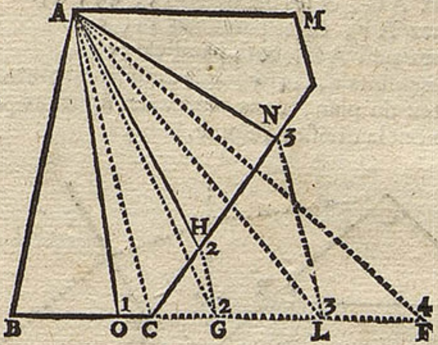
PROP. VI.

Diviser le Pentagone B M en quatre parties égales, par des lignes tirées du point A

REduisez le Pentagone donné en triangle A B F (*par la 19 du 4.*)

Divisez la base B F, en quatre parties égales 1, 2, 3, 4, Menez AC, & ses paralleles 22, 33.

Des points 1, 2, 3, qui se rencontrent dans les côtez de la figure, tirez des lignes à l'angle A, elles feront le partage demandé.



1. Le triangle ABO estant une quatrième partie du triangle ABF qui est fait égal au Pentagone BM, il est aussi une quatrième partie du même Pentagone.

2. Supposé la ligne AG, les triangles ACH, ACG, sont égaux (par la 42 du 2;) & le triangle commun ABC leur estant ajoûté, le quadrilatere ABCH est égal au triangle ABG; Donc le quadrilatere ABCH, contient la moitié du Pentagone BM, comme le triangle ABG contient la moitié du triangle ABF.

Enfin les triangles ACL, ACN, sont égaux, le triangle ABC leur est commun, Donc le quadrilatere ABCN, est égal au triangle ABL: ce triangle contient trois quarts du triangle ABF, Donc le quadrilatere ABCN, contient trois quarts du Pentagone proposé.

PROP. VII.

Diviser le Plan BC en six parties égales, par des lignes menées à l'angle A.

Reduisez ce plan en triangle ABI (*par la 19 du 4.*)

Divisez la base B I en six parties égales 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Continuez G H vers N, G F vers O, F E vers P.

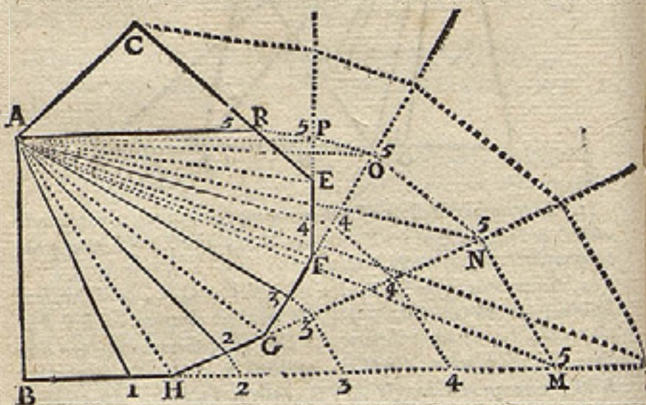
Menez A H & ses paralleles 22, 33, 44, 55.

Tirez A G, & ses paralleles 33, 44, 55.

Menez A F, & ses paralleles 44, 55.

Menez aussi A E, & sa parallele 55.

Si des points 1, 2, 3, 4, 5, qui se rencontrent dans les côtez du plan, vous menez des lignes au point A, elles feront la division requise.



Supposé les lignes A M, A N, A O, A P. Les lignes A H, M N estant paralleles, le triangle A H N est égal à A H M (par la 42 du 2.)

Par la même raison A G O, est égal à A G N: A F P, l'est à A F O: & A E R à A E P: ainsi la ligne A R coupe du plan proposé, la partie A B H G F E R, égale au triangle A B M.

Le triangle A B I est fait égal au plan proposé: donc le triangle A R C est égal au triangle A I M (par la 5 du 2.)

Le triangle A I M est la sixiéme partie du triangle A B I, Donc A R C est la sixiéme partie du plan proposé.

Les autres divisions se prouveront de même, ou par la precedente.

PROP. VIII.

Tirer de l'angle A, une ligne qui partage le plan B C E en deux également.

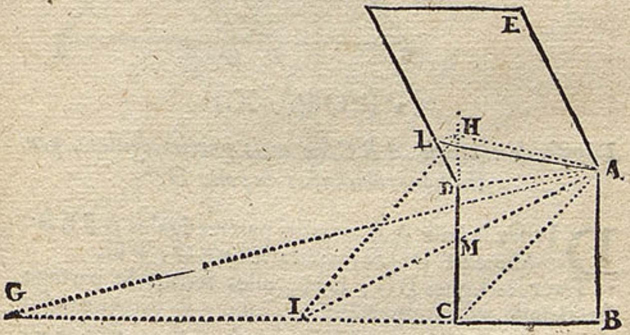
REduisez le plan C B E en triangle A B G.

Coupez B G en deux parties égales au point I: Le triangle A B I vaudra la moitié du plan proposé.

Prolongez C D vers H.

Menez A C, sa parallele I H, la ligne A H & donnez le triangle A C H pour son égal A C I.

Tirez A D, sa parallele H L, & le triangle A D L estant mis pour son égal A D H, la ligne A L fera le partage demandé.



PROP. IX.

Diviser le Plan B E, en deux également par une ligne menée de l'angle A.

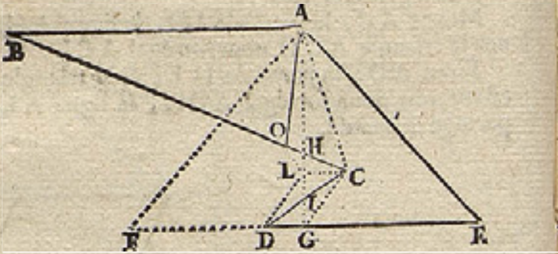
REduisez ce plan en triangle A E F (*par la 24 du 4.*)

Coupez la base E F en deux au point G, & menez A G.

Si le triangle AGE estoit entierement dans le plan proposé BE, le partage seroit fait; mais la partie CIH en estant dehors, il faut la faire rentrer comme s'ensuit.

Menez CG, sa parallele DL, la ligne LC; puis donnez le triangle IDG, pour son égal ICL.

Tirez encore AC, sa parallele LO, puis donnez le triangle AOH pour son égal CHL, & la ligne AO fera le partage demandé.

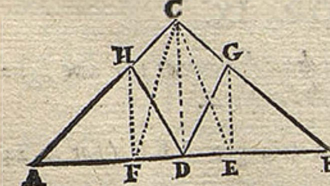


PROP. X.

Diviser le triangle ABC en trois parties égales, par des lignes conduites au point D.

Divisez la base AB en trois parties égales AFEB. Menez CD, & ses paralleles EG, FH.

Tirez les lignes DG, DH, elles feront le partage du triangle.



Supposé les lignes CE, CF, elles divisent le triangle ABC en trois triangles egaux.

Mettez le triangle EGD pour son égal EGC; BDG sera egal au triangle BCE.

Par la même raison ADH, sera égal au triangle ACF, & DGCH, à CEF.

PROP. XI.

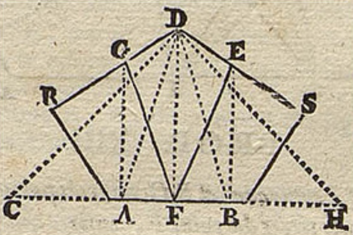
Diviser le Pentagone RS en trois parties égales, par des lignes tirées du point F.

REduisez ce Pentagone en triangle DCH (*par la 15 du 4.*)

Coupez CH en trois parties égales CABH.

Menez DF, & ses paralleles AG, BE.

Tirez les lignes FG, FE, elles feront le partage du Pentagone (*suivant la precedente.*)



PROP. XII.

Tirer du point G, une ligne qui divise le plan ACF en deux egalement.

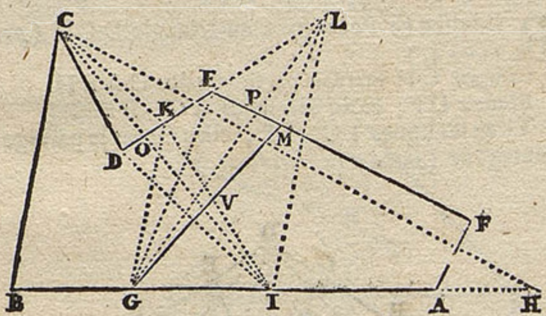
REduisez le plan proposé en triangle BCH (*par la 25 du 4.*)

Divisez la base BH en deux au point I, & le triangle BCI sera moitié du triangle BCH.

Menez DI, sa parallele CK & la ligne IK, qui divisera le plan AC en deux également : car mettant le triangle DIK pour son égal DIC, la partie IKDCBI sera égale au triangle BCI.

Tirez GK, sa parallele IL & la ligne GL ; puis donnez le triangle GKL pour son égal GKI.

Tirez GE, sa parallele LM, & la ligne GM ; qui fera le partage demandé, en donnant le triangle GEM pour son égal GEL.



PROP. XIII.

Partager le Pentagone ABO en trois parties égales par des lignes tirées du point F, ensorte que la ligne AF, fasse une des divisions.

REduisez le Pentagone en triangle FGH (*par la 21 du 4.*)

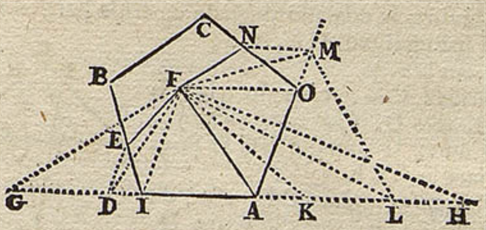
Coupez AD, égale à HK tierce partie de la base GH ; & le triangle ADF, vaudra un tiers du triangle FGH.

Menez FI, sa parallele DE, la ligne EF ; & le triangle FIE estant mis pour son égal FID, le quadrilatere AFEI, sera un tiers du Pentagone.

Coupez AL égale à AD, & le triangle ALF sera égal au triangle ADF, tiers du triangle FGH.

Continuez AO vers M : menez LM parallele à AF : & supposé la ligne FM, le triangle AFM sera égal au triangle AFL.

Tirez FO, sa parallele MN, la ligne FN, & donnant le triangle FON, pour FOM son égal; le quadrilatere AFNO, sera égal au triangle AFL.

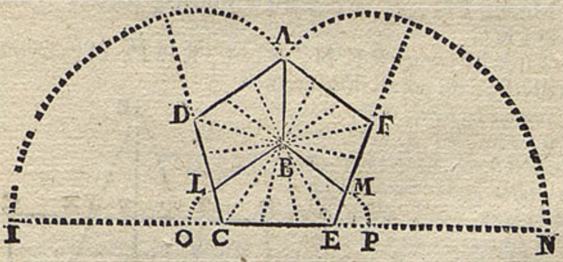


PROP. XIV.

Partager en trois parties égales le Pentagone regulier ACE, par des lignes tirées du centre B.

Divisez le contour du Pentagone en trois parties égales aux points A, L, M, (*par la 59 du 3.*)

De ces points A, L, M, menez des lignes au centre B, elles feront le partage demandé.

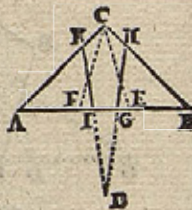


Que chaque côté du Pentagone soit divisé en trois parties égales; & que de chacune de ces parties on mene des lignes au centre B: le Poligone sera divisé en 15 petits triangles, qui estant tous de même hauteur seront égaux. Or il est évident que les lignes BA, BL, BM, comprennent entr'elles, trois parties qui renfermeront chacune cinq de ces petits triangles; Donc ces trois parties sont égales (suivant la 75 du 1.)

PROP. XV.

Diviser le triangle ABC en trois parties égales, par des lignes menées au point D, pris hors le triangle.

Divisez le triangle proposé en trois parties égales par les lignes CE, CF, (*suivant la 1.*)



Dirigez CE, côté du triangle BCE vers D, (*par la 36 du 4,*) & vous aurez le triangle BGH pour le triangle BCE.

Dirigez de même CF, côté du triangle ACF, vers le point D, & vous aurez AIK pour ACF; & GIKCH, pour CEF.

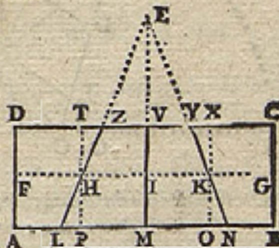
PROP. XVI.

Diviser le Parallelogramme BD en quatre parties égales, par de lignes conduites au point E.

Coupez les côtez AD, BC, chacun en deux également aux points F, G.

Menez FG, & la coupez en quatre parties égales FHIKG.

Tirez les lignes EKN, EIM, EHL; elles feront la division du parallelogramme.



Supposé les lignes TP, VM, XO, paralleles à AD; elles divisent le parallelogramme BD en quatre autres parallelogrammes egaux BX, OV, MT, PD (par la 41 du 2,) & mettant le triangle KXY pour KNO qui luy est égal (par la 59 du 2,) le quadrilatere BCYN est égal au parallelogramme BCXO.

Par la même raison le quadrilatere MNYV est égal au parallelogramme MOXV, & ainsi des autres.

PROP. XVII.

Mener du point F, des lignes qui partagent le Pentagone A B D en trois parties égales.

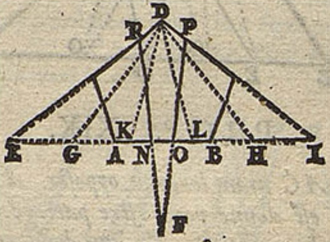
REduisez le Pentagone en triangle DGH (*par la 15 du 4.*)

Divisez la base G H en trois aux points K, L, & menez D L, D K, lesquelles diviseront le Pentagone en trois parties égales (*suivant la 5.*)

Continuez les côtez A B, D C en I.

Dirigez D L côté du triangle D L I vers le point F (*par la 36 du 4,*) c'est à dire, faites du triangle D L I, le triangle P O I ayant le côté P O, dirigé vers F.

Faites de même le triangle A N R, égal au triangle D E K.



PROP. XVIII.

Partager en trois également le triangle A B C, par des lignes tirées aux points D, E, pris dans la base A B qui en est coupée en trois parties inégales.

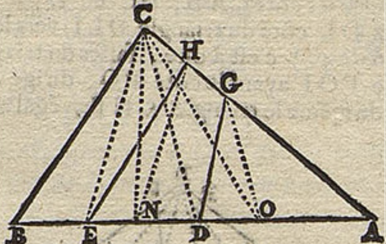
DIvisez A B en trois parties égales aux points N, O, & les lignes CO, CN, diviseront le triangle A B C en trois triangles égaux C B N, C N O, C O A.

Tirez CD, ſa parallele OG, & la ligne DG.

Mettez le triangle GOD pour ſon égal GOC, & ADG ſera égal au triangle ACO.

Menez CE, ſa parallele NH, & la ligne EH.

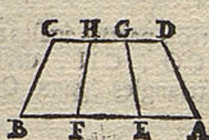
Mettez le triangle NHE pour ſon égal NHC; le triangle AEH, ſera égal aux deux triangles AOC, ONC, c'eſt à dire au ſeul ANC: & le quadrilatere BCHE le ſera au troiſiéme triangle BCN (*ſuivant la 5 du 2.*)



PROP. XIX.

Le trapeze AC ayant les côtez oppoſez AB, CD paralleles, eſt donné pour eſtre partagé en trois également par les points E, F, qui diviſent la baſe AB en trois parties égales.

DIviſez CD comme AB, c'eſt à dire en trois parties égales, puis menez les lignes FH, EG, qui feront le partage demandé (*par la 49 du 2.*)



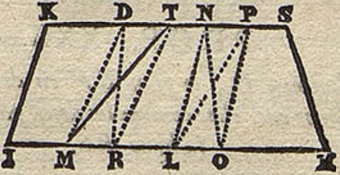
PROP. XX.

Le trapeze HK, a les costez IH, KS, paralleles; & on veut le partager en trois parties égales par les points L, M, qui divisent inégalement la base HI.

COupez les côtez paralleles HI, KS, chacun en trois également aux points D, N; RO; & les lignes DR, NO, diviseront le trapeze proposé en trois quadrilateres égaux IKDR, RDNO, ONSH (*par la precedente.*)

Menez DM, sa parallele RT, & donnant le triangle DMT pour son égal DMR, la ligne MT coupera le quadrilatere IMTK égal au quadrilatere IRDK.

Menez LN, sa parallele OP, la ligne LP, qui coupera le quadrilatere ILPK, égal au quadrilatere IONK: & LPSH restera égal au quadrilatere ONSH (*suivant la 5 du 2.*)



PROP. XXI.

Des points D & C, pris comme on voudra dans la base AI, partager le quadrilatere AB en trois parties égales.

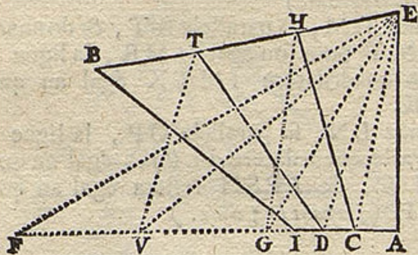
REduisez le quadrilatere proposé en triangle AEF (*par la 7 du 4.*)

Coupez la base A F en trois parties égales F V G A : les lignes E G, E V diviseront le triangle A E F en trois triangles égaux.

Menez C E, sa parallele G H, la ligne C H ; & le triangle C E H estant mis pour son égal C E G, le quadrilatere A C H E sera égal au triangle A G E.

Tirez D E, sa parallele V T, la ligne D T.

Donnez le triangle D E T pour son égal D E V, le quadrilatere A D T E, sera égal au triangle A E V : Et le quadrilatere D I B T, le sera au triangle E F V (*par la 5 du 2.*)



PROP. XXII.

Diviser du point D, le plan B V en deux parties qui soient entr'elles comme les deux parties de la ligne R S.

Reduisez le plan B V, en triangle B C K (*par la 19 du 4.*)

Coupez B K en M, comme R S est coupée en E (*par la 48 du 3.*)

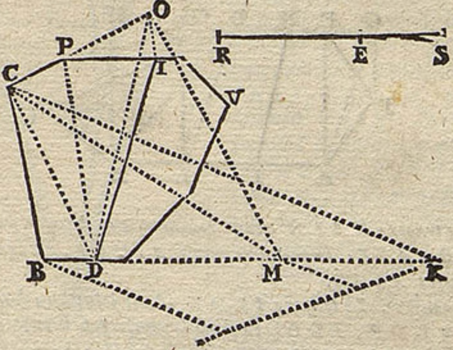
Tirez C M, & les triangles B C M, M C K, seront entr'eux comme leurs bases ; c'est à dire comme les parties de la ligne R S. (*suivant la 74 du 2.*)

Continuez le côté C P, vers O.

Menez C D, sa parallele M O, la ligne D O, &

mettez le triangle CDO pour ſon égal CDM.

Menez DP, ſa parallele OI, & la ligne DI qui fera le partage demandé: car le triangle DPI eſtant donné pour ſon égal DPO, la partie BI ſera égale au triangle BCM; & la partie DV le ſera au triangle MCK (*par la 5 du 2.*)



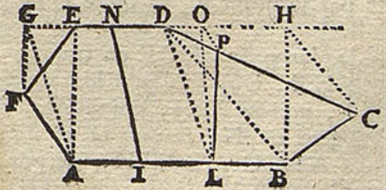
PROP. XXIII.

Partager le plan CF, en trois parties égales ſur les trois parties égales AILB.

PRolongez de part & d'autre le côté DE, qui eſt parallele à la baſe AB.

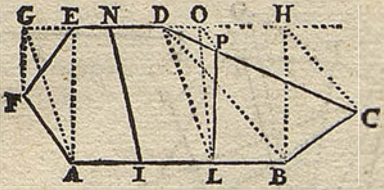
Réduiſez le plan CF en quadrilatere GABH.

Diviſez GH, en trois parties égales GNOH.



Menez des lignes IN, LO, qui diviseront le quadrilatere ABGH en trois quadrilateres égaux, GAIN, NILO, OLBH (*suivant la 49 du 2.*)

Menez DL, sa parallele OP, & les lignes IN, LP, feront le partage demandé.



Le trapeze EAIN estant commun aux deux triangles égaux AEG, AEF; la premiere partie AINEF, est égale au quadrilatere AING.

De méme. Le trapeze ILDN estant joint aux deux triangles égaux LDP, LDO; la seconde partie ILPDN est égale au quadrilatere ILON: & (par la 5 du 2,) la troisieme partie LBCP, est égale au quadrilatere LBHO.

PROP. XXIV.

Partager le plan CF, en deux parties qui soient entr'elles comme les parties AN, NB, de la base AB.

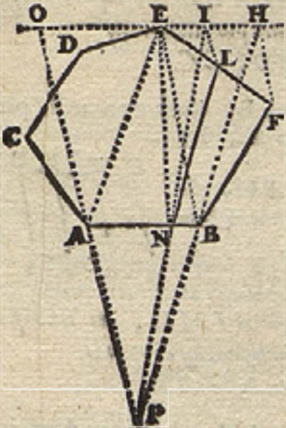
MEnez par le point E, la ligne OH, parallele à AB.

Réduisez le plan proposé CF en trapeze ABHO.

Prolongez HB, OA, jusqu'à leur rencontre en P.

Du point P, menez PNI, qui divisera OH en I, comme AB l'est en N, *suivant la 46 du 3:*) & les quadrilateres ANIO, BNIH, seront entre eux comme leurs bases AN, BN, *suivant la 49 du 2.*)

Tirez E N, sa parallele I L puis L N, qui fera le partage demandé.



Si on ajoûte aux triangles égaux B E H, B E F, le commun B E N ; les quadrilateres B N E H, B N E F, seront égaux: desquels ôtant les triangles égaux E N I, E N L, sçavoir E N I, du quadrilatere B N E H ; & E N L du quadrilatere B N E F : le quadrilatere B N L F, restera égal au quadrilatere B N I H : Et le plan proposé C F, estant égal au trapeze A B O H ; sa partie N L C, restera aussi égale au quadrilatere A N I O. Donc la ligne N L partage le plan C F, comme N I partage le trapeze A B O H, sçavoir en deux parties qui sont entr'elles, comme leurs bases A N, B N.

PROP. XXV.

Partager le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes paralleles au costé A C.

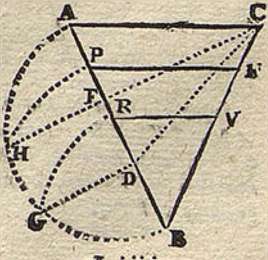
Divisez A B, en trois parties égales A E D B, & les lignes C E, C D, diviseront le triangle A B C en trois triangles égaux.

Décrivez le demicercle A G B.

Elevez les perpendiculaires E H, D G.

Du point B, décrivez les arcs H P, C R.

Menez les paralleles demandées, P F, R V.



Le triangle A B C est divisé en trois triangles égaux par les lignes C E, C D : le triangle B P F est égal à B C E : & B R V, l'est à B C D (par la 33 du 4.)

PROP. XXVI.

Partager le parallelogramme A C en trois parties égales, par des lignes paralleles aux costez A D, B C.

COupez les côtez C D, A B, chacun en trois parties égales aux points E, F; G, H.

Menez les lignes E G, F H, elles feront le partage demandé (*suivant la 41 du 2.*)

PROP. XXVII.

Diviser le trapeze regulier A I M L, en trois parties égales par des lignes ou coupures paralleles au costé A L.

DIvisez les côtez A L, I M, chacun en deux également, aux points O P.

Menez O P & la coupez en trois parties égales, P, S. R, O.

Tirez par les points S, R, les paralleles demandées X Z, V Y.

Supposé la ligne N O G parallele à V Y. Les parallelogrammes A X, Z V, Y N, sont égaux (par la 41 du 2.) Le triangle G I O est égal au triangle M N O (par la 59 du 2:) ainsi mettant l'un pour l'autre, le trapeze I Y V M, est égal au parallelogramme N V Y G.

PROP. XXVIII.

Diviser le quadrilatere ABCD en deux parties égales, par une ligne parallele au costé BD.

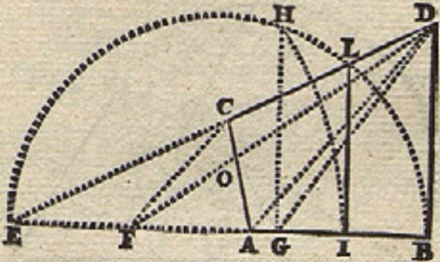
Continuez les côtez AB, CD, jusqu'en E.

Réduisez le quadrilatere proposé en triangle BDF (*par la 7 du 4.*)

Coupez la base BF en deux également en G.

Coupez EI, moyenne proportionnelle entre EG, EB (*par la 52 du 3.*

Menez IL parallele à BD, elle coupera le quadrilatere proposé en deux également.



Les triangles ADF, ADC sont égaux: desquels si on retranche le commun ADO, les triangles DOC, AFO restent égaux: & joignant à ces triangles égaux le quadrilatere CEFO; le triangle ACE, est égal au triangle DEF (par la 4 du 2.)

Les lignes EG, EI, EB, sont proportionnelles: & les triangles EGD, EBD, sont de hauteur égale: donc le triangle ILE qui est semblable au triangle BED (suivant la 57 du 2) est égal au triangle DEG (par la 67 du 2.)

Or ôtant de ces triangles égaux EGD, EIL: les égaux, sçavoir DEF, du triangle EGD: & ACE du triangle EIL: reste ACLI, égal à DFG, moitié du triangle BDF: lequel est fait égal au quadrilatere BC. Donc, &c.

PROP. XXIX.

Partager le quadrilatere AC en deux également, par une ligne qui soit parallele au costé BC.

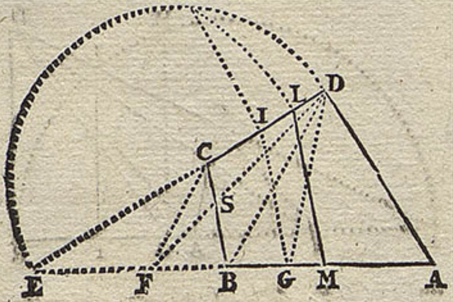
Reduisez le quadrilatere proposé en triangle ADF. Divisez AF en deux parties égales au point G, & menez DG.

Prolongez les côtez AB, DC, en E.

Menez GI parallele à BC.

Coupez EL, moyenne proportionnelle entre EI, ED (*par la 52 du 3.*)

Menez la demandée LM parallele à BC.



Les triangles DEG, IEG, *eu égard à leurs bases* DE, EI*: sont de même hauteur. Le triangle* ELM *est semblable à* GEI*: donc il est égal à* DEG (*par la 67 du 2.*)

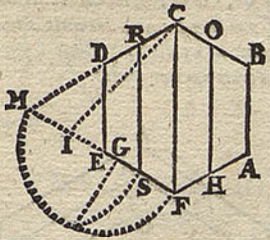
Le triangle BDF *est fait égal au triangle* BDC*: donc* SCD, BFS *sont égaux: ausquels le quadrilatere* CEFS *estant joint,* DEF *est égal à* BCE*: Et retranchant* DEF*, de* DEG*; & BCE de* ELM*; reste* BCLM *égal au triangle* DFG.

Le triangle AFD *est fait égal au quadrilatere* AC*;* DFG *est moitié d'*AFD*: Donc* BCLM *qui est égal à* DFG*, est moitié du quadrilatere* AC.

PROP. XXX.

Partager l'Exagone regulier AD en quatre parties égales par des lignes paralleles à la diagonale CF.

DIviſez les trapezes ABCF, CDEF, chacun en deux parties égales (*par la* 28.)

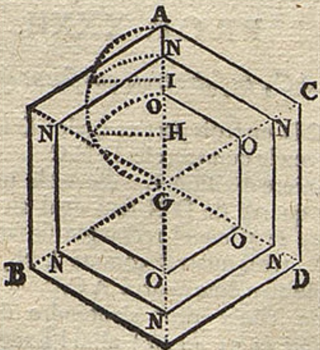


PROP. XXXI.

Partager l'Exagone ABD, en trois parties égales qui ſoient concentriques.

DU centre G, menez des rayons à tous les angles de l'exagone.

Coupez un de ces rayons, par exemple AG, en trois parties égales AIHG.

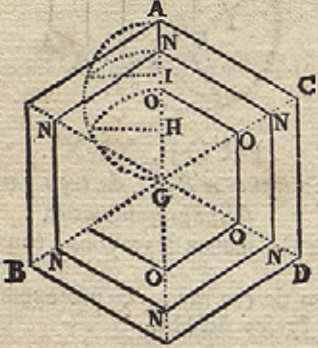


Coupez NG, moyenne proportionnelle entre G A, & G I.

Coupez auſſi GO, moyenne proportionnelle entre GA & GH (*par la 52 du 3.*)

Menez de rayon en rayon, les paralleles NNN, OOO, qui feront le partage demandé.

Les paralleles NN, OO, diviſent le triangle AGC: en trois parties égales (par la 25:) & les autres triangles ſont diviſez de même (ſuivant la 51 du 2.) Donc (par la 4 du 2) l'Exagone eſt partagé en trois parties égales.



PROP. XXXII.

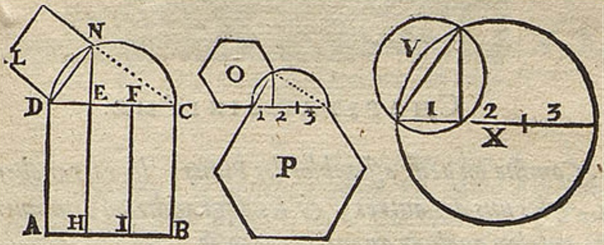
Du quarré A C, en faire trois qui ſoient égaux entr'eux.

Diviſez CD en trois parties égales DEFC.

Décrivez le demicercle DNC.

De la premiere diviſion E, élevez la perpendiculaire EN; & le quarré de DN ſera égal au rectangle AE (*par la 45 du 2;*) lequel rectangle faiſant un tiers du quarré AC, trois quarrez comme LN, ſeront égaux pris enſemble au même quarré AC.

La même choſe doit s'entendre de tous autres plans (*ſuivant la 71 du 2:*) ainſi l'Exagone O, vaut un tiers de l'Exagone P; & le cercle X eſt triple du cercle V.



PROP. XXXIII.

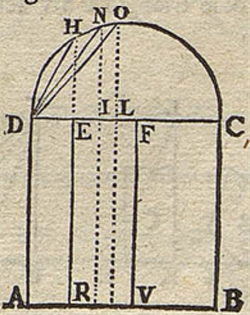
Du quarré A C, en faire trois autres qui ſoient entr'eux comme les rectangles A E, R F, V C.

DEcrivez le demicercle D O C.

Elevez la perpendiculaire E H, & D H ſera le côté d'un quarré égal au premier rectangle (*ſuivant la precedente.*)

Coupez D I, égale à E F; & ſuppoſé la perpendiculaire I N, la ligne D N ſera le côté d'un quarré égal au rectangle R F.

Coupez *de même*, D L égale à C F. Elevez la perpendiculaire L O, & D O ſera le côté d'un quarré égal au troiſiéme rectangle C V.



CHAPITRE SIXIE'ME.

Comme on peut assembler les Plans, les retrancher les uns des autres, & les aggrandir ou diminuer selon quelque quantité proposée.

PROPOSITION I.

Décrire un triangle égal aux trois plans A, B, C.

MEnez F L parallele à la ligne D M.

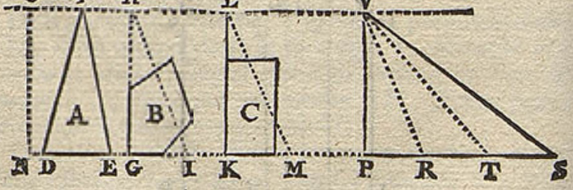
Faites le triangle G H I, égal au plan B (*par la 23 du 4.*)

Faites aussi le triangle K L M égal au plan C.

Tirez P S; & coupez P R, R T, T S, égales aux bases D E, G I, K M.

Elevez la perpendiculaire P V égale à la perpendiculaire N O.

Tirez S V, & le triangle P S V sera égal aux trois plans proposez.



PROP. II.

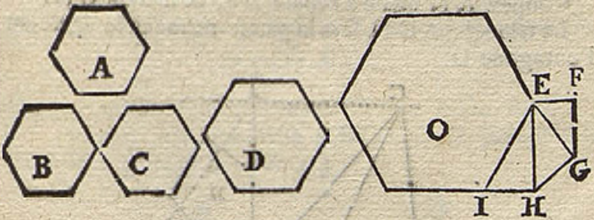
Assembler plusieurs plans rectilignes & semblables A, B, C, D ; en un seul qui leur soit aussi semblable.

TIrez E F égale à la base du premier plan A.

Abaissez la perpendiculaire FG égale à la base du deuxiéme plan B, & la ligne EG sera le côté d'un semblable plan, égal aux deux A & B, (*suivant la 71 du 2.*)

Elevez sur EG, la perpendiculaire GH, égale à la base du troisiéme plan C, & EH, sera le côté d'un plan égal aux trois A, B, C.

Elevez enfin sur EH, la perpendiculaire HI, & EI sera le côté du Poligone ou plan demandé O.



PROP. III.

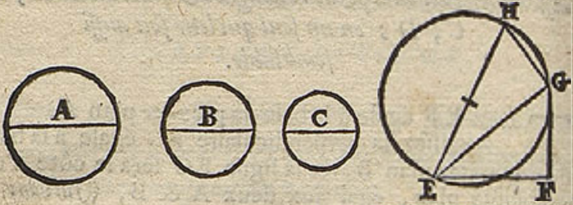
Décrire un cercle égal aux trois cercles A, B, C.

TIrez la ligne EF, égale au diametre A.

Elevez la perpendiculaire FG, égale au diametre B, puis menez EG.

Elevez G H perpendiculaire ſur E G, & la coupez égale au diametre C.

Le cercle décrit ſur le diametre E H ſera égal aux trois propoſez (*ſuivant la precedente.*)



PROP. IV.

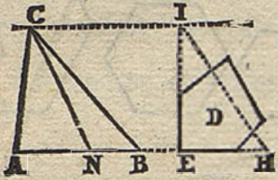
Retrancher du triangle A B C, une partie égale au Pentagone D.

MEnez C I parallele à la baſe A H.

Réduiſez le Pentagone D en triangle E H I (*par la 23 du 4.*)

Coupez A N égale à la baſe E H & menez C N.

Le triangle A C N ſera la partie retranchée égale au Pentagone D.



PROP. V.

Oſter du Plan A E B, une partie égale au triangle A F G.

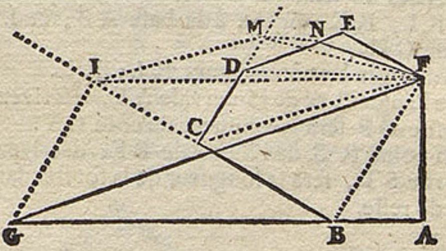
COntinuez le côté C B vers I, & C D vers M.

Menez B F, ſa parallele G I, la ligne F I, & le

& le triangle FBI sera égal au triangle FBG.

Tirez CF, sa parallele IM, la ligne FM, & le triangle FCM, sera égal au triangle FCI.

Menez enfin DF, sa parallele MN; & mettant le triangle FDN, pour son égal FDM ; la ligne FN retranchera la partie demandée AN égale au triangle AFG.



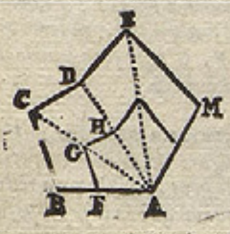
PROP. VI.

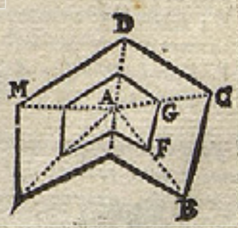
Réduire une figure en petit.

On veut décrire sur la base AF, une figure comme la proposée BM.

DU point A, tirez les rayons AE, AD, AC.

Menez FG parallele à BC; GH parallele à CD, &c. (*Voyez la 57 du 2.*)





PROP. VII.

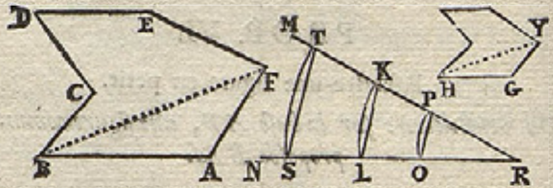
Décrire sur la base G H, une figure semblable à la figure A D.

FAites un triangle isocele L R K ayant les côtez R L, R K, égaux à la base A B; & L K égal à la base G H.

Prolongez les côtez égaux R L, R K.

De l'angle R & de l'intervale A F, décrivez O P, & la corde O P sera la longueur du côté G Y.

Du point R & de l'intervale B F, décrivez S T; & la corde S T, sera la longueur de la soustendante H Y: ainsi du reste.



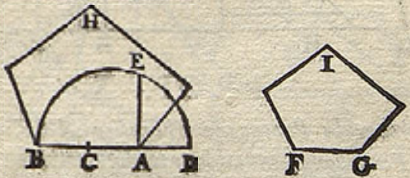
Les triangles R O P, R L K, R S T, sont semblables (par la 58 du 2.) Ainsi, comme R L à L K; ou leurs égales, A B à G H; R O à O P ou leurs égales A F à G Y: Et comme R O à O P ou leurs égales, A F à G Y: R S à S T, ou leurs égales B F à H Y. Donc les triangles A B F, G H Y sont semblables (suivant la 55 du 2.)

Il faut observer qu'encore que cette pratique soit particulierement pour reduire une figure de grand en petit sur une base proposée, neanmoins elle peut aussi servir à reduire une figure de petit en grand, pourvû que la base proposée n'aille pas au delà du double de son homologue.

PROP. VIII.

Décrire un Poligone semblable au Poligone A H, mais plus petit de moitié, c'est à dire, contenant la moitié moins d'aire.

COupez A B en deux au point C.
Continuez A B, & coupez A D égale à A C.
Elevez A E moyenne proportionnelle entre A D & A B. (*par la 51 du 3.*)
Tirez la base F G égale à la moyenne A E.
Faites le Poligone demandé F G I (*par la precedente.*)



Les Poligones H, I, estant semblables, ils sont en raison doublée de leurs côtez homologues A B, F G: c'est à dire, que le Poligone H est au Poligone I, comme la base A B à la troisiéme proportionnelle A D (par la 69 du 2:) A B est double de A D, donc le Poligone H est double du poligone I; ou ce qui est même chose, le Poligone I, est moitié du Poligone H.

PROP. IX.

Diminuer le quarré B D de la valeur du plan E.

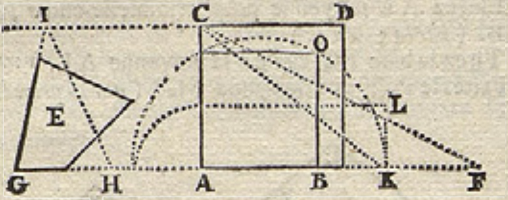
REduisez le quarré proposé en triangle A C F (*par la 2 du 4.*)

Réduisez aussi le plan E en triangle G H I de la hauteur du triangle A C F (*par la 23 du 4.*)

Coupez la base F K égale à la base G H, & tirez C K qui donnera le triangle C F K égal au plan E.

Du triangle restant A C K, faites le parallelogramme A L (*par la 6 du 4.*)

Du parallelogramme A L, faites le quarré A O (*par la 28 du 4,*) & le gnomon C O B retranché du quarré A D sera égal au plan E.



PROP. X.

Retrancher du Pentagone irregulier A B D, un autre Pentagone semblable, la difference des deux restant égale au plan G.

FAites le triangle B C F, égal au Pentagone A B D (*par la 19 du 4.*)

Faites aussi le triangle F C K égal au plan G (*par la 23 du 4.*)

Coupez B O, moyenne proportionnelle entre B K & B F (*par la 52 du 3.*)

Menez O N, parallele à C F.

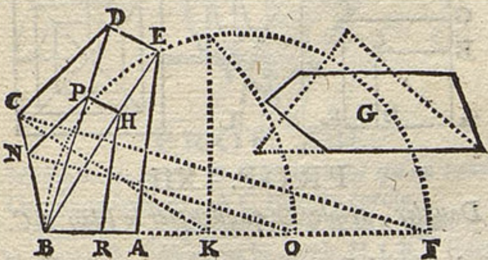
Décrivez sur B N un Pentagone N R semblable au proposé A C (*par la 6,*) & la difference des deux Pentagones sera égale au plan G.

Les bases B F, B O, B K sont proportionnelles : ainsi le triangle B N O semblable au triangle B C F (par la 57 du 2,) est égal au triangle B C K) par la 67 du 2.)

Les triangles semblables B N O, B C F sont en raison dou-

blée de leurs côtez homologues B N, B C; & les Pentagones semblables R N H, A C E, sont aussi en raison doublée des mêmes côtez B N, B C (suivant la 69 du 2.) Donc comme le triangle B C F est au triangle B N O, le Pentagone A C E est au Pentagone R N H: & par échange, le triangle B N O est au Pentagone R N H, comme le triangle B C F est au Pentagone A C E. Le triangle B C F est fait égal au Pentagone A C E, donc le triangle B N O est égal au Pentagone R N H.

Le triangle B N O est prouvé égal au triangle B C K; donc le pentagone R N H est égal au triangle B C K. Et puisque le triangle B C F est égal au Pentagone A C E, la difference des deux pentagones est égale au triangle K C F, lequel est fait égal au plan G.



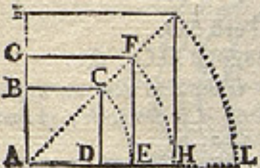
PROP. XI.

Réduire une figure en grand.

Doubler & quadrupler le quarré B D.

PRolongez A D, A C, A B; & du point A, décrivez l'arc. C E.

Faites le quarré E G, il sera double du quarré B D.

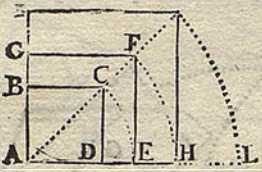


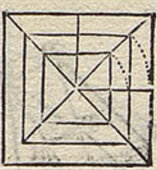
Du point A décrivez encore l'arc FH, le quarré HI sera double du quarré GE, & quadruple du proposé BD.

L'angle D, estant droit & les côtez AD, DC égaux; le quarré de AC ou d'AE son égal, c'est à dire EG, est double du quarré BD (par la 46 du 2.)

Par la meme raison, le quarré HI est double du quarré EG, & par consequent quadruple du quarré BD.

Que si on faisoit un quarré sur la base AL, il seroit double du quarré HI, quadruple du quarré GE, & octuple du quarré DB.





PROP. XII.

Doubler, tripler & quadrupler le Plan BC.

PRolongez AB vers M, & tirez les rayons ADN, ACE

Abaissez la perpendiculaire BR égale à AB.

Du point A, décrivez l'arc RH.

Faites sur AH, le pentagone HK, semblable au proposé (*par la 6.*)

Tirez RV parallele à BG, & coupez RS égale à BH.

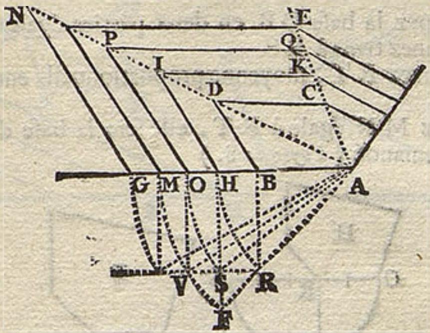
Du point A, décrivez l'arc SO.

Faites sur AO, le pentagone OQ, &c.

Les lignes AB, BR sont égales, & font un angle droit. Donc le pentagone fait sur AR ou AH son égale, est double du pentagone BC (suivant la 71 du 2.)

La ligne HS est égale à la base AB, & AH est la base d'un pentagone double: AS ou son égale AO est la base d'un *pentagone égal aux deux pentagones B C, H K, (par la 71 du 2;) Donc le pentagone O Q, est triple du proposé B C.*

Par la même raison, le pentagone M E est quadruple, & celuy qui sera fait sur la base A G sera quintuple.



PROP. XIII.

Multiplier le cercle B C D autant qu'on voudra.

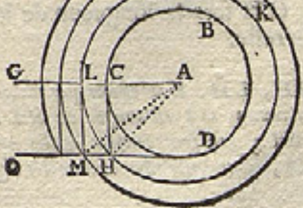
Continuez le rayon A C hors le cercle.

Abaissez la perpendiculaire C H, égale à A C.

Du centre A, décrivez le cercle H L K, il sera double du donné B C D (*par la precedente.*)

Menez H O parallele à C G, puis coupez H M égale à C L.

Du centre A, décrivez le cercle M, il sera triple du proposé, & le suivant sera quadruple.



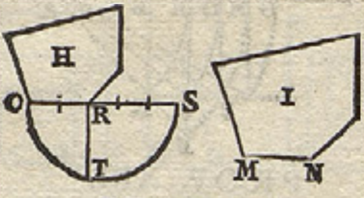
PROP. XIV.

Décrire un Poligone qui soit au Poligone H, en raison de 3 à 2.

COupez la base OR en deux parties égales, & en donnez trois à RS.

Trouvez RT, moyenne proportionnelle entre OR, & RS.

Tirez MN égale à RT, elle sera la base du Poligone demandé (*Voyez la* 8.)



PROP. XV.

Décrire sur la base EF, une figure semblable à la figure AC.

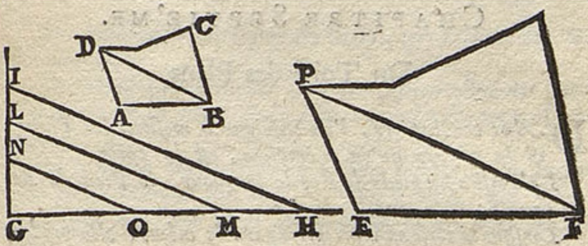
FAites comme il vous plaira l'angle IGH.

Coupez GL égale à la base AB, GM égale à la base EF, puis tirez LM.

Coupez GN égale à AD, menez NO parallele à LM, & GO sera la longueur du côté EP.

Ayant aussi coupé GI égale à BD, & mené la parallele IH; GH sera la longueur de la soustendante FP. Ainsi du reste.

Les lignes IH, LM, NO estant paralleles; GH est coupée en O, M, comme GI est coupée en NL: ainsi les lignes GN, GL, GI; qui sont coupées égales aux trois côtez du triangle ABD, sont entr'elles comme les lignes GO, GM, *G H ; ausquelles les côtez du triangle* E F P *sont coupez égaux. Donc le triangle* E F P *a ses côtez proportionnels à ceux du triangle* A D B : *& par consequent les deux triangles* E F P , A B D *sont semblables.*



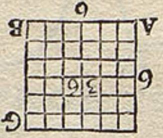
CHAPITRE SEPTIE'ME.

Du Toisé des Plans.

D*Ans ce Chapitre, l'on enseigne à mesurer les Plans; & la mesure qu'on y employe, est la Toise.*

La Toise a six pieds de Roy de longueur, le Pied de Roy 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

Lorsque la toise est multipliée par elle même, elle produit une toise quarrée.



On voit que le quarré A G qui contient 36 petites superficies quarrées, est le produit de la ligne A B multipliée par elle-même; ou par son égale B G; c'est à dire 6 par 6: & que si A B estoit de 12 parties égales, le quarré A G, comprendroit 144 petits quarrez égaux qui seroient le produit de 12, multipliez par 12. Ainsi.

La toise quarrée a 36 pieds quarrez; le pied quarré 144 pouces quarrez; & le pouce quarré, 144 lignes quarrées.

Les grands terrains se mesurent par Perches & par Arpents; & alors cette partie de la Geometrie est appellée Arpentage.

La Perche est plus ou moins grande selon les lieux. Dans la Prevosté de Paris elle est de trois toises, & dix perches sont l'arpent.

La perche quarrée contient 9 toises quarrées, & l'arpent quarré, 100 perches quarrées.

OBSERVATIONS.

Des toiſes multipliées par des toiſes, produiſent des toiſes quarrées.

Des pieds multipliez par des pieds, produiſent des pieds quarrez : & la même choſe doit s'entendre des pouces & des lignes.

Des toiſes multipliées par des pieds, produiſent des pieds courant ſur toiſes : c'eſt à dire, des rectangles qui ont une toiſe de longueur & un pied de largeur.

Des toiſes multipliées par des pouces, produiſent des pouces courant ſur toiſes, c'eſt à dire, des rectangles d'une toiſe de longueur & d'un pouce de largeur. Comme des toiſes multipliées par des lignes produiſent des rectangles d'une toiſe de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pieds multipliez par des pouces, produiſent des pouces ſur pieds : c'eſt à dire, des rectangles d'un pied de longueur, & d'un pouce de largeur.

Des pieds multipliez par des lignes, produiſent des lignes ſur pieds, qui ſont des rectangles d'un pied de longueur & d'une ligne de largeur.

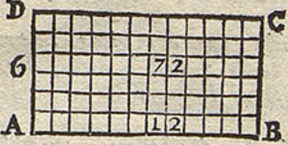
Des pouces multipliez par des lignes, produiſent des lignes ſur pouces, qui ſont des rectangles d'un pouce de longueur & d'une ligne de largeur.

Six pieds ſur toiſe font une toiſe quarrée.
Douze pouces ſur toiſe font un pied ſur toiſe.
Douze lignes ſur toiſe font un pouce ſur toiſe.
Douze pouces ſur pied font un pied quarré.
Douze lignes ſur pied font un pouce ſur pied.
Douze lignes ſur pouce font un pouce quarré.
Six pieds quarrez font un pied ſur toiſe.
Douze pouces quarrez font un pouce ſur pied.
Douze lignes quarrées font une ligne ſur pouce.

PROPOSITION I.

Mesurer l'aire du rectangle A C.

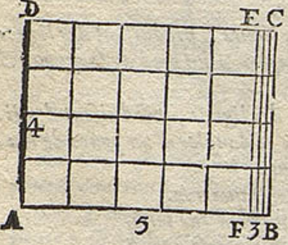
TOisez la longueur A B & la largeur A D, & supposé que l'une se trouve estre de 12 toises & l'autre de 6. Multipliez 12 par 6, le produit 72 toises quarrées, sera l'aire du rectangle.



$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

Si A B est trouvée valoir 5 toises, 3 pieds ; & B C 4 toises.

Multipliez les toises par les toises, 4 par 5 ; puis les 4 toises par les 3 pieds : & vous aurez de produit 20 toises quarrées, & 12 pieds sur toises qui feront encore 2 toises quarrées. Ainsi le rectangle A C, sera de 22 toises quarrées.



toises.	pieds.
5 ——	3
4 ——	0
20 ——	12
toises quarrées.	pieds sur toises.

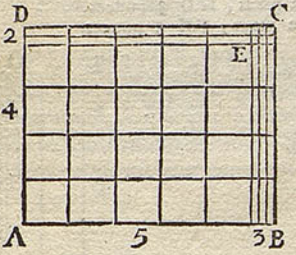
Mais si A B estoit de 5 toises, 3 pieds ; & B C de 4 toises, 2 pieds : il faudroit multiplier les 5 toises par les 4, qui produiroient 20 toises quarrées.

Multiplier les 5 toises, par les 2 pieds ; comme aussi les 4 toises, par les 3 pieds ; qui produiroient 22 pieds surtoises.

Multiplier les pieds par les pieds, 2 par 3; qui produiroient encore 6 pieds quarrez; c'est à dire, un pied sur toise: lequel estant joint aux 22, feroit 23.

De ces 23, en tirer 18; c'est à dire, trois toises quarrées pour les joindre aux autres 20: & le rectangle AC, se trouveroit contenir 23 toises quarrées, & 5 pieds sur toises; ou 30 pieds quarrez.

La division de ces plans rectangles, sert de demonstration: par exemple on voit icy les 20 toises quarrées dans le rectangle AE: Les 22 pieds sur toises, dans les rectangles DE, BE: & les 6 pieds quarrez, dans le rectangle CE.



toises.	5	3	pieds.
	4	2	
toises quarrées.	20 —	10	pieds courants sur
		12	toises.
		6	pieds quarrez.
toises quarrées.	23 —	5	pieds sur toises.

Que si enfin le rectangle AR avoit les côtez OA, AK chacun de 2 toises, 2 pieds & 3 pouces; il faudroit multiplier les deux toises AD par les deux toises AC, qui produiroient 4 toises quarrées pour le quarré AB.

Multiplier les 2 toises AD par les 2 pieds CF, de même que les 2 toises AC par les 2 pieds DH; qui produiroient 8 pieds sur toises: c'est à dire une toise quarrée & 2 pieds sur toises, pour les deux rectangles BF, BH.

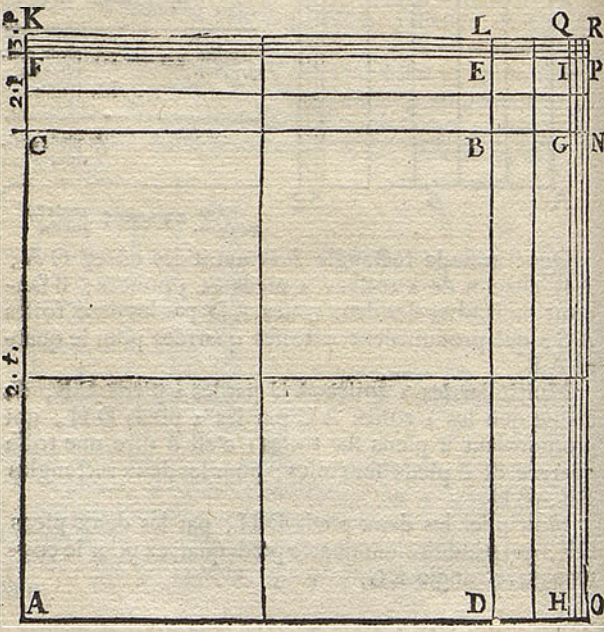
Multiplier les deux pieds DH, par les deux pieds CF; qui produiroient quatre pieds quarrez pour le contenu du rectangle EG.

Multiplier les deux toises A D, par les 3 pouces FK; de même que les deux toises A C par les 3 pouces HO, qui produiroient 12 pouces sur toises : c'est à dire, un pied sur toise, pour les deux rectangles E K, G O.

Multiplier les deux pieds D H par les 3 pouces FK, & les deux pieds C F, par les trois pouces H O ; qui produiroient 12 pouces courant sur pieds : c'est à dire, un pied quarré pour le contenu des deux rectangles IL, IN.

Multiplier enfin, les 3 pouces H O, par les 3 pouces F K ; qui produiroient 9 pouces quarrez pour le contenu du petit quarré I R. Et l'addition de tous ces produits estant faite, on trouveroit que le quarré A R contiendroit 5 toises, 23 pieds, & 9 pouces quarrez.

A D 2 toises, D H 2 pieds, H O 3 pouces.
A C 2 toises, C F 2 pieds, F K 3 pouces.



Pour éviter toutes ces differentes multiplications de toises par pieds, & par pouces, qui effectivement sont fort embarassantes : on pourroit reduire les 2 toises AD & les 2 pieds DH en pouces ; tout le côté AO se trouveroit avoir 171 pouces : & AK luy estant égal, il n'y auroit qu'à multiplier 171 par 171 ; le produit seroit 29241 pouces quarrez : desquels ayant tiré les pieds, & des pieds les toises ; on trouveroit comme cy-dessus, 5 toises, 23 pieds, & 9 pouces quarrez, pour le contenu du rectangle AR.

PROP. II.

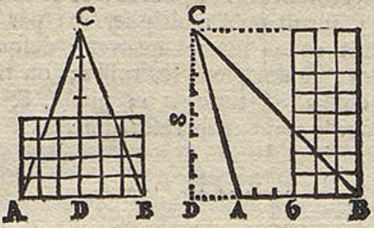
Trouver l'aire du Parallelogramme EFGH.

MUltipliez la base EF, par la perpendiculaire EN ; 9 par 3, & le produit 27 qui sera l'aire du parallelogramme EFLN, (*suivant la premiere*) sera aussi l'aire du parallelogramme proposé, (*suivant la 40 du 2.*)

PROP. III

Trouver l'aire du triangle ABC.

MUltipliez la base AB par la moitié de la perpendiculaire CD ; c'est à dire, 6 par 4 : ou la perpendiculaire par la moitié de la base, 8 par 3 ; & le produit 24 sera l'aire du triangle (*suivant la 3 & 6 du 4.*)



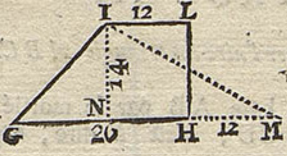
PROP. IV.

Trouver l'aire du quadrilatere GL, dont les côtez GH, IL sont paralleles.

MEsurez les côtez paralleles IL, GH, la perpendiculaire NI ; & supposé qu'IL se trouve estre de 12 toises, GH de 26, NI de 14.

Joignez les 12 toises du côté IL, aux 26 de la base GH, comme si vous aviez à réduire le quadrilatere en triangle GIM ; (*suivant la 2 du 4.*)

Multipliez la base GM, par la moitié de la perpendiculaire NI ; c'est à dire 38 par 7 ; & le produit 266 toises quarrées sera l'aire du triangle IGM (*suivant la 3.*) & *par consequent* du quadrilatere proposé qui luy est égal.



PROP.

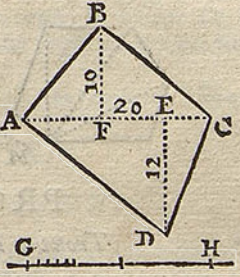
PROP. V.

Trouver l'aire du quadrilatere ABCD.

MEſurez la diagonale AC, les perpendiculaires DE, BF, & ſuppoſé que ces lignes ſe trouvent être, la premiere de 20 toiſes, la deuxiéme de 12, & la troiſiéme de 10.

Multipliez AC par la moitié de la perpendiculaire DE, le produit 120 ſera l'aire du triangle ACD.

Multipliez auſſi AC par la moitié de BF, le produit cent ſera l'aire du triangle ABC (*ſuivant la 3.*)



Additionnez ces deux produits, & leur ſomme 220 toiſes quarrées ſera l'aire du quadrilatere propoſé.

On trouvera les mêmes 220 toiſes en multipliant la ſomme des deux perpendiculaires BF, DE, qui eſt 22, par 10, moitié de la ligne AC.

PROP. VI.

Trouver l'aire d'un Poligone regulier.

MUltipliez la perpendiculaire AB par la moitié de la baſe CD, & vous aurez l'aire du triangle ACD.

Multipliez l'aire de ce triangle par le nombre des triangles du Poligone, & le produit ſera le requis.

Autrement. Multipliez les ſix côtez du Poligone par la moitié de la perpendiculaire AB; ou toute la perpendiculaire A B par la moitié des côtez (*suivant la 17 du 4.*)

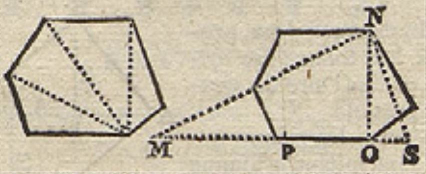
PROP. VII.

Trouver l'aire d'un Poligone irregulier.

DIvisez le Poligone par triangles.

Mesurez chaque triangle (*par la 3,*) & faites une addition du tout.

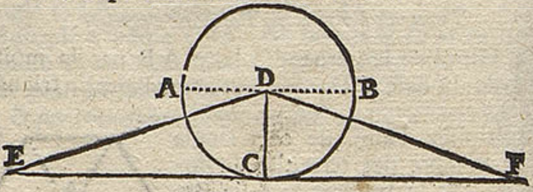
Autrement. Réduisez le Poligone en triangle N M S (*par la 18 ou 19 du 4,*) puis multipliez la perpendiculaire N O par P S, moitié de la base M S.



PROP. VIII.

Trouver l'aire d'un cercle.

MUltipliez la demicirconference A C B, par le rayon C D; le produit sera l'aire du cercle.



Si le cercle A B C estoit réduit en triangle D E F (par la 43 du 4:) la base E F, seroit égale à la circonference du cercle; & C F moitie de E F, le seroit à la demicirconference A C B; ainsi, D C multipliée par C F donneroit le même produit qu'elle donneroit estant multipliée par la demicirconference : le pro-

duit de C D multiplié par C F seroit l'aire du triangle (suivant la 3 :) Donc le produit de C D multipliée par la demicirconference est l'aire du cercle, autrement le cercle & le triangle ne seroient pas égaux.

PROP. IX.

La valeur du diametre d'un cercle estant donnée, trouver la valeur de la circonference.

ON remarque que le diametre est à la circonference de son cercle à peu prés comme 7 à 22 : Ainsi, supposé que le diametre proposé A B soit de 28 pouces, vous trouverez la valeur de la circonference demandée par une regle de proportion en disant :

Si 7 donnent 22, combien 28, le produit 88 sera la valeur requise.

PROP. X.

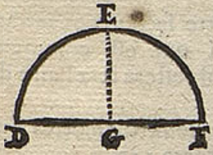
Mesurer le demicercle D E F.

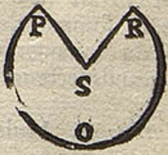
MUltipliez l'arc D E, moitié de la demicirconference D E F par le rayon D G.

PROP. XI.

Trouver l'aire du secteur P O R.

MUltipliez le rayon P S, par O P, moitié de l'arc P O R. Ou bien multipliez tout l'arc P O R par la moitié du rayon P S.





PROP. XII.

Trouver l'aire d'un grand ſegment de cercle ABC.

CHerchez l'aire du ſecteur ABCD (*par la precedente*,) puis l'aire du triangle ABC (*par la* 3.)

PROP. XIII.

Trouver l'aire du petit ſegment EFG.

TIrez au centre de l'arc, les rayons EH, GH.

Cherchez l'aire du ſecteur HEFG (*par la* 11.)

Oſtez de ce ſecteur, l'aire du triangle EGH, & le reſte ſera l'aire du ſegment propoſé.

PROP. XIV.

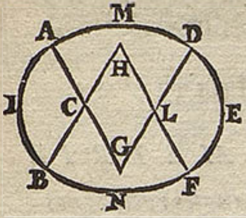
Trouver l'aire de l'ovale AF.

MEſurez les ſecteurs ACBI, DEFL, BHFN, AGDM (*par la* 11.)

De la ſomme de ces quatre ſecteurs, retranchez l'aire du lozange CGLH qui eſt commun aux deux grands ſecteurs, & ce qui reſtera ſera l'aire de l'ovale.

Autrement. Multipliez les deux diametres l'un par l'autre, 15 par 10, le produit ſera 150.

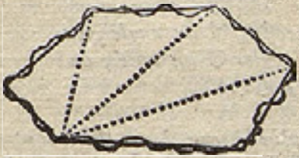
Multipliez cette ſomme 150 par 11, & diviſez le produit 1650 par 14, le quotien $117\frac{6}{7}$ ſera à peu prés l'aire de l'ovale.



PROP. XV.

Trouver l'aire d'un terrain dont le contour eſt ondoyant.

IL faut rectifier les ondoyments de ce terrain par pluſieurs lignes droites que l'on conduira avec cette diſcretion, qu'elles laiſſent d'un côté, le plus exactement qu'il ſera poſſible, la valeur du terrain qu'elles retrancheront de l'autre, puis trouver le requis par la 7.



CHAPITRE HUITIE'ME.

TRIGONOMETRIE
ou Doctrine des Triangles rectilignes par le calcul.

LEs Propoſitions de ce Chapitre ſont de trouver par le calcul, quelque terme dans un Triangle; comme un coſté ou un angle qu'on ne peut, ou du moins qu'on ſuppoſe ne pouvoir eſtre meſuré actuellement.

Pour trouver dans un triangle, la valeur d'un angle ou d'un coſté par le calcul, il faut avoir trois autres termes connus dans le même triangle, comme.

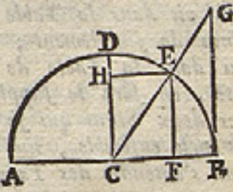
Deux coſtez & un angle, ou
Deux angles & un coſté, ou
Trois coſtez.

Sçachez de plus, que les Angles n'entrent en aucun calcul analogique par le nombre de leurs degrez; mais par ces nombres ou ces lignes qu'on appelle Sinus, Tangentes & Secantes : & c'eſt de ces lignes qu'il faut d'abord vous donner une connoiſſance, par une figure Geometrique.

Soit le demicercle ABD, le rayon CD perpendiculaire ſur CB, le point E pris à volonté dans la circonference, la perpendiculaire EF, la parallele

EH, la ligne CG rencontrant la perpendiculaire BG: On appelle.

La ligne:
- CD ou CB, Sinus total, ou Sinus de l'angle droit BCD.
- EF Sinus droit des angles BCE, ECA.
- EH, Sinus de complement. *Son arc DE avec l'arc du Sinus droit BE, fait le quart de cercle.*
- BG, Tangente de l'angle BCE.
- CG, Secante du même angle BCE.



Que si l'on suppose autant de Sinus droits EF, & autant de Tangentes & de Secantes qu'il y a de minutes dans le quart de cercle BD, il est évident que ce seront autant de lignes de differentes longueurs, qui seront d'autant plus courtes que le point E sera plus éloigné du Sinus total CD; & que faisant valoir ce Sinus total 100000, ou 10000000 de parties égales, les autres lignes seront toutes de valeur differentes, répondant aux differentes ouvertures des angles dont elles seront ou les Sinus, ou les Tangentes, ou les Secantes: & c'est de ces diverses Sinus, Tangentes & Secantes qu'on a composé des Tables, dont nous allons vous expliquer l'ordre pour venir ensuite à leur usage.

Il y a ordinairement deux Tables pour un degré, ainsi chaque Table est de 30 minutes.

Une table a six colonnes, la premiere contient les Minutes avec les degrez marquez au haut ou au bas.

La seconde contient les Sinus qui répondent par ordre aux minutes.

La troisiéme contient les Tangentes, & la quatriéme les Secantes.

Les deux autres colonnes sont composées de ces Sinus & Tangentes, qu'on appelle Logarithmes.

Ces Tables qui occupent chacune une page, sont accouplées de maniere que les Sinus, Tangentes & Secantes de l'une, sont les supplements des Sinus, Tangentes & Secantes de l'autre; c'est à dire, que prenant un Sinus dans la Table de la main droite, celuy qui est vis à vis dans la Table de la main gauche, est son Sinus de supplement; qu'au contraire, prenant un Sinus dans la Table de la main gauche, celuy de la droite, en sera le supplement; de sorte que les angles des deux Sinus qui se regardent, valent ordinairement pris ensemble, un angle droit; & la même chose doit s'entendre des Tangentes & des Secantes.

Toutes les Tables de la main gauche vont de degrez en degrez, depuis un jusques à quarante-cinq; & celles qui sont à droite, continuent aussi de degrez en degrez, jusques à quatre-vingt-dix; mais en retrogradant de la fin du livre vers le commencement: de maniere que la premiere & la derniere Table se trouvent à l'entrée du Livre vis à vis l'une de l'autre.

Tout cela estant expliqué il ne vous sera pas difficile de trouver dans ces Tables, le Sinus, la Tangente ou la Secante d'un angle proposé; non plus que d'y trouver la valeur d'un angle par son Sinus, sa Tangente ou sa Secante. On demande par exemple, le Sinus de 30 degrez 15 minutes, il n'y a qu'à voir dans la Table de 30 degrez, à costé de 15 minutes se trouvera le Sinus demandé 50377. Et au contraire, parce que ce nombre 50377 se trouve dans la colonne des Sinus à costé de 15 minutes & dans la table de 30 degrez, vous concluez qu'il est le Sinus d'un an-

gle de 30 degrez 13 minutes, & ainsi des Tangentes & des Secantes.

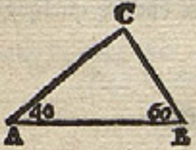
PROPOSITION I.

La valeur des deux angles A & B du triangle ABC estant connuë, trouver la valeur du troisiéme.

QUe l'angle A soit de 40 degrez, & l'angle B de 60. Les deux joints ensemble feront la somme de 100.

Tous les trois angles A, B, C, en valent, pris ensemble, 180 (*par la 29 du 2.*)

Ostez 100, de 180, restera 80 degrez pour l'angle C.



ABC	180
AB	100
C	80

Usage des Sinus.

PROP. II.

La valeur des Angles A & B, & du costé AC estant connuë trouver celle du costé BC.

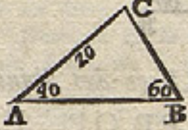
PRenez dans les Tables le Sinus de l'angle B, & celuy de l'angle A; le premier sera 86603 & le deuxiéme 64279: faites ensuite une regle de proportion, disant:

Si le Sinus de l'angle B, 86603, *donne 20 toises pour le costé opposé AC, que donnera le Sinus de l'angle A.* 64279, *pour le costé opposé BC.*

La regle faite, vous aurez pour le côté BC, 14 toises & plus, & les mêmes 14 toises se trouveront aussi par cette autre analogie.

Comme le Sinus de l'angle B —— 86603
au Sinus de l'angle A —— 64279
Ainsi le costé AC —— 20
au costé BC —— 14

Que si vous desirez venir à une plus grande précision, c'est à dire, si vous voulez avoir plus exactement la valeur du côté BC, sous divisez les 20 toises du côté AC en pieds, & même en pouces & en lignes, s'il est necessaire ; & au lieu de 20 toises, mettez 120 pieds, ou 1440 pouces, ou 17280 lignes que valent les 20 toises AC : & la regle faite, comme cy-dessus, le côté CB se trouvera valoir 14 toises, 5 pieds, 9 lignes, & encore quelque chose de plus.



Pour avoir la valeur du côté AB, il faudra chercher celle de l'angle C, qui se trouvera de 80 degrez (*par la* 1,) & faire ensuite cette analogie.

Comme le Sinus de l'angle B —— 86603
au Sinus de l'angle C —— 98481
Ainsi le costé AC —— 20
au costé demandé AB —— 22

PROP. III.

La valeur des costez BC, AC, & de l'angle A estant connuë, trouver celle de l'angle B.

CHerchez le Sinus de l'angle A, & l'ayant trouvé de 45399, faites la regle de proportion, en cette sorte.

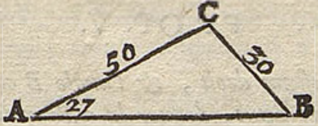
Si le costé BC de 30 toises, donne 45399, pour le Sinus de l'angle A, que donnera AC de 50 toises pour le Sinus de l'angle B.

La regle faite, vous aurez 75665 pour le Sinus demandé.

Cherchez ce Sinus dans les Tables, & vous trouverez qu'il est d'un angle de 49 degrez 10 minutes.

On peut faire aussi l'analogie suivante.

Comme le costé BC de 30, au costé AC de 50:
Ainsi le Sinus de l'angle A —— 45399
au Sinus de l'angle B —— 75665



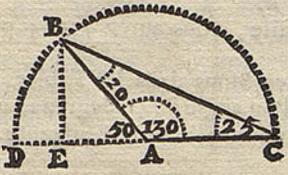
PROP. IV.

Trouver la valeur du costé BC opposé à l'angle A qui est obtus.

LE Sinus BE est commun aux deux angles BAC, BAD, d'où il s'ensuit qu'il peut estre pris indifferemment pour l'aigu BAD, de 50 degrez; comme pour l'obtus BAC de 130: mais il faut observer qu'il ne peut estre trouvé dans les Tables que par la valeur de l'angle aigu, les degrez des Tables n'allant pas au delà de 90 : c'eſt pourquoy le Sinus 76604, que nous prenons icy pour l'angle obtus BAC, doit eſtre cherché par les 50 degrez de l'angle aigu BAD : cela connu, faites voſtre analogie à l'ordinaire diſant :

Si le Sinus de l'angle C, 42262 donne 20 pour le coſté AB, que donnera le Sinus de l'angle BAD, 76604.

La Regle faite, le côté BC ſe trouvera valoir 36, $\frac{10648}{42231}$



Uſage des Tangentes & Secantes.

PROP. V.

L'angle A eſtant droit, & l'angle B connu avec le coſté d'entre-deux, donner la valeur de la perpendiculaire AC & de l'hypotenuſe BC.

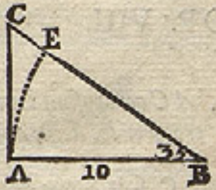
SUppoſé l'arc AE, décrit du point B, la perpendiculaire AC ſera Tangente, BC Secante, & la baſe AB Sinus total.

Cherchez dans les Tables, la Tangente & la Secante de l'angle B, vous trouverez 70021 pour l'une, & 122077 pour l'autre : puis faites les analogies ſuivantes, qui produiront la valeur des lignes AC, BC.

Premierement, *comme le Sinus total* ---- 100000
à la Tangente ---- 70021
De même, la base AB ------ 10
à la perpendiculaire AC ------ 7
2. *Comme le Sinus total* --- 100000
à la Secante --- 122077
Aussi la base AB ---- 10
à l'hypotenuse AC ---- 10

Autrement :

Comme le Sinus total 100000, *à la base AB*, 10 : *ainsi la Tangente* 70021, *à la perpendiculaire AC*, 7. *Et la Secante* 122077, *à l'hypotenuse BC*, 12.



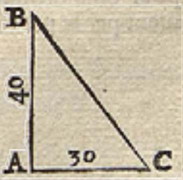
PROP. VI.

Les costez AB, AC composant un angle droit estant connus, trouver l'hypotenuse BC.

SUpposé le côté AB de 40 toises, & le costé AC de 30.

Multipliez AB par luy-même, c'est à dire 40 par 40, le produit 1600 sera son quarré.

Multipliez aussi 30 par 30, & le produit 900, sera le quarré du costé AC (*suivant la 1 du 7.*)

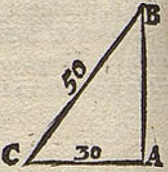


Additionnez ces deux quarrez, & de leur somme 2500, tirez la racine quarrée, qui sera la valeur de l'hypotenuse BC (*par la 45 du 2.*)

PROP. VII.

L'hypotenuse BC estant connuë, avec la jambe AC trouver l'autre jambe AB qui fait l'angle droit BAC.

Ostez du quarré de BC, le quarré d'AC, je veux dire ôtez 900 de 2500; restera 1600 dont la racine quarrée 40 sera la grandeur de la jambe AB.



PROP. VIII.

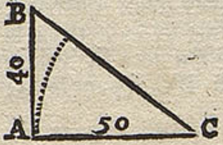
Les costez AB, AC composant l'angle droit A, estant connus, trouver les deux angles B & C.

Supposé qu'AC soit Sinus total & AB tangente.

Comme la jambe AC, 50; à la jambe AB, 40:
Le Sinus total AC 100000, à la Tangente AB 80000.

Cherchez cette Tangente 80000, & l'ayant trouvée dans la Table de 38 degrez à costé de 40 minutes, concluez que l'angle C est de 38 degrez 40 minutes.

La valeur de l'angle B pourroit estre trouvée de la même sorte en posant AC pour Tangente, & AB pour Sinus total; mais elle vous sera connuë plus aisément par la premiere Prop.

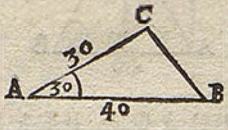


PROP. IX.

L'angle A, & les coſtez qui le compoſent eſtant connus, trouver les autres angles.

LEs trois angles d'un triangle, mis enſemble, valent 180 degrez ; ainſi l'angle A de 30 degrez eſtant ſouſtrait de 180, reſte pour les angles B & C 150; dont la moitié 75 a pour Tangente 373205 : cela connu faites l'analogie ſuivante.

Comme la ſomme des coſtez connus AB, AC, 70
à leur difference - 10
ainſi la tangente de 75 degrez — 373205
à une tangente demandée — 53315



Cherchez dans les Tables cette Tangente 53315, & vous trouverez que ſon angle ſera de 28 degrez 4 minutes.

Joignez ces 28 degrez 4 minutes, à 75 degrez moitié de la ſomme des angles inconnus, & vous aurez 103 degrez 4 minutes, pour l'angle C oppoſé au plus grand coſté AB.

Oſtez auſſi ces 28 degrez 4 minutes, des mêmes 75 degrez, & le reſte 46 degrez 56 minutes, ſera la valeur de l'angle B.

PROP. X.

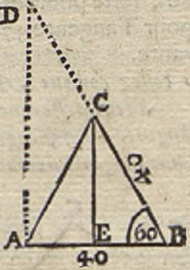
L'Angle B eſtant connu avec les coſtez qui le compoſent, trouver la perpendiculaire CE.

SUppoſé la perpendiculaire AD, & le coſté BC, continuez juſqu'en D ; ſi on prend AB pour

Sinus total, BD sera Secante de l'angle B.

Cherchez dans les Tables la Secante de 60 degrez, elle se trouvera de 200000. *Or.*

Comme le Sinus total AB de 100000, à AB de 40:
La Secante BD de 200000, à BD de 80 (par la 5)
Et comme BD de 80; à BC de 40:
ainsi AB de 40; à BE de 20.



Donc comme BC à CD, BE à EA (*par la 51 du 2.*)

Et AD estant perpendiculaire, EC l'est aussi (*par la 57 du 2.*)

Enfin ayant encore posé BE pour Sinus total, vous trouverez que

Comme le Sinus total BE --- 100000
à la tangente EC --- 173205
Ainsi la base BE ------ 20
à la perpendiculaire EC --- $34\frac{641}{1000}$

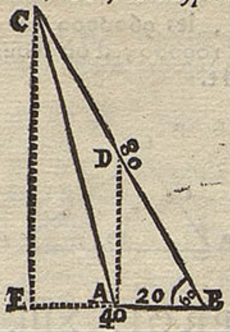
PROP. XI.

L'Angle B & les costez AB, BC estant connus, trouver la perpendiculaire CE.

QUe la ligne AD soit perpendiculaire, & AB Sinus total; BD sera Secante de l'angle B. Cela estably faites

Comme

Comme AB Sinus total —— 100000
à la Secante BD —— 200000
Ainsi la base AB, 20; à l'hypotenuse BD, 40.



De plus,

Comme BD, 40; à BC, 80:
AB, 20; à BE. 40.

Et posant encore BE pour Sinus total

Comme BE Sinus total —— 100000
à CE Tangente de l'angle B —— 173205
Ainsi la base BE —— 40.
à CE qui est la perpendiculaire demandée —— $69\frac{141}{500}$

PROP. XII.

Les trois costez du triangle ABC estant connus, trouver la valeur de l'angle C.

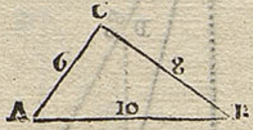
Supposé qu'AB soit de 10 toises, AC de 6, & BC de 8. La difference des côtez AC, BC qui composent l'angle C, sera de 2.

Multipliez 10 par 10, le produit 100 sera le quarré du côté AB, opposé à l'angle C.

Ostez du quarré d'AB, le quarré de la difference des côtez AC, BC; c'est à dire, ôtez 4 de 100, restera 96, ausquels ajoûtez cinq nuls, qui feront 9600000.

Multipliez les côtez A C, B C l'un par l'autre, je veux dire 6 par 8, & le produit 48 estant doublé, donnera 96.

Divisez, enfin, les 9600000 par ces 96, viendra le Sinus total 100000; d'où vous conclurez que l'angle C est droit.



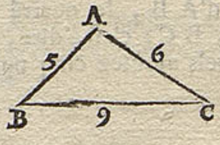
PROP. XIII.

Les trois costez du triangle A B C estant connus trouver la valeur de l'angle A qui est obtus.

Le quarré de la difference des côtez A B, A C, c'est à dire un; estant soustrait du quarré de B C, 81; reste 80, lesquels joints à cinq nuls, font 8000000.

Les côtez A B, A C multipliez l'un par l'autre, produisent 30, dont le double est 60.

Les 8000000 divisez par 60 donnent 133333, desquels l'unité retranchée; c'est à dire, le Sinus de l'angle droit, reste 33333 Sinus d'un angle de 19 degrez 28 minutes; d'où nous connoissons que l'angle A vaut outre l'angle droit, 19 degrez 28 minutes, & que par consequent il est de 109 degrez 28 minutes.



PROP. XIV.

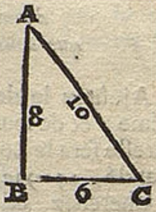
On demande la valeur de l'angle A qui eſt aigu.

LE quarré du côté B C oppoſé à l'angle A eſt 36. Le quarré de la difference des coſtez A B, A C eſt 4.

Quatre ſouſtrait de 36, reſte 32; & cinq nuls ajoûtez font 3200000.

Les côtez A B, A C multipliez l'un par l'autres produiſent 80, dont le double eſt 160.

Les 3200000 diviſez par 160, donnent 20000, leſquels ſouſtraits du Sinus total 100000, reſte le Sinus 80000, lequel eſtant trouvé dans la Table de 53 degrez, ſon ſupplement 59995 qui eſt le Sinus vis à vis, eſt celuy de l'angle A, 36 degrez 52 minutes.

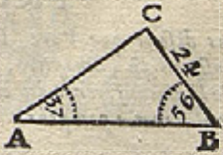


Uſage des Logarithmes.

PROP. XV.

Les angles A, B, & le coſtè B C eſtant connus, trouver par les Logarithmes, la valeur du coſté A C.

L'Uſage des Sinus & Tangentes Logarithmes, differe de l'uſage des autres Sinus & Tangentes; en ce que les analogies y ſont reſoluës ſeulement par additions & ſouſtractions; & ſans qu'on y poſe jamais pour termes, aucune ſomme de toiſes, pieds ou pouces. C'eſt à dire que de même qu'on met un Sinus ou une Tangente Logarithme pour le nombre des degrez & minutes d'un angle, on met auſſi un Logarithme pour le nombre des toiſes, pieds ou pouces qu'une ligne peut valoir.

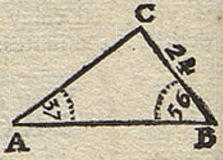


Les nombres & leurs Logarithmes sont par colomnes dans les Tables qui suivent celles des Sinus. On cherche dans les nombres celuy qui est donné pour la valeur d'une ligne, & à côté se trouve son Logarithme.

Ayant donc trouvé dans les Tables, les Sinus Logarithmes 977946, 991857, pour les angles A & B: & le Logarithme 138021 pour le côté C B de 24 toises, il faut faire la Regle de proportion suivante.

Si le Sinus Logarithme de l'angle A, 977946
donne le Logarithme du costé B C, 138021
que donnera le Sinus Logarithme de l'angle B, 991857.

Ajoûtez le deuxiéme terme de l'analogie au troisiéme, & de leur somme 1129878, ôtez le premier, le reste sera le Logarithme demandé, 151932.



Cherchez ce Logarithme dans les Tables des Logarithmes, & l'ayant trouvé à côté du nombre 33; dites que 33 est la valeur du côté A C.

On peut examiner par ces calculs certaines Propositions qui sont sans preuves, & qui semblent estre justes dans la pratique, telles que sont les Propositions 23, 24, & 25 du troisiéme Chapitre, que je n'ay avancé qu'à dessein d'en faire l'examen en cet endroit.

PROP. XVI.

Nous disons que l'arc D F coupé suivant la 23 Proposition du 3 Chapitre, est à peu prés la septiéme partie de la circonference du cercle, & on veut sçavoir en quoy consiste cet à peu prés.

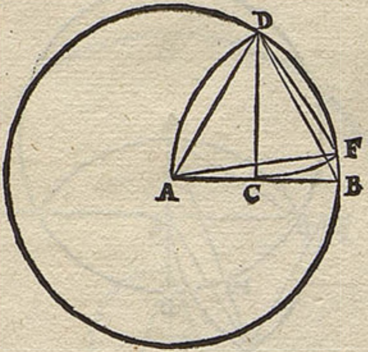
Tirez les droites A D, B D, le triangle A B D sera équilateral (*par la 12 du 3,*) & ses angles estant égaux, ils seront chacun de 60 degrez.

Posez B C pour Sinus total 100000, l'angle B qui est de 60 degrez donnera 200000 pour la Secante B D, & 173205 pour la Tangente C D.

Les droites A D, A F qui sont égales à la Secante B D, seront donc chacune de 200000, & D F que nous avons coupé égale à la Tangente C D, sera de 173205.

Les trois côtez du triangle A D F estant connus, cherchez la valeur de l'angle D A F (*par la* 14) elle se trouvera de 51 degrez 19 minutes.

L'angle au centre d'un Eptagone est de 51 degrez 25 minutes & quelques secondes (*par la* 18 *du* 3.) Donc l'arc D F est trop petit de 6 minutes & quelques secondes.



Examen de la Proposition 24 du 3 Chapitre.

PROP. XVII.

n dit que l'arc D H coupé suivant la 24 du 3, est à peu prés la neuviéme partie de son cercle, & nous voulons sçavoir s'il est plus grand ou plus petit, & de combien.

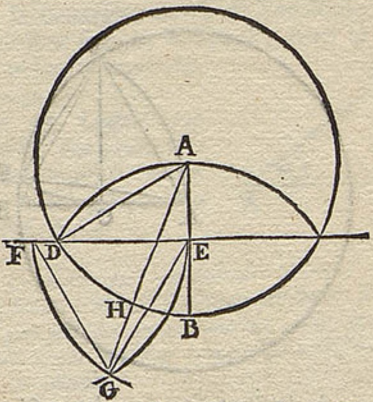
LE triangle E F G est équilateral, ainsi l'angle G E F est de 60 degrez, & l'angle droit A E F luy estant joint, l'angle G E A est de 150 degrez.

La ligne G E coupée égale au rayon A B est double de sa moitié A F, & supposant A E valoir un certain nombre de parties égales, par exemple 200, GE sera de 400.

Les deux côtez G E, A E estant connus, avec l'angle d'entre-deux A E G, l'angle G A E se trouvera valoir 20 degrez 6 minutes (*suivant la* 9.)

Ostez l'angle G A E de l'angle D A E; je veux dire, ôtez 20 degrez 6 minutes de 60 degrez, restera 39 degrez 54 minutes pour l'angle D A H.

L'angle du centre dans l'Eneagone est de 40 degrez; donc l'angle D A H, ou son arc D H est trop petit de 6 minutes.



Examen de la 25 Proposition du 3 Chapitre.

PROP. XVIII.

Supposé le segment de cercle A G B décrit sur la droite A B suivant la 25 du 3 : On veut sçavoir la difference qu'il y a entre l'angle A F B & le vray angle, au centre d'un Eneagone regulier.

SUpposé les droites AD, BD, BE, AF: l'angle ABD est de 60 degrez, sa moitié D B E de

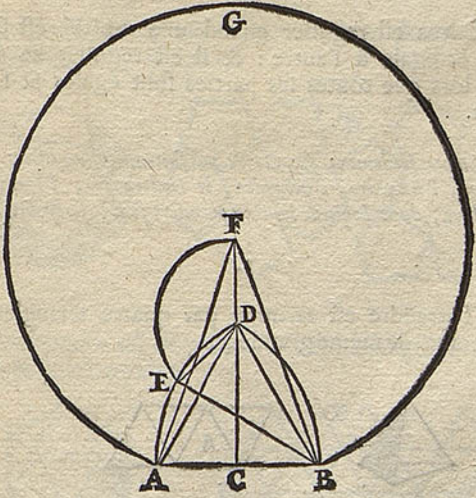
30; & 30 ôtez de 180, valeur des trois angles du triangle isocele D B E; reste 150, ou plûtôt 75 pour chacun des angles E D B, D E B.

Que si vous supposez B D valoir 100000 parties égales, la droite D E ou son égale D F sera de 51763 (*par la* 2.)

De plus, l'angle B D C est de 30 degrez, & son supplement B D F de 150 (*par la* 18 *du* 2.)

La valeur de D B, de D F, & de l'angle B D F estant connuë, l'angle B F C se trouvera de 19 degrez 52 minutes (*par la* 9,) & le double A F B de 39 degrez 44 minutes.

L'angle du centre dans l'Eneagone est de 40 degrez; l'angle A F B est trop trop petit de 16 minutes.



CHAPITRE NEUVIE'ME.

Des Corps ou Solides.

DEFINITION I.

LE Corps eſt une quantité étenduë en longueur, largeur, & profondeur.

2.

Le Corps eſt regulier quand une moitié eſt ſemblable & égale à l'autre : & il eſt regulier en tous ſens, lors que toutes ſes parties ſont égales & ſemblables.

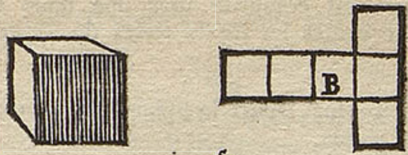
On compte ſeulement ſix Corps parfaitement reguliers : le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octaëdre, le Dodecaëdre, l'Icoſaëdre & la Sphere, dans laquelle les cinq premiers ſont inſcriptibles.

3.

Le Tetraëdre eſt terminé par quatre triangles équilateraux de même grandeur.

4.

L'Exaëdre ordinairement nommé Cube, ou Dé, eſt borné de ſix plans ou ſurfaces quarrées & égales.

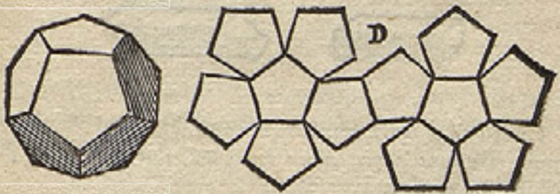


5.

L'Octaëdre eſt contenu ſous huit triangles égaux & équilateraux.

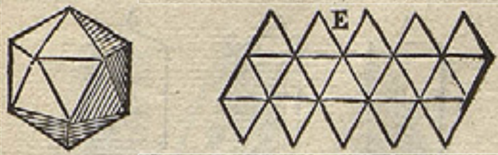
6.

Le Dodecaëdre eſt compris ſous douze Pentagones reguliers, & égaux.



7.

L'Icoſaëdre eſt de vingt ſurfaces triangulaires, égales & équilaterales.



Les figures A, B, C, D, E, montrent comme on peut couper de la carte pour faire en relief ces cinq premiers corps,

8.

La Sphere eſt compriſe ſous une ſeule ſurface vers laquelle toutes les lignes tirées du centre ſont égales.

9.

Le diametre ſur lequel la Sphere tourne eſt nommé Axe ou Eſſieu.

Les autres Corps que les Geometres conſiderent particulierement, ſont le Parallelipipede, le Priſme, la Piramide, & le Spheroïde.

10.

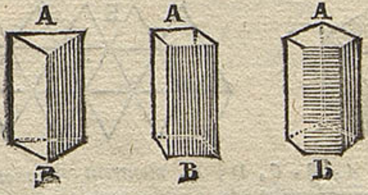
Le Parellelipipede eſt un Corps compris ſous ſix parallelogrammes, dont les oppoſez ſont paralleles & égaux.

11.

Le Priſme eſt un Corps regulierement & également compris entre deux ſurfaces ſemblables, paralleles & égales.

12.

Le Priſme eſt dit triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, &c. ſuivant la figure des Plans A & B, entre leſquels il eſt compris.



13.

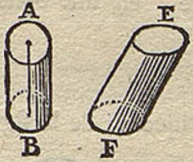
Le Prisme est appellé Cylindre lors qu'il est rond en maniere de colonne.

14.

Si un cylindre posé sur un plan de niveau se trouve à plomb comme A B, il est compris entre deux cercles : mais s'il se trouve incliné comme E F, il est compris entre deux Ovales.

15.

L'Axe du Cylindre est une ligne qui passe par les centres des plans opposez A, B, & sur laquelle ce corps est supposé tourner, ou pouvoir tourner.

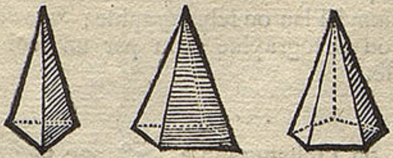


16.

La Pyramide est un Corps dont les parties en s'élevant sur une base, vont se réunir à un point qu'on nomme sommet.

17.

La Pyramide prend aussi une dénomination de la figure de sa base : on la nomme triangulaire, quadrangulaire, ou pentagonale ; si sa base est un triangle, un quarré, ou un pentagone.



18.

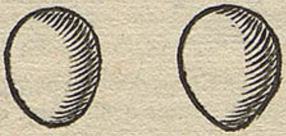
Le Cone eſt une Pyramide qui a un cercle pour baſe lors qu'il eſt droit ſur ſon plan, ou une Elipſe, s'il eſt incliné comme le Cone B.

19.

Le Corps Spheroïde, eſt une Sphere alongée ou oblongue.

20.

Le Spheroïde Eliptique eſt de la figure d'un œuf.



Tous autres Corps ſont compoſez des precedens.

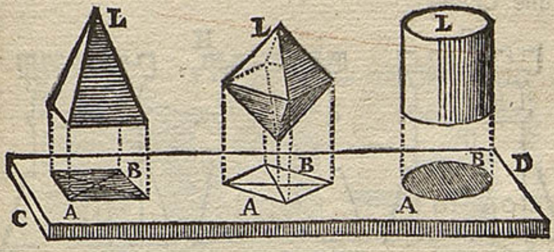
21.

Le Devis Geometrique ou Perſpectif d'un Corps, eſt une deſcription qu'on fait de toutes ſes dimentions & meſures ; ou par le moyen de deux deſſeins, le premier nommé Plan ou Ichnographie ; & le deuxiéme Elevation ou Ortographie ; ou par un ſeul appellé Senographie.

22.

Le Plan ou l'Ichnographie, eſt une figure plane, qui repreſente les dimentions horiſontales du Corps.

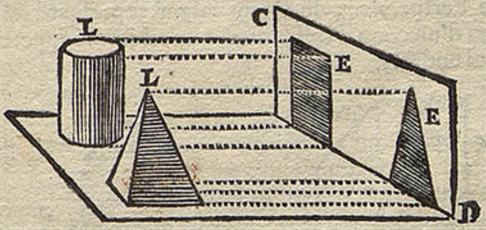
Comme une figure A B, qui ſeroit produite ſur le pavé C D, par les à plombs abaiſſées de toutes les parties du Corps L.



23.

L'Elevation ou l'Ortographie eſt la figure plane qui repreſente les dimentions verticales, je veux dire, les hauteurs du Corps.

Comme ſeroit une figure E, décrite par des paralleles horiſontales conduites de toutes les parties du Corps L, juſqu'au plan ou ſurface verticale C D.

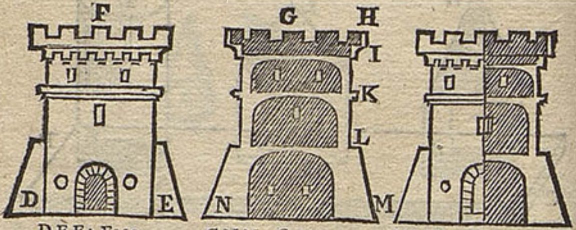


24.

Une Elevation eſt donnée quelquefois en deux deſſeins, l'un appellé Face, & l'autre Coupe. Les parties anterieures du Corps ſe voyent dans le premier, & les interieures dans le deuxiéme.

25.

On appelle Profil, le contour ou les extrémitez d'une Coupe.

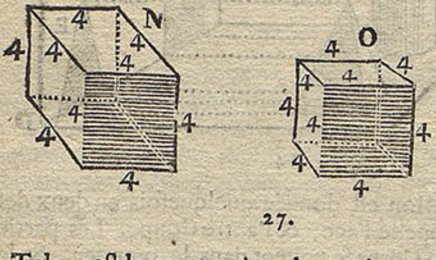


DEF; Face. GNM, Coupe. HIKLM, Profil.

26.

La Senographie eſt un deſſein qui repreſente le Corps entier avec toutes ſes dimentions, hauteurs, largeurs, & profondeurs.

Ce deſſein eſt Geometrique, ſi toutes ſes lignes peuvent eſtre meſurées avec une échelle commune : & Perſpectif ſi elles ne peuvent l'eſtre que par des échelles de Perſpective, le Corps eſtant repreſenté tel qu'il eſt veu d'un coup d'œil, ou comme il ſeroit apperceu d'un ſeul endroit.



N. Cube Geometrique.

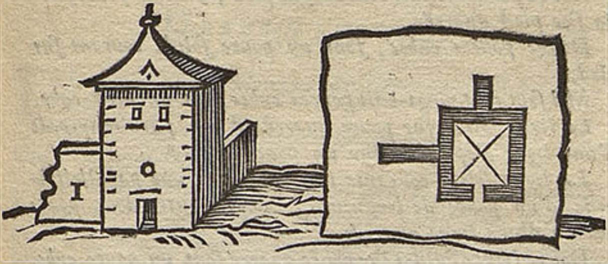
O. Cube Perſpectif.

27.

Talu, eſt la pente qu'on donne à un Corps pour le ſoûtenir. *Comme la pente L M.*

28.

Lever le plan d'un Corps, d'une Tour par exemple, c'eſt décrire la figure du terrain quelle occupe ſur le niveau de ſes fondemens.



Du Toiſé des Solides.

ON meſure les Solides par toiſes cubes, & par parties de toiſes cubes.

La toiſe cube eſt un parallelipipede rectangle qui a ſix pieds de hauteur, ſix pieds de largeur, & ſix pieds de profondeur.

Ses parties ſont le pied, le pouce, & la ligne ſolide; ſur toiſe, ſur pied & ſur pouces quarrez. Le pied, le pouce & la ligne ſolides courant ſur toiſe, ſur pied, & ſur pouce. Le pied, le pouce, & la ligne cube.

Le pied ſolide ſur toiſe quarrée, eſt un parallelipipede d'un pied d'épaiſſeur ſur une toiſe quarrée.

Le pied ſolide courant ſur toiſe, eſt un parallelipipede d'une toiſe de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pied quarré.

Six pieds ſolides ſur toiſe quarrée, font une toiſe cube.

Six pieds ſolides courant ſur toiſe font un pied ſolide ſur toiſe quarrée.

Six pieds cubes font un pied ſolide courant ſur toiſe.

Deux cens & ſeize pieds cubes font une toiſe cube.

Le pouce solide sur pied quarré, est un parallelipipede d'un pouce d'épaisseur sur un pied quarré.

Le pouce solide courant sur pied est un parallelipipede d'un pied de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pouce quarré.

Douze pouces solides sur pied quarré font un pied cube.

Douze pouces solides courant sur pied, font un pouce solide sur pied quarré.

Douze pouces cubes, font un pouce solide courant sur pied.

Mil sept cent vingt-huit pouces cubes font un pied cube.

La ligne solide sur pouce quarré est un parallelipipede d'une ligne d'épaisseur sur un pouce quarré.

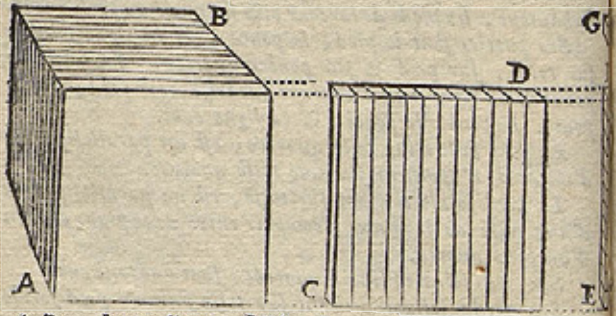
La ligne solide courante sur pouce, est une parallelipipede d'un pouce de longueur, compris entre deux plans chacun d'une ligne quarrée.

Douze lignes solides sur pouce quarré font un pouce cube.

Douze lignes solides courantes sur pouce, font une ligne solide sur pouce quarré.

Douze lignes cubes, font une ligne solide courante sur pouce.

Mil sept cent vingt-huit lignes cubes, font un pouce cube.



A B, douze lignes solides sur pouce quarré, faisant un pouce cube.

C D,

CD, douze lignes ſolides courantes ſur pouce, faiſant une ligne ſolide ſur pouce quarré.

EF, douze lignes cubes faiſant une ligne ſolide courante ſur pouce.

G, une ligne cube.

OBSERVATIONS.

DES ſurfaces multipliées par des lignes produiſent des ſolides.

Des toiſes quarrées multipliées par des toiſes ſimples, produiſent des toiſes cubes.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds courant ſur toiſes; ou des toiſes quarrées multipliées par des pieds ſimples, produiſent des pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Des toiſes ſimples multipliées, par des pieds quarrez produiſent des pieds ſolides courant ſur toiſes.

Des pieds ſimples multipliez par des pieds courant ſur toiſes, produiſent auſſi des pieds ſolides courant ſur toiſes.

Des pieds ſimples multipliez par des pieds quarrez, produiſent des pieds cubes.

Des pieds ſimples multipliez par des pouces courant ſur pieds, produiſent des pouces ſolides ſur pieds quarrez.

Des pieds quarrez multipliez par des pouces ſimples, produiſent auſſi des pouces ſolides ſur pieds quarrez.

Des poids ſimples multipliez par des pouces quarrez, produiſent des pouces ſolides courant ſur pieds.

Des pouces ſimples multipliez par des pouces quarrez, produiſent des pouces cubes.

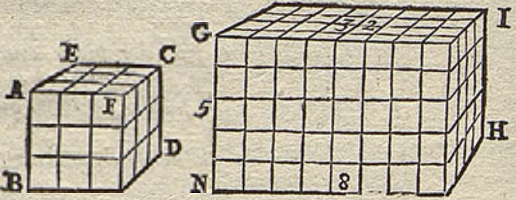
La même choſe eſt des pouces à l'égard des lignes.

PROPOSITION I.

Mesurer un Cube, ou un Parallelipipede.

IL faut multiplier toute la base par la hauteur du Corps. *Exemple.*

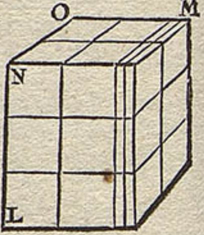
Multipliez la base BD, ou la surface opposée son égale AC, par la perpendiculaire AB; 9 pieds quarrez par trois pieds simples: le produit 27 pieds cubes, sera le requis.



Les 9 pieds quarrez de la surface AECF, ont chacun sous soy une colomne composée de 3 pieds cubes, & trois fois 9, font 27.

Pour avoir le contenu du Parallelipede GH, il faut multiplier comme cy-dessus, les parties de la surface GI, par les parties de la perpendiculaire GN, 32 par 5: & le produit 160 pieds cubes sera le requis.

Si le parallipipede LM avoit sa hauteur LN de 3 toises, sa longueur OM de 2 toises 2 pieds, & sa largeur NO de 2 toises: il faudroit multiplier MO par ON, 2 toises 2 pieds, par 2 toises; le produit seroit 4 toises quarrées, 4 pieds sur toises, pour la surface NM.



Multiplier cette surface NM par la hauteur LN, 4 toises quarrées, & 4 pieds sur toises, par 3 toises. Le produit seroit 12 toises cubes, & 1:

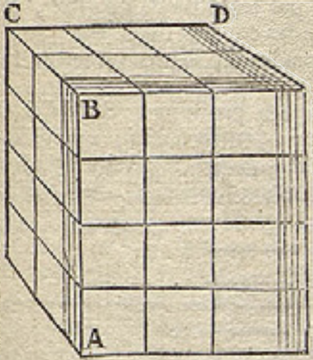
pieds solides sur toises quarrées, qui feroient encore 2 toises cubes, lesquelles estant jointes aux 12, le Corps L M se trouveroit contenir 14 toises cubes.

Toises quarrées.		pieds sur toises.
4	—— ——	4
3	—— ——	
12		12

Mais si A B estoit de 4 pieds, B C de 2 pieds 3 pouces, & C D de 3 pieds 4 pouces. Il faudroit premierement trouver le contenu de la surface B D qui seroit de 6 pieds quarrez, 17 pouces sur pieds, & 12 pouces quarrez. *Puis*

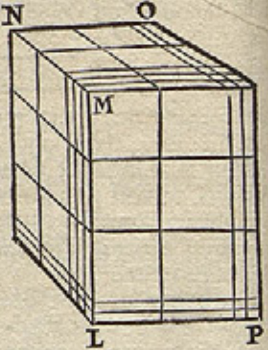
Multiplier les 6 pieds de la surface, par les 4 de la hauteur, le produit seroit 24 pieds cubes.

Multipliez les 17 pouces de la surface par les 4 pieds de la hauteur, le produit seroit 68 pouces solides sur pieds quarrez.



pieds quarrez.	pouces sur pieds.	pouces quarrez.
6 —	17 —	12
4		
24 —	68 —	48
pieds cubes.	pouces solides sur pieds quarrez.	pouces solides courant sur pieds.

Multiplier encore les 4 pieds de la hauteur par les 12 pouces quarrez de la surface, le produit seroit 48 pouces solides courant sur pieds, *c'est à dire*, 4 pouces solides sur pieds quarrez, lesquels eſtant joints aux 68 feroient 72, c'eſt à dire 6 pieds cubes, qui avec les 24 feroient 30 pour le contenu du Corps AD.



Pour avoir le contenu du parallelipipede LO qui a ſa ſurface MO de 4 toiſes quarrées, 10 pieds courant ſur toiſes, 6 pieds quarrez; & ſa hauteur LM de 3 toiſes 2 pieds, il faudroit.

Multiplier les toiſes par les toiſes, 4 par 3; le produit ſeroit 12 toiſes cubes.

Multiplier les toiſes par les pieds, 3 par 10; & 4 par 2: les produits ſeroient 30, & 8 pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Multiplier les 2 pieds par les 10, le produit ſeroit 20 pieds ſolides courant ſur toiſes.

Multiplier les 3 toiſes par les 6 pieds quarrez, le produit ſeroit 18 pieds ſolides courant ſur toiſes.

Multiplier les 2 pieds par les 6, le produit ſeroit 12 pieds cubes.

Enfin additionner tous ces produits, & le Corps LO ſe trouveroit contenir 19 toiſes cubes, 2 pieds ſolides ſur toiſes quarrées, *c'eſt à dire*, un tiers de toiſe cube, & 4 pieds ſolides courant ſur toiſes, ou 24 pieds cubes.

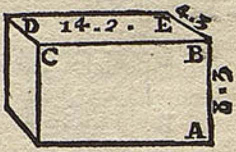
4	10	6	
3	2		
12	30	20	
	8	18	12
19	2	4	0
toiſes cubes	pieds ſolides ſur toiſes quarrées.	pieds ſolides courant ſur toiſes.	pieds cubes.

Si on avoit encore à meſurer le parallelipipede A D qui a ſa hauteur A B d'une toiſe, 2 pieds, 3 pouces; ſa longueur B C de 2 toiſes, 2 pieds, 2 pouces; & ſa largeur B E de 4 pieds 3 pouces; il faudroit réduire les toiſes en pieds, & compter 8 pieds 3 pouces pour A B, 14 pieds 2 pouces pour B C. *Puis*

Multiplier B C par B E; la ſurface B C D E ſe trouveroit contenir 56 pieds quarrez, 50 pouces courant ſur pieds, & 6 pouces quarrez.

Multiplier le contenu de cette ſurface par la hauteur A B, & le Corps ſe trouveroit avoir 496 pieds cubes, 8 pouces ſolides ſur pieds quarrez, 7 pouces ſolides courant ſur pieds, & 6 pouces cubes; ces trois eſpeces de pouces faiſant 1242 pouces cubes.

56 ---	50 ---	6	
8 ---	3		
448 —	168 —	150 —	18
	400	48	
48 —	16 —	1	
496	8	7	6



Que ſi enfin on trouvoit trop de difficulté à ces fractions, on pourroit réduire auſſi les pieds en pouces pour n'avoir qu'une ſorte de partie. B C, auroit 170 pouces, B E 51, & ces deux côtez multipliez l'un par l'autre produiroient 8670 pouces quarrez pour la ſurface B D; laquelle eſtant multipliée par la hauteur A B de 99 pouces, le produit ſeroit 858330 pouces cubes, qui eſtant diviſez par 1728, valeur d'un pied cube, le quotien donneroit pour le contenu du parallelipipede A D, comme cy-deſſus, c'eſt à dire, 496 pieds & 1242 pouces cubes.

PROP. II.

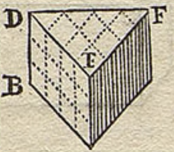
Meſurer le Priſme triangulaire B F.

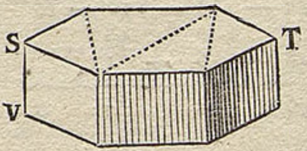
SUppoſé que l'angle D E F ſoit droit, & les côtez D E, E F, chacun de quatre pieds. Multipliez D E par la moitié de E F, 4 par 2 ; le produit 8 pieds quarrez ſera l'aire du triangle D E F.

Multipliez ce triangle par la hauteur D B, 8 par 3 ; le produit 24 pieds cubes ſera le contenu du Priſme propoſé.

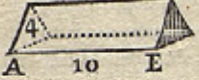
Les 6 quarrez entiers du triangle D E F, & les 4 demy qui en font encore 2 entiers, ont chacun ſous ſoy une colomne de 3 pieds cubes, & 3 fois 8 ſont 24.

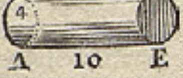
Vous meſurerez le Priſme V T de la même maniere, *c'eſt à dire*, en multipliant l'aire de la ſurface S T par la hauteur S V.



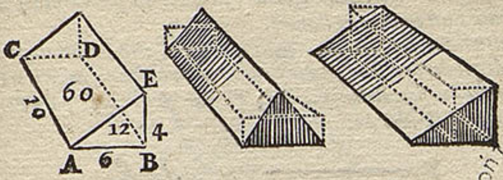


Le contenu du Priſme A E ſe trouvera en multipliant le plan A par la longueur A E, 4 par 10.





Suppoſé auſſi le Priſme C E, on le meſurera en multipliant ſa baſe, *c'eſt à dire*, le rectangle A B C D par la moitié de la hauteur B E ; ou la moitié du rectangle A B C D par la hauteur B E : 60 par 2, ou 30 par 4. Le produit 120 ſera le même que ſi l'on avoit multiplié le triangle A B E par la longueur A C, 12 par 10.



PROP. III.

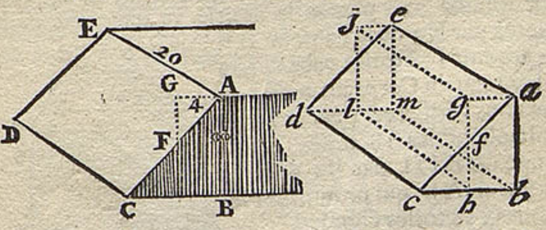
Meſurer le talu d'un Rampar.

LE talu C E conſideré ſeparément du Corps du Rampar, & terminé par deux triangles *a c m*, *a b c*, qui ſont paralleles entr'eux, eſt proprement un Priſme triangulaire: Ainſi on le meſurera par la precedente, ou comme s'enſuit.

Suppoſé la longueur A E de 20 pieds, égale à la longueur C D. Elevez du milieu de la pente A C, l'aplomb F G, puis meſurez A G, qui par exemple ſera de 4 pieds.

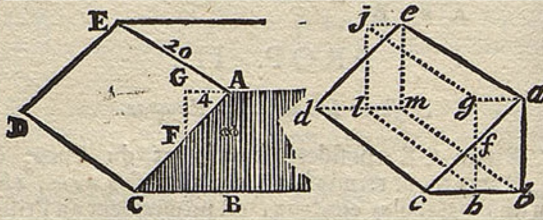
Multipliez ces 4 pieds par les 20 de la longueur A E, le produit ſera 80.

Multipliez ces 80 par les 8 de la hauteur A B, le produit 640 pieds cubes ſera le ſolide du talu propoſé.



Suppoſé le rectangle a b g h, il eſt égal au triangle a b c: car a c eſtant coupé en deux également par g h, le triangle *agf est égal au triangle cfh (suivant la 59 du 2.) d'où l suit que le Parallelipipede bi, & le Prisme ou talu ad estant a même longueur ae, sont égaux (suivant la precedente) ainsi mesurant l'un on mesure l'autre.*

Multipliant ae par ag, nous avons eu l'aire du rectangle aj: & multipliant ce rectangle par la hauteur ab, nous avons trouv le contenu du parallelipipede bj, & par consequent, du Prism ou talu proposé abcde.

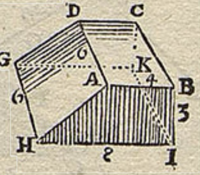


PROP. IV.

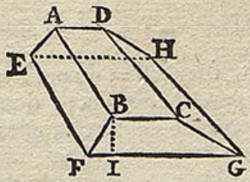
Soit aussi proposé de mesurer le Prisme CH dont les plans rectangles ABCD, GHIK sont paralleles entr'eux.

Supposé qu'AB soit de 4 toises, AD de 6 HI de 8, & BI de 3. Le rectangle AC sera de 24 toises quarrées, le rectangle GHIK de 48, & la coupe ABIH de 18 (*suivant la 4 du 7.*)

Additionnez les deux rectangles AC, GI; & de leur somme 72, prenez la moitié 36 que vous multiplierez par le 3 de la hauteur BI; Le produit 108 toises cubes, sera le contenu du Corps proposé: ce que vous verifierez (*par la 2*) en multipliant les 18 toises, & la coupe ABIH par les 6 de la longueur AD qui produiront les mêmes 108 toises cubes.



Vous trouverez de même le contenu du Prisme ou Rampart AG en multipliant la moitié de la somme des deux rectangles ABCD, EFGH par la hauteur BI.



PROP. V.

Mesurer le Corps DF, composé d'un parallelipipede & de deux Prismes.

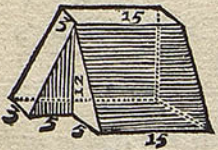
MEsurez ces trois parties separément l'une de l'autre, vous trouverez 540 pieds cubes pour le parallelipipede CI; 450 pour le Prisme AIL; & 90 pour le Prisme AIF.

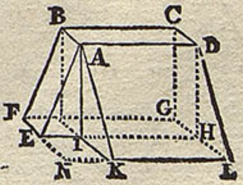
Faites addition de ces trois sommes, & vous aurez pour le contenu du Corps proposé 1080. pieds cubes.

Autrement.

Mesurez les trois rectangles AC, EG, KH; le premier sera de 45 pieds quarrez, le deuxiéme de 60, le troisiéme de 75, & les trois ensemble feront 180 pieds quarrez.

Prenez la moitié de cette somme 180, & la multipliez par la hauteur AI, *c'est à dire*, 90 par 12, le produit 1080 sera égal au precedent.

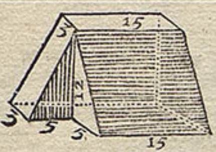


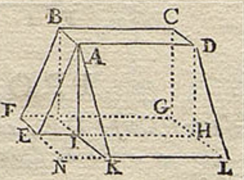


Si on trouve quelque difficulté à mesurer les deux rectangles EG, KH, separément l'un de l'autre, on aura la valeur des deux ensemble comme s'ensuit.

Mesurez tout le rectangle FGLN qui se trouvera de 160 pieds quarrez.

De cette somme, ôtez les 25 du petit rectangle EK, car EI multiplié par IK, 5 par 5, donnera 25, & le reste 135 sera la valeur des deux rectangles.





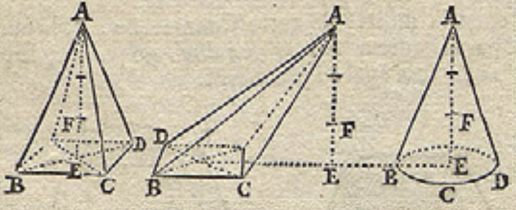
PROP. VI.

Mesurer une Pyramide.

Multipliez la base ou plan BCD, par le tiers de la perpendiculaire AE, & vous aurez le requis.

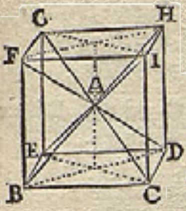
Autrement.

Multipliez la hauteur AE, par le tiers de la base, ou enfin multipliez toute la hauteur par toute la base, & le tiers du produit sera le requis.



Que le solide d'une Pyramide se trouve en multipliant le tiers de la hauteur par la base je le démontre.

Supposé que les six faces d'un cube HB, soient les bases *d'autant de Pyramides qui ayent leurs ſommets au centre A, ces ſix pyramides dont le cube ſera composé, ſeront égales.*



2. Supposé que le coſté B C ſoit de 12 pouces, toute la baſe B C D E ſera de 144 pouces quarrez (ſuivant la 1 du 7) & tout le cube B H vaudra 1728 pouces cubes (ſuivant la 1) dont la ſixième partie 288 ſera le contenu de chaque pyramide.

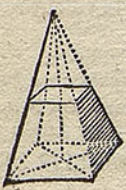
Or tout le cube ayant 12 pouces de haut, la hauteur de la pyramide A B C D E ſera de 6, & le tiers de 6, multiplié par la baſe B C D E, c'eſt à dire 2, par 144; produira les mêmes 288 pouces cubes que nous avons trouvé que valoit chaque pyramide. Donc le contenu d'une pyramide ſe trouve en multipliant toute la baſe par le tiers de la hauteur.

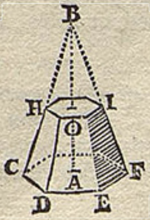
PROP. VII.

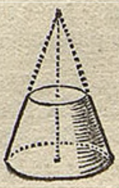
Meſurer le reſte d'une Pyramide, dont la ſurface ſuperieure eſt parallele à baſe.

TRouvez le ſommet de la Pyramide, puis multipliez la baſe C D E F, par le tiers de la perpendiculaire A B, & vous aurez le contenu de la Pyramide entiere B C D E F, (*ſuivant la precedente.*)

Multipliez auſſi la ſurface ſuperieure H O I, par le tiers de la hauteur B O, pour avoir la valeur de la partie perduë B H O I, laquelle eſtant ſouſtraite de celle de la Pyramide entiere, reſtera la valeur de la partie propoſée C I.



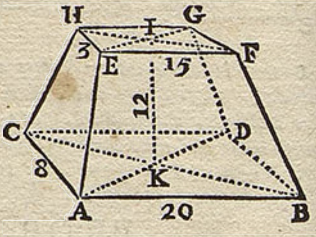




PROP. VIII.

Mesurer l'Exaëdre irregulier AG, dont les surfaces opposées & paralleles ABCD, EFGH, sont deux rectangles inégaux & dissemblables,

QU'AB, soit de 20 pieds, AC de 8, EF de 15, EH de 3, & la hauteur IK de 12.



Multipliez EF par EH, 15 par 3: le produit 45 pieds quarrez sera la valeur du rectangle EFGH.

Multipliez aussi AB par AC, 20 par 8, le produit 160 sera la valeur du rectangle ABCD.

Mettez ces deux sommes 45, 160, en une 205.

Prenez la difference des côtez EH, AC, qui est 5, & la difference des côtez EF, AB qui est encore 5.

Multipliez ces deux differences l'une par l'autre, 5 par 5, & le produit 25 pieds quarrez, estant soustrait de la somme precedente 205, restera 180 pieds quarrez.

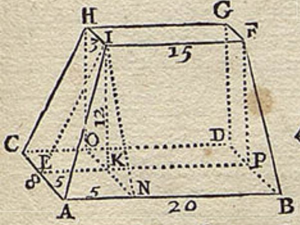
Prenez la moitié de ces 180 pieds quarrez, qui est 90, & la multipliez par la hauteur IK, c'est à dire par 12, le produit sera 1080 pieds cubes.

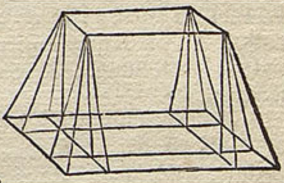
Multipliez le produit des deux differences par le tiers de la hauteur IK, 25 par 4; & le produit 100 pieds cubes, joint au precedent 1080, fera la valeur requise 1180 pieds cubes.

Supposé que l'Exaëdre ait quatre parties, sçavoir un parallelipipede FGHIDOKP, deux Prismes IKNBFP, IKLCHO; & une pyramide IANKL; ces parties estant mesurées, le parallelipipede se trouvera contenir 540 pieds cu-

bes (suivant la 1) le premier Prisme 450, le deuxiéme 90 (suivant la 2;) la Pyramide 100 (suivant la precedente) & les quatre sommes jointes ensemble feront les 1180 pieds cubes que nous avons dit estre le contenu de l'Exaëdre.

Mais supposé que l'Exaëdre ayant les mêmes mesures soit composé de neuf parties, d'un Parallelipipede, de quatre Prismes, & de quatre Pyramides: en mesurant aussi ces parties chacune à part, on trouvera encore les mémes 1180 pieds cubes.





Ceux qui veulent mesurer cet Exaëdre en multipliant la moitié de la somme des deux rectangles FH, BC, par la hauteur IK, peuvent voir qu'ils se trompent considerablement; car au lieu de 1180 pieds cubes qui sont le juste contenu de ce Corps, ils en trouvent 1230: & l'erreur vient de ce qu'ils le mesurent comme un Corps composé seulement de Prismes & de Parallelipipedes (suivant la 4.) ne considerant pas qu'il tient de la Pyramide, & qu'il faut mesurer ses parties pyramidales separément du reste, la maniere de les mesurer en estant differente; & c'est ce que nous avons fait en multipliant à part les 25 pieds du rectangle ANKL par le tiers de la hauteur IK, pour avoir le contenu de la partie pyramidale ANKIL.

PROP. IX.

Mesurer un canal ou fossé AC, pour sçavoir la quantité de terre qu'on en a tiré.

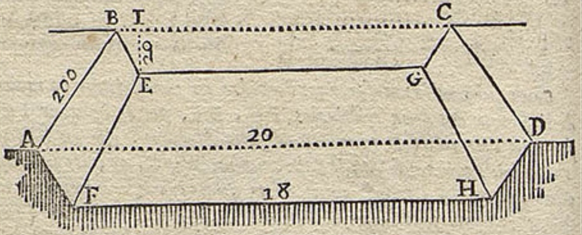
MEsurez ce canal comme si c'estoit un Prisme; *c'est à dire,*

Mesurez la coupe ADFH (*par la 4 du 7*) & la multipliez par la longueur AB, 38 par 200, le produit 7600 pieds cubes sera le requis. *ou bien*

Multipliez la largeur AD par la longueur AB, 200 par 20 ; le produit 4000 toises quarrées sera pour la partie superieure du Canal ABCD.

Multipliez ces 4000 toises, par la profondeur EI qui est de 2 ; & du produit 8000 toises cubes, retranchez le solide des deux talus AE, DG, lesquels estant chacun de 200 toises cubes (*suivant la 2*) restera 7600 toises cubes pour le requis.

Autrement. Prenez la moitié des deux largeurs AD, FH, c'est à dire 19, & la multipliez par les 200 de la longueur AB ; puis multipliez le produit 3800 par les 2 de la profondeur, & vous trouverez les mêmes 7600 toises cubes.

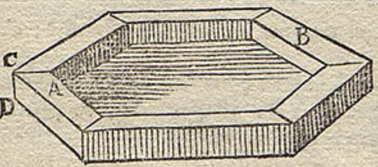


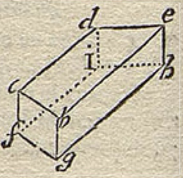
PROP. X.

Mesurer la Massonnerie qui fait le tour ou le bord d'un Bassin de Fontaine.

SOit proposé de mesurer le bord du Bassin Exagonal AB, composé de six Prismes égaux.

Mesurez un de ces Prismes (*par la 2*) comme A en





multipliant la ſurface ſuperieure par la hauteur CD ; & ſuppoſé qu'il ſe trouve eſtre de 15 pieds cubes, multipliez ces 15 pieds par le nombre des Priſmes, c'eſt à dire par 6, le produit 90 ſera le requis.

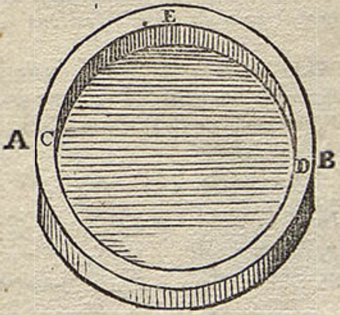
PROP. XI.

Meſurer le bord d'un Baſſin rond.

MEſurez l'aire du grand cercle AB, & celuy du petit CD (*par la 8 du 7.*)

Defalquez de l'aire du grand cercle, celuy du petit, l'aire qui reſtera ſera la difference des deux cercles, qui fait la ſurface ou partie ſuperieure du bord du baſſin.

Multipliez cette difference AEB, par la hauteur EF, & le produit ſera la valeur requiſe.



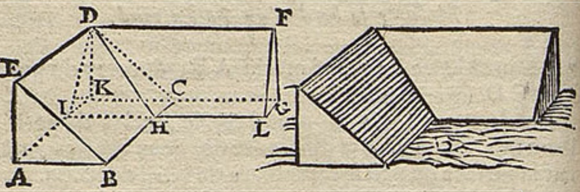
PROP. XII.

Meſurer le ſolide d'un talu AF qui fait un angle droit rentrant BHL.

COnſiderez ce talu comme un ſolide composé de deux Priſmes ABCDE, DFGIK.

Meſurez ces Priſmes (*par la* 3) & ſuppoſé que le premier ſe trouve eſtre de 300 pieds cubes, le deuxiéme de 400; les deux enſemble feront 700.

Retranchez de cette ſomme la valeur de la Pyramide DCHIK qui eſt commune aux deux Priſmes, le reſte ſera le contenu du talu.

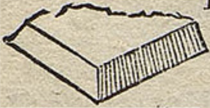


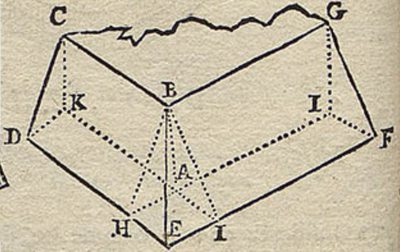
PROP. XIII.

Meſurer le talu de l'angle ſaillant C E G.

COupez DH égale à BC, FI égale à BG, puis conſiderez le talu propoſé comme un ſolide compoſé de trois parties, deux Priſmes CH, IG; & une Pyramide ABHEI.

Meſurez les Priſmes (*par la* 3) & la Pyramide (*par la* 6)





PROP.

PROP. XIV.

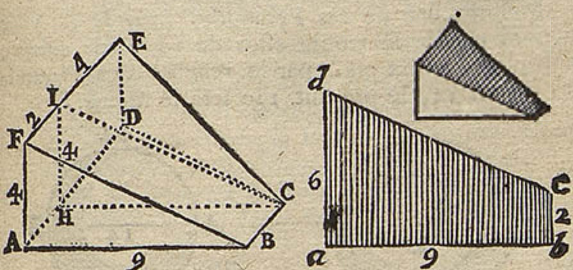
Mesurer le solide en talu ABE.

JE suppose qu'AD, BC sont paralleles, & que l'angle BAD est droit, comme il paroist par le plan Geometral a b c d.

Coupez F I égale à B C, puis regardez le solide comme un corps composé de deux parties ; d'un Prisme A B C I F, & d'une Pyramide C D E I H, dont le quarré D E I H en est la base, & le point C le sommet.

Mesurez le Prisme (*suivant la* 2,) il se trouvera avoir 36 pieds.

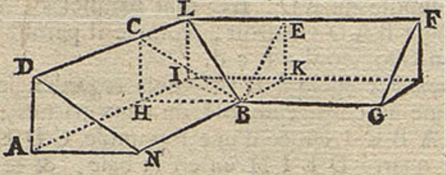
Mesurez aussi la Pyramide (*suivant la* 6,) elle se trouvera en avoir 48 ; & la somme de ces deux parties, c'est à dire 84, sera la valeur requise.



PROP. XV.

Mesurer le talu de l'angle rentrant D L F qui est obtus.

PRenez DC égale à BN, EF égale à BG, puis supposant que les parties A B L, B L F, sont composées chacune d'un Prisme & d'une Pyramide, vous trouverez le solide du talu proposé par la precedente ; c'est à dire en mesurant les deux Prismes BD, GE, & les deux Pyramides BLH, BLK.

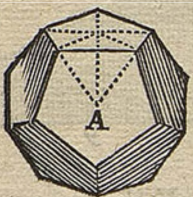


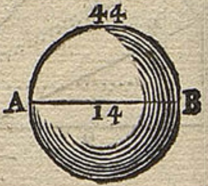
PROP. XVI.

Mesurer le Dodecaëdre regulier A.

LEs surfaces du Dodecaëdre sont comme les bases d'autant de Pyramides égales qui ont leurs sommets au centre de ce Corps. *Ainsi*

Mesurez une de ces Pyramides (*par la* 6,) & supposé qu'elle se trouve estre de 10 pieds cubes, multipliez ces dix pieds par le nombre des Pyramides qui est 12, le produit 120 sera le requis.





PROP. XVII.

Mesurer une Sphere.

IL faut multiplier le diametre par la circonference de son cercle, le produit sera la surface de la Sphere (*suivant Archimede*) multiplier ensuite le tiers de cette ſurface par le rayon ou demidiametre, & on aura le requis. *Exemple.*

Supposé que le diametre A B ſoit de 14 pouces ; la circonference de ſon cercle de 44 ; multipliez ces deux valeurs l'une par l'autre, & le produit 616 pouces quarrez, ſera la valeur de la ſurface de la Sphere.

Prenez le tiers de ces 616 pouces quarrez, qui eſt $205\frac{1}{3}$, & le multipliez par 7, moitié du diametre ; le produit 1437, ſera le contenu demandé.

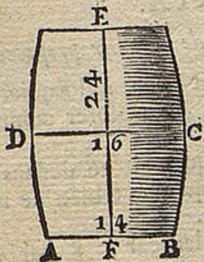
Si on ſuppoſe que les 616 pouces quarrez de la ſurface de cette Sphere, ſont les baſes d'autant de Pyramides égales qui ont leurs ſommets au centre ; il eſt évident, que multipliant le tiers de ces baſes (comme ſi toutes n'en faiſoient qu'une) par la hauteur des Pyramides, qui eſt le demidiametre de la Sphere ; on a (ſuivant la 6) le contenu des 616 Pyramides ; & par conſequent le contenu de la Sphere qui en eſt composée.

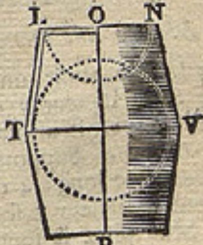
PROP. XVIII.

Meſurer le contenu d'un Tonneau.

MEſurez l'aire d'un de ſes fonds A B, & celuy du plus grand cercle C D pris en dedans, puis multipliez la moitié de la ſomme de ces deux cercles par la longueur du tonneau E F. *Je m'explique.*

Si le diametre A B eſt de 14 pouces, le diametre C D de 16, leurs cercles ſeront ; le premier de

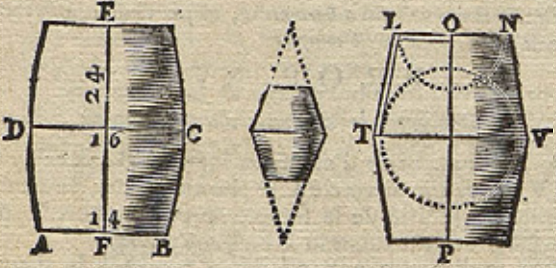




154 pouces quarrez, le deuxiéme de 201 $\frac{1}{7}$, (*suivant la 8 & 9 du 7*,) & les deux ensemble feront 355 pouces quarrez $\frac{1}{7}$.

De cette somme prenez la moitié 177$\frac{4}{7}$, & la multipliez par la longueur E F de 24 pouces ; le produit 4261 pouces cubes $\frac{5}{7}$ sera à peu prés le contenu demandé.

Il ne faut pas s'imaginer, comme font quelques-uns, que par cette Regle le Tonneau n'est mesuré que comme un Vaisseau composé de deux parties de Cones T O V P, *car le produit de la multiplication de la longueur* O P, *par la moitié de la somme des cercles des deux diametres* L N, T V, *donne plus que la valeur d'un vaisseau tel qu'est* T O V P, *suivant ce que nous avons fait voir dans la* 8. *Prop. & ce plus va à peu prés pour la courbure du tonneau.*



PROP. XIX.

Mesurer une certaine quantité de liqueur proposée.

IL faut avoir un Bacquet fait bien à l'Equiere, & la liqueur y estant versée, la mesurer comme on mesureroit un Parallelipipede.

Exemple. Supposé que le Bacquet ait en dedans 8 pouces de long, 4 de large, & qu'estant bien de niveau la liqueur y soit haute de 2.

Multipliez la longueur par la largeur, 8 par 4,

& le produit 32, par la hauteur 2, le requis ſe trouvera de 64 pouces cubes.

OBSERVATION I.

LEs Parallelipipedes & les Priſmes de même hauteur, ſont entr'eux comme leurs baſes.

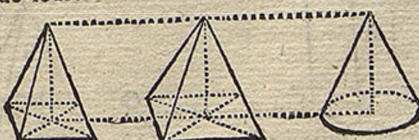
Suppoſé que le premier Parallelipipede ; le deuxiéme & le Priſme ſuivant ayent leurs baſes doubles l'une de l'autre : je veux dire, que la premiere baſe ſoit double de la deuxiéme, & celle-cy double de la troiſiéme ; la premiere ayant 8 pouces quarrez, la deuxiéme en aura 4, & la troiſiéme 2 : Et ſi la hauteur de ces Corps eſt de 10 pouces, le premier Parallelipipede ſera de 80 pouces cubes, le deuxiéme de 40, moitié de 80, & le Priſme de 20, moitié de 40 (ſuivant la 1 & la 2.) Mais la baſe du Cilindre eſtant de 6 pouces quarrez, le Cilindre aura 60 pouces cubes ; & comme la baſe du Cilindre ſera à la baſe du Priſme, 6 à 2 ; le Cilindre ſera au Priſme, 60 à 20.

Il s'enſuit auſſi que

8 4 2 6

2.

Les Pyramides de hauteurs égales, ſont en même raiſon que leurs baſes.

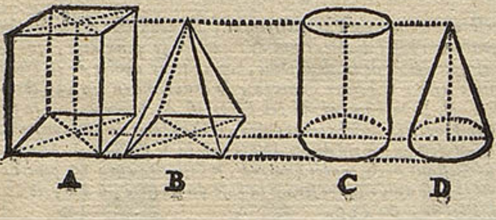


3.

Un Prisme & une Pyramide de même hauteur & de bases égales, sont en raison de 3 à 1; *c'est à dire*, que le Prisme est triple de la Pyramide.

Suppose que le Prisme A & la Pyramide B, ayent 4 pieds de hauteur sur des bases de 9 pieds quarrez: le Prisme (suivant la 1) sera de 36 pieds cubes, & la Pyramide seulement de 12 (suivant la 6.)

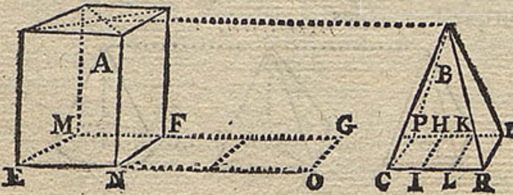
La même chose doit s'entendre du Cilindre C à l'égard du Cone D.



4.

Un Prisme & une Pyramide de même hauteur sont en même raison, que la base du Prisme est au tiers de la base de la Pyramide; ou que la base du Prisme prise trois fois, est à la base entiere de la Pyramide.

Exemple. *Que le Prisme A, & la Pyramide B soient de même hauteur; & que la base de la Pyramide soit divisée en trois parties egales, CH, IK, LD: le Prisme A, est à la Pyramide B; comme sa base EF; est à CH, troisiéme partie de la base CD.*



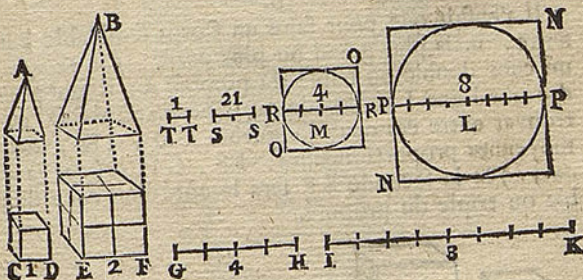
Ou bien. *Supposé le plan E G trois fois aussi grand que la base E F; le Prisme est à la Pyramide, comme le plan E G est à la base C D: de sorte que si le plan E G est double ou triple du plan ou base C D, le Prisme est double ou triple de la Pyramide; ce qui est évident par la precedente.*

5.

Les Corps semblables, *par exemple*, A & B, sont en raison triplée de leurs bases: ou ce qui est la même chose, ils sont entr'eux comme les cubes de leurs côtez homologues.

Que C D, E F, G H, I K, soient continuellement proportionnelles: la raison de C D à I K, est triplée de la raison de C D à E F (par la 66 du 1.) Or comme le côté C D d'un pied, à I K de huit; ou le cube C D d'un pied au cube E F de huit; aussi la Pyramide A est à la Pyramide B, comme un à huit.

De même, la Sphere L est à la Sphere M, comme le cube N, est au cube O: ou bien ce qui est la même chose, la Sphere L, est à la Sphere M, comme son diametre P P, est à la quatriéme proportionelle T T.

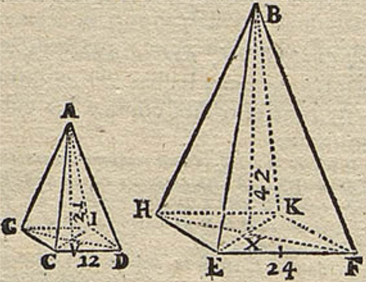


Que la Pyramide A, soit à la Pyramide B en raison d'un à huit, je le démontre.

Puisque les Pyramides A, B, sont semblables, & que C D est d'un pied ou de 12 pouces; & E F, de deux pieds ou de 24 pouces; la hauteur A V estant de 21 pouces, la hauteur B X, sera de 42; car comme E F est double de C D; B X doit aussi estre double de A V. De plus, les bases C D G I, E F H K, estant des quarrez parfaits, la premiere sera de 144 pouces quarrez, & la deuxiéme de (576 suivant la 1 du 7) cela connu, si on multiplie la premiere base

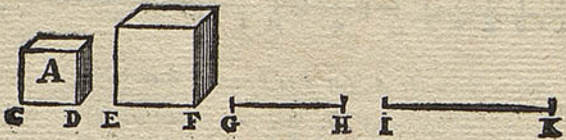
144, par 7, tiers de la hauteur B X; le produit 1008, sert le contenu de la Pyramide A: & si on multiplie la deuxième base 576, par 14, tiers de la hauteur B X, le produit 8064, octuple du precedent 1008; sera le contenu de la Pyramide B. Donc la Pyramide A est à la Pyramide B, comme un à huit.

La même demonstration se fera des deux Spheres.



6.

Il s'ensuit que pour faire un Corps semblable à un autre, mais plus grand ou plus petit; *par exemple*, un cube double ou triple du proposé A: il faut prendre une ligne I K double ou triple du côté C D; puis trouver entre ces deux longueurs C D, I K, deux moyennes proportionnelles, E F, G H, (*par la 54 du 3:*) & la seconde E F sera le côté d'un cube double ou triple du proposé.

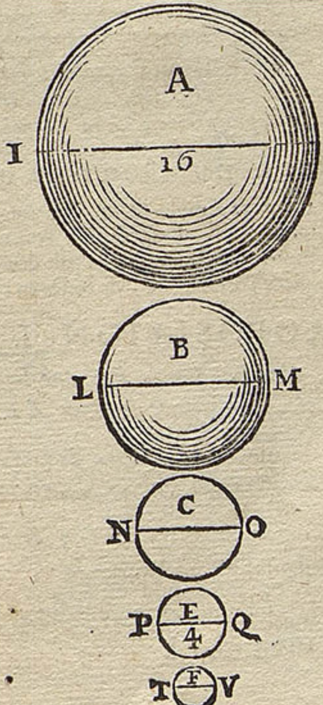


7.

Si on vouloit faire une suite de Corps semblables, de Boules, *par exemple*, qui fussent quadruples l'une de l'autre dans une proportion continuée; la premiere A estant donnée de 16 lignes de diametre, il faudroit prendre le diametre P Q de quatre; puis trouver les deux diametres moyens L M, N O (*par la 54 du 3,*) & les boules A, B, C, E, seroient quadruples l'une de l'autre.

Pour en ajoûter une cinquiéme, il n'y auroit qu'à trouver son diametre T V proportionnel aux deux diametres P Q, N O, (*suivant la 49 du 3,*) & faire la même chose pour une sixiéme, une septieme, &c.

Suivant la precedente, la boule A seroit quadruple de la boule B comme le diametre I K le seroit du diametre P Q: Et le diametre L M estant au diametre T V comme I K à P Q, par la raison d'égalité, la boule B seroit quadruple de la boule C, comme le diametre L M seroit quadruple du diametre T V. Et ainsi des autres boules.



CHAPITRE DIXIE'ME.

PRATIQUE SUR LE TERRAIN,

Où l'on enſeigne à lever des Plans, à en tracer, & à meſurer toutes ſortes de dimentions inacceſſibles.

ON travaille ſur le Terrain avec divers Inſtrumens. Ceux dont on uſe le plus ſont le Cordeau, le Demi-cercle, le Compas de proportion, & la Planchette.

USAGE DU CORDEAU.

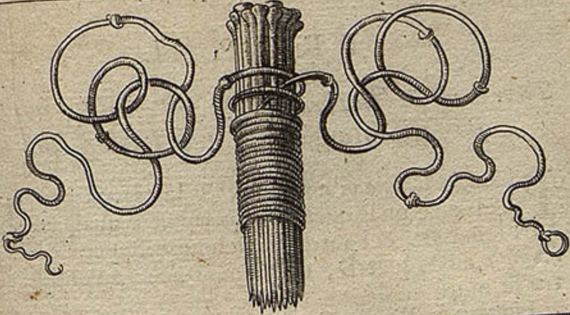
Le Cordeau peut eſtre ſimple & de telle longueur qu'on voudra, mais eſtant diviſé, il eſt de dix Toiſes pour l'ordinaire, & les diviſions y ſont marquées par des nœuds faits de ſix pieds en ſix pieds, c'eſt à dire, de toiſes en toiſes.

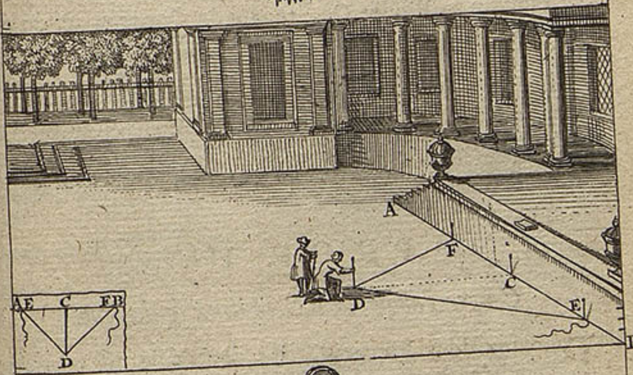
PROPOSITION I.

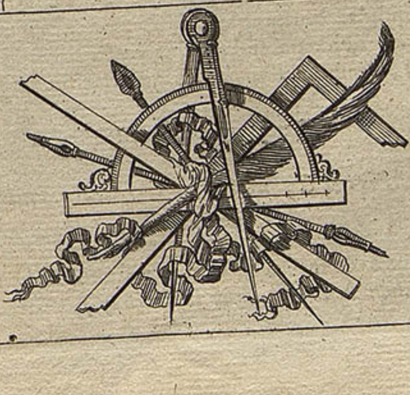
Du Piquet C, conduire ſur le Pré une ligne qui faſſe des angles égaux avec le mur A B.

FIchez prés du mur A B, deux Piquets E, F, également éloignez du Piquet C, à la diſtance d'environ deux ou trois toiſes.

Prenez le cordeau par le milieu D, & faites porter ſes deux bouts, l'un au Piquet E, & l'autre au Piquet F, puis le tenant bandé de part & d'autre, fichez le Piquet D, par lequel vous conduirez la ligne demandée (*Voyez la 4 du 3.*)




A
F
C
D
E
B
AE C FB
D



PROP. II.

Tirer sur le Pré ou Terrain, & au Piquet B, une ligne qui fasse un angle droit avec le mur AB.

PLiez le Cordeau en deux, & le tenant par le milieu avec un Piquet C, faites porter un de ses bouts au Piquet B, & l'autre à quelque distance de là, *par exemple* au Piquet D, qu'on aura fiché à volonté contre le mur.

Plantez le Piquet C, tenant le Cordeau tendu de part & d'autre, de maniere qu'il fasse un triangle isocele BCD.

Levez le bout du Cordeau qui est au Piquet B & le portez en E, prenant garde que CE soit une ligne droite avec CD; puis menez BE qui fera un angle droit avec AB, (*suivant la 5 du 3.*)

PROP. III.

Couper l'angle ABC en deux également.

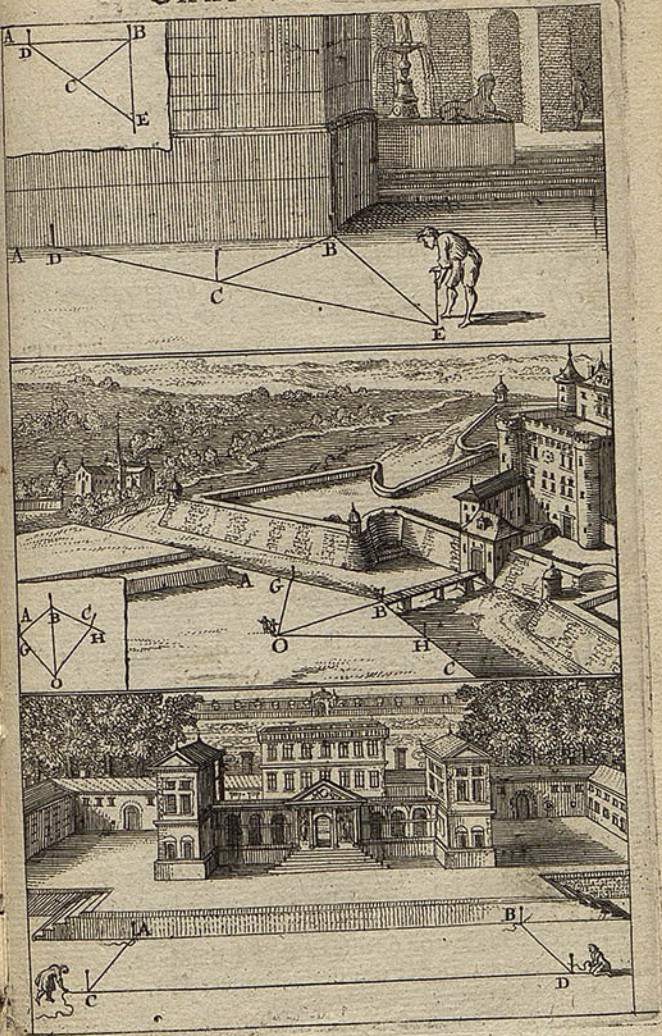
PLantez deux Piquets G, H, en égale distance de la pointe de l'angle B.

Prenez deux parties égales de Cordeau HO, GO, & BO, coupera l'angle en deux (*suivant la 3 du 3.*)

PROP. IV.

Du Piquet C, mener un Cordeau parallele au mur AB.

PRenez avec le Cordeau, la distance BD égale à la distance AC (*suivant la 8 du 3.*)


A B D C E
A D B C E
A G B O H C
A B C H G O
A B C D

PROP. V.

Lever le plan d'un mur A C bâti ſur la deſcente d'une montagne, ou plûtoſt, *meſurer ce mur pour en avoir le plan.*

MEſurez ſa longueur par la ligne de niveau A B, ou par les trois A D, E F, G B; leſquelles priſes enſemble ſont égales à la ſeule de niveau A O.

Il y a de la difference entre meſurer un mur comme celuy-cy pour le toiſé de la Maſſonnerie; & le meſurer pour en lever le plan.

Dans le premier cas le mur doit eſtre meſuré par toute ſa longueur A C; mais dans le ſecond, il le faut meſurer ſeulement par la longueur qu'il auroit ſur des fondemens pris ſans aucune pente comme L M.

PROP. VI.

Lever le Plan de l'angle rentrant B, c'eſt à dire, décrire ſur du papier, un angle égal à celuy des deux murs A B C.

PLantez les Piquets D, E, à quatre ou cinq toiſes de la pointe de l'angle B.

Meſurez la diſtance qui eſt entre les Piquets D, E, puis faites ſur du papier le triangle b d e ſemblable au triangle B D E, (*par la 30 du 3,*) & vous aurez l'angle b, égal à l'angle B.

PROP. VII.

Lever le plan de l'angle ſaillant E F G.

ATtachez le Cordeau par un bout à l'angle F, & le tendez vers H faiſant une ligne droite avec E F. Prenez F H de 5 ou 6 toiſes, & F I d'autant. Meſurez la diſtance des deux Piquets H I.

Faites un triangle f i h ſemblable au triangle F I H (*par la 30 du 3,*) & l'angle exterieur o f i ſera le requis.

PROP. VIII.

Tracer ſur le terrain un triangle ſemblable au propoſé A B C.

PRenez trois parties de Cordeau D, E, F, chacune d'autant de toiſes qu'il y en a d'écrites ſur les côtez du triangle A B C.

Les lignes ſe tracent ſur le terrain avec une béche ou quelque autre inſtrument propre à couper la terre.

PROP. IX.

Lever le plan d'un mur composé de pluſieurs angles A, B, C, D.

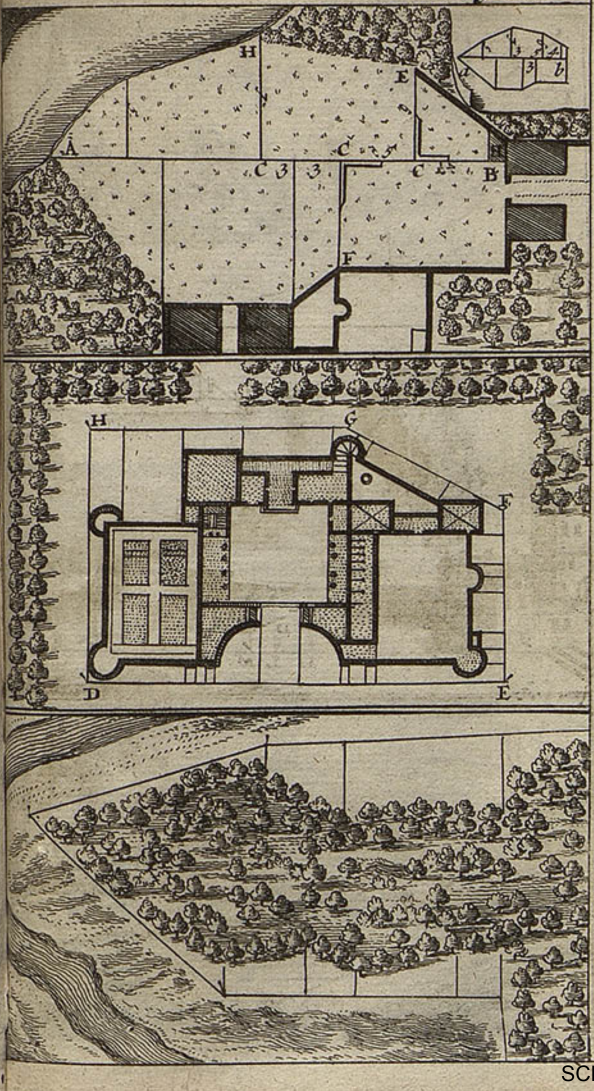
TEndez le Cordeau A I, & dans ſon alignement, plantez les piquets, G, H, L, &c. vis à vis des angles B, C, D, &c.

Meſurez les perpendiculaires G B, H C, L D, & toutes les parties du cordeau A I.

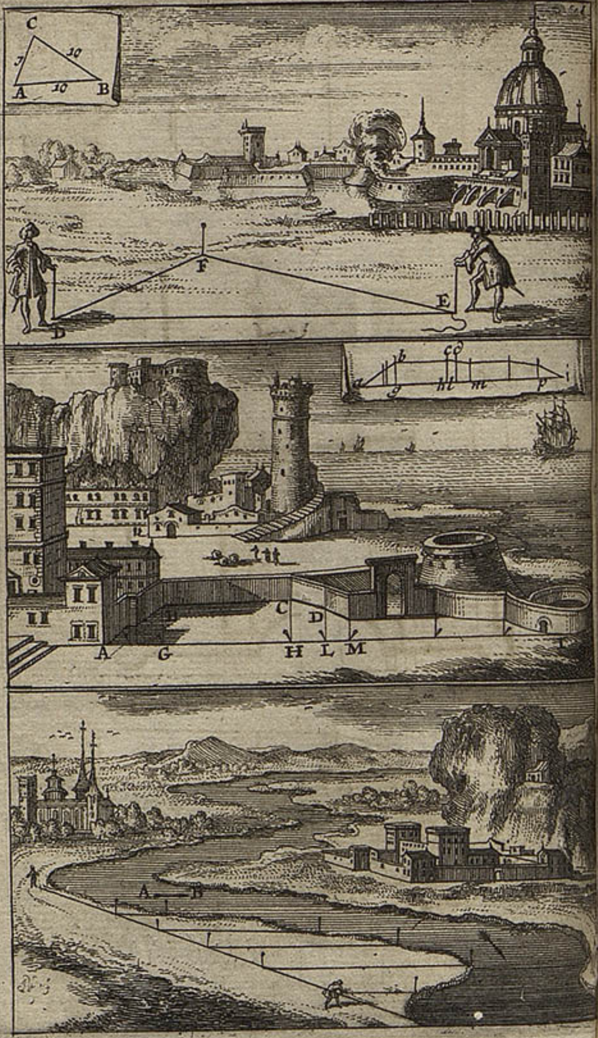
Tirez ſur du papier une ligne a i, & la diviſez par le moyen d'une petite échelle, aux points g, l, m, n; comme le cordeau A I eſt diviſé par les piquets G, L, M, N.

De tous ces points g, l, m, n, élevez des perpendiculaires g b, h c, &c. & les terminez entre elles ſuivant les meſures des perpendiculaires G B, H C, &c. puis par leurs extremitez décrivez le plan demandé a, b, c, d, i.

Le ſerpentement d'une riviere ſe déſignera de même, & le courant de l'eau peut eſtre marqué par une fleche A B, qu'on ſçait aller toûjours la pointe devant.


H
E
a
b
A
C
C 3
3
C
B
F
H
G
F
D
E

Page 225



PROP. X.

Lever le plan d'un pré, ou de telle autre piece de terre qu'on voudra.

TEndez un cordeau tout au travers, par exemple de l'angle A à l'angle B.

De cette ligne, que nous appellons ordinairement ligne maitresse, observez la situation de tous les angles du pré (*par la precedente.*)

Les lignes C E, C H, &c. peuvent estre conduites à angles égaux sur AB, par le moyen d'une grande Equierre, comme la figure le fait voir.

PROP. XI.

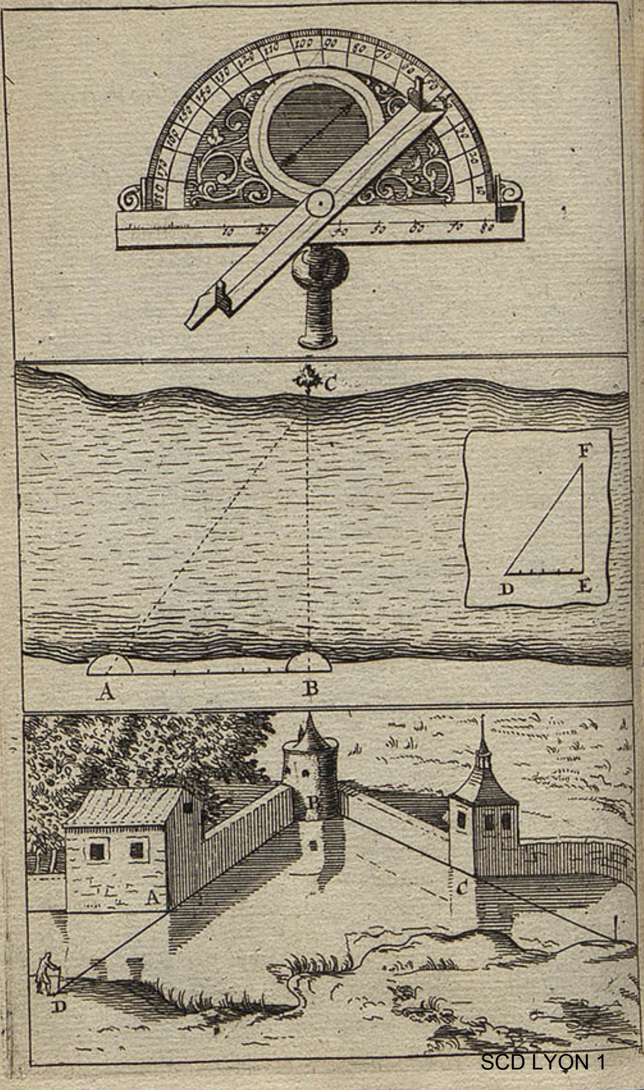
Lever le plan d'un Chasteau par le dehors.

ENvironnez le Chasteau par de grandes lignes maîtresses D E F G, & mesurez exactement leurs longueurs, & l'ouverture des angles qu'elles feront entr'elles.

Ces grands alignemens D E F G, se feront ou de cordeau, ou seulement de rayons visuels; & pour les angles, outre qu'on en peut prendre les ouvertures par les manieres precedentes, ils se peuvent aussi mesurer par le Recipiangle, qui est un instrument composé de deux grandes regles de bois, qui s'ouvrent & se serrent à la maniere d'un compas.

De ces lignes maitresses, observez tout le contour du Chasteau (*par la precedente*) tenant un memoire exact de la valeur de toutes les lignes & de tous les angles que vous mesurerez.

Un plan se commence sur les lieux par un simple broüillon qu'on fait à veüe, c'est à dire, sans regle & sans compas, mais qu'on charge par des chiffres, de la juste valeur des lignes & des angles qu'on me-


C
F
D
E
A
B
P
A
C
D

ſure ſur le terrain ; & ſur ce broüillon on fait ſon plan ou deſſein au net, lors qu'on eſt de retour à la maiſon.

USAGE DU DEMICERCLE.

Le Demicercle dont on uſe ſur le terrain a un albidade ou regle mobile avec des pinules, c'eſt à dire des viſieres, & un pied au deſſus duquel il ſe met & ſe tourne à toutes ſortes de biais par le moyen d'une charniere ou machine qu'on nomme genoüil.

PROPOSITION I.

Meſurer une largeur de Riviere, par exemple B C.

PRenez ſur le rivage une baſe A B, de dix, vingt à trente toiſes, ou plus, ſi la riviere eſt d'une largeur conſiderable.

Poſez le Demicercle en A, & meſurez l'angle B A C en dirigeant les deux regles de l'Inſtrument l'une vers B, & l'autre vers C.

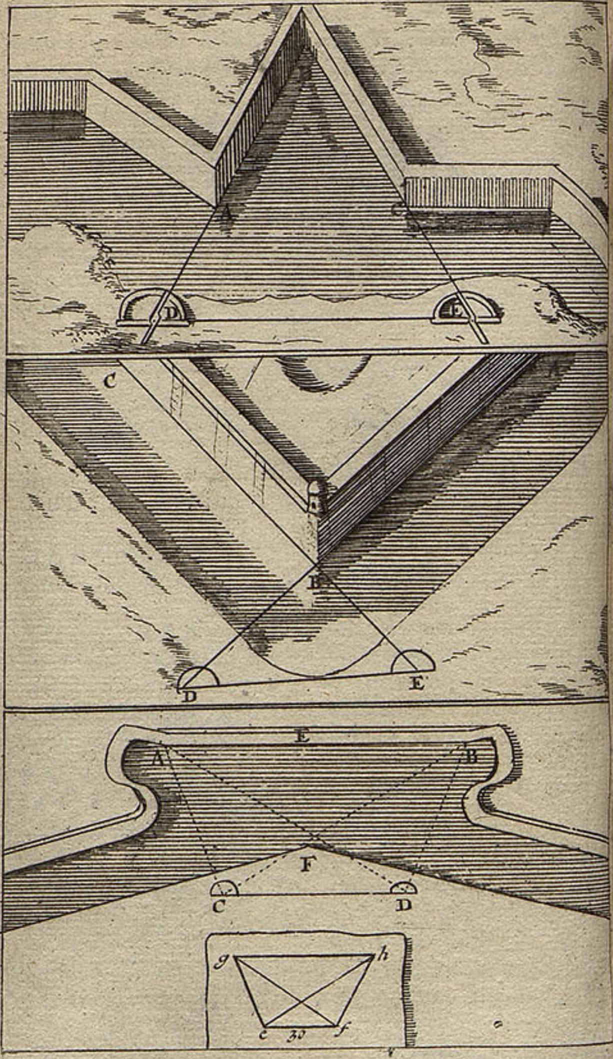
Meſurez de la même maniere l'angle A B C.

Tirez ſur voſtre papier une baſe D E, d'autant de petites parties que vous aurez donné de toiſes à la baſe A B, puis faites les angles D, E, égaux aux angles A, B, (*par la* 11 *du* 3.) & la ligne E F contiendra autant de petites parties de l'échelle D E, que la largeur B C contiendra de toiſes (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

PROP. II.

Meſurer l'angle rentrant A B C, qu'un foſſé plein d'eau rend inacceſſible.

MEttez-vous ſur le bord du foſſé à quelque endroit comme D, d'où le mur A B ſoit


A
C
D
E
C
B
D
E
E
A
B
F
C
D
g
h
e
30
f

enfilé, & y plantez un piquet.

Plantez aussi le piquet E dans l'enfilade B C E.

Mesurez avec le Demicercle les angles D E, qui *par exemple* sont l'un de 62 degrez, & l'autre de 58.

Faites addition de ces deux angles, puis tirez leur somme 120 de 180, le reste 60 sera la valeur de l'angle B (*suivant la 1 du 8.*)

PROP. III.

Mesurer l'angle saillant A B C, duquel on ne peut approcher.

PLantez les piquets D, E, en ligne droite avec les faces A B, B C.

Mesurez les angles D, E, & supposé que le premier se trouve de 40 degrez, le deuxiéme de 50, le troisiéme B sera de 90 (*par la 1 du 8,*) & l'angle A B C d'autant (*suivant la 19 du 2.*)

PROP. IV.

Mesurer la courtine A B, ayant le fossé E F entre-deux.

PRenez sur le bord du fossé, une base à volonté *par exemple*, C D de 30 toises.

Des extremitez de cette base C D, dirigez avec le Demicercle des rayons vers les points A & B en observant la valeur des angles B D A, B D C, comme aussi des angles A C B, A C D.

Décrivez la figure e f g h semblable à la figure A B C D (*par la 29 du 3,*) & la base e f, estant faite de 30 petites parties, par rapport à la base C D qui est de 30 toises, vous connoistrez la longueur de la courtine A B par le nombre des petites parties qui se trouveront comprises dans la ligne g h.

USAGE DU COMPAS DE PROPORTION.

Le Compas de Proportion a pour jambes deux regles de cuivre sur lesquelles il y a d'ordinaire quatre paires de lignes gravées, dont l'une qu'on nomme des cordes, & qui est destinée à la mesure des angles, est celle qui sert sur le terrain.

Les deux lignes A B; A C qui font cette paire, sont divisées chacune en 180 parties qui répondent par ordre aux 180 degrez de leurs demicercles, comme il paroist par la figure A B G.

Aux extremités de ces deux lignes, sont des pinules qui servent à diriger les rayons visuels, & le Compas est monté sur un pied avec un genoüil semblable à celuy du Demicercle.

PROP. I.

Faire un angle de telle ouverture qu'on voudra. Par exemple soit proposé de faire un angle de 40 degrez au point L.

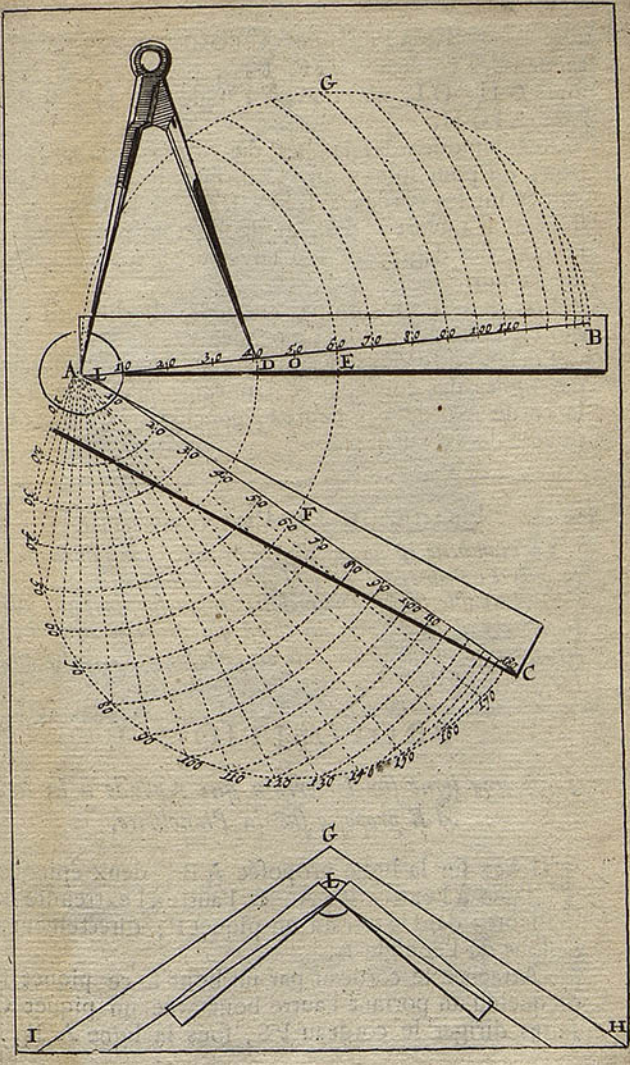
PRenez avec un Compas commun la corde AD de 40 degrez. Ouvrez le Compas de proportion tant que les cordes de 60 degrez A E, A F soient éloignées l'une de l'autre par leurs extremitez E, F, d'une ouverture égale à celle des pointes du Compas commun; c'est à dire, ouvrez le Compas de proportion jusqu'à ce que la corde de l'arc E F, se trouve égale à la corde AD, & l'angle E A F sera de 40 degrez.

Si on veut faire un angle de 50 ou 60 degrez, il faut ouvrir le Compas de proportion jusques à ce que E F, soit égal à la corde de 50 degrez A O, ou à celle de 60 A E, & ainsi de tous autres angles.

PROP. II.

Mesurer l'angle I G H.

POsez le Compas de proportion à trois ou quatre pieds de l'angle G, par exemple en L, puis


G
A
L
D
O
E
B
F
C
G
L
I
H

tendez des cordeaux L M, L N, paralleles aux deux murs G H, G I, afin d'avoir l'angle M L N, égal à l'angle I G H.

Accommodez les jambes du Compas de proportion, ou pour mieux dire, dirigez leurs lignes des cordes sur les cordeaux L M, L N; & le Compas estant ainsi ouvert, d'un angle égal au proposé, le nombre des degrez de son ouverture se trouvera comme s'ensuit.

Prenez avec un Compas commun, la distance E F, qui est entre les points de 60 degrez.

Portez cette ouverture de compas commun sur une des lignes des cordes, & trouvant qu'elle embrasse la corde AD de 140 degrez, concluez que l'angle est ouvert de 140 degrez.

USAGE DE LA PLANCHETTE.

La Planchette est un ais d'environ douze ou quinze pouces en quarre, montée sur un pied à trois branches.

On travaille sur cette Planchette comme sur une petite table, le papier y est arrêté avec un chassi qui s'emboîte au bord, & les lignes qu'on tire dessus, se dirigent par des épingles qu'on fait servir de visieres & de petits piquets.

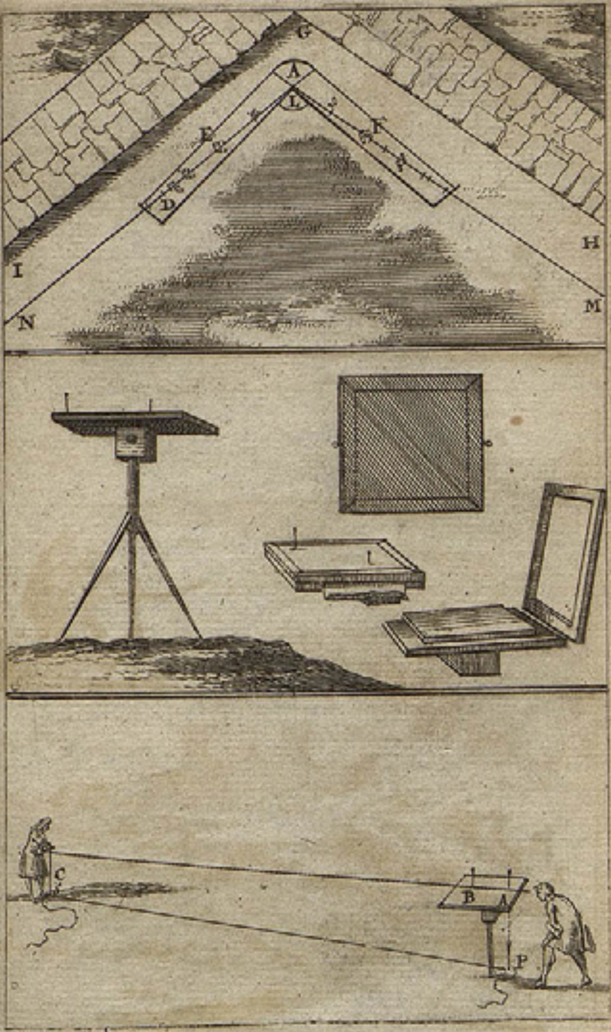
PROPOSITION I.

Tirer une ligne sur le terrain qui réponde à la ligne A B proposée sur la Planchette.

FIchez sur la ligne proposée A B, deux épingles, l'une à l'extremité A, & l'autre à l'extremité B.

Plantez dans le terrain un piquet P, directement au dessous de l'épingle A.

Attachez le cordeau par un bout à ce piquet P, & quelqu'un portant l'autre bout avec un piquet C, faites diriger le cordeau P S, sous la ligne A B, je


G
A
L
E
F
D
H
I
M
N
C
B
A
P


A
D
B
E
F
A
B
E

veux dire, faites planter le piquet C dans le rayon visuel A B C, & le cordeau estant bien tendu fera la ligne demandée.

PROP. II.

Un angle A B C estant proposé sur la planchette, en aligner un semblable sur le terrain.

TEndez sur le terrain, les cordeaux B D, B E, précisément sous les lignes B A, B C (*par la precedente.*)

PROP. III.

Du point O, donné sur la planchette, tirer une ligne vers quelque endroit proposé, par exemple vers le clocher F.

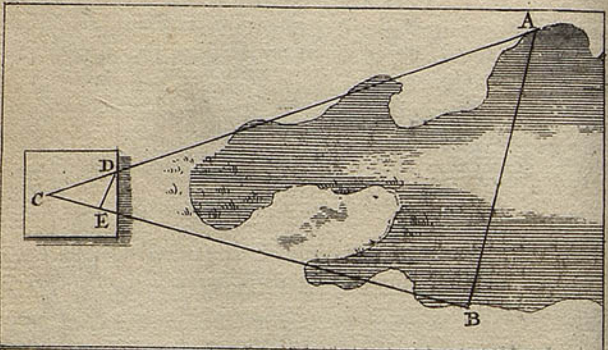
FIchez une épingle bien à plomb au point O, & regardant le clocher F, par le bas de cette épingle, plantez dans le rayon visuel O F, & vers le bord de la planchette, une autre épingle H, puis tirez la ligne demandée O H.

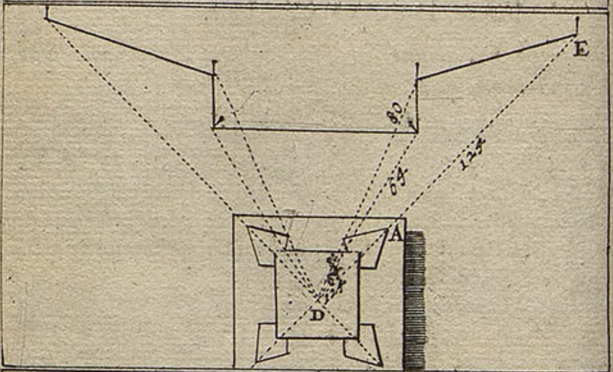
PROP. IV.

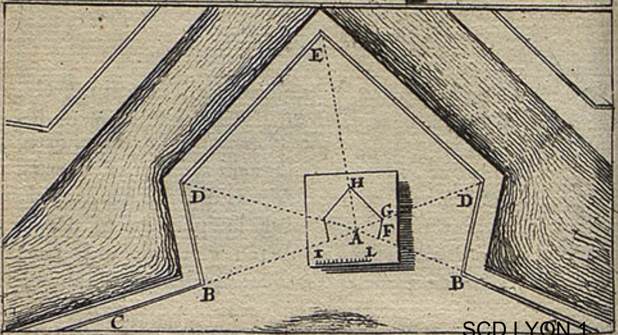
Mesurer une largeur inaccessible, par exemple, celle d'un marais A B.

PLacez la planchette à quelque endroit comme C, d'où vous puissiez aller en lignes droites vers les buts A & B; & d'un point C pris sur la planchette, dirigez les rayons, sçavoir C D vers A, & C E vers B.

Mesurez les longueurs C A, C B, & les racourcissez proportionnellement sur la planchette par le moyen d'une petite échelle: par exemple, si C A est de 36 toises & C B de 30; prenez sur l'échel-


A
D
C
E
B


E
80
64
125
A
D


E
H
D
D
G
F
A
I
L
B
B
C

le GH 36 petites parties pour CD, 30 pour CE; & le nombre des petites parties de la ligne DE vous fera connoiſtre combien il y aura de toiſes du point A au point B (*ſuivant la 58 du 2.*)

PROP. V.

Eſtant donné un plan ſur la planchette, en tracer un ſemblable ſur le terrain.

POſez la planchette dans le milieu du terrain où vous avez à executer le plan propoſé, qui par exemple eſt d'un petit Fort, dont la longueur de chaque rayon eſt connuë par les chiffres qui ſont écrits deſſus.

Dirigez avec le cordeau, des rayons ſur le terrain qui répondent à ceux du plan donné ſur la planchette, (*par la* 1) par exemple, le rayon OA eſt chiffré de 124 toiſes, prenés le cordeau DE de 124 toiſes, & ainſi du reſte. (*Voyez la 6 du 6.*)

PROP. VI.

Lever le plan d'une place, & premierement du baſtion DED.

POſez la planchette dans la gorge du Baſtion, à l'endroit A, d'où vous pourrez enfiler les deux courtines BC, BC.

Du point A pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers tous les angles du Baſtion.

Meſurez les rayons AB, AD, AE, &c.

Racourciſſez ces rayons proportionnellement ſur la planchette, par le moyen d'une échelle IL.

Menez FG GH, HG, &c. & vous aurez le plan du Baſtion propoſé.

Mettez une autre fueille de papier ſur la planchette, puis faites le plan du Baſtion ſuivant, &

passez ainsi de Bastion en Bastion jusqu'au dernier, en observant la longueur des courtines.

Tous les Bastions de la place estant tracez avec leurs courtines sur autant de morceaux de papier, vous les assemblerez sur une table, & si la closture du Plan ne se trouve pas juste, je veux dire, si assemblant ces parties, la premiere ne se rapporte pas tout-à-fait avec la derniere, il faudra regagner ce deffaut en ouvrant ou resserrant tant soit peu chaque angle de la figure.

PROP. VII.

Lever la situation de plusieurs Villages en même temps; par exemple, des trois Villages A, B, C.

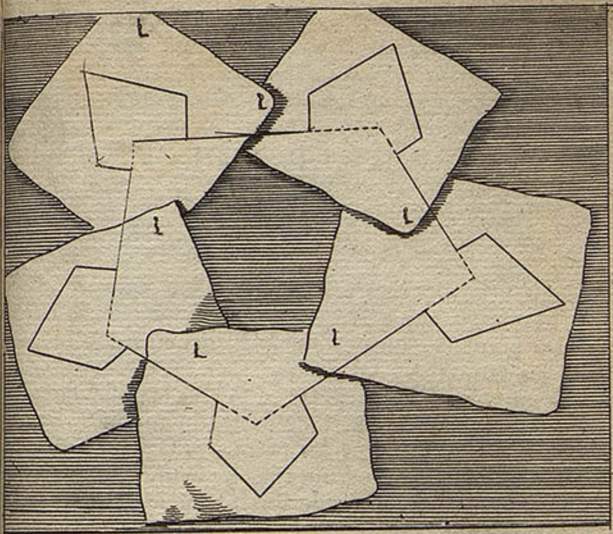
CHoisissez un terrain où vous puissiez avoir une base de cinq ou six cent toises, & plus s'il est possible, & que de ses extremitez E, G, on découvre les Villages proposez.

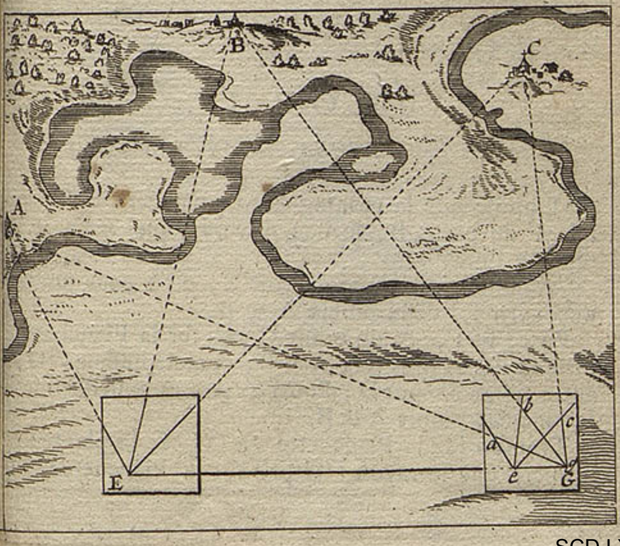
A l'une des extremitez de cette base comme E, & du point E, pris sur la planchette, dirigez des rayons vers les clochers ou lieux plus apparens de ces Villages; & un autre rayon vers le piquet G, (*suivant la 3.*)

De ce dernier rayon, faites une base sur la Planchette, qui réponde à celle que vous avez prise sur le terrain, & écrivez sur chaque rayon le nom du Village où il est dirigé.

Transportez la planchette en G, & la tournez de sorte que la base e g que vous avez tiré dessus, se trouve au dessus de celle du terrain EG. *Puis*

Du point G pris sur la planchette, dirigez aussi des rayons vers les Villages, A, B, C, & les points a, b, c, où ils couperont les rayons de la premiere station, seront en distance avec leur base e g, comme les trois Villages A, B, C, avec leur base EG.


l
l
l
l
l
L


A
B
C
E
G
a
b
c
d
e

En dirigeant les rayons visuels, il faut avoir soin que la Planchette soit toûjours de niveau, & jamais inclinée; cette circonstance est absolument necessaire pour bien reüssir.

PROP. VIII.

Conduire du point A, une ligne parallele à la muraille CD, de laquelle on ne peut approcher.

PLantez la Planchette B, à quelque endroit assez éloigné du point A.

Du point B, dirigez sur la Planchette des rayons vers les points A, C, D.

Transportez la Planchette en A, & la posez de telle sorte que le rayon AI, fasse partie du rayon AB.

Du point A, dirigez les rayons AC, AD, & par les points où ils couperont ceux de la premiere & station, menez EF, laquelle sera parallele à CD.

Menez sur la Planchette, la ligne AO parallele à EF, & sous cette ligne, tirez sur le terrain la demandée AL (*par la* 1.)

PROP. IX.

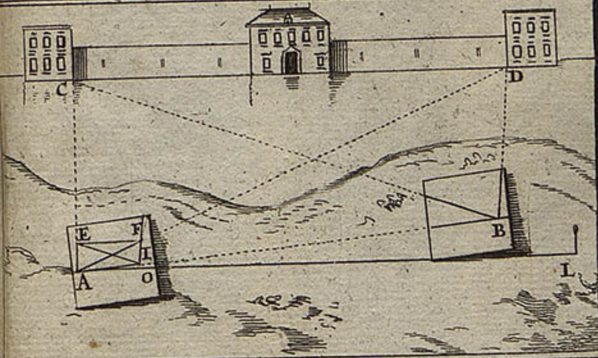
Tirer une ligne vers un lieu qu'on ne voit pas.

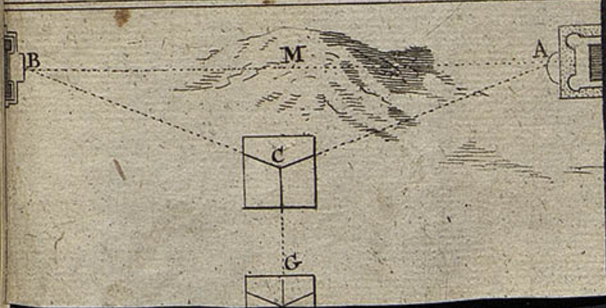
SUpposé que la montagne M, empêche qu'on voye du point B, le lieu A vers lequel on doit tirer une ligne.

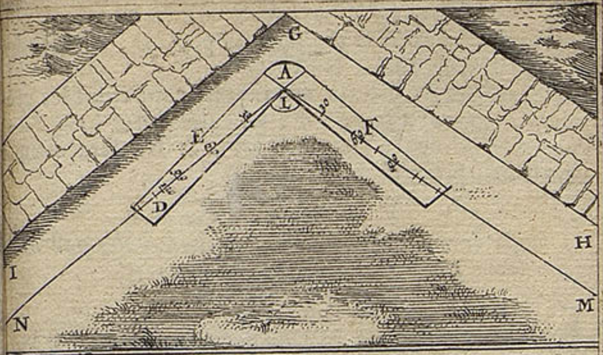
Avancez en quelque endroit C, d'où vous puissiez découvrir les deux points A & B.

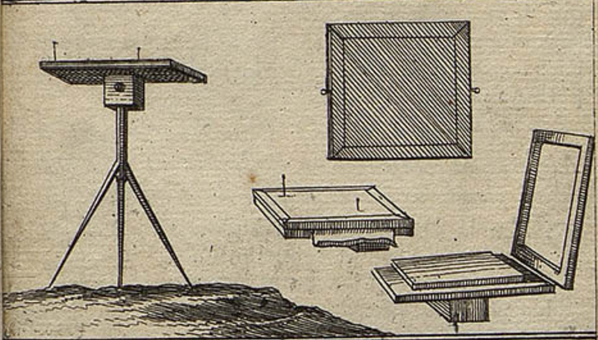
En ce lieu, & du point C pris sur la Planchette, dirigez des rayons vers A & B, & un troisiéme vers un autre point comme D, d'où l'on pourra aussi découvrir les mêmes points A & B.

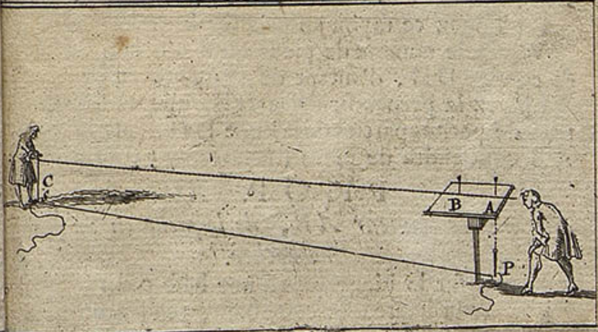
Transportez la Planchette en D, & la plantez de maniere que le rayon DG pris sur la Planchette, se fol. 242.











D

trouve ſur le rayon D C ; puis du point D, dirigez le ſeconds rayons D A, D B.

Des points E, F, où ces rayons couperont les premiers, menez la ligne E F, & enfin faites (*par la 1*) l'angle H B I égal à l'angle D E F, & B I ſera dirigé vers le lieu propoſé A.

PROP. X.

Diviſer le Pré B F en deux parties égales par une ligne droite menée du point G.

LEvez un plan du Pré propoſé.

Diviſez ce plan H I en deux également par la ligne L M (*ſuivant la 12 du 5.*)

Meſurez exactement O M, M I, puis coupez R en S, comme O I l'eſt en M, & la ligne G S fera le partage demandé.

PROP. XI.

Meſurer la hauteur d'un Baſtiment A B, qui eſt à plomb ſur un pavé bien de niveau A G.

POſez la Planchette bien à plomb en quelque lieu commode ; par exemple en C.

Tirez ſur cette Planchette la parallele D H.

Du point D tirez le rayon D F vers l'extremité du Baſtiment B.

Prolongez ce rayon juſques ſur le pavé en G.

Voyez le nombre de pieds qu'il y a entre A & G & coupez D H, d'autant de petites parties.

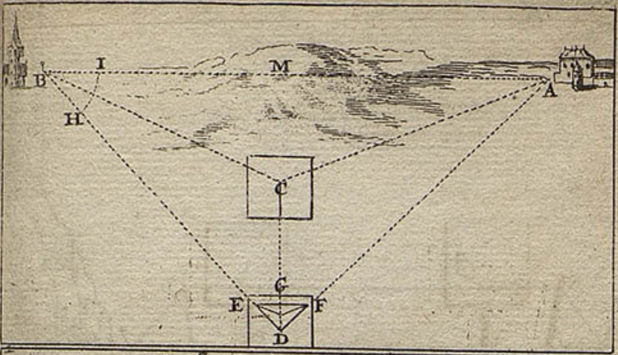
Elevez la perpendiculaire H F, elle contiendra autant de petites parties de la ligne D H, que la hauteur A B contiendra de pieds (*ſuivant la 53 du 2.*)

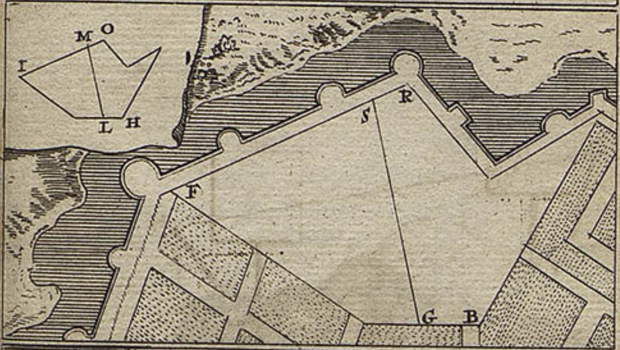
PROP. XII.

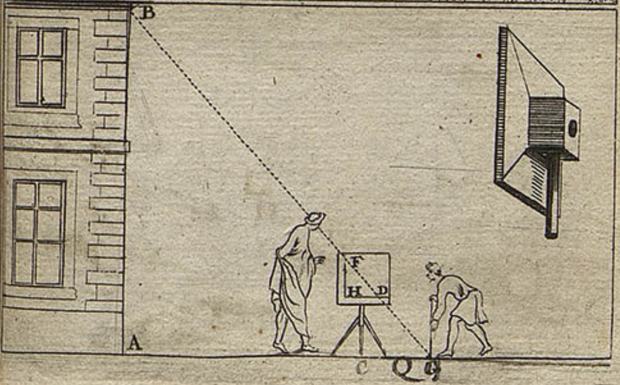
Meſurer la hauteur A B, de laquelle on ne ſçauroit approcher.

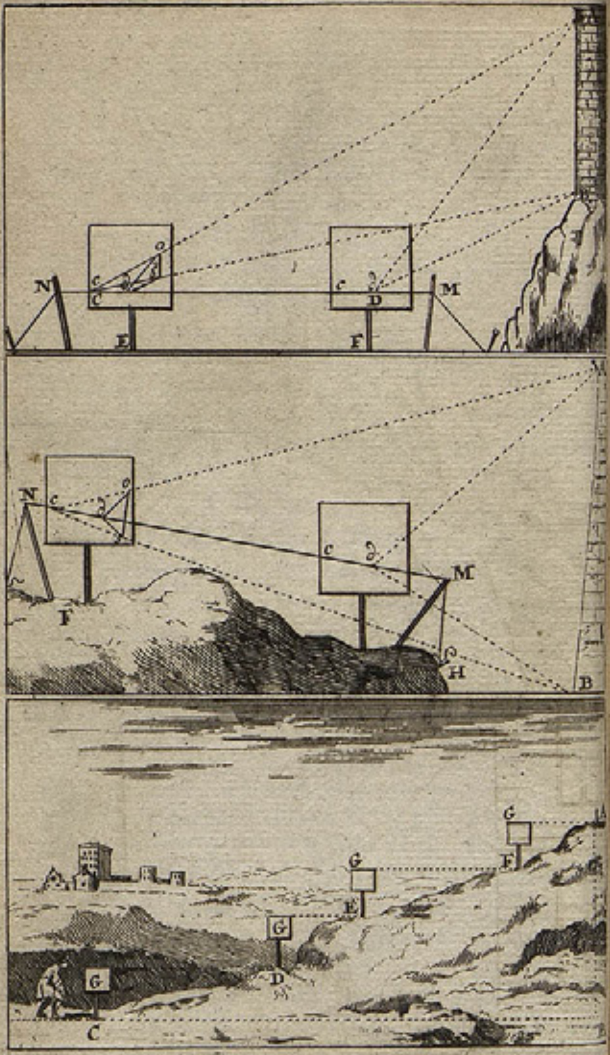
TIrez ſur la Planchette, une baſe c d.

A la hauteur de cette baſe, tendez un fil N M


I
M
B
A
H
C
G
E
F
D


M
O
I
L
H
R
S
F
G
B


B
F
H
D
A
C
Q
G


A
N
C
C
O
E
C
D
F
M
M
N
C
O
F
C
M
H
B
G
A
G
F
E
G
D
G
C

par le moyen de deux bâtons comme il paroît par cette figure.

Sur ce fil marquez une longueur C D de ſept ou huit pieds ou plus, laquelle ſervira de baſe pour le terrain.

Du point d, dirigez ſur la Planchette deux rayons, l'un vers A, & l'autre vers B.

Tranſportez la Planchette en E, & l'ajuſtez de maniere que le point c ſe trouve ſur le point C, de même que la baſe c d ſur la baſe C D.

Tirez du point c deux autres rayons vers les points A & B, & les points où ils couperont les premiers rayons, donneront la hauteur o s qui ſera à la petite baſe c d, comme A B eſt à la grande baſe C D.

PROP. XIII.

Meſurer ſur le terrain inégal & penchant F H, une hauteur inacceſſible A B.

LA pratique de cette Propoſition eſt ſemblable à la precedente, & la difference de terrain ne change rien dans l'operation.

PROP. XIV.

Meſurer la hauteur de la montagne A B.

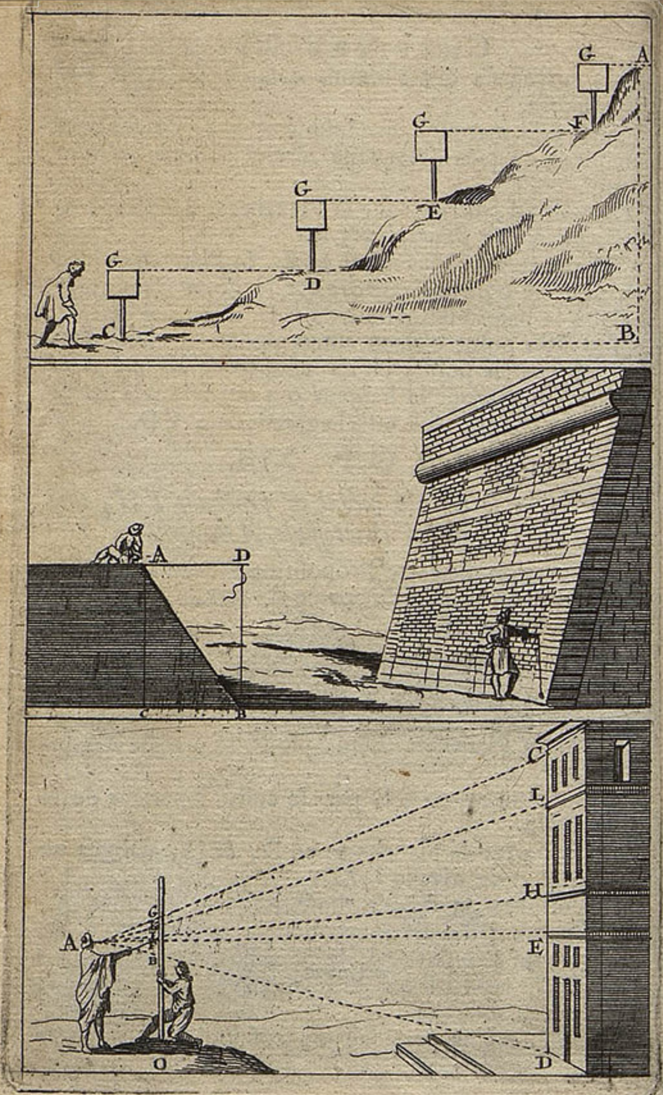
POſez la Planchette bien à plomb au pied de la montagne.

Dirigez un rayon G D par le coſté ſuperieur de la planchette.

Tranſportez la planchette en D, & là, dirigez un autre rayon de niveau G E.

Continuez la même choſe juſqu'au ſommet A, & le nombre des ſtations donnera la hauteur A B, car ſuppoſé dix ſtations, la planchette ayant 4 pieds de haut, ce ſera 40 pieds pour la hauteur de la montagne.

Par la même pratique on connoiſtra la deſcente


G
A
G
F
G
E
G
D
C
B
A
D
C
B
C
L
H
G
A
E
B
O
D

A C & la diſtance B C, en meſurant les rayons G D, G E, G A, &c.

PROP. XV.

Meſurer le talu du rampart A B.

PRenez une pique, & attachez au bout un plomb qui deſcende au bas du foſſé.

Tenez cette pique couchée ſur le haut du rampart, & l'avancez juſqu'à ce que le plomb tombe ſur le défaut du talu B, ſa ſaillie A D dans le foſſé, ſera égale à la meſure demandée C B (*ſuivant la* 38 *du* 2.)

PROP. XVI.

Meſurer la hauteur des étages, feneſtres, portes, & autres parties de la face d'une maiſon.

PLacez-vous à quelque diſtance de la maiſon, par exemple en A, & vous tenant arrété ferme, & ſans mouvoir la teſte; marquez ſur une regle ou cane O G qu'on tiendra droite devant vous, le paſſage des rayons viſuels par leſquels vous verrez les hauteurs à meſurer; & les parties B F I K G ſeront entr'elles comme les parties D E H L C.

Meſurez enſuite avec un pied ou une toiſe, La partie inferieure du Baſtiment D E, qui vous eſt acceſſible, & ſuppoſé qu'elle ſe trouve eſtre de 8 pieds, diviſez B F en 8 parties égales, cette diviſion ſera une échelle pour meſurer les parties F I K G.

FIN.