



MEMOIRE présenté pour l'obtention du
CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

LA FAY Maud
WEIDER Claire-Lise

APPORT D'UN ENTRAINEMENT DE LA
NUMERATION SUR LA COMPREHENSION DE LA
NUMERATION DECIMALE A PARTIR D'UN OUTIL
CREE EN BASE 3 :

Etude de cas de quatre enfants scolarisés en CE2

Maître de Mémoire

GAUTHIER Corine
METRAL Emmanuelle

Membres du Jury

CHOSSON Christelle
DI QUAL Myriam
OLLAGNON Pascale

Date de Soutenance

01 juillet 2010

1. Université Claude Bernard Lyon1

Président
Pr. COLLET Lionel

Vice-président CEVU
Pr. SIMON Daniel

Vice-président CA
Pr. ANNAT Guy

Vice-président CS
Pr. MORNEX Jean-François

Secrétaire Général
M. GAY Gilles

1.1. Secteur Santé :

U.F.R. de Médecine Lyon Est
Directeur **Pr. ETIENNE Jérôme**

U.F.R d'Odontologie
Directeur **Pr. BOURGEOIS Denis**

U.F.R de Médecine Lyon-Sud
Charles Mérieux
Directeur **Pr. GILLY François
Noël**

Institut des Sciences Pharmaceutiques
et Biologiques
Directeur **Pr. LOCHER François**

Institut des Sciences et Techniques de
Réadaptation
Directeur **Pr. MATILLON Yves**

Comité de Coordination des
Etudes Médicales (C.C.E.M.)
Pr. GILLY François Noël

Département de Formation et Centre
de Recherche en Biologie Humaine
Directeur **Pr. FARGE Pierre**

1.2. Secteur Sciences et Technologies :

U.F.R. de Sciences et Technologies
Directeur **Pr GIERES François**

IUFM
Directeur **M. BERNARD Régis**

U.F.R. de Sciences et Techniques
des Activités Physiques et
Sportives (S.T.A.P.S.)
Directeur **Pr. COLLIGNON Claude**

Ecole Polytechnique Universitaire de
Lyon (EPUL)
Directeur **Pr. LIETO Joseph**

Institut des Sciences Financières et
d'Assurance (I.S.F.A.)
Directeur **Pr. AUGROS Jean-Claude**

Ecole Supérieure de Chimie Physique
Electronique de Lyon (CPE)
Directeur **M. PIGNAULT Gérard**

IUT LYON 1
Directeurs **M. COULET Christian et
Pr. LAMARTINE Roger**

2. Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION ORTHOPHONIE

Directeur ISTR
Pr. MATILLON Yves

Directeur de la formation
Pr. TRUY Eric

Directeur des études
BO Agnès

Directeur de la recherche
Dr. WITKO Agnès

Responsables de la formation clinique
THEROND Béatrice
GUILLON Fanny

Chargée du concours d'entrée
PEILLON Anne

Secrétariat de direction et de scolarité
BADIOU Stéphanie
CLERGET Corinne

REMERCIEMENTS

Nous remercions tout particulièrement Mme Gauthier et Mme Métral qui nous ont guidées tout au long de ces deux années de recherche avec professionnalisme par leur disponibilité et leurs conseils. Les échanges cliniques et théoriques issus de ce suivi nous ont permis de mener à bien cette recherche.

Nous adressons une pensée particulière à Baptiste, Coralie, Julie et Lola qui nous ont toujours accueillies avec plaisir et intérêt.

Nous remercions également le directeur de l'établissement d'accueil ainsi que l'équipe éducative de CE1 et de CE2 pour le temps qu'ils nous ont accordé et l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche.

Merci à Mme Witko, pour son soutien méthodologique sans faille et pour son investissement dans le suivi des mémoires en orthophonie.

Nous remercions nos familles, Sébastien et nos amis à qui nous tenons à dire que nous sommes conscientes du degré de patience dont ils ont dû faire preuve pour supporter nos remises en question et nos doutes fréquents.

Enfin, merci à toi, demi-binôme, pour les rires, les goûters-mémoire, et ton soutien inconditionnel.

SOMMAIRE

ORGANIGRAMMES	2
1. <i>Université Claude Bernard Lyon1</i>	2
2. <i>Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION ORTHOPHONIE.....</i>	3
REMERCIEMENTS.....	4
SOMMAIRE.....	5
INTRODUCTION.....	8
PARTIE THEORIQUE.....	9
II. L'HISTOIRE DU NOMBRE	10
1. <i>Les origines du nombre et de la numération dans l'histoire.....</i>	10
2. <i>Les origines de notre système de numération</i>	11
3. <i>Les différentes conceptions du nombre</i>	11
III. LA CONSTRUCTION DU NOMBRE.....	12
1. <i>Les différents courants</i>	12
2. <i>Le développement de l'intelligence selon Piaget</i>	13
3. <i>La construction du nombre selon Piaget.....</i>	14
4. <i>L'évaluation de la construction du nombre</i>	15
5. <i>Après Piaget : les néo-piagétiens.....</i>	16
IV. L'APPRENTISSAGE DE LA NUMERATION	17
1. <i>La numération dans la scolarité de l'enfant : un programme, des méthodes</i>	17
2. <i>La mise en place de la numération chez l'enfant</i>	18
3. <i>Les obstacles à l'apprentissage de la numération</i>	20
V. REMEDIATION DES TROUBLES LOGICO-MATHEMATIQUES EN ORTHOPHONIE	22
1. <i>Principes généraux de la remédiation</i>	22
2. <i>Les différents courants de remédiation</i>	23
3. <i>La rééducation de la numération</i>	23
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	25
I. PROBLEMATIQUE	26
II. HYPOTHESES ET QUESTIONS	26
PARTIE EXPERIMENTALE	28
I. PROTOCOLE EXPERIMENTAL	29
1. <i>Objectifs.....</i>	29
2. <i>Population.....</i>	29
3. <i>Méthode.....</i>	32
II. ELABORATION D'UN OUTIL DE REEDUCATION DE LA NUMERATION	37
1. <i>Choix structuraux au regard de la théorie.....</i>	37
2. <i>Présentation des séances.....</i>	38
3. <i>Présentation des activités et leurs objectifs</i>	39
III. ELABORATION D'UNE GRILLE D'OBSERVATION.....	40
1. <i>Présentation de la grille.....</i>	40
2. <i>Critères de validation des activités</i>	41
3. <i>Aides proposées au cours des activités</i>	42
PRESENTATION DES RESULTATS.....	43
I. ETUDE DE CAS DE BAPTISTE	44
1. <i>Comportement général.....</i>	44
2. <i>Description des séances.....</i>	44
3. <i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	45
4. <i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	46
5. <i>Epreuves complémentaires.....</i>	47
II. ETUDE DE CAS DE JULIE.....	47
1. <i>Comportement général.....</i>	47
2. <i>Description des séances.....</i>	47

SOMMAIRE

3.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	48
4.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	50
5.	<i>Epreuves complémentaires</i>	50
III.	ETUDE DE CAS DE CORALIE	51
1.	<i>Comportement général</i>	51
2.	<i>Description des séances</i>	51
3.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	52
4.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	54
5.	<i>Epreuves complémentaires</i>	54
IV.	ETUDE DE CAS DE LOLA.....	54
1.	<i>Comportement général</i>	54
2.	<i>Description des séances</i>	54
3.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	55
4.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	57
5.	<i>Epreuves complémentaires</i>	57
	DISCUSSION DES RESULTATS	58
I.	ETUDE DE CAS DE BAPTISTE	59
1.	<i>Analyse des séances</i>	59
2.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	61
3.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	62
II.	ETUDE DE CAS DE JULIE.....	62
1.	<i>Analyse des séances</i>	62
2.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	64
3.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	65
III.	ETUDE DE CAS DE CORALIE	65
1.	<i>Analyse des séances</i>	65
2.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	68
3.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	68
IV.	ETUDE DE CAS DE LOLA.....	69
1.	<i>Analyse des séances</i>	69
2.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	71
3.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	72
V.	COMPARAISON DES QUATRE SUJETS	72
1.	<i>Comparaison des profils en post-test</i>	72
2.	<i>Relation entre les résultats du pré-test et ceux des post-tests</i>	73
3.	<i>Répercussion sur les attentes scolaires</i>	73
4.	<i>Similitudes des conduites</i>	74
VI.	VALIDATION ET DISCUSSION DES HYPOTHESES	75
1.	<i>Hypothèse opérationnelle n°1</i>	75
2.	<i>Hypothèse opérationnelle n°2</i>	75
3.	<i>Hypothèse opérationnelle n°3</i>	75
4.	<i>Conclusion quant à l'hypothèse générale</i>	76
VII.	CRITIQUE DE NOTRE ETUDE	76
VIII.	APPORT DE NOTRE ETUDE	77
IX.	OUVERTURE.....	77
	CONCLUSION	78
	BIBLIOGRAPHIE	79
	ANNEXES	83
	ANNEXE I : EPREUVE PRELIMINAIRE « PAPIER-CRAYON ».....	84
	ANNEXE II : DEROULEMENT DE L'ACTIVITE EN BASE 3	85
	1. <i>Activité 1 : la fabrique de bonbons</i>	85
	2. <i>Activité 2 : les cartes du patron</i>	86
	3. <i>Activité 3 : la préparation des commandes</i>	86
	4. <i>Activité 4 : jeu de généralisation</i>	86
	5. <i>Activité 5 : le livre de comptes</i>	87
	ANNEXE III : GRILLE D'OBSERVATION DE BAPTISTE.....	89
	ANNEXE IV : DESCRIPTION DES SEANCES	94

SOMMAIRE

ANNEXE IV : DESCRIPTION DES SEANCES	95
ANNEXE IV : DESCRIPTION DES SEANCES	96
1. <i>Description des séances de Baptiste</i>	96
2. <i>Description des séances de Julie</i>	99
3. <i>Description des séances de Coralie</i>	104
4. <i>Description des séances de Lola</i>	108
ANNEXE V : EPREUVES DE CLASSIFICATION HIERARCHIQUE	112
1. <i>Classification hiérarchique de Baptiste</i>	112
2. <i>Classification hiérarchique de Julie</i>	113
3. <i>Classification hiérarchique de Coralie</i>	114
4. <i>Classification hiérarchique de Lola</i>	116
ANNEXE VI : EPREUVES COMPLEMENTAIRES	118
TABLE DES ILLUSTRATIONS.....	119
1. <i>Liste des Tableaux</i>	119
2. <i>Liste des Figures</i>	120
TABLE DES MATIERES	122

INTRODUCTION

Comme son nom l'indique, la rééducation du raisonnement logico-mathématique a pour but d'aider à l'élaboration du raisonnement logique et des notions mathématiques. La numération est à la base de la construction de ce dernier domaine. C'est à partir de la compréhension et du fonctionnement du système numérique que l'enfant va développer et acquérir diverses notions mathématiques. Si le système scolaire en propose un apprentissage dès la maternelle et plus particulièrement au début du cycle élémentaire, certains enfants éprouvent malgré tout des difficultés dans ce domaine. Ainsi, nous avons souhaité porter notre attention à cette activité de l'apprentissage mathématique.

Nos maîtres de stage, orthophonistes, recevaient en consultation des enfants qui malgré plusieurs années d'apprentissage de la numération en milieu scolaire, étaient en échec dans la compréhension de cette composante. Nous avons également pu constater qu'il existait peu d'outils formalisés dans la rééducation de la numération en orthophonie. En lien avec ces deux constats, nous avons souhaité créer un outil de remédiation de la numération axé sur la manipulation et le questionnement qui l'accompagne, à partir d'un changement de base. En effet, des données théoriques (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982 ; Guéritte-Hess, Causse-Mergui & Romier, 2005) et empiriques font état d'une amélioration des performances en numération suite à ce type de rééducation qui introduit le système positionnel avec une écriture verticale.

Nous nous sommes ainsi demandé si un entraînement de la numération sur un matériel en base 3, sans faire appel au système positionnel horizontal, permettrait une meilleure compréhension de la numération décimale auprès d'enfants présentant des performances déficitaires dans sa compréhension.

Pour cela, nous avons été amenées à approfondir nos connaissances dans le domaine logico-mathématique et plus particulièrement concernant la théorie du développement de l'intelligence de Piaget sur laquelle s'appuie la démarche que nous avons adoptée en présence des enfants.

Nous présenterons d'abord le nombre et la numération d'un point de vue historique avant de nous attacher à la construction du nombre. Ce point nous permettra notamment, de faire état des apports de Piaget dans ce domaine ainsi que la démarche d'évaluation appliquée dans ses recherches. Nous aborderons ensuite l'apprentissage de la numération dans la scolarité de l'enfant ainsi que ses différentes composantes et les obstacles qui peuvent être rencontrés. Pour finir, les remédiations des troubles logico-mathématiques en orthophonie, en lien avec les difficultés rencontrées en numération seront évoquées.

Après avoir explicité notre problématique, nous décrirons notre démarche expérimentale. Nous présenterons les résultats obtenus aux pré et post-tests, et ceux des séances qui ont composé notre expérimentation. Nous discuterons ensuite ces résultats en lien avec les données théoriques, afin de valider ou d'infirmer nos hypothèses. Nous terminerons cet exposé par les critiques et les apports de notre étude, avant d'ouvrir sur de nouvelles perspectives.

Chapitre I
PARTIE THEORIQUE

II. L'histoire du nombre

1. Les origines du nombre et de la numération dans l'histoire

Compter, dénombrer, utiliser les nombres... Cela nous semble aujourd'hui aussi naturel que parler. Toutefois, les hommes n'ont pas toujours eu les nombres à leur disposition. Ceux-ci sont en effet le fruit d'un long développement qui a débuté plusieurs millénaires avant Jésus Christ, et qui se poursuit encore aujourd'hui.

Le concept même de quantité numérique n'est pas né directement de l'esprit des hommes. Celui-ci serait issu des actions et des besoins de la vie quotidienne, tels que le partage de la nourriture ou la vérification de la présence de toutes les bêtes constituant le troupeau (Jaulin-Mannoni, 1965).

Les hommes n'auraient tout d'abord utilisé que les trois premiers nombres : « un », « deux » et « trois », ce dernier symbolisant également le pluriel, ce qui conduit à faire l'hypothèse d'une certaine « *limite conceptuelle du nombre à ses débuts* » (Ifrah, 1994, p.88). L'importance particulière des trois premiers nombres s'expliquerait par les limites perceptuelles naturelles des hommes, chez qui la perception visuelle immédiate d'une collection sans avoir à compter est limitée à trois, voire quatre objets (Bideaud et al., 2004).

A partir du 7ème millénaire avant Jésus Christ, puis grâce au développement des techniques d'irrigation au 5ème millénaire avant Jésus Christ, en Mésopotamie, les hommes se sédentarisent peu à peu et deviennent des agriculteurs (Bideaud et al., 2004). La nourriture peut alors être stockée, et la gestion des stocks par notation des différentes transactions se développe. Aux gestes et à la correspondance terme à terme avec les parties du corps, succèdent l'utilisation de jetons d'argile, ou d'entailles qui sont « *le signe du développement de la pensée symbolique* » (Ifrah et Margueron cités par Bideaud et al., 2004, p.20).

Puis, avec la nécessité d'utiliser des nombres toujours plus grands, les hommes ont eu besoin de s'organiser : grâce à la notion de base définie comme étant « *le nombre d'unités d'un certain ordre regroupées pour former une unité de l'ordre immédiatement supérieur* » des systèmes de numération ont vu le jour (Guedj, 1996, p.38). Guitel (1965) a défini trois types de systèmes de numération :

- les systèmes régis par un principe d'addition, qu'elle qualifie de « *plus primitifs* », pour lesquels chaque puissance de la base est représentée par un symbole. Bien que génératives, ces numérations ont leur limite car, plus on avance dans la chaîne des nombres, plus il va falloir inventer des symboles pour chaque nouvelle puissance de la base (Guedj, 1996).
- les systèmes dits « *hybrides* » régis à la fois par un principe multiplicatif et un principe additif, selon des conventions choisies par les systèmes de numération.

- les numérations dites « de position » : la valeur des nombres varie selon leur position. Il s'agit de notre numération actuelle dont nous développerons l'évolution plus loin.

Les numérations sont nées d'un besoin : elles se sont ainsi calquées sur les habitudes de vie de leurs civilisations respectives. C'est pour cette raison que des systèmes différents sont apparus, et que toutes les numérations n'ont pas suivi la même évolution (Chalon-Blanc, 2005). Le nombre est le fruit d'une longue histoire et de l'apport des différentes civilisations qui s'en sont emparées.

2. Les origines de notre système de numération

La numération désigne la « *façon d'énoncer ou d'écrire les nombres* ». Elle correspond à des « *systèmes qui organisent la suite des nombres en séries hiérarchisées* » (Dictionnaire Hachette, 1994)

Les systèmes de numération, et de façon plus spécifique le système en base 10, « *est [...] apparu par soucis d'économie, de décharge mnésique et de gain de temps* » (Chalon-Blanc, 2005, p.20).

La numération que nous utilisons aujourd'hui est une numération positionnelle en base 10. Elle puise ses origines en Inde, entre le 4^{ème} et le 5^{ème} siècle (Bideaud, Lehalle, & Vilette, 2004), et est la synthèse de quatre apports majeurs (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982 ; Ifrah, 1994) :

- Le groupement par 10 : notre numération est dite « décimale ». La base 10 est la plus fréquente selon Guedj (1996).
- L'emploi de 10 signes de base. Ceux-ci ne sont plus des itérations de « uns » mais il s'agit bien de symboles individualisés et indépendants les uns des autres, ce qui « *libère l'écriture numérique de toute ambiguïté* » (Guedj, p.51).
- Le principe de position qui fait que la valeur d'un chiffre « *varie en fonction de la position qu'il occupe dans l'écriture d'un nombre* » et que la « *place "vaut" une certaine puissance de la base* » (Guedj, p.46).
- Le dernier apport découle directement du principe positionnel : il s'agit du zéro. Il permet d'indiquer dans l'espace l'absence de valeur pour une puissance donnée, et informer du rang du chiffre qui suit.

Grâce à ces quatre apports, notre système de numération est génératif : c'est ce qui a permis le rayonnement mondial de ce système par rapport à d'autres.

3. Les différentes conceptions du nombre

Il faut attendre le début du XX^{ème} siècle et notamment les travaux de Piaget, pour que l'on commence à s'intéresser au développement et à la construction du nombre chez l'enfant. A cette époque trois courants s'intéressant aux mathématiques cohabitent : l'intuitionnisme, courant qui affirme que les mathématiques ne dépendent aucunement de la logique, mais sont des « *créations mentales fondées sur l'intuition* » (Bideaud, Lehalle,

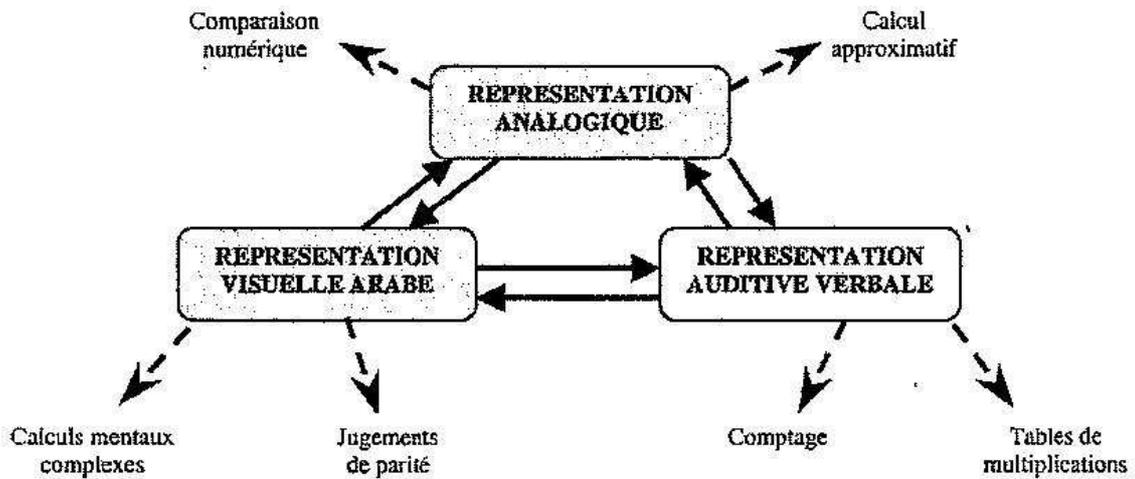


Figure 1 : Représentation schématique de l'aspect fonctionnel du modèle du triple code de Dehaene et Cohen (Troubles spécifiques des apprentissages, 2004)

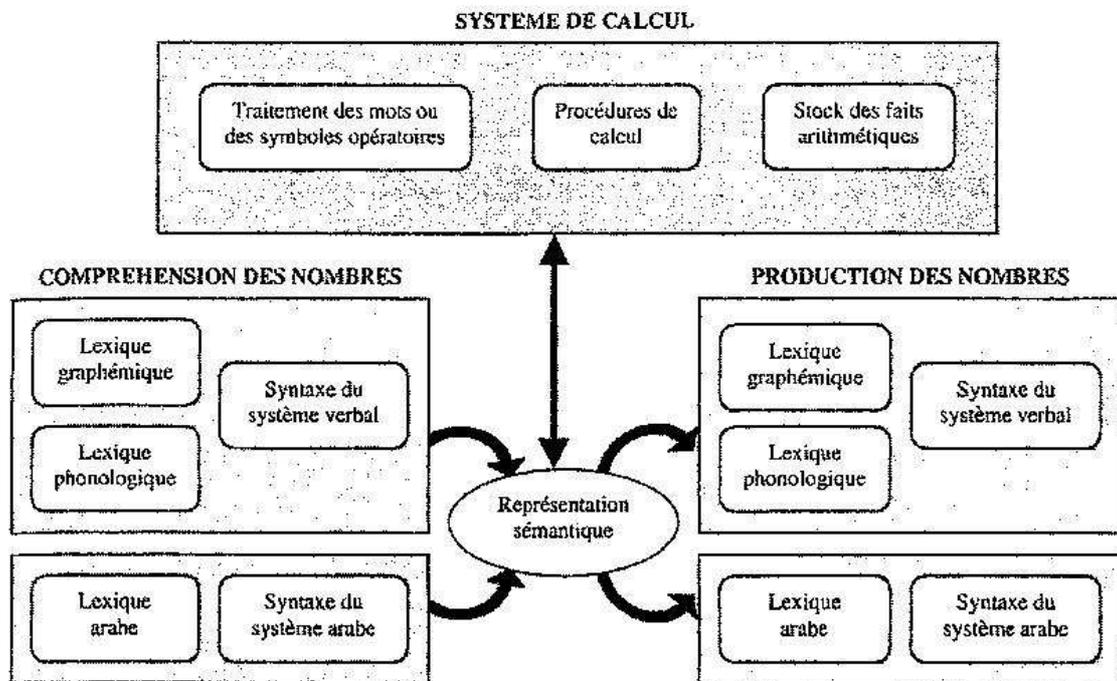


Figure 2 : Architecture modulaire pour le traitement des nombres et du calcul par McCloskey et collaborateurs (Troubles spécifiques des apprentissages, 2004)

& Vilette, 2004, p.53). Le formalisme, courant selon lequel, au contraire, les notions mathématiques sont abstraites, et les opérations se définissent par des axiomes. Enfin, le logicisme présente les mathématiques comme étant un pan de la logique. Le nombre cardinal est défini comme étant « *la classe de toutes les classes semblables à la classe donnée* » et le nombre ordinal comme « *la classe des classes des relations sériales du même bon ordre* » (Bideaud et al., 2004, p53).

Dans les années 90, des auteurs du courant neuropsychologique proposent deux modèles de l'arithmétique cognitive, qui sont décrits par Fayol, Perros et Seron (2004). Ils évoquent tout d'abord le modèle du triple code élaboré par Dehaene et Cohen (cf figure 1) entre 1992 et 2000. Ce modèle propose une vision en trois types de représentation autonomes mais liées les unes aux autres :

- Une représentation analogique pré-verbale approximative.
- Une représentation verbale précise qui possède un lexique et une syntaxe.
- Une représentation en chiffres arabes, précise elle aussi et qui est régie par une notation positionnelle.

Fayol et al. (2004, p.71) évoquent également le modèle de McCloskey (cf figure 2), développé en 1992, qui est organisé selon « *trois modules fonctionnels correspondant respectivement à trois types de mécanismes* » : la compréhension, la production et le calcul. Une « *représentation abstraite propositionnelle* » en base 10 est sous-jacente à ces trois systèmes et concerne la sémantique des nombres (Fayol et al., 2004, p.71).

III. La construction du nombre

1. Les différents courants

Au XXème siècle le psychologue-épistémologue Jean Piaget, dont nous développerons la théorie plus loin, commence à étudier les relations entre l'ontogenèse et la phylogenèse des structures de la connaissance. Selon lui, le nombre est la synthèse de la structure infra-logique de conservation, des relations de classes et des relations asymétriques (Piaget, 1991). Toutefois, Brissiaud (2003) estime qu'on ne peut pas se contenter de cette définition du nombre car cela impliquerait qu'on ne pourrait travailler sur le nombre avant 10-11 ans. Pour lui, la quantité naît de la « *représentation symbolique de l'extension des collections* », et les enfants possèdent assez tôt une certaine notion de la quantité (Brissiaud, 2003, p.262).

Au constructivisme de Piaget, s'opposent plusieurs autres courants de pensée. Certains remettent notamment en cause la non prise en compte de l'importance du comptage et du dénombrement dans le développement du concept de nombre de la théorie de Piaget. En effet, la connaissance des mots-nombres et le comptage aideraient, et seraient même un pré-requis, dans ce développement selon Mix (1999) et Brissiaud (2003). Ainsi, le comptage s'inscrit dans le contexte culturel de l'enfant, qui entend parler des nombres dans différentes situations, et construit la chaîne numérique selon deux phases : une d'apprentissage et une autre d'élaboration, les deux se chevauchant au fur et à mesure que l'enfant avance dans la connaissance de celle-ci (Fuson, Richards, & Briars, 1982). Les innéistes, et notamment Gelman, considèrent que les enfants sont guidés dans leur

apprentissage de la chaîne numérique par des principes innés : la correspondance terme à terme, la suite stable, la cardinalité, l'abstraction et la non pertinence de l'ordre (Bideaud, Lehalle, & Vilette, 2004). Le courant empiriste s'éloigne lui aussi de la théorie de Piaget en révoquant l'universalité du développement et en accordant beaucoup plus d'importance au contexte et à la présentation des informations qu'au rôle actif du sujet (Chalon-Blanc, 2005).

Aujourd'hui, l'enjeu de la recherche serait de faire émerger « *un modèle du développement du fonctionnement numérique* » qui rendrait compte à la fois des compétences précoces et qui exposerait également les facteurs qui expliquent l'apparition des compétences plus tardives (Houdé, 1996, p.20).

2. Le développement de l'intelligence selon Piaget

Piaget s'inscrit comme fondateur du courant de l'épistémologie génétique. Dans cette perspective, il cherche à rendre compte des interactions entre le sujet et le milieu qui seront à l'origine de cette construction (Dolle & Bellano, 1989). L'enfant, par son action sur l'objet, va intérioriser un certain nombre de schèmes qui sont amenés à évoluer lorsque les demandes de l'environnement dépassent l'organisation de l'individu. En effet, Piaget (1967) fait remarquer que l'intelligence est une « adaptation » rendue possible par deux mécanismes. D'une part, l'assimilation qui correspond à l'intégration de l'objet dans les structures de l'activité du sujet et d'autre part, l'accommodation qui engendre la modification de ces structures. Lorsque l'interaction avec le milieu entraîne un déséquilibre cognitif, un processus d'équilibration va se mettre en place grâce à une autorégulation entre l'assimilation et l'accommodation. Cela permet à l'individu de s'adapter en réorganisant ses structures cognitives afin d'accéder à un nouvel état d'équilibre.

Quatre stades dans le développement des structures de l'intelligence ont été décrits par Piaget : le stade sensori-moteur de 0 à 2 ans, le stade pré-opératoire entre 2 et 7-8 ans, le stade des opérations concrètes entre 7-8 ans et 11-12 ans et enfin le stade des opérations formelles à partir de 12 ans avec un palier d'équilibre vers 14-15 ans (Dolle & Bellano, 1989). Dans notre recherche, nous nous intéresserons plus particulièrement au stade des opérations concrètes dans lequel se situe notre population car selon Piaget c'est à ce moment que le nombre se met en place chez l'enfant.

Le stade des opérations concrètes est caractérisé par deux types d'opérations qui collaborent à la mise en place du raisonnement logique : les opérations infra-logiques et les opérations logico-mathématiques. Les opérations infra-logiques structurent l'objet et regroupent la construction des notions de temps, d'espace, de causalité. Par leur développement, le sujet va, par son action sur les objets, intérioriser les structures de ses actions puis les construire en tant qu'opérations réversibles grâce à la notion d'invariance (Dolle, 1999). Par ailleurs, les opérations logico-mathématiques établissent des relations entre les objets et sont régies par l'action du sujet sur l'objet qui lui permet d'en extraire des propriétés de ressemblance ou de différence. Ainsi, notamment avec élaboration des catégories logiques de classe et de relation, l'enfant va pouvoir raisonner selon le principe de réalité. Ces acquisitions permettent une décentration de la pensée par laquelle le sujet peut se détacher des aspects figuratifs de la connaissance en lien avec une activité perceptive pour se concentrer sur les aspects opératifs par lesquels l'activité du sujet sur

le réel fait naître la connaissance. En effet, le raisonnement pourra alors être qualifié d'opérateur (Piaget, 1967). Puis, progressivement et grâce au principe d'abstraction, le raisonnement logique sera de moins en moins dépendant du réel (Shulman, Restaino-Baumann & Butler, 1985). En effet, comme l'expliquent Dolle et Bellano (1989), les procédés figuratifs et les procédés opératifs de la connaissance se rencontrent tous les deux selon les moments et les modalités de l'activité mais une des procédures domine. Les premiers sont marqués par l'abstraction empirique consistant en « lecture » des propriétés des objets ; les seconds par l'abstraction réfléchissante qui « *procède uniquement par transformation des états* » et permet d'accéder à la pensée opératoire (p.9).

3. La construction du nombre selon Piaget

Piaget et Szeminska (1991) ont plus spécifiquement travaillé sur la construction du nombre chez l'enfant. Cette dernière se met en place au stade des opérations concrètes grâce à l'élaboration des opérations logiques « *d'emboîtement des classes et de sériation des relations asymétriques* » (Piaget, 1967, p.191).

3.1. La classification

La classification consiste à mettre en commun des objets partageant une propriété commune. Chalon-Blanc (2005) fait remarquer que la classe se fonde sur l'abstraction réfléchissante car la propriété commune est extraite à des objets distincts par l'action mentale du sujet. Ainsi, par l'égalisation des différences, la classe fait émerger le cardinal. On distingue deux types de classification : d'une part, la classification multiplicative. D'autre part, la classification additive qui comprend le stade des collections figurales, celui des collections non-figurales (réunion de sous-classes) et les classes hiérarchisées. La classification hiérarchique permet alors l'inclusion par la combinaison des procédés ascendants et descendants et par ce biais de comprendre que chaque nombre est compris dans le suivant (Piaget, 1991). Comme le souligne Piaget (1991, p.108) : « *le propre de l'inclusion est de constituer précisément un emboîtement en extension et non pas simplement une différenciation en compréhension* ».

3.2. La sériation

La sériation qui consiste « *à ordonner des éléments selon des grandeurs croissantes ou décroissantes* » (Piaget, 1966, p.97) est nécessaire car elle permet d'éviter la répétition. Chaque objet occupe une place définie dans le temps et l'espace ce qui permet de ne pas recompter deux fois le même objet. Pour Bacquet et Guéritte-Hess (1982), la sériation permet de structurer la succession des nombres, de les comparer et de les situer dans une suite numérique ordonnée. L'application de l'ordre aux éléments d'une classe va être à l'origine de la construction du nombre : « *les termes dénombrés sont équivalents entre eux, en cela ils participent à la classe, et distincts les uns des autres par leur ordre de dénombrement, en cela ils participent de la relation d'ordre asymétrique* » (Piaget & Szeminska, 1941, p.122).

3.3. La conservation

Les opérations infra-logiques concernent les opérations physiques de conservation. Face à l'épreuve piagétienne de conservation des quantités discontinues, l'enfant doit tout d'abord être capable de mettre en correspondance terme à terme, deux rangées de jetons afin de juger de l'équivalence de deux collections sans avoir recours au comptage. La correspondance terme à terme est une étape nécessaire dans l'acquisition de la conservation des quantités discontinues (Piaget & Szeminska, 1991). Cette dernière est également primordiale dans l'élaboration du nombre. En effet, la cardinalité ne peut-être comprise par l'enfant que s'il a acquis la conservation lui permettant de comprendre qu'en l'absence d'ajout ou de retrait d'éléments, le cardinal du nombre n'est pas modifié ; et d'acquérir la réversibilité logique qui permet d'annuler les transformations par la pensée (Sophian, 1991 ; Piaget & Szeminska, 1991).

3.4. Le nombre comme synthèse

Ainsi, il existe bien un lien étroit entre les structures logiques et les mathématiques plaçant le nombre comme relevant d'un processus de construction interne et non comme un simple apprentissage. En effet, comme le soulignent Piaget et Szeminska, (1991, p.7) *« si le nombre est classe et relation asymétrique à la fois, [...] [il] concilie la continuité avec l'irréductibilité et conduit à concevoir comme réciproques et non plus unilatéraux les rapports entre la logique et l'arithmétique ».*

Néanmoins, l'enfant n'attend pas le stade des opérations concrètes pour construire les premiers nombres. La représentation de ces nombres est tout d'abord intuitive et se base sur une configuration perceptive. Ainsi, ce n'est qu'au stade des opérations concrètes que l'enfant va pouvoir considérer les nombres comme équivalents et sériables. Il est alors capable de raisonner et peut réussir les opérations grâce à son action sur le matériel mais il serait sans doute incapable de réaliser une même opération sur du matériel verbal. Ces considérations ont un impact fort dans les applications pédagogiques qui seront présentées à l'enfant. En effet, si l'inclusion des classes est comprise dès 7-8 ans à partir d'un matériel concret, la capacité de raisonnement abstrait n'intervient que vers 11-12 ans (Piaget, 1967).

4. L'évaluation de la construction du nombre

Pour analyser le développement de la connaissance, Piaget a mis en place dès 1920 un outil permettant de mettre en évidence le raisonnement spontané de l'enfant : la « méthode clinique ». Elle repose sur une conversation libre avec l'enfant autour d'un thème amené par l'expérimentateur. Ce dernier s'adapte aux réponses de l'enfant afin de lui proposer de nouvelles questions qui testent la solidité de son raisonnement. Piaget et Inhelder (1966) distinguent trois niveaux de réussite allant de l'absence de réussite à une réussite franche et durable en passant par un niveau de réussite intermédiaire car non durable ou intuitif.

La méthode clinique évoluera quelques années plus tard, entre 1940 et 1955 (Dolle & Bellano, 1989), en une méthode « clinico-critique » qui se définit dans un contexte

expérimental plus précis. Dans cet entretien libre avec l'enfant, l'expérimentateur utilise différents procédés selon la situation :

- les suggestions qui permettent de l'amener vers un niveau de réflexion supérieur ;
- les justifications utilisées pour s'assurer de la validité des réponses ;
- les contre-suggestions qui ont pour but de vérifier la solidité du raisonnement de l'enfant.

L'expérimentateur pourra également amener l'enfant en situation de conflit cognitif en le mettant face à ses propres contradictions et ce pour le conduire à se décentrer du raisonnement premier pour envisager un autre possible (Chalon-Blanc, 2005). Cette procédure utilise le processus d'équilibration, à travers l'assimilation et l'accommodation, par lequel l'enfant s'adapte face à une situation problème. Il va progresser par rapport à son état antérieur en construisant de nouvelles structures logiques.

5. Après Piaget : les néo-piagétiens

Aujourd'hui, le courant ouvert par Piaget a évolué pour fonder celui des néo-piagétiens qui se situent dans la continuité de sa théorie mais souhaitent également élargir et revisiter certaines composantes du modèle. En effet, le modèle piagétien est encore aujourd'hui au cœur d'un débat qui suscite de nombreuses hypothèses et présente certaines lacunes qui ont fait l'objet de remises en question (Houdé, 1996 ; Fayol, 1990) :

- En lien avec les âges mis en avant dans sa conception du développement de l'intelligence jugés tardifs.
- Pour sa négligence du rôle du langage avec l'emploi de termes dits « relationnels » (ex : autant, plus, moins,...) qui ne sont pas toujours compris précocement par les enfants.
- En rapport avec sa conception de la construction du nombre en ce qui concerne :
 - la méthode clinique utilisée dans laquelle la situation d'interaction a un impact fort sur les réponses de l'enfant,
 - l'influence du comptage qui n'est pas assez prise en compte,
 - le synchronisme d'acquisition des structures de conservation, d'inclusion et de sériation décrit par Piaget mais qui n'a pas été vérifié expérimentalement.

Néanmoins, on ne peut nier ses apports dans la mise en avant du rôle actif du sujet dans l'élaboration de ses connaissances. Concernant les âges indiqués par Piaget, Meljac (2004, p.32) fait remarquer que ce dernier a surtout voulu présenter un schéma général des connaissances et qu'il ne disposait pas des moyens techniques disponibles aujourd'hui.

Pour Demetriou (1988), les néo-piagétiens se distinguent de Piaget dans la mesure où ils utilisent dans leurs recherches, des tâches plus ancrées dans les contextes quotidiens que dans la science et les mathématiques. Ils se réfèrent également davantage aux sciences cognitives et recherchent plus systématiquement les relations entre mécanismes cognitifs et compétences tout en se référant à la notion de stades d'acquisition.

IV. L'apprentissage de la numération

1. La numération dans la scolarité de l'enfant : un programme, des méthodes

1.1. Histoire de l'enseignement des mathématiques

La numération se trouve à la base de l'apprentissage des mathématiques. Elle doit être comprise pour permettre l'écriture des nombres, la technique et la compréhension des opérations ainsi que pour la conception des grandes quantités.

Dans les années 1970, une nouvelle impulsion avait été donnée à l'enseignement du nombre et de la numération suite aux travaux de Piaget (Equipe de didactique des mathématiques, 2005). L'accent était mis sur les pré-requis nécessaires à la construction du nombre par le biais d'activités prénumériques de classement et de rangement. Puis lorsque le nombre était mis en place, la numération était abordée. L'enfant travaillait sur des activités d'échanges et de groupements pour lui faire comprendre le fonctionnement de la numération. Différents matériels ont été introduits pour rendre transparente la structure du système de numération, comme l'utilisation de matériels multibases grâce aux travaux de Dienes (Perret, 1985 ; Equipe de didactique des mathématiques, 2005). L'objectif est de mettre l'accent sur les opérations logiques pour rendre l'apprentissage plus solide et les connaissances plus facilement transposables (Perret, 1985).

Depuis 1985, les préoccupations de l'enseignement des mathématiques ont évolué puisque l'objectif de l'enseignement du nombre et de la numération est de « rendre les connaissances de l'enfant opératoires en l'amenant vers le sens mais en tenant compte de ses connaissances initiales » notamment en ce qui concerne le dénombrement (Equipe de didactique des mathématiques, 2005). Pour Vergnaud (1991), le concept de nombre se construit en contexte de l'ensemble des situations pratiques et problèmes théoriques exposés à l'enfant ainsi que des propriétés que l'enfant est amené à découvrir.

1.2. Programmes

Dans les nouveaux programmes de l'école primaire (BO N°3 19 juin 2008), les apprentissages concernant le nombre et la numération se découpent ainsi :

- Au cours du cycle des apprentissages fondamentaux (CP-CE1), les élèves apprennent la numération décimale jusqu'à 100 (CP) puis jusqu'à 1000 (CE1). Ils doivent être capables d'écrire, de dénombrer, de nommer, de comparer et de ranger ces nombres.
- Au cours du cycle des approfondissements (CE2-CM1-CM2), les enfants poursuivent « l'étude organisée » des nombres jusqu'au million en CE2, au milliard en CM1. Les principes de la numération décimale de position sont abordés. Les mêmes objectifs que précédemment sont attendus mais étendus aux plus grands nombres.

1.3. Principes pédagogiques

Pour transmettre l'apprentissage de la numération, des principes pédagogiques et des outils sont mis en place. Les activités de groupements sont développées pour découvrir le système de position et comprendre les notions d'unités, de dizaines,... (Equipe de didactique des mathématiques, 2005). On attend également de l'enfant qu'il soit capable de verbaliser et de mentaliser les actions qu'il ferait sur le matériel sans avoir à les effectuer réellement pour pouvoir accomplir la tâche demandée. Pour Brissiaud (2003, p.45), « *l'usage des représentations figurées peut favoriser le concept de la numération décimale à condition que l'enseignant choisisse des tâches et des façons de dialoguer appropriées* ». En effet, en plus de l'action, l'enfant doit verbaliser ce qu'il a fait pour permettre une prise de conscience. Les « situations problèmes », dans lesquelles l'enfant doit sélectionner, traiter et organiser les informations à partir d'une activité, sont également un outil privilégié pour que l'enfant mette du sens sur le concept qui lui est présenté (Equipe de didactique des mathématiques, 2005). Il est également nécessaire de commencer par faire compter un à un avant de regrouper par dix sinon les enfants risquent de perdre de vue que les regroupements effectués sont « un résumé » du comptage des unités qui véhicule une quantité (Brissiaud, 2003). Il semble aussi important de considérer la façon dont on dit les nombres car le fait de modifier les termes habituellement employés pour parler d'une dizaine en préférant le terme « un dix » facilite la représentation que l'enfant se fait de la dizaine (Brissiaud, 2003 ; Fischer, 2002). Cette notion sera développée plus loin (cf p.20).

2. La mise en place de la numération chez l'enfant

2.1. Pré-requis

La numération est un apprentissage qui commence à l'école dès la classe de CP. Au-delà des composantes qui participent à sa mise en place et à sa compréhension que nous évoquerons plus loin, l'enfant doit disposer de certains pré-requis pour pouvoir aborder son apprentissage :

- La maîtrise du temps, de l'espace ainsi que la symbolisation sont nécessaires pour mettre en place un code qui sera celui du système de numération décimale (Flegon & Place, 1989).
- La numération doit aussi s'appuyer sur une notion opératoire du nombre car elle correspond à la façon d'écrire ou d'énoncer les nombres. Il est donc essentiel que les enfants maîtrisent au préalable :
 - les notions logico-mathématiques de sériation et de classification nécessaires à la construction du nombre ;
 - la notion infra-logique de conservation des quantités discontinues et la correspondance terme à terme essentielle pour accéder à son invariance (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982).

L'enfant doit également disposer d'une grande mobilité de pensée afin de maîtriser l'équivalence numérique (Guéritte-Hess, Causse-Mergui & Romier, 2005). Cette dernière

est rendue possible par l'acquisition de la pensée réversible, corrélée avec l'entrée de l'enfant dans le stade opératoire. Il s'agit de pouvoir envisager une même quantité selon différents points de vue. Cette composante est nécessaire pour comprendre le principe de regroupement en effectuant un changement de dénomination ; cela permettra alors de concevoir qu'une dizaine c'est également dix unités (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982).

2.2. Les caractéristiques du système numérique

L'enfant apprend très tôt la chaîne numérique verbale par le biais de la comptine verbale des nombres mais dès l'entrée à l'école, il va être confronté à un système chiffré qui ne répond pas aux mêmes règles de fonctionnement au niveau lexical et syntaxique (Bernoussi, 1996).

Le système numérique verbal est régi, d'une part, par un lexique comprenant des dénominations qui renvoient directement à une quantité (chiffres de 1 à 10, 20, 100, 1000), des particuliers qui requièrent une analyse morphologique pour être décryptés (de 11 à 16 ; par exemple treize : tr(ois) et (dix)), des dizaines assez transparentes. D'autre part, il répond à une syntaxe qui peut être additive ($27=20+7$), multiplicative ($500=5 \times 100$) ou les deux à la fois ($527=5 \times 100+20+7$) (Fayol, 1996 ; Van Hout, Meljac & Fischer, 2005). Ce système est décrit dans le modèle du triple code de Dehaene, que nous avons évoqué précédemment, (Fayol, Perros & Seron, 2004) sous la dénomination de « représentation verbale ». Cette dernière est impliquée dans les activités de comptage et l'utilisation des faits arithmétiques (cf figure 1 p.12).

Le système numérique écrit contient uniquement 10 chiffres et suit une notation positionnelle. Il présente l'avantage d'être aisément interprétable et facile à écrire ce qui permet sa généralisation aux très grands nombres et facilite les calculs. (Fayol, Perros, Seron, 2004 ; Fayol, Barouillet, Renaud, 1996). Pour Fayol et al. (2004, p.84) : « *l'acquisition et l'utilisation de ce système de notation ont été plutôt moins étudiées que les autres aspects de l'arithmétique élémentaire, peut-être parce qu'ils donnent lieu à un enseignement (et donc à un apprentissage explicite)* ».

2.3. Les différentes composantes de la numération

Pour comprendre le système de numération, l'enfant va devoir acquérir trois principes décrits par Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) : le principe de base, le principe de position et l'utilisation symbolique des chiffres arabes pour décrire la quantité.

Le principe de base est défini ainsi par Bacquet et Guéritte-Hess (1982, p.9) : « *un système de numération en base comportera autant de chiffres qu'il est noté dans le nom de cette base y compris le zéro* ». Nous disposons d'un système de numération décimal selon lequel les regroupements s'effectuent dès qu'il y a dix éléments ce qui implique un accès aux grands nombres pour comprendre l'aspect systématique et génératif du système (Guéritte-Hess et al., 2005). Pour faciliter cet apprentissage, les méthodes d'enseignement précédemment utilisées faisaient travailler le changement de base. L'objectif de cette démarche était de faire découvrir à l'élève les conventions qui régissent notre système de numération de façon détournée (Equipe de didactique des mathématiques, 2005). Les

auteurs montrent que le changement de base présente des avantages car l'apprenant peut écrire très tôt des nombres de plusieurs chiffres et les mettre en parallèle avec des collections aisément manipulables car restreintes. Aujourd'hui, l'apprentissage de la numération de type « multibases » a été abandonné pour privilégier une approche exclusive de la numération décimale. En effet, le maintien d'une écriture positionnelle horizontale dans les différentes bases abordées induisait les enfants en erreur car ils avaient déjà construit des représentations sur les nombres en base 10 (Perret, 1985).

Le principe de position consiste à comprendre que c'est la place du chiffre dans le nombre qui va lui donner sa valeur. Pour Fayol, Barouillet et Renaud (1996, p.88-89), la compréhension du codage positionnel nécessite de comprendre que :

- « la valeur d'un chiffre est déterminée par sa position [...] ;
- la valeur de position croît (de droite à gauche) par puissance de 10 ;
- la valeur d'un chiffre s'obtient en multipliant la valeur exacte de ce chiffre (i.e. de 0 à 9) par la puissance de la base correspondant à la position qu'il occupe ;
- la valeur d'un nombre égale la somme des valeurs représentées par chaque chiffre ».

L'utilisation des chiffres pour décrire la quantité fait appel à la représentation symbolique des nombres. Pour Jaulin-Mannoni (1965, p.85) « *il ne suffit pas de comprendre le principe de groupement par dizaine pour comprendre notre système de numération, encore faut-il savoir se servir du symbolisme qui l'exprime* ».

3. Les obstacles à l'apprentissage de la numération

3.1. Difficultés liées à la chaîne numérale

Il existe de nombreuses difficultés qui risquent d'entraver l'apprentissage de la numération décimale. En effet, la langue numérale parlée comporte de nombreuses irrégularités lexicales et syntaxiques et ces décompositions ne sont pas aisément accessibles à l'enfant (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982). En 1994, Seron et Fayol (cités par Fayol, Barouillet & Renaud, 1996) observent que les erreurs dans le passage d'une dénomination verbale à l'écriture chiffrée des nombres chez des enfants de 7 à 9 ans sont de deux types : les erreurs de transcription (substitution de chiffres) dites erreurs lexicales et les erreurs syntaxiques (en ajout ou retrait de zéro). De plus, les enfants français font plus d'erreurs sur 70 et 90 ainsi que plus d'erreurs syntaxiques sur ces dizaines. Pour les apprenants, les transcodages sont difficiles car on passe « *d'un comptage où un est l'unité itérée à un comptage où cette unité devient dix (puis cent, mille...)* » (Fayol, Barouillet, Renaud, 1996, p.88)

Plusieurs auteurs constatent également que chez les enfants asiatiques, la suite verbale est régulière après dix (dix, dix un, dix deux,...) ce qui rend le système transparent alors que compter de 10 en 10 en français montre l'opacité de la dizaine car la base 10 n'est pas directement visible (dix, vingt, trente,...soixante-dix, quatre-vingt...) (Fayol, Perros & Seron, 2004 ; Brissiaud, 2003 ; Fischer, 2002 ; Fuson & Kwon, 1991). Ainsi, des études interculturelles (Fischer, 2002 ; Fuson & Kwon, 1991) ont montré que les enfants asiatiques comprennent bien plus tôt la numération décimale.

Une autre difficulté de la numération correspond au zéro qui sert à désigner le vide, ce qui n'est pas toujours accessible aisément pour l'enfant. En effet, ils commencent toujours par réciter la chaîne numérique verbale par le « un » et non pas par le zéro. De même, lorsque les enfants écrivent les chiffres en correspondance avec leurs doigts, ils sont contraints d'écrire « dix » avec deux chiffres, alors que ce dernier ne s'associe qu'à l'ajout du dernier doigt (Van Hout, Meljac & Fischer, 2005).

3.2. Difficultés liées aux caractéristiques intrinsèques du système de numération

Pour expliquer les différentes causes d'échec en numération, Bacquet et Guéritte-Hess (1982) évoquent trois possibilités :

- des problèmes affectifs profonds et anciens ;
- un retard dans l'élaboration des structures logico-mathématiques nécessaires qui empêche l'enfant d'accéder au nombre ;
- des blocages pédagogiques qui sont un obstacle à la compréhension du fonctionnement du système de numération.

Concernant la première difficulté évoquée, elle est commune à tous les apprentissages scolaires et corrélée à l'affectif. En effet, l'acquisition de la numération présente une contrainte psychologique car l'enfant va devoir se plier à un code régit par des règles avec des contraintes qui ne sont pas toujours explicitées par la pédagogie et face auxquelles il peut être en opposition (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982).

Au sujet du deuxième obstacle, si les auteurs évoquent un « retard » dans l'élaboration des structures logico-mathématiques, d'autres auteurs élargissent cette idée et mettent en avant la possibilité d'un décalage entre le niveau logico-mathématique de l'enfant tout-venant et son accès au nombre. En effet, si ce dernier rencontre les nombres très tôt, il ne fait pas forcément le lien entre les nombres « appris » et les nombres « vécus » ce qui peut poser problème dans le transfert des connaissances. Comme le précise Jonnaert (2002), dès qu'il commence à apprendre, l'apprenant fait une différence entre les connaissances transmises par l'école répondant à un code spécifique et ses propres connaissances acquises dans la vie quotidienne. Ainsi, il ne dispose pas forcément du raisonnement logique nécessaire à la compréhension des connaissances présentées par l'école. De plus, ce n'est pas parce qu'un enfant sait lire, écrire, compter qu'il a compris le système de numération (Guéritte-Hess, Causse-Mergui & Romier, 2005).

Enfin, on distinguera d'autres difficultés dans cet apprentissage qui peuvent prendre leur source dans les principes pédagogiques utilisés pour aborder la numération. Les méthodes utilisées dans ce domaine conviendront à certains élèves mais pas à d'autres. En effet, certains enfants, en dépit de l'utilisation des représentations figurées, plaquent des « règles » empiriques, en associant par exemple une configuration matérielle avec une forme verbale figée (ex : 1 barre = 1 dizaine) sans pour autant avoir eu la possibilité de construire cette représentation afin de symboliser la quantité (Brissiaud, 2003). Ce phénomène peut se trouver renforcé lorsque que l'école présente aux apprenants des tâches dont la résolution consiste en l'application de « procédures mathématiques ». Ainsi, la tâche en question pourra être réussie car les enfants auront

respecté la méthode proposée mais ils n'auront pas forcément fait le lien entre cette méthode et le sens de la tâche réalisée car celle-ci peut dépasser leurs « compétences conceptuelles ». Dans ce cas, les enfants se rattachent aux procédures qu'ils connaissent ce qui rend difficile le transfert vers le sens (Sophian, 1991).

La fragmentation des apprentissages dans les programmes scolaires peut aussi être mise en cause. En effet, répartir la progression de l'enseignement des nombres sur les différentes classes de primaire rend plus difficile la compréhension du système décimal pour certains enfants. D'après Baquet et Guéritte-Hess (1986), ce découpage supprime l'aspect systématique de la numération et efface la distinction entre les mots de classe qui agencent la distribution régulière (mille, million,...) et les mots de rang (unités, dizaines, centaines).

V. Remédiation des troubles logico-mathématiques en orthophonie

1. Principes généraux de la remédiation

La remédiation des troubles logico-mathématiques s'appuie sur certains principes, et ne doit pas être « *une réédition de l'instruction reçue par l'écopier en classe* » (Meljac et Charron, 2002, p.294). De nombreux auteurs et rééducateurs s'inscrivant dans la théorie piagétienne considèrent que la rééducation des structures logiques précède celle des opérations numériques.

On peut extraire cinq principes généraux qui sous-tendent toute rééducation logico-mathématique (Meljac & Charron, 2002, p.303) :

- Tout enfant étant doté de savoirs, il faut « présupposer la compétence ».
- Faire intervenir la notion de plaisir en utilisant ses centres d'intérêt.
- Multiplier les façons d'arriver à un même résultat.
- Répondre aux plaintes actuelles de l'enfant en considérant qu'il existe d'autres façons pour lui d'y arriver que d'attendre la mise en place des pré-requis.
- Travailler à la fois les concepts et les procédures.

A cela s'ajoutent d'autres principes, tels que la verbalisation : l'enfant doit être capable de mettre sa pensée en mots pour avancer dans son raisonnement ; et le thérapeute doit également expliquer et mettre du sens sur le vocabulaire employé (Chain, 2006). Il faut en outre, insister sur un ancrage concret des données numériques et des nouveaux raisonnements (Jaulin-Mannoni, 1965). L'utilisation d'activités ludiques et la contextualisation des apprentissages dans des situations auxquelles les enfants peuvent adhérer et qu'ils sont capables de comprendre, doivent servir de cadre à la découverte et à la mobilisation de la pensée (Calvarin, 2003 ; Jonnaert, 2002). Vergnaud en 1996 (cité par Jonnaert, p.240), parle de « situations didactiques » qui sont une « *mise en scène intéressante pour l'enfant* ». Enfin, il est possible de s'appuyer sur l'entourage, décrit comme vecteur du transfert des acquisitions dans la vie de tous les jours (Guéritte-Hess, Causse-Mergui, & Romier, 2005).

2. Les différents courants de remédiation

Meljac et Charron (2002) distinguent trois approches différentes de la remédiation des troubles du développement numérique :

- L'approche spécifique, dans laquelle s'inscrivent l'école cognitive et la neuropsychologie, s'appuie sur l'identification des procédures déficitaires et leur entraînement afin de les mettre en place de manière stable (Meljac & Charron, p.298).
- Dans le cadre général des programmes scolaires, l'approche didactique, elle, prend en considération « *la pensée de l'enfant dans son 'milieu naturel'* » pour l'aider à « *élaborer des outils de raisonnement* » (Meljac & Charron, p.300).
- Enfin, les démarches généralistes sont divisées en trois objectifs distincts :
 - l' « *édification d'opérations mentales globales* » en provoquant des conflits cognitifs (Meljac & Charron, p. 300),
 - la centration sur les « *caractéristiques personnelles de l'apprenant* », notamment pour les enfants qui ont, de manière plus globale, des problèmes mathématiques liés à des problèmes affectifs (Meljac & Charron, p. 302),
 - le « *développement de procédures d'apprentissage* » (Meljac & Charron p. 301).

En lien avec ce dernier objectif, on retrouve l'approche du Groupe d'Etudes sur la Psychologie des Activités Logico-Mathématiques (GEPALM). Le GEPALM, créé par Jaulin-Mannoni, s'intéresse à l'étude du développement des structures logico-mathématiques et cognitives chez des sujets présentant des troubles de la compréhension, du raisonnement et du calcul. Il propose une mise en pratique clinique de la théorie constructiviste piagétienne grâce à la création d'exercices concrets et variés pour développer les opérations mentales (Van Hout, Meljac, & Fischer, 2005). Ainsi, pour les rééducateurs du GEPALM, les structures logico-mathématiques sont à la base de la construction du concept de nombre.

3. La rééducation de la numération

3.1. Approches centrées sur la manipulation

Pour certains auteurs, la remédiation de la numération s'appuie principalement sur la manipulation de matériel concret, afin d'en construire une représentation cohérente (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982 ; Guéritte-Hess, Causse-Mergui, & Romier, 2005). Fischer (2002) précise que l'utilisation d'un matériel concret doit s'accompagner de manipulations de la part de l'enfant afin qu'il fasse des liens de lui-même. Lui donner une information sur le matériel de manière déclarative ne suffira pas à sa compréhension.

La remédiation de la numération en lien avec la manipulation peut se faire selon deux axes essentiels :

- la notion d'équivalence numérique ;
- la compréhension de ce qu'est un système dans ses composantes de regroupement, d'expression verbale de la quantité et de symbolisation du nombre par une trace écrite (Guéritte-Hess et al., 2005).

Dans le cadre de ce type de remédiation, les auteurs préconisent l'utilisation d'un système non décimal ayant un codage positionnel vertical de la quantité (Bacquet & Guéritte-Hess ; Guéritte Hess et al.). Présenter à l'enfant d'autres systèmes de numération régis par d'autres codes lui permet de se décharger des contraintes psychologiques engendrées par la numération décimale pour l'aborder à nouveau sous l'angle du sens. En outre, l'utilisation de petites bases permet un accès plus rapide à de hauts niveaux de regroupement, sans avoir à utiliser de très grands nombres. Cela facilite le travail positionnel avec l'écriture de nombres à plusieurs chiffres, la manipulation reste possible sur de hauts niveaux de regroupement et la généralisation du système est plus explicite. L'écriture positionnelle verticale est utilisée pour éviter les confusions liées aux connaissances antérieures en base 10. De plus, ce serait « *un principe qui facilite la compréhension de la numération* » (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982, p.77).

Deux principes supplémentaires sont impliqués dans la mise en œuvre de la remédiation de la numération grâce à la manipulation d'un matériel concret : il s'agit d'une part, de la notion de transformation, en lien avec la manipulation et l'activité temporelle, ainsi que du principe d'itération d'autre part, qui consiste en l'ajout systématique d'une « unité » et qui permet aux enfants de construire un « *système cohérent* » (Bacquet & Guéritte Hess, 1982, p.76). En ce qui concerne l'utilisation d'un matériel concret, Bacquet (1996) rejoint les idées de l'équipe de didactique des mathématiques (2005) et précise que celui-ci est important au début pour ancrer l'apprentissage dans le réel, mais l'objectif est de s'en défaire pour que l'enfant puisse raisonner à partir d'un matériel verbal et d'hypothèses.

3.2. Approches centrées sur le langage

Pour d'autres auteurs, la rééducation de la numération est davantage axée sur le langage. En effet, Baruk (2003) estime que la manipulation et le travail de changement de base n'aide pas les enfants dans la construction de la numération. Pour cet auteur, une approche basée sur le langage est beaucoup plus efficace. Elle insiste sur l'aspect répétitif du système que l'enfant doit comprendre car « *quand on sait lire un nombre de trois chiffres et qu'on sait les noms de classes, on sait les lire tous* » (p.208).

Pour pallier l'irrégularité de notre chaîne numérique parlée, Fuson, Smith et Lo Cicero (cités par Fischer, 2002, p.229) proposent un modèle théorique de la conception des nombres à deux chiffres par dizaines et unités séparées. Ce modèle distingue la forme « chiffres », la forme « quantité » sous forme de dizaines et unités séparées et la forme « mots » (ex : 53 c'est 5 dizaines et 3 unités). Sur le plan de la remédiation, cela revient à faire correspondre deux chaînes numériques : l'une classique, qui est la suite numérique française, l'autre calquée sur le modèle asiatique régulier, où les mots-nombres sont construits en « dix et uns ». Nous aurons ainsi une correspondance entre « treize » et « dix-trois », ou entre « vingt-trois » et « deux-dix et trois-uns ». Cette idée fut reprise pour l'élaboration d'un manuel scolaire français par Brissiaud, Clerc et Ouzoulias en 2001 (cité dans Fischer, 2002, p.230).

Chapitre II
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES

I. Problématique

La numération occupe une place essentielle dans les apprentissages mathématiques et peut fréquemment mettre l'enfant en situation d'échec. Pour se développer, elle a besoin de s'appuyer sur le nombre qui, d'après Piaget (1966), résulte de la synthèse des structures de sériation et d'inclusion.

Quand les difficultés dépassent les capacités d'adaptation de l'enfant, cela nécessite la mise en place d'une prise en charge en orthophonie. Néanmoins, nous avons pu constater lors de nos stages, qu'il existait peu d'outils formalisés de rééducation pour répondre à ces difficultés. C'est pourquoi, nous avons souhaité élaborer un matériel de remédiation en base 3, sans avoir recours au système positionnel horizontal car cela peut induire l'enfant en erreur (Perret, 1985).

En effet, certains auteurs ont constaté qu'en clinique, une approche reposant sur le changement de base avec de la manipulation et utilisant une écriture positionnelle verticale pouvait améliorer la compréhension de celle-ci (Guéritte-Hess, Causse-Mergui & Romier 2005). L'apprentissage de la numération décimale ayant souvent commencé lorsque les enfants arrivent en rééducation logico-mathématique, le changement de base a pour but de les amener à se décentrer des automatismes appris en base 10 pour aborder à nouveau la numération sous l'angle du sens. Nous avons ainsi élaboré différentes activités autour de la numération en base 3 pour tenter de répondre à la problématique suivante :

Est-ce qu'un entraînement de la numération sur un matériel créé en base 3, auprès d'enfants de CE2 présentant un déficit en numération décimale, permet une généralisation de la compréhension à la numération décimale ?

II. Hypothèses et questions

Nous nous proposons de vérifier l'**hypothèse générale** suivante :

Un entraînement spécifique sur un matériel créé en base 3, avec manipulation et utilisation de l'écriture positionnelle verticale, permet l'amélioration de la numération décimale chez des enfants présentant un retard d'acquisition.

De cette hypothèse générale découlent trois hypothèses opérationnelles :

Hypothèse opérationnelle n°1 :

L'entraînement réalisé à partir d'activités créées en base 3 permettrait une amélioration des performances concernant l'**équivalence numérique** en base 10 au post-test 1 par rapport au pré-test.

De plus, l'amélioration de ces performances observée en post-test 1 devrait se maintenir dans le temps, et les performances au post-test 2 devraient être au moins identiques à celles du post-test 1.

Hypothèse opérationnelle n°2 :

L'entraînement réalisé à partir d'activités créées en base 3 permettrait une amélioration des performances concernant **le système positionnel** en base 10 au post-test 1 par rapport au pré-test.

De plus, l'amélioration de ces performances observée en post-test 1 devrait se maintenir dans le temps, et les performances au post-test 2 devraient être au moins identiques à celles du post-test 1.

Hypothèse opérationnelle n°3 :

Une amélioration des performances du point de vue fonctionnel (évolution des stratégies) en **classification hiérarchique** serait en lien avec une amélioration des résultats en numération.

De plus, nous nous posons la question de savoir si l'entraînement en base 3 permettra aux enfants d'améliorer leurs performances en numération décimale révélées par les exercices proposés dans le système scolaire.

Chapitre III
PARTIE EXPERIMENTALE

I. Protocole expérimental

1. Objectifs

Deux raisons ont motivé notre choix de création d'une activité de remédiation. D'une part, répondre aux difficultés en numération des enfants et d'autre part, tenter d'apporter des pistes de réflexion concernant la rééducation de ce domaine. Notre objectif est de tester la validité et l'impact d'une activité construite sur un principe de changement de base sur les performances en numération décimale, en laissant une part importante à la manipulation au début de l'entraînement et en introduisant un système d'écriture positionnelle verticale. Ce matériel nous a également donné l'opportunité de nous confronter à une situation de prise en charge qui se rapproche de notre future pratique professionnelle.

2. Population

2.1. Méthode de sélection

Nous avons rencontré 47 enfants de deux classes de CE1, au mois de juin 2009. Ces derniers se sont vus proposer une épreuve de présélection de type « papier-crayon » (cf Annexe I) dans le but de restreindre le nombre d'enfants à tester. A l'issue de cette épreuve, nous avons retenu les 28 enfants qui avaient obtenu les réponses les moins adaptées.

2.1.1. Critères d'exclusion

- Les enfants ayant redoublé ou ayant une classe d'avance, pour être en mesure de comparer des enfants du même âge.
- Les enfants pris en charge en rééducation orthophonique logico-mathématiques, afin de ne pas créer de biais par rapport à l'entraînement que nous proposons.
- Les enfants présentant plus d'un an de retard à l'épreuve de dénombrement du Bilan LM-Cycle II (Métral, 2008).

2.1.2. Critères d'inclusion

- Un échec en numération décimale objectivé par le test du B-LM Cycle II (Métral, 2008), présenté page 33. En effet, on estime qu'à ce niveau, l'école leur a apporté deux ans d'apprentissage dans le domaine de la numération, qui devrait alors être maîtrisée jusqu'au niveau des centaines. Ainsi, un retard dans cet apprentissage pourra être relevé. Ce test a été présenté aux 28 enfants présélectionnés dont 17 ont présenté un échec. Parmi ces derniers, 14 élèves ne suivaient pas déjà une prise en charge orthophonique en logico-mathématique.

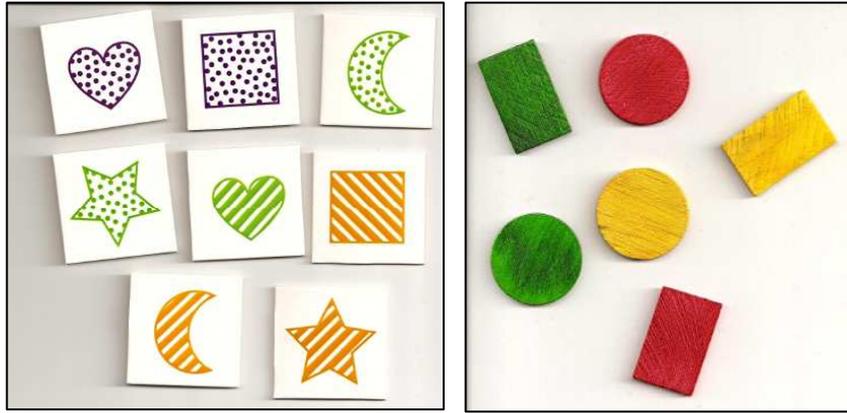


Figure 3 : Matériel des épreuves de classification (B-LM Cycle II, Métral, 2008)



Figure 4 : Matériel des épreuves de sériation (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

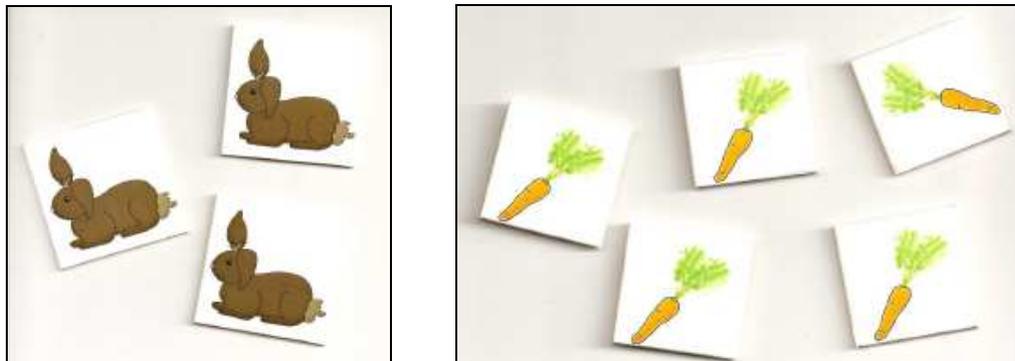


Figure 5 : Matériel de l'épreuve de conservation (B-LM Cycle II, Métral, 2008)



Figure 6 : Matériel de l'épreuve d'utilisation du nombre (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

- Des enfants ayant suffisamment développé les structures logiques nécessaires à la construction du nombre d'après l'étalonnage de référence (Bilan LM-Cycle II, Métral, 2008). Aux 14 enfants sélectionnés selon les critères décrits ci-dessus, nous avons proposé les épreuves suivantes :
 - Deux épreuves de classification : la première composée d'un jeu de 24 cartes élaboré selon trois critères et la seconde constituée de 30 jetons élaborés selon 2 critères. L'enfant est amené à extraire les différents critères (cf figure 3).
 - Deux épreuves de sériation : la première constituée de 9 baguettes en bois de longueurs différentes face auxquelles l'enfant doit répondre à des questions de difficulté croissante. Pour la seconde, l'enfant doit dessiner des cercles de différentes tailles en respectant les relations d'ordre à établir (cf figure 4).
 - Une épreuve de conservation des quantités discontinues : l'enfant doit d'abord mettre en correspondance terme à terme des carottes avec des lapins puis, si celle-ci est opérationnelle, conserver l'égalité établie, lors du regroupement des carottes (cf figure 5).
 - Une épreuve d'utilisation du nombre consistant à aller chercher divers accessoires pour habiller neuf enfants. Cette épreuve permet d'évaluer l'utilisation opérationnelle du nombre (cf figure 6).

Nous acceptons un décalage inférieur maximum d'un an dans ces acquisitions. A titre d'exemple, à 8 ans nous attendions à minima :

- en classification : l'extraction d'au moins un critère dans une des deux épreuves proposées ;
- en sériation : la capacité à gérer les relations de coordination et à passer au traitement relatif des informations ;
- en conservation : la maîtrise de la mise en correspondance terme à terme ainsi que son utilisation opérationnelle ;
- en utilisation du nombre : l'utilisation du nombre au moins au deuxième essai.
- A l'issue de cette sélection, quatre enfants répondaient à ces différents critères : malgré un niveau logique et logico-mathématique correspondant aux attentes pour leur âge plus ou moins un an) selon l'étalonnage de référence, un retard en numération est objectivé par le test du B-LM Cycle II (Métral, 2008).

2.2. Présentation des quatre enfants

Pour des raisons de confidentialité, les prénoms des enfants ont été changés. Les âges indiqués correspondent à l'âge de l'enfant au moment du pré-test (juin 2009).

Chapitre III – PARTIE EXPERIMENTALE

Légende : Echec – Intermédiaire – Réussite

— niveau correspondant à l'âge de l'enfant

— niveau correspondant à 12 mois de décalage par rapport à l'âge de l'enfant

99-101		isole 3 critères		4 ronds corr.,	cons, just,	2g 3b	
96-98		isole		5 dés,	conservation	parap, cons,	
93-95	isole 2 critères	2 critères	correctes		sans justification	chap, cpte parap, cpte	24 correct
90-92							
87-89							
84-86		isole	4 dés, corr,	3 ronds	identité		
81-83	isole 1 critère	1 critère		corrects	collections t, à t,		
78-80						chap, ncp parap, cpte	7 et 8 corrects
75-77							
72-74			3 désignations correctes		non identité collections en t, à t,		
69-71							
66-68	classe selon 2 critères	classe selon 2 critères		2 ronds			
63-65				corrects		part sans compter	5 et 6 corrects
60-62			2 dés, corr,				
âge en mois	classification jetons	classification cartes	sériation baguettes	sériation ronds	conservation lapins	utilisation nb garçons	dénombrement gommettes
	CLASSIFI CATION		SERIA TION		CONSERVATION	UTILISATION NB	DENOMBREMENT

Figure 7 : Profil logique de Baptiste (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

99-101		isole 3 critères		4 ronds corr.,	cons, just,	2g 3b	
96-98		isole		5 dés,	conservation	parap, cons,	
93-95	isole 2 critères	2 critères	correctes		sans justification	chap, cpte parap, cpte	24 correct
90-92							
87-89							
84-86		isole	4 dés, corr,	3 ronds	identité collections t, à t,		
81-83	isole 1 critère	1 critère		corrects		chap, ncp parap, cpte	7 et 8 corrects
78-80							
75-77							
72-74			3 désignations correctes		non identité collections en t, à t,		
69-71							
66-68	classe selon 2 critères	classe selon 2 critères		2 ronds			
63-65				corrects		part sans compter	5 et 6 corrects
60-62			2 dés, corr,				
âge en mois	classification jetons	classification cartes	sériation baguettes	sériation ronds	conservation lapins	utilisation nb garçons	dénombrement gommettes
	CLASSIFI CATION		SERIA TION		CONSERVATION	UTILISATION NB	DENOMBREMENT

Figure 8 : Profil logique de Julie (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

2.2.1. Baptiste, 7 ans 11 mois

a. Profil logique (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

Baptiste présente un profil logique homogène (cf figure 7) qui diffère de celui des autres enfants, avec une seule structure suffisamment développée pour son âge : la sériation. On observe un décalage plus ou moins important pour les autres structures, sans que celui-ci n'excède jamais 12 mois : 3 mois pour la classification, 6 mois pour la conservation, 12 mois pour l'utilisation du nombre, et 9 mois pour le dénombrement. L'épreuve de conservation nous permet néanmoins de dire que la correspondance terme à terme est acquise.

b. Profil en numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

L'épreuve de numération constituant une partie de notre pré-test, les résultats de Baptiste à cette épreuve seront décrits plus loin (cf p.45).

2.2.2. Julie, 8 ans 2 mois

a. Profil logique (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

Julie possède des conduites aux épreuves de classification et de sériation dans la norme de son âge. L'épreuve d'« utilisation du nombre » est réussie de façon supérieure aux attentes pour son âge et le dénombrement est fonctionnel. On note un décalage dans l'épreuve de conservation des quantités discontinues sans que celui-ci n'excède 9 mois. Toutefois, la mise en correspondance terme à terme est réussie (cf figure 8).

b. Profil en numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

L'épreuve de numération constituant une partie de notre pré-test, les résultats de Julie à cette épreuve seront décrits plus loin (cf p.48).

2.2.3. Coralie, 7 ans 6 mois

a. Profil logique (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

Coralie possède un profil logique homogène (cf figure 9, p. 32). Elle se situe au-dessus de la norme de son âge en ce qui concerne la structure de sériation, la correspondance terme à terme et la conservation des quantités discontinues. Elle est dans la norme de son âge pour le dénombrement et la structure de classification évaluée avec l'épreuve de « classification des jetons ». On note toutefois qu'à l'épreuve de « classification des

Chapitre III – PARTIE EXPERIMENTALE

Légende : Echec – Intermédiaire – Réussite

niveau correspondant à l'âge de l'enfant

niveau correspondant à 12 mois de décalage par rapport à l'âge de l'enfant

99-101		isole 3 critères		4 ronds corr,	cons, just,	2g 3b	24 correct
96-98	isole 2 critères	isole	5 dés, correctes		conservation sans justification	parap, cons,	
93-95		2 critères				chap, cpte	
90-92						parap, cpte	
87-89		isole 1 critère	4 dés, corr,	3 ronds corrects	identité collections t, à t,	chap, ncp parap, cpte	7 et 8 corrects
84-86							
81-83							
78-80	isole 1 critère						
75-77			3 désignations correctes		non identité collections en t, à t,	chap, ncp parap, cpte	
72-74							
69-71			2 dés, corr,	2 ronds corrects		part sans compter	5 et 6 corrects
66-68	classe selon 2 critères	classe selon 2 critères					
63-65							
60-62							
âge en mois	classification jetons	classification cartes	sériation baguettes	sériation ronds	conservation lapins	utilisation nb garçons	dénombrement gommettes
	CLASSIFICATION		SERiation		CONSERVATION	UTILISATION NB	DENOMBREMENT

Figure 9 : Profil logique de Coralie (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

99-101		isole 3 critères		4 ronds corr,	cons, just,	2g 3b	24 correct
96-98	isole 2 critères	isole	5 dés, correctes		conservation sans justification	parap, cons,	
93-95		2 critères				chap, cpte	
90-92						parap, cpte	
87-89		isole 1 critère	4 dés, corr,	3 ronds corrects	identité collections t, à t,	chap, ncp parap, cpte	7 et 8 corrects
84-86							
81-83							
78-80	isole 1 critère						
75-77			3 désignations correctes		non identité collections en t, à t,	chap, ncp parap, cpte	
72-74							
69-71			2 dés, corr,	2 ronds corrects		part sans compter	5 et 6 corrects
66-68	classe selon 2 critères	classe selon 2 critères					
63-65							
60-62							
âge en mois	classification jetons	classification cartes	sériation baguettes	sériation ronds	conservation lapins	utilisation nb garçons	dénombrement gommettes
	CLASSIFICATION		SERiation		CONSERVATION	UTILISATION NB	DENOMBREMENT

Figure 10 : Profil logique de Lola (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

cartes » qui fait appel à un matériel plus abstrait, l'extraction d'un critère est en émergence. A l'épreuve d' « utilisation du nombre », Coralie ne se situe pas encore dans la conduite majoritaire attendue pour son âge mais ce décalage est acceptable dans la mesure où cette conduite peut être développée jusqu'à 95 mois.

b. Profil en numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

L'épreuve de numération constituant une partie de notre pré-test, les résultats de Coralie à cette épreuve seront décrits plus loin (cf p.52).

2.2.4. Lola, 8 ans 2 mois

a. Profil logique (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

Lola se situe dans la norme de son âge pour la structure de sériation et le dénombrement, voire même au dessus de la conduite attendue pour son âge pour la structure de conservation des quantités discontinues (cf figure 10). La correspondance terme à terme est maîtrisée. On observe une émergence de l'extraction de deux critères en classification.

Il faut néanmoins noter que Lola a une conduite à l'épreuve d'utilisation du nombre majoritaire chez des enfants plus jeunes, avec 15 mois de décalage. Nous avons malgré tout choisi de retenir son profil car même si le nombre n'a pas été utilisé d'emblée, elle s'est auto-corrigée pour répondre à la question posée. Nous avons donc estimé sur le plan clinique, qu'il s'agissait d'une conduite instable, donc en émergence.

b. Profil en numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

L'épreuve de numération constituant une partie de notre pré-test, les résultats de Lola à cette épreuve seront décrits plus loin (cf p.55).

3. Méthode

3.1. Cadre clinique

Notre recherche expérimentale s'inscrit dans un cadre clinique dans la mesure où nous avons choisi d'analyser l'impact d'un entraînement en base 3 sur les performances en numération décimale à partir d'un matériel créé. Cet entraînement est analysé à l'aide d'une grille d'observation en lien avec l'activité pour permettre une analyse qualitative. Pour évaluer l'impact de ce dernier, nous avons choisi de suivre une méthode de type : « pré-test – entraînement – post-test ». Il s'agit d'une étude de cas multiples de quatre sujets. En effet, la fréquence et la durée de l'entraînement ne permettait pas un travail avec un plus grand nombre de sujets.

3.2. Méthode expérimentale

3.2.1. Cadre expérimental

Le pré-test a eu lieu à la fin du mois de juin 2009. La passation a été effectuée au sein d'une école primaire privée de Lyon qui a mis une salle à notre disposition ce qui nous a permis de ne pas être dérangées par l'environnement extérieur au cours de ces séances.

L'entraînement s'est déroulé sur une période de neuf semaines allant du mois d'octobre au mois de décembre et ce en respectant les vacances scolaires. Nous avons ainsi pu faire 6 à 7 séances selon l'avancement et les contraintes des enfants (maladie, absence,...). Elles ont eu lieu dans le cadre des heures de soutien prévues par l'établissement scolaire, soit sur le temps de midi, soit à la fin de la journée d'école. Chacune d'entre-nous prenait en charge deux enfants de manière individuelle pour une durée de 30 à 45 minutes selon la progression de la séance. Les séances ont été filmées afin de faciliter leur analyse.

Un premier post-test a été effectué à l'issue de l'entraînement avant les vacances de Noël dans les mêmes conditions que le pré-test. Un second post-test a été réalisé de la même façon 13 semaines plus tard afin d'évaluer la pérennité de notre intervention et du bénéfice que les enfants auraient pu en tirer. Cette séance a été complétée par des épreuves complémentaires décrites plus loin (cf p.37).

3.2.2. Pré-test

a. Epreuve de numération « la dizaine », B-LM Cycle II, Métral, 2008

Nous avons choisi d'utiliser la batterie B-LM Cycle II (Métral, 2008) dans laquelle les notions mathématiques sont répertoriées d'après l'enseignement qui en est fait dans le milieu scolaire.

- Objectif : évaluer si l'enfant maîtrise les aspects quantitatifs de la numération de position ainsi que l'équivalence numérique nécessaire à la compréhension de la base 10.
- Matériel : le matériel se compose de 24 jetons rouges.
- Passation :
 - Dans un premier temps, nous demandons à l'enfant combien de jetons se trouvent devant lui. Nous l'invitons ensuite à écrire le nombre qu'il a trouvé en grand sur une feuille. Puis, après lui avoir demandé de dire à quoi correspond le « 2 » et le « 4 » dans 24, l'examineur tend les deux mains et lui dit : « donne-moi une unité » (en tendant la main gauche) et quand l'enfant a posé un jeton, il tend la main droite en disant : « donne-moi une dizaine ».
 - Dans un second temps, nous proposons à l'élève de répartir les jetons sur 24 selon la consigne suivante : « *Puisque tu me dis que dans 24 il y a des*

unités et des dizaines alors prends dans tes jetons et mets les unités sur le chiffre des unités et les dizaines sur le chiffre des dizaines ».

- Selon la réponse de l'enfant aux différents stades de l'épreuve, l'examineur adapte sa conduite soit en le relançant par une suggestion soit en arrêtant la passation de l'épreuve.
- Cotation : elle est représentée sous forme de profil, commun avec les questions de généralisation, auquel nous associons des couleurs en fonction des types de réponses. Pour l'épreuve des jetons, la cotation est divisée en trois niveaux (jusqu'au CE2) :
 - l'appariement du nombre d'unités avec les jetons : l'enfant est capable d'associer une unité avec un jeton pour la première question et de disposer 4 jetons sur le chiffre 4 lors de la deuxième question.
 - Le niveau de la dizaine : l'enfant donne 10 jetons pour « une dizaine » et dispose 20 jetons sur le chiffre 2 à la deuxième question.
- Trois couleurs sont utilisées :
 - Vert : l'enfant a produit les réponses seul, sans aide.
 - Orange : l'enfant a donné seulement une des deux réponses attendues ou les réponses ont été produites après une aide de l'examineur ou après plusieurs essais.
 - Rouge : l'enfant n'a pas donné les bonnes réponses, malgré l'aide apportée par l'examineur.
- Analyse des résultats : les réponses que le sujet donne à cette épreuve sont en lien avec l'apprentissage scolaire de la numération. On s'attend ainsi à observer différentes performances en lien avec la classe de l'enfant :
 - en CP : l'élève a accès à l'équivalence numérique qui lui permet une représentation quantitative de la dizaine pour comprendre qu'une dizaine se compose de dix unités. Il comprend également le principe de notation positionnelle et est capable de l'appliquer sur des nombres à deux chiffres.
 - en CE1 : il a une représentation quantitative de la dizaine et de la centaine.
 - en CE2 : l'enfant a une représentation quantitative de la dizaine, de la centaine et du millier.

b. Epreuve de numération « questions de généralisation », B-LM

Cycle II, Métral, 2008

- Objectif : vérifier si l'enfant est capable de maîtriser l'équivalence numérique à des niveaux de regroupement supérieurs (centaine, millier,...) et par ce biais, vérifier si la numération en base 10 est généralisée.
- Passation : nous posons à l'élève des questions d'équivalence qui se présentent ainsi : « Combien faut-il de...(unités, dizaines, centaines...) ; pour fabriquer un(e) ...(dizaine, centaine, millier...) ? ». Nous notons sa réponse et lui demandons s'il est sûr de lui. On s'arrête après deux mauvaises réponses consécutives.
- Cotation : la cotation est représentée sous forme de profil, commun avec l'épreuve des jetons auquel nous associons des couleurs en fonction des types de

réponses. Pour cette épreuve, la cotation est divisée en trois niveaux (jusqu'au CE2) :

- La dizaine : l'enfant répond à une question d'équivalence numérique concernant la dizaine.
- La centaine : l'enfant répond à deux questions d'équivalence concernant la centaine.
- Le millier : l'enfant répond à deux questions concernant ce niveau.
- Les couleurs utilisées sont les mêmes que celles décrites ci-dessus.
- Analyse des résultats : les réponses de l'enfant sont également en lien avec l'apprentissage scolaire de la numération. Nous nous attendons ainsi à observer les conduites suivantes :
 - en CP : l'élève a accès à l'équivalence numérique concernant la dizaine et peut répondre aux questions de généralisation qui concernent ce niveau de regroupement.
 - en CE1 : l'enfant est capable de répondre aux questions d'équivalence numérique jusqu'à la centaine.
 - en CE2 : les questions d'équivalence numérique sont résolues jusqu'au millier.

c. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique

Nous avons proposé l'épreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux, malgré le développement tardif de cette structure. En effet, à 8 ans, nous n'attendons pas que la structure de classification soit suffisamment développée pour permettre un classement hiérarchique opératoire ainsi que pour répondre à des questions d'inclusions. Néanmoins, il nous a semblé intéressant de prendre en compte cette composante afin de pouvoir analyser de quelle façon cette structure se développe, conjointement à l'apprentissage de la numération. En effet, on pourra analyser l'évolution des conduites en terme de stratégies qui permettra une amélioration fonctionnelle sans pour autant voir de modifications au niveau de la structure de classification.

- Objectif : évaluer la construction de la notion de classification hiérarchique et d'inclusion.
- Matériel : il se compose des images suivantes : trois canards, quatre oiseaux non canards (pigeon, coq, perroquet, moineau) et cinq animaux non oiseaux (cheval, chien, serpent, poisson, souris).
- Passation :
 - En premier lieu, nous demandons à l'enfant de nous dire ce qu'il voit afin de nous mettre d'accord sur les dénominations que nous allons utiliser pour évoquer le matériel.
 - Dans un second temps, nous l'invitons à effectuer un classement en suivant la consigne suivante : « *Tu mets ensemble ce qui va bien ensemble et tu me dis quand tu as fini* ». Quand l'enfant a terminé son classement, l'examinateur lui demande d'expliquer ce qu'il a fait et pourquoi il a classé les cartes de cette façon ainsi que de nommer chaque tas. Nous engageons ensuite un jeu de questions/réponses en demandant par exemple à l'enfant

s'il pourrait réaliser un autre classement ou bien faire plus ou moins de tas selon la configuration ; l'objectif étant d'amener l'enfant à hiérarchiser les classes en procédant de façon ascendante ou descendante. Nous pouvons également faire des suggestions afin d'amener l'enfant à déplacer certaines cartes et éventuellement à constituer de nouveaux groupes ou à modifier les groupes existants. Dans certains cas, nous proposons également un classement « modèle » en interrogeant l'enfant sur ce dernier.

- Dans un troisième temps, nous le soumettons à des questions générales d'inclusion afin de voir s'il peut intégrer un niveau de regroupement supérieur (ou inférieur). Par exemple : « *Si on met ensemble tous les oiseaux, est-ce que tu peux mettre les canards ?* »
- Enfin, nous proposons des questions visant à évaluer la quantification de l'inclusion. Par exemple : « *Si un chasseur attrape tous les animaux, est-ce qu'il reste des oiseaux ?* ».
- Analyse structuro-fonctionnelle : les réponses sont regroupées selon trois niveaux de raisonnement :
 - le raisonnement « figuratif » : l'enfant est dans un raisonnement perceptif, ses réponses se basent sur ce qu'il voit et sont corrélées à l'affectif. Il ne différencie pas la partie du tout. Ce type de raisonnement est observé vers 7-8 ans.
 - le raisonnement « intuitif » : l'enfant se situe dans un niveau intermédiaire. Certains éléments sont en place mais d'autres non, nous pouvons observer des oscillations. Il commence à établir des classifications hiérarchiques mais la résistance aux contre-suggestions peut être difficile tout comme les questions de quantification de l'inclusion. Certaines classes sont encore indifférenciées et on peut observer des classes disjointes. Ce raisonnement est caractéristique des enfants de 9-10 ans.
 - le raisonnement « opératoire » : l'enfant établit des classifications hiérarchiques et peut répondre aux questions de quantification de l'inclusion en donnant une justification appropriée. Il peut constituer les trois classes représentant les sous-classes et accéder à la classe emboîtante en réunissant ces tas en un seul. Il résiste aux contre-suggestions et est capable de se justifier. Nous observons ce type de raisonnement vers 11-13 ans.

3.2.3. Post-tests

a. Post-test 1

- Epreuves de numération (Bilan LM-Cycle II, Métral, 2008) : les épreuves de numération décrites ci-dessus ont été à nouveau présentées aux enfants afin d'observer si une amélioration des performances en numération était constatée suite à notre entraînement.

- Epreuve piagétienne de classification hiérarchique : elle a été à nouveau proposée aux quatre élèves afin d’observer si les performances en numération pouvaient être corrélées à l’inclusion.

b. Post-test 2

Pour évaluer la pérennité de notre intervention, nous avons présenté à nouveau les épreuves proposées en pré-test.

3.2.4. Epreuves complémentaires

Au cours du post-test 2, nous avons souhaité leur faire passer des épreuves complémentaires (cf Annexe VI) qui pourraient venir appuyer certains points de notre discussion et nous aider à obtenir des explications plus fines quant à l’évolution des résultats. Ainsi, nous avons fait passer :

- une épreuve de langage oral (Evaluation de Langage Oral, Khomsi, 2001) dans la mesure où notre activité se déroulait entre-autres sur support verbal ; étaient évalués le lexique et la morphosyntaxe en production et en réception.
- une épreuve concernant le sens de l’addition (B-LM Cycle II, Métral, 2008) car la notion « d’ajout » était impliquée dans de nombreuses séances de l’activité. Il s’agissait de demander à l’enfant de nous expliquer comment faire « 6+2 » avec des jetons de formes et de couleurs différentes à sa disposition.

II. Elaboration d’un outil de rééducation de la numération

1. Choix structuraux au regard de la théorie

Face au manque d’outils formalisés concernant la rééducation de la numération chez l’enfant, qui pourrait être en partie imputé au fait que la numération est un apprentissage réputé « scolaire » ; il nous a semblé intéressant de mettre en place un outil de rééducation qui permettrait de construire le système de numération. Pour l’aborder sous l’angle du sens, nous sommes parties sur l’idée d’un entraînement qui en considère les différentes composantes et ce à partir d’un système en base 3. Nous avons déjà pu observer en partie ce type de rééducation chez certaines de nos maîtres de stage ayant suivi la formation d’E. Métral et nous souhaitons ainsi développer, étendre et valider expérimentalement cette approche.

En effet, le changement de base nous paraissait intéressant afin de décentrer l’enfant d’un apprentissage en base 10 dans lequel il aurait mis en place des procédures vides de sens. L’objectif étant de lui permettre de se représenter le système de numération à partir d’une numérosité plus petite qui facilite les regroupements et rendrait le système aisément généralisable. La base 3 nous paraissait appropriée car cette numérosité est suffisamment faible pour permettre des calculs rapides et reste très facilement perceptible pour l’enfant.

L'évolution de notre activité s'appuie en partie sur les progressions théoriques décrites par Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005), qui proposent une rééducation basée sur le changement de base. Dans un premier temps, l'enfant manipule beaucoup par lui-même puis il se détache progressivement du matériel par le biais du dessin puis de la mentalisation afin qu'il puisse se représenter les choses en pensée uniquement (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982). Les emballages se font dans des contenants opaques qui permettent, selon Brissiaud (2003), de favoriser l'anticipation en obligeant l'enfant à se créer une « re-présentation » de ce qu'il ne voit pas directement.

Tout au long de notre activité, il nous a paru important de rendre les enfants acteurs de leurs apprentissages par la manipulation conformément à ce qui a été mis en évidence par Piaget. Ils sont également amenés à se justifier très régulièrement afin que nous puissions suivre leur raisonnement. En effet, la verbalisation est au centre des activités que nous leur avons proposées car elle leur permet d'avancer dans leur raisonnement en les obligeant à le mettre en mots (Chain, 2006). Enfin, il nous a paru nécessaire de mettre en place un entraînement qui répondrait au principe de plaisir décrit par Meljac et Charron (2002) en proposant aux enfants une activité ludique contenant des situations qu'ils sont capables de comprendre et qu'ils peuvent se représenter facilement (Calvarin, 2003 ; Jonnaert, 2002).

2. Présentation des séances

Les activités que nous proposons à l'enfant se déroulaient au sein d'une usine dédiée à la fabrication et à la préparation de commandes de bonbons. Au début de l'activité, nous avons proposé aux enfants de choisir un emplacement pour cette île « imaginaire » sur la mappemonde posée sur la table. L'emplacement désigné était alors matérialisé par une gommette. Nous introduisions ensuite le fonctionnement spécifique de cette usine.

Chaque séance commençait de la façon suivante : nous demandions à l'enfant s'il se souvenait de ce que nous avons fait la dernière fois, puis après un bref rappel, nous lui proposons d'évoquer la règle du jeu de notre usine de bonbons.

Règle du jeu : « *Dans notre usine, on fait des bonbons, et on les emballe pour les envoyer aux gens. Toi, tu vas nous aider à les préparer mais attention dans cette fabrique, dès qu'il y a « trois » objets, il faut les regrouper.*

Bien qu'ayant des étapes prédéfinies, la progression était adaptée à celle de l'enfant de sorte à ce que chacun puisse évoluer à son rythme. Certains ont ainsi passé une séance supplémentaire sur une activité si cela était nécessaire. Par ailleurs, au vu des contraintes de chaque enfant, deux d'entre-eux ont manqué une séance, mais grâce à leur progression différenciée, nous avons pu finir toutes nos activités avec chaque enfant.

Après l'interruption des vacances de la Toussaint, quel que soit l'endroit où nous nous en étions arrêtées avec l'enfant, nous avons mis en place une activité intermédiaire consistant à sérier les cartes « codage », afin qu'il se rappelle le fonctionnement de l'usine et qu'il reconstruise mentalement les différentes manipulations effectuées jusqu'ici. Après cette phase de rappel, nous avons repris le protocole là où nous l'avions arrêté. A l'issue des séances consacrées à l'entraînement, nous avons mis en place une dernière séance qui se déroulait en trois temps décrits page 40.



Figure 11 : Activité 1

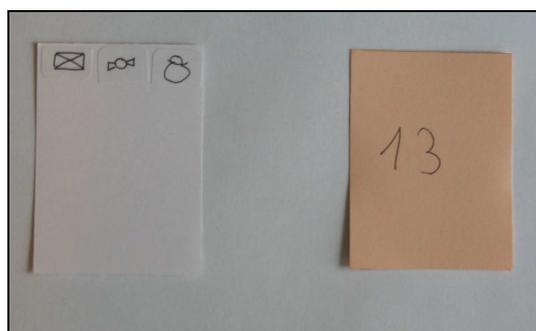


Figure 12 : Activité 2

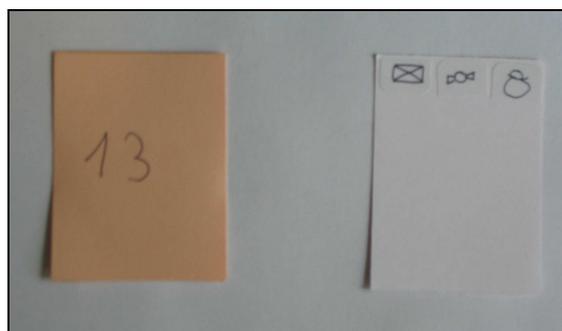


Figure 13 : Activité 3

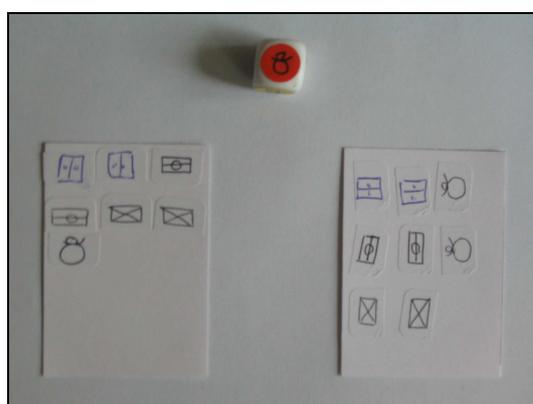


Figure 14 : Activité 4

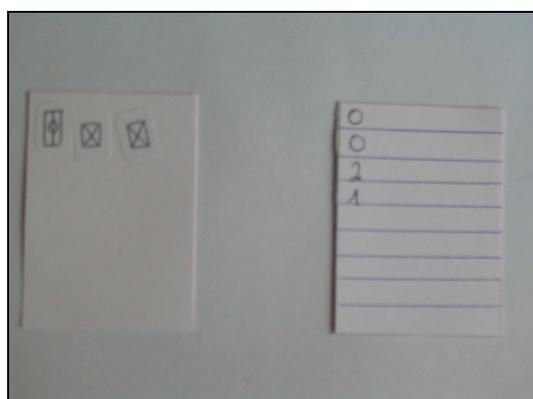


Figure 15 : Activité 5

3. Présentation des activités et leurs objectifs

Notre matériel est construit de la façon suivante :

- des bonbons, des sachets en tissu, des boîtes de médicaments (peintes en jaunes), des bacs de glace pour la partie manipulation.
- des cartes « codage » blanches, des cartes « positionnelles » blanches comprenant neuf lignes, des cartes « nombre » de couleur.
- un carnet avec sur chaque page, des gommettes sur lesquelles étaient dessinés les différents objets mis en place en manipulation.

Le contenu et les consignes de chaque activité sont détaillés en Annexe II.

3.1. Activité 1 : la fabrique de bonbons

- Objectif : automatiser le principe du groupement en base 3 par le biais de la manipulation.
- Contenu : cette activité est divisée en trois niveaux qui correspondent aux différents niveaux de regroupement qui vont être abordés en manipulation : le sachet, le carton, le coffre (cf figure 11)
 - 1^{er} niveau de regroupement (arrêt au sachet)
 - 2^{ème} niveau de regroupement (arrêt au carton)
 - 3^{ème} niveau de regroupement (arrêt au coffre)

3.2. Activité 2 : les cartes du patron

- Objectif : travailler l'équivalence numérique du dessin au nombre.
- Contenu : cette activité est insérée entre chaque nouveau niveau de regroupement, avec les cartes « codage », de façon à ce que l'enfant fixe plus aisément la correspondance code / nombre, et ce afin de faciliter les étapes ultérieures. Elle comprend un jeu de « bataille » et de « pioche » (cf figure 12).

3.3. Activité 3 : la préparation des commandes

- Objectif : travailler l'équivalence numérique du nombre au dessin. Cette étape demande plus d'abstraction à l'enfant car il doit faire les regroupements par lui-même.
- Contenu : L'enfant pioche une carte « nombre » qu'il doit appairier avec la bonne carte « codage » (cf figure 13).

3.4. Activité 4 : jeu de généralisation

- Objectif : acquérir la généralisation du regroupement.
- Contenu : à partir de la carte « codage » coffre, chacun lance un dé à son tour et doit fabriquer la carte « codage » correspondante en ajoutant toujours ce qui est inscrit sur la face du dé. Puis nous faisons un jeu de « bataille » avec toutes les cartes « codage » (cf figure 14, p. 39).

3.5. Activité 5 : le livre de comptes

- Objectif : introduire le système positionnel vertical et amener ainsi l'enfant à comprendre que la position code le niveau de regroupement.
- Contenu : cette activité (cf figure 15, p.39) comprend cinq sous-activités :
 - Mettre en correspondance les cartes « positionnelles » verticales avec les cartes « codage ».
 - Sérier les cartes « positionnelles » fabriquées.
 - Jeu de « bataille » avec ces cartes et les cartes « codage ».
 - Retour à la manipulation en demandant de préparer la commande correspondant à une carte « positionnelle ».
 - Questions d'équivalence à partir des cartes « positionnelles ».

3.6. Séance finale

Cette séance se déroulait en trois temps :

- Le premier temps était consacré à faire la synthèse des connaissances que l'enfant avait acquies en base 3. Nous leur avons ainsi posé différentes questions sur les composantes de la numération en base 3 que nous avons abordées : le regroupement, l'équivalence numérique et la position.
- Le second temps correspondait à une mise en lien entre les bases 3 et 10. Nous posions des questions sur ces deux bases en mettant l'accent sur les points communs et les différences de ces deux systèmes dans leurs composantes de regroupement, d'équivalence numérique et de position sans jamais donner d'éléments de réponse à l'enfant.
- Le dernier temps était consacré au post-test contenant les différentes activités décrites plus haut (cf p.36).

III. Elaboration d'une grille d'observation

1. Présentation de la grille

1.1. Objectifs

Il nous a semblé important de construire une grille d'observation (cf Annexe III) pour plusieurs raisons. Tout d'abord, cela nous a permis d'établir une progression précise des

différentes activités qui composent l'entraînement. Nous avons pu, grâce à cet outil, répertorier les conduites et les réponses de chaque enfant, ce qui aide grandement à leur analyse ultérieure. De plus, nous voyions chacune deux enfants, séparément. Il était donc indispensable que nous cadrions le mieux possible les situations cliniques auxquelles nous serions exposées, afin d'homogénéiser nos séances et de pouvoir comparer nos passations, malgré toute la souplesse et l'adaptation dont il faut faire preuve face aux enfants. Ainsi, en suivant la trame de cette grille d'observation, nous savions quel type de conduite nous attendions avant de passer au niveau supérieur, ou quel type d'aide donner dans le cas où cela était nécessaire.

1.2. Méthodologie

Pour construire cette grille nous nous sommes appuyées sur trois types de conduites que nous envisagions de rencontrer :

- Les conduites de réussite : nous avons défini les objectifs de chaque activité et ce que nous attendions pour estimer que la notion travaillée était intégrée. Quand une réponse de ce type était fournie à plusieurs reprises, nous pouvions passer au niveau supérieur et progresser dans l'entraînement.
- Les conduites intermédiaires pour lesquelles nous ne pouvions conclure ni à une réussite, ni à un échec francs. Une demande de précision était alors proposée afin de cerner l'obstacle et d'y remédier ensemble.
- Les conduites d'échec dans le cas où l'enfant n'était pas dans la dynamique de ce qu'on lui demandait. Une aide était alors suggérée, et si celle-ci n'était pas suffisante, un retour à l'activité précédente était nécessaire afin de mieux préparer le niveau supérieur.

Au-delà de ces conduites attendues, et parce qu'il nous était impossible de prévoir l'éventail des réponses fournies par l'enfant, un espace de la grille était réservé pour noter tout autre comportement observé. Cela nous a également permis d'adapter notre outil afin que sa version définitive soit au plus près de ce que nous avons observé en clinique.

2. Critères de validation des activités

La grille d'observation nous a fourni un cadre méthodologique indispensable. Le passage à l'activité suivante était déterminé par le type de réponse apporté par l'enfant. Ainsi, nous n'avancions pas au même rythme selon les facilités et les difficultés de chacun d'eux.

Conduites attendues pour la validation des activités
Activité 1 : La fabrique de bonbons – Le regroupement
Emballer directement les éléments nécessaires.
Activité 2 : Les cartes du patron - Equivalence numérique du dessin au nombre
Trouve le bon nombre.
Activité 2 B : Bataille
Compare bien avec justification par le nombre ou par le plus haut niveau de regroupement.

Activité 2 C : Pioche
Trouve le bon nombre.
Activité 3 : La préparation des commandes– Equivalence numérique du nombre au dessin
Trouve la carte mentalement en passant par le plus grand niveau de regroupement.
Activité 4 : Jeu de généralisation
Dessine juste du premier coup et fait les regroupements nécessaires.
Activité 4 B : Bataille
Donne la bonne réponse et justifie à l'aide du plus grand niveau de regroupement.
Activité 5 : Le livre de comptes – Construction des cartes « positionnelles » verticales
Trouve le codage positionnel hiérarchique vertical en inscrivant les bonbons en haut ou en bas.
Activité 5 B : Sériation des cartes « positionnelles »
Série les cartes positionnelles
Activité 5 C : Bataille
Donne la bonne réponse avec justification de position.
Activité 5 D : Manipulation
Prépare la bonne commande.
Activité 5 E : Questions d'équivalence
Evoque tous les éléments lorsqu'il y a deux niveaux d'écart.

Tableau 1 : Conduites attendues pour valider les activités

3. Aides proposées au cours des activités

Afin de guider les enfants dans la progression des activités, nous nous sommes attachées à adapter nos réponses à leurs propositions et à leur niveau de raisonnement, notre objectif étant de ne pas imposer à l'enfant une procédure de résolution d'une étape de l'activité mais plutôt de l'amener à trouver la solution par lui-même. Néanmoins, nous avons envisagé des procédures d'aide à fournir aux enfants afin d'étayer leur raisonnement. Ces aides pouvaient prendre la forme de questions, de demande de rappel ou de soutiens sonores (peluche sonore pour rappeler à l'enfant de faire les regroupements) ou visuels (dessin). Ainsi, nous avons au préalable répertorié dans notre grille d'observation des conduites d'aide possibles pour chaque type de réponse attendu.

Activité 4 B Bataille		
Séance 4	Compte les dessins pour justifier.	Retour à la bataille de l'activité 2 bis
	Donne la bonne réponse mais justification absente ou erronée.	Comment le sais-tu ?
	Erreur de calcul.	Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.
	Autre : justifie correctement mais avec beaucoup d'éléments parasites.	Autre : Si tu devais me dire seulement une seule chose pour m'expliquer ça serait quoi ?
	Donne la bonne réponse et justifie à l'aide du plus grand niveau de regroupement.	Passage à l'activité 5

Figure 16 : Extrait de la grille d'observation de Lola répertoriant les conduites attendues et les aides proposées

Chapitre IV
PRESENTATION DES RESULTATS

I. Etude de cas de Baptiste

1. Comportement général

Baptiste participe volontiers aux activités qui lui sont proposées et accepte de participer à chaque séance avec enthousiasme. Il semble par ailleurs assez immature, il est très sensible à tout ce qui concerne le domaine du magique et son raisonnement est parfois basé sur le perceptif. Malgré son intérêt, la séance lui semble parfois longue. Son attention et sa concentration sont labiles et il faut le solliciter à de nombreuses reprises pour qu'il reste concentré sur l'activité. Il est très bavard et aime raconter des choses le concernant et questionner l'adulte.

2. Description des séances

Dans la mesure où la validation d'une activité reposait sur un type de conduite attendu répertorié plus haut, nous ne notifierons ici que les conduites intermédiaires et les aides de l'expérimentateur qu'elles ont engendrées. Le détail des séances est répertorié en Annexe IV.

	Contenu	Conduites	Aides
Activité 1	Regroupement et fabrication des cartes « codage »	Certains oublis, pas automatisé pour les niveaux supérieurs puis ok	Rappel de la règle du jeu
Activité 2	Fabrication des cartes « nombre »	Erreurs de calcul puis ok.	Rappel de la consigne
	Bataille	Compare et justifie ok mais réticent à justifier	
	Pioche	ok, parfois des erreurs de calcul	Demande de vérification
Activité intermédiaire	Sérialisation des cartes « codage »	Très difficile mais réussit à finir la sérialisation	Verbaliser ce qu'il y a sur la carte
Activité 3	Trouver la carte « codage » correspondant à une carte « nombre »	Erreurs sur grandes cartes, les autres ok	Dessin
Activité 4	Construire des cartes « codage » toujours plus grandes avec un dé	Pas d'anticipation, difficultés à regrouper puis ok avec aide	Dessin Accompagnement par étapes
	Bataille	Compare et justifie ok	
Activité 5	Fabrication des cartes « positionnelles »	Pas d'ordre hiérarchique ni de zéro puis ok	Comparaison de cartes identiques, indices...
	Sérialisation	Se fixe sur la plus grande numérosité puis ok	Questions pour le guider et le relancer
	Bataille	Compare et justifie ok	
	Manipulation	ok tout de suite	
	Questions d'équivalence	Ne tient pas compte des	Evoquer ce qu'il y

		niveaux supérieurs puis ok	aurait en « vrai »
		Difficile voire impossible pour les hauts niveaux	
Synthèse base 3	Regroupement	ok	
	Equivalence	6/8	
	Système positionnel	ok, justification de position	
Mise en lien base 3/base 10	Regroupement	Non connu en base 10	
	Equivalence	ok, une hésitation	
	Système positionnel	ok, justification spatiale	

Tableau 2: Synthèse des conduites de Baptiste dans les différentes activités

3. Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008

3.1. Résultats à l'épreuve « la dizaine »

3.1.1. Pré-test

Baptiste dénombre bien vingt-quatre jetons et est capable de trouver le terme « unités » pour dénommer le chiffre correspondant ainsi que le terme « dizaine » pour répondre à la même demande sur le chiffre « 2 ». Lorsqu'on lui demande : « Dans cette main donne-moi une unité », il donne un jeton puis à la demande : « Dans cette main donne-moi une dizaine », il donne également un jeton. Lorsqu'on lui demande alors si une unité et une dizaine c'est pareil, Baptiste répond que oui. Conformément aux consignes de passation du bilan LM-Cycle 2, nous arrêtons l'épreuve ici.

3.1.2. Post-test 1

Baptiste dénombre vingt-quatre jetons et dénomme très justement le chiffre correspondant aux unités et celui des dizaines. A la demande : « Dans cette main donne-moi une unité », il donne un jeton puis à la demande : « Dans cette main donne-moi une dizaine », il donne également un jeton. Lorsqu'on lui demande alors si une unité et une dizaine c'est pareil, Baptiste se justifie ainsi : « Non, c'est pas la même chose, c'est pareil mais ça c'est une dizaine et ça c'est une unité. Les unités c'est des tout petits nombres, une dizaine c'est les moyens. Là c'est pareil mais si on enlève ça et qu'on met une autre couleur c'est plus pareil. ».

3.1.3. Post-test 2

Baptiste dénombre vingt-trois jetons en faisant des paquets de quatre jetons qu'il additionne ensuite. Il dénomme correctement le chiffre des dizaines et des unités. Il tient néanmoins à ce qu'on dise que « 3 », c'est le chiffre d'une unité. A la question suivante, il donne un jeton pour « une unité » et trois jetons pour « une dizaine ».

Concernant la répartition des jetons sur 23, Baptiste place trois jetons sous le chiffre « 3 » et deux jetons sous « 2 ». Nous lui demandons alors, où sont marqués les autres jetons dans 23. Il nous répond qu'ils sont sur le « 23 » et modifie sa production en empilant les jetons restant sur les trois jetons correspondant aux unités (dix-sept en tout) et sur les deux jetons correspondant aux dizaines (sept en tout). A titre qualitatif, nous lui demandons combien de jetons il mettrait sous le « 3 » correspondant aux centaines dans 323, il nous répond « 300 heu non 3 ». De la même façon, il mettrait cinq jetons sous le « 5 » de 5323.

3.2. Résultats à l'épreuve « questions de généralisation »

Au pré-test et au post-test 1, conformément aux consignes de passation du bilan LM-Cycle II, les questions de généralisation n'ont pas été posées. Au vu de la légère progression observée au début de l'épreuve, nous avons fait passer les questions de généralisation à Baptiste en post-test 2. Aucune réponse n'a pu être obtenue, les questions n'étant pas comprises par l'enfant qui nous précisera d'ailleurs qu'il n'a pas encore appris ça à l'école.

3.3. Synthèse des profils de numération

Légende : Echec – Intermédiaire – Réussite
 — niveau correspondant à la classe de l'enfant

Pré-test		Post-test 1		Post-test 2	
CE2	milliers	CE2	milliers	CE2	milliers
CE1	centaine	CE1	centaine	CE1	centaine
CP	dizaine	CP	dizaine	CP	dizaine
GSM	appariement nb u./jetons	GSM	appariement nb u./jetons	GSM	appariement nb u./jetons
classes	NUMÉRATION	classes	NUMÉRATION	classes	NUMÉRATION

Figure 17: Profils de Baptiste synthétisant les résultats obtenus à l'épreuve de numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

4. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux

Le niveau de raisonnement de Baptiste est décrit dans le tableau ci-dessous. L'analyse structuro-fonctionnelle détaillée de cette épreuve en pré et post-test est répertoriée en Annexe V.

Epreuve	Pré-test	Post-test 1	Post-test 2
Classification hiérarchique	Intuitif	Intuitif	Intuitif

Tableau 3: Niveau de raisonnement de Baptiste à l'épreuve de classification hiérarchique

5. Epreuves complémentaires

- La passation de la ELO (Khomsy, 2001) révèle un niveau de production lexicale faible (c.25) mais dans la norme des enfants de son âge. Le niveau de compréhension initiale est très faible (c.10-25) et grâce à de nombreuses autocorrections les résultats en compréhension générale sont meilleurs (c.50). En revanche, les scores en compréhension lexicale et en production morpho-syntaxique sont pathologiques (c.10).
- La production figurale réalisée à l'épreuve d'addition (B-LM Cycle II, Métral, 2008) révèle une mauvaise compréhension de l'addition (cf Annexe VI).

II. Etude de cas de Julie

1. Comportement général

Julie est une petite fille très agréable, volontaire et qui semblait intéressée et amusée par l'activité que nous lui avons proposée. Elle a été malade et donc absente une fois, ce qui ne nous a pas empêchées de rattraper la séance et de finir l'entraînement. Il faut toutefois noter que les quelques semaines avant les vacances de Noël, Julie paraissait fatiguée et un peu moins disponible durant les séances. Néanmoins, elle est toujours restée concentrée et attentive.

2. Description des séances

Dans la mesure où la validation d'une activité reposait sur un type de conduite attendu répertorié plus haut, nous ne notifierons ici que les conduites intermédiaires et les aides qu'elles ont engendrées. Le détail des séances est répertorié en Annexe IV.

	Contenu	Conduites	Aides
Activité 1	Regroupement et fabrication des cartes « codage »	Deux oublis puis ok.	Rappel de consigne
Activité 2	Fabrication des cartes « nombre »	Une erreur puis ok.	Rappel de consigne
	Bataille	Compare et justifie ok, 1 erreur	Rappel de la règle du jeu
	Pioche	ok, 1 erreur de calcul	
Activité intermédiaire	Sérialisation des cartes « codage »	Difficile mais réussit à finir la sérialisation	Evocation de la manipulation et rappel de la règle
Activité 3	Trouver la carte « codage » correspondant à une carte « nombre »	1 ^{ère} stratégie inefficace	Dessin
		Des erreurs puis ok	Retour à l'activité précédente
Activité 4	Construire des cartes « codage » toujours plus grandes avec un dé	Difficulté à ajouter en partant de la dernière carte, puis ok	Explication de la consigne

	Bataille	Compare et justifie ok	
Activité 5	Fabrication des cartes « positionnelles »	N'introduit pas le zéro puis ok très vite	Frise récapitulative, devinettes
	Sérialisation	Long et difficile	Comparaison 2 à 2
	Bataille	Compare et justifie ok	
	Manipulation	Ne remplit pas la boîte puis ok	Questions sur la règle du jeu
	Questions d'équivalence	Difficile pour les hauts niveaux	Evoquer la carte « codage »
Synthèse base 3	Regroupement	ok	
	Equivalence	7/8	
	Système positionnel	ok, justification de position	
Mise en lien base 3/base 10	Regroupement	ok	
	Equivalence	ok, une hésitation	
	Système positionnel	ok, justification difficile	

Tableau 4 : Synthèse des conduites de Julie dans les différentes activités

3. Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008

3.1. Résultats à l'épreuve « la dizaine »

3.1.1. Pré-test

Julie dénombre vingt-quatre jetons, écrit correctement 24 et dénomme bien le chiffre des dizaines et le chiffre des unités. A la question : « Donne-moi une unité », Julie donne un jeton ; et à la question : « Donne-moi une dizaine », elle donne un jeton également. Nous lui demandons alors si une unité et une dizaine c'est pareil, ce à quoi elle répond non, et donne alors un jeton pour une unité, et deux jetons pour une dizaine.

Elle place ensuite correctement vingt jetons sur le « 2 » de 24, et quatre jetons sur le « 4 » de 24.

3.1.2. Post-test 1

Julie dénombre vingt-quatre jetons, écrit correctement 24 et dénomme bien le chiffre des dizaines et le chiffre des unités. A la question : « Donne-moi une unité », Julie donne bien un jeton ; et à la question : « Donne-moi une dizaine », elle donne bien dix jetons.

Elle place ensuite correctement vingt jetons sur le « 2 » de 24, et quatre jetons sur le « 4 » de 24. De manière qualitative nous lui posons la même question avec « 324 » pour lequel elle placerait bien trois cents jetons sur le « 3 ».

3.1.3. Post-test 2

Julie dénombre vingt-cinq jetons avant de vérifier et de se corriger. Elle dénomme bien le chiffre des dizaines et le chiffre des unités. A la question : « Donne-moi une unité », Julie donne bien un jeton ; et à la question : « Donne-moi une dizaine », elle donne bien dix jetons.

Elle place ensuite correctement vingt jetons sur le « 2 » de 24, et quatre jetons sur le « 4 » de 24. De manière qualitative nous lui posons à nouveau la même question avec « 324 », pour lequel elle mettrait, si elle les avait, trente jetons sous le « 3 », puis avec « 5324 », pour lequel elle mettrait bien cinq mille jetons sous le 5 et trois cents jetons sous le « 3 ».

3.2. Résultats à l'épreuve « question de généralisation »

3.2.1. Pré-test

Combien faut-il de...	Pour fabriquer un(e)...	Réponse
Unités	Dizaine	6
Dizaines	Centaine	« Il faut mettre deux zéros à côté »
Unités	Centaine	« Il faut mettre trois zéros à côté »
Dizaines	Millier	Non proposé

Tableau 5 : Réponses de Julie aux "questions de généralisation" du pré-test

3.2.2. Post-test 1

Combien faut-il de...	Pour fabriquer un(e)...	Réponse
Unités	Dizaine	10. Sûre ? oui
Dizaines	Centaine	90. Sûre ? oui
Unités	Centaine	100. Sûre ? oui
Dizaines	Millier	1000. Sûre ? oui

Tableau 6 : Réponses de Julie aux "questions de généralisation" du post-test 1

3.2.3. Post-test 2

Combien faut-il de...	Pour fabriquer un(e)...	Réponse
Unités	Dizaine	10. Sûre ? oui
Dizaines	Centaine	100. Sûre ? oui
Unités	Centaine	100. Sûre ? oui
Dizaines	Millier	1000. Sûre ? oui

Tableau 7 : Réponses de Julie aux "questions de généralisation" du post-test 2

3.3. Synthèse des profils en numération

Légende : Echec – Intermédiaire – Réussite
 niveau correspondant à la classe de l'enfant

Pré-test		Post-test 1		Post-test 2	
CE2	milliers	CE2	milliers	CE2	milliers
CE1	centaine	CE1	centaine	CE1	centaine
CP	dizaine	CP	dizaine	CP	dizaine
GSM	appariement nb u./jetons	GSM	appariement nb u./jetons	GSM	appariement nb u./jetons
classes	NUMÉRATION	classes	NUMÉRATION	classes	NUMÉRATION

Figure 18 : Profils de Julie synthétisant les résultats obtenus à l'épreuve de numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

4. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux

Le niveau de raisonnement de Julie est décrit dans le tableau ci-dessous. L'analyse structuro-fonctionnelle détaillée de cette épreuve en pré et post-test est répertoriée en Annexe V.

Epreuve	Pré-test	Post-test 1	Post-test 2
Classification hiérarchique	Intuitif	Intuitif	Intuitif

Tableau 8: Niveau de raisonnement de Julie à l'épreuve de classification hiérarchique

5. Epreuves complémentaires

- La passation de la ELO (Khomsi, 2001) révèle un niveau de compréhension lexicale et syntaxique supérieur à la moyenne de son âge (centile 90), ainsi qu'un niveau de production lexicale et syntaxique dans la norme de son âge voire au-dessus (centile 50 et centile 50-75).
- A l'épreuve d'addition (B-LM Cycle II, Métral, 2008), Julie fait une production figurative qui révèle une difficulté de compréhension de la notion d'ajout (cf Annexe VI).

III. Etude de cas de Coralie

1. Comportement général

Coralie était présente aux séances de manière régulière. Sans paraître vraiment enthousiaste, elle était très attentive à ce qu'on pouvait lui proposer et participait activement aux activités. Il lui arrivait toutefois souvent de manifester son impatience.

2. Description des séances

Dans la mesure où la validation d'une activité reposait sur un type de conduite attendu répertorié plus haut, nous ne notifierons ici que les conduites intermédiaires et les aides qu'elles ont engendrées. Le détail des séances est répertorié en Annexe IV.

	Contenu	Conduites	Aides
Activité 1	Regroupement et fabrication des cartes « codage »	Trois oublis puis ok.	Rappel de consigne et rappel sonore
Activité 2	Fabrication des cartes « nombre »	Une erreur puis ok.	Rappel de consigne
	Bataille	Compare et justifie ok	
	Pioche	ok, quelques erreurs de calcul auto-corrigées	Décomposer la procédure
Activité intermédiaire	Sérialisation des cartes « codage »	ok, intercalations, 1 oubli auto-corrigé	
Activité 3	Trouver la carte « codage » correspondant à une carte « nombre »	ok, 1 erreur auto-corrigée, plus difficile pour les grandes cartes	Dessin
Activité 4	Construire des cartes « codage » toujours plus grandes avec un dé	1 oubli, puis ok	Rappel de la règle du jeu
	Bataille	Veut passer par le nombre.	Questions, frise récapitulative
		Compare et justifie ok	
Activité 5	Fabrication des cartes « positionnelles »	Pas d'ordre hiérarchique ni de zéro puis ok	Introduction du zéro, frise récapitulative, devinettes
	Sérialisation	ok, intercalations	
	Bataille	Compare et justifie ok	
	Manipulation	ok, remplit spontanément	
	Questions d'équivalence	ok, fastidieux sur les hauts niveaux à plus d'un niveau d'écart	Reconstruction mentale des équivalences
Synthèse base 3	Regroupement	-, détaille tous les regroupements, reste fixée sur les bonbons	

	Equivalence	8/8	
	Système positionnel	ok, justification de position	
Mise en lien base 3/base 10	Regroupement	ok	
	Equivalence	ok, sauf pour le terme unité non trouvé. Hésitation sur la centaine.	
	Système positionnel	ok, justification de position	

Tableau 9 : Synthèse des conduites de Coralie dans les différentes activités

3. Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008

3.1. Résultats à l'épreuve « la dizaine »

3.1.1. Pré-test

Coralie dénombre vingt-quatre jetons, écrit correctement 24 et dénomme bien le chiffre des dizaines et le chiffre des unités. A la question : « Donne-moi une unité », Coralie donne deux jetons ; et à la question : « Donne-moi une dizaine », elle donne trois jetons. Conformément aux consignes de passation du B-LM Cycle II (Métral, 2008), nous arrêtons l'épreuve ici.

3.1.2. Post-test 1

Coralie dénombre vingt-quatre jetons, écrit correctement 24 et dénomme bien le chiffre des dizaines et le chiffre des unités. A la question : « Donne-moi une unité », Coralie donne un jeton ; et à la question : « Donne-moi une dizaine », elle donne dix jetons après un petit instant de réflexion.

Elle place correctement quatre jetons sur le « 4 » de 24, et vingt jetons sur le « 2 » de 24. Elle est tentée, après avoir placé les quatre jetons, de prendre tout ce qui reste, mais elle préfère finalement compter. De manière qualitative nous lui posons la même question avec 324 pour lequel elle placerait bien, si elle les avait, trois cents jetons sur le « 3 ».

3.1.3. Post-test 2

Coralie dénombre vingt-quatre jetons, écrit correctement 24 et dénomme bien le chiffre des dizaines et le chiffre des unités. A la question : « Donne moi une unité », Coralie donne un jeton ; et à la question : « Donne-moi une dizaine », elle donne dix jetons.

Elle place correctement quatre jetons sur le « 4 » de 24, et vingt jetons sur le « 2 » de 24. De manière qualitative nous lui posons la même question avec 324 et 5324 pour lesquels

elle placerait bien, si elle les avait, trois cents jetons sur le « 3 », et cinq mille jetons sur le « 5 ».

3.2. Résultats à l'épreuve « questions de généralisation »

3.2.1. Pré-test

Conformément aux consignes de passation du bilan LM-Cycle II, les questions de généralisation n'ont pas été posées à l'enfant en raison de l'échec aux épreuves précédentes.

3.2.2. Post-test 1

Combien faut-il de...	Pour fabriquer un(e)...	Réponse
Unités	Dizaine	10
Dizaines	Centaine	10
Unités	Centaine	« 20, euh 100 »
Dizaines	Millier	200

Tableau 10 : Réponses de Coralie aux "questions de généralisation" du post-test 1

3.2.3. Post-test 2

Combien faut-il de...	Pour fabriquer un(e)...	Réponse
Unités	Dizaine	10 Sûre ? oui
Dizaines	Centaine	10 Sûre ? oui
Unités	Centaine	100 Sûre ? oui
Dizaines	Millier	10... Sûre ? non. 20... Sûre ? non. 100... Sûre ? oui

Tableau 11 : Réponses de Coralie aux "questions de généralisation" du post-test 2

3.3. Synthèse des profils de numération

Légende : **Echec** – **Intermédiaire** – **Réussite**

niveau correspondant à la classe de l'enfant

Pré-test		Post-test 1		Post-test 2	
CE2	milliers	CE2	milliers	CE2	milliers
CE1	centaine	CE1	centaine	CE1	centaine
CP	dizaine	CP	dizaine	CP	dizaine
GSM	appariement nb u./jetons	GSM	appariement nb u./jetons	GSM	appariement nb u./jetons
classes	NUMÉRATION	classes	NUMÉRATION	classes	NUMÉRATION

Figure 19: Profils de Coralie synthétisant les résultats obtenus à l'épreuve de numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

4. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux

Le niveau de raisonnement de Coralie est décrit dans le tableau ci-dessous. L'analyse structuro-fonctionnelle détaillée de cette épreuve en pré et post-test est répertoriée en Annexe V.

Epreuve	Pré-test	Post-test 1	Post-test 2
Classification hiérarchique	Intuitif	Intuitif	Intuitif

Tableau 12 : Niveau de raisonnement de Coralie à l'épreuve de classification hiérarchique

5. Epreuves complémentaires

- La passation de la ELO (Khomsî, 2001) révèle chez Coralie un niveau lexical dans la norme de son âge en compréhension (centile 50) et un peu faible en production (centile 25). Elle a un niveau de compréhension et de production syntaxique supérieur à la norme de son âge (centile 75).
- A l'épreuve d'addition (B-LM Cycle II, Métral, 2008) est réussie avec aide révélant un niveau intermédiaire et une certaine instabilité du sens de cette opération (cf Annexe VI).

IV. Etude de cas de Lola

1. Comportement général

Lola est très agréable et volontaire, elle accepte de suivre l'entraînement avec plaisir et se réjouit d'y revenir chaque semaine. Elle veut bien faire et reçoit l'aide qu'on lui apporte avec joie. Elle est très appliquée mais manque de confiance en elle. C'est une enfant très attentive, dotée de très bonnes capacités de concentration.

2. Description des séances

Dans la mesure où la validation d'une activité reposait sur un type de conduite attendu répertorié plus haut, nous ne notifierons ici que les conduites intermédiaires et les aides qu'elles ont engendrées. Le détail des séances est répertorié en Annexe IV.

	Contenu	Conduites	Aides
Activité 1	Regroupement et fabrication des cartes « codage »	Un oubli puis ok.	Rappel sonore
Activité 2	Fabrication des cartes « nombre »	ok, rapide.	
	Bataille	Compare et justifie ok, 1 erreur	Demande de vérification
	Pioche	ok, 1 erreur de calcul	

Activité intermédiaire	Sérialisation des cartes « codage »	Ne sait pas comment commencer puis ok, lent	Evoquer ce qu'on avait fait en vrai
Activité 3	Trouver la carte « codage » correspondant à une carte « nombre »	Difficile mentalement	Dessin
		Regroupe à postériori puis ok	Dessiner tout de suite ce qu'on verra en vrai
Activité 4	Construire des cartes « codage » toujours plus grandes avec un dé	ok, manque d'anticipation à une reprise	
	Bataille	Compare ok, justifications floues puis ok	Dire la chose la plus pertinente pour justifier
Activité 5	Fabrication des cartes « positionnelles »	Pas d'ordre hiérarchique ni de zéro puis ok	Introduction du zéro, devinettes, indices
	Sérialisation	Ne regarde que les bonbons puis ok	Verbaliser ce qu'il y a sur la carte, questions
	Bataille	Compare ok, justifications floues puis ok	Dire la chose la plus pertinente pour justifier
	Manipulation	ok tout de suite	
	Questions d'équivalence	Difficile pour les hauts niveaux	Evoquer comment elle fabriquerait la carte
Synthèse base 3	Regroupement	ok	
	Equivalence	8/8	
	Système positionnel	ok, justification de position	
Mise en lien base 3/base 10	Regroupement	ok	
	Equivalence	ok	
	Système positionnel	ok, justification spatiale	

Tableau 13 : Synthèse des conduites de Lola dans les différentes activités

3. Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008

3.1. Résultats à l'épreuve « la dizaine »

3.1.1. Pré-test

Lola dénombre correctement les vingt-quatre jetons et dénomme justement les termes « unités » et « centaine » associés à chaque chiffre. A la question : « Donne-moi une unité », Lola donne un jeton et à la question « Donne-moi une dizaine », Lola donne cinq jetons. Elle répartit correctement les jetons sur « 24 ».

3.1.2. Post-test 1

Lola dénombre correctement les vingt-quatre jetons et dénomme justement les termes « unités » et « centaine » associés à chaque chiffre. Pour la question suivante, Lola donne un jeton pour « une unité » et dix jetons pour « une dizaine ». Concernant la répartition

des vingt-quatre jetons sur le chiffre 24, Lola dispose quatre jetons sur le « 4 » et deux jetons sur le « 2 » puis se corrige et pose vingt jetons (qu'elle compte), sur le chiffre « 2 ». A titre qualitatif, nous lui demandons ce qu'il y aurait sur le « 3 », si on écrivait « 324 ». A cette question, Lola nous répond qu'il y aurait « trois fois cent » jetons c'est-à-dire trois cents jetons.

3.1.3. Post-test 2

Pour toute la première partie de l'épreuve, Lola procède de la même façon que précédemment. Concernant la répartition des vingt-quatre jetons sur le chiffre 24, Lola dispose quatre jetons sur le « 4 » et deux jetons sur le « 2 » puis suite à notre question, se corrige et met « deux dizaines » sur le « 2 ». Sur le « 3 » de 324, Lola mettrait trois cents jetons et sur le « 5 » de 5324, elle disposerait cinq mille jetons.

3.2. Résultats à l'épreuve « questions de généralisation »

3.2.1. Pré-test

Combien faut-il de...	Pour fabriquer un(e)...	Réponse
Unités	Dizaine	10 Sûre ? Heu non 5
Dizaines	Centaine	50 Sûre ? Non
Unités	Centaine	10 Sûre ? Non
Dizaines	Millier	non proposé

Tableau 14 : Réponses de Lola aux "questions de généralisation" du pré-test

3.2.2. Post-test 1

Combien faut-il de...	Pour fabriquer un(e)...	Réponse
Unités	Dizaine	10 Sûre ? Oui
Dizaines	Centaine	10 Sûre ? Oui
Unités	Centaine	100 Sûre ? Oui
Dizaines	Millier	Ne sait pas

Tableau 15 : Réponses de Lola aux "questions de généralisation" du post-test 1

3.2.3. Post-test 2

Combien faut-il de...	Pour fabriquer un(e)...	Réponse
Unités	Dizaine	10 Sûre ? Oui
Dizaines	Centaine	10 Sûre ? Oui
Unités	Centaine	100 Sûre ? Oui
Dizaines	Millier	1000 Sûre ? Oui

Tableau 16 : Réponses de Lola aux "questions de généralisation" du post-test 2

3.3. Synthèse des profils de numération

Légende : Echec – Intermédiaire – Réussite

niveau correspondant à la classe de l'enfant

Pré-test		Post-test 1		Post-test 2	
CE2	milliers	CE2	milliers	CE2	milliers
CE1	centaine	CE1	centaine	CE1	centaine
CP	dizaine	CP	dizaine	CP	dizaine
GSM	appariement nb u./jetons	GSM	appariement nb u./jetons	GSM	appariement nb u./jetons
classes	NUMÉRATION	classes	NUMÉRATION	classes	NUMÉRATION

Figure 20 : Profils de Lola synthétisant les résultats obtenus à l'épreuve de numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

4. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux

Le niveau de raisonnement de Lola est décrit dans le tableau ci-dessous. L'analyse structuro-fonctionnelle détaillée de cette épreuve en pré et post-test est répertoriée en Annexe V.

Epreuve	Pré-test	Post-test 1	Post-test 2
Classification hiérarchique	Intuitif	Intuitif	Intuitif

Tableau 17 : Niveau de raisonnement de Lola à l'épreuve de classification hiérarchique

5. Epreuves complémentaires

- La passation de la ELO (Khomsy, 2001) révèle un niveau de compréhension lexicale supérieure à la norme de son âge (centile 90) et dans la moyenne de son âge pour la compréhension syntaxique (c.50). Les résultats en expression lexicale et morpho-syntaxique sont légèrement inférieurs mais toujours dans la norme (c.25-50).
- L'épreuve d'addition (B-LM Cycle II, Métral, 2008) révèle une bonne compréhension de l'addition (cf Annexe VI).

Chapitre V
DISCUSSION DES RESULTATS

I. Etude de cas de Baptiste

1. Analyse des séances

1.1. Activité 1 : regroupement

Baptiste est très intéressé par la peluche qui fait office de rappel « sonore ». Il semble mettre plus d'énergie dans l'aspect ludique de l'activité que dans le respect de la consigne ce qui montre une conduite figurative et nous fait envisager une certaine immaturité. Néanmoins, nos suggestions et sollicitations verbales l'amènent à reconsidérer le matériel ce qui lui permet de se recentrer et d'automatiser les regroupements pour les différents niveaux, révélant une pensée encore très intuitive.

1.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre

La réussite de cette activité révèle une certaine mobilité de pensée. L'équivalence numérique nécessaire dans cette tâche semble maîtrisée bien que les structures de classification et de conservation de Baptiste soient retardées. Il est également capable de se décentrer d'une conduite initiale pour mettre en place une stratégie opératoire consistant à passer par le plus haut niveau de regroupement pour faire ses calculs. La manipulation préalable, l'effet de l'entraînement par la répétition et la progression graduelle des niveaux contribuent sans doute à faciliter ce type d'activité.

Néanmoins, les erreurs de calcul qui pourraient être mises en lien avec une impulsivité importante ainsi que les nombreux rappels de consignes nécessaires traduisent l'instabilité de son raisonnement à l'origine d'une pensée intuitive. En effet, il mentionne parfois le nombre d'éléments visibles plutôt que le nombre de bonbons. Cette stratégie figurative révèle que ce qui est visible directement s'impose et prend le pas sur le raisonnement qui est néanmoins possible après rappel de la consigne.

Concernant le jeu de « bataille », les justifications sont difficiles à obtenir ce qui confirme une pensée intuitive chez l'enfant qui semble avoir des difficultés pour mettre son raisonnement en mots.

1.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »

Cette tâche, mêlant sériation et équivalence, est très difficile pour Baptiste qui s'appuie sur le nombre de bonbons plutôt que de s'aider de l'itération. Ceci engendre un coût cognitif plus important et est à l'origine de nombreuses erreurs. Il nous dira d'ailleurs que cet exercice est difficile pour lui car il lui faut prendre en compte ce qui est « caché », ce qui montre sa gêne pour concevoir les différents éléments regroupés mais non apparents dans les contenants. Cette conduite révèle un raisonnement perceptif : la perception qu'il a de la carte est trop prégnante et empêche la mise en place de stratégies opératoires.

1.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin

Cette activité est bien réussie car l'enfant maîtrise les différentes équivalences construites aux activités précédentes. De ce fait et grâce la manipulation qui a sans doute favorisé une bonne image mentale des différentes cartes, Baptiste est capable de développer une stratégie opératoire. Face à des cartes élevées, il se sert du dessin avec efficacité ce qui lui permet de soulager la charge cognitive en mémoire de travail que ce calcul aurait engendrée. Une fatigabilité importante à l'origine de certaines erreurs est à noter en fin de séance.

1.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3

Cette activité est la plus difficile pour Baptiste, elle lui demande beaucoup d'efforts et une importante fatigue apparaît très rapidement. Les regroupements ne sont pas anticipés ce qui peut révéler des difficultés d'attention, de planification ainsi que des difficultés d'accès à la notion de système qui demande davantage de généralisation. De plus, il ne parvient pas systématiquement à faire les regroupements nécessaires et à considérer que certains éléments ne seront plus à dessiner car ayant été rassemblés. Ces difficultés sont à mettre en lien d'une part avec une structure de conservation non opératoire rendant les équivalences numériques difficiles sans le support de la manipulation.

De plus, l'épreuve du sens de l'addition (B-LM Cycle II, Métral, 2008) révèle que l'enfant n'a pas compris la notion d'ajout ce qui peut également rendre cette activité difficile.

Cette activité de généralisation allant au-delà de ses capacités de raisonnement nous décidons de poursuivre notre protocole pour les besoins de notre expérimentation après deux séances passées sur cette activité.

1.6. Activité 5 : le système positionnel vertical

La progression de Baptiste pour trouver le codage positionnel vertical est assez similaire à celle des autres enfants. Nos suggestions l'aident à faire évoluer son raisonnement jusqu'à la mise en place d'une stratégie opératoire. Baptiste est par ailleurs très fier du code trouvé.

La sériation des cartes « positionnelles » est très difficile car la perception s'impose et les stratégies figuratives qui en découlent empêchent le raisonnement d'évoluer. Néanmoins, en lui faisant comparer des cartes très éloignées, il parvient à se décentrer de ce qu'il perçoit et à mettre en place une stratégie opératoire pour dégager le fonctionnement du principe de position. Il est ainsi capable de sérier les autres cartes même s'il a besoin d'être soutenu dans cette tâche qui nécessite concentration, organisation et qui entraîne un coût cognitif important en mémoire de travail, notamment par la conversion des niveaux avec la frise.

Le jeu de « bataille » entre cartes « positionnelles » et « codage » révèle que le système positionnel vertical est compris. Le faible coût cognitif et attentionnel en jeu ainsi que le recours à la manipulation contribuent sans doute à cette réussite.

Les questions d'équivalence sont compliquées pour Baptiste et ce sans doute car elles font appel à un raisonnement verbal pur, les contenants n'étant plus représentés. L'enfant procède en une abstraction empirique puisqu'il ne considère que ce qu'il voit directement sur la carte « positionnelle » au détriment des éléments regroupés.

1.7. Synthèse en base 3

La compréhension du principe de regroupement en base 3 ainsi que le principe de position au niveau de sa composante spatiale sont acquis. Les composantes de la numération en base 3 semblent assimilées mais le caractère fluctuant de ces réponses ainsi que les difficultés rencontrées par Baptiste au cours des différentes étapes de l'activité suggèrent que la réussite est encore très liée à la manipulation ce qui caractérise un raisonnement encore intuitif.

1.8. Mise en lien base 3 / base 10

Baptiste ne sait pas comment s'effectue le regroupement à l'école, ce qui peut expliquer l'opacité du système en base 10. Ainsi, un travail spécifique sur la base 10 pourrait s'avérer pertinent. La réussite aux questions d'équivalence est à nuancer par l'ordre de ces dernières et le parallèle qui est fait avec l'activité en base 3, et peut être la résultante d'une procédure de type scolaire. Nous restons également prudentes sur l'apparente compréhension du principe de position car nous ne n'avons pas d'éléments sur son aspect quantitatif : Baptiste ne justifie qu'en s'appuyant sur la disposition spatiale.

2. Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008

2.1. Epreuve de numération « la dizaine »

Les résultats de Baptiste entre le pré-test et le post-test 1 attestent d'une stagnation des performances concernant les composantes d'équivalence et de position qui ne sont pas comprises. Néanmoins, au niveau qualitatif, on note une évolution ce qui montre que sa représentation du concept de dizaine a évolué.

2.2. Conclusion

A l'exception d'une légère progression qualitative, aucune amélioration n'est constatée dans les épreuves de numération soumises à Baptiste ni en post-test 1 ni en post-test 2. Cette absence d'évolution pourrait être mise en lien avec différentes hypothèses explicatives (Bacquet & Guéritte-Hess, 1982) qui seront évoquées plus loin (cf p.72). De plus, dans le cadre de notre mémoire, il ne nous a pas été possible d'être à l'écoute du rythme de Baptiste comme nous l'aurions souhaité. Il est évident que dans le cadre

clinique d'une rééducation, le temps nécessaire aurait été pris pour assurer au mieux le transfert des acquis : un lien plus explicite, voire même une expérimentation des principes de la numération décimale auraient sans doute été plus appropriés.

3. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux

La structure de pensée n'a pas évolué pour l'épreuve de classification hiérarchique. Au niveau fonctionnel, on ne note pas de réelle évolution. En effet, Baptiste ne prend pas souvent en compte les suggestions ce qui ne l'aide pas à faire évoluer son classement. Les justifications qui sont données sont souvent incohérentes, basées sur les propriétés physiques ou liées à son vécu. Au post-test 2, on observe néanmoins une ébauche de hiérarchisation puisque Baptiste accepte d'inclure les canards dans le groupe des oiseaux après nos suggestions. Au cours de ces trois passations, on observe une certaine immaturité dans ses réponses. Cependant, les résultats de cet enfant correspondent à ce qui est attendu pour son âge au niveau fonctionnel.

II. Etude de cas de Julie

1. Analyse des séances

1.1. Activité 1 : regroupement

Cette activité est réussie. Julie élabore une réflexion et anticipe son action avant d'agir réellement et de manipuler le matériel. Un seul rappel est nécessaire, donc l'automatisation de la consigne se fait rapidement.

1.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre

Julie a un apprentissage rapide des équivalences entre la représentation imagée des différentes puissances de la base, et le nombre de bonbons auquel elles correspondent. Les équivalences sont construites et automatisées rapidement ce qui lui permet d'alléger le coût du traitement de la tâche en mémoire de travail. Elle développe une stratégie opératoire efficace lors de cette activité, qui consiste, pour trouver le bon nombre de bonbons, à passer par le plus haut niveau de regroupement.

Le jeu de « bataille » qui implique la comparaison de deux cartes est réussi car il engage les mêmes équivalences que celles citées ci-dessus ainsi qu'une certaine maîtrise de la sériation (cf p.31).

1.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »

L'interruption due aux vacances explique en grande partie les difficultés de Julie à cette étape. En effet, ses difficultés se concentrent au début de la sériation, puis, une fois que le

cadre est précisé à nouveau, on remarque que les niveaux de regroupement sont hiérarchisés, que l'itération est automatisée et la sériation est finalement réussie.

1.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin

Julie n'utilise pas les équivalences construites en base 3. Cela peut certainement être mis en lien avec les vacances : après deux semaines d'arrêt, les équivalences acquises à la séance précédente ne sont plus aussi efficaces. Ses difficultés dans cette activité la poussent à nouveau à vouloir se rattacher au système décimal qu'elle pense connaître. Elle a alors recours au calcul mental ou au dessin en utilisant des procédures numériques propres à la base 10 (utilisation des doubles, constellations de dés) qui s'adaptent mal à la base 3 et la mettent davantage en difficulté. Ceci montre l'intérêt pour cette enfant d'avoir changé de système car elle aurait sans doute eu des difficultés à reconstruire le système décimal. Un retour à l'activité précédente de « pioche » a été nécessaire afin de renforcer les équivalences en base 3 et de l'aider à les utiliser dans l'activité 3. De même, pour les grandes cartes, Julie dessine les niveaux de regroupement au fur et à mesure afin de diminuer le coût du traitement en mémoire de travail et de ne pas oublier ce qu'elle a fait précédemment.

1.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3

Julie montre quelques difficultés à entrer dans cette activité malgré toute sa motivation. En effet, elle ne comprend pas tout de suite qu'il s'agit toujours d'ajouter des éléments à la carte précédente qui évolue. Elle est happée par une stratégie intuitive qui la pousse à ajouter les éléments communs à deux cartes présentes devant elle. Il est possible que cette difficulté soit liée à la généralisation car les ajouts ne se font plus bonbon par bonbon, mais par niveaux aléatoirement désignés. Les difficultés en conservation (cf p.31) pourraient également expliquer cette conduite. En outre, les résultats de Julie à l'épreuve d'addition (B-LM Cycle II, Métral, 2008) montrent une difficulté de conceptualisation de la notion d'ajout sous-jacente à l'addition qui est certainement à l'origine d'une plus grande difficulté à se représenter mentalement cet ajout sur les hauts niveaux de regroupement.

Toutefois, les quelques erreurs d'anticipation observées au début de l'activité ont tendance à disparaître au fur et à mesure. Un certain temps aura été nécessaire pour que des stratégies figuratives laissent place à des stratégies plus opératoires, et que Julie accède à la notion de système généralisé en base 3.

1.6. Activité 5 : le système positionnel vertical

La progression de Julie dans la découverte du code positionnel vertical est très rapide, ce qui peut témoigner d'une représentation cohérente du système construit à l'activité précédente. Le jeu de « bataille » montre que Julie comprend la notion de quantité codée par la position. Toutefois, lors du retour à la manipulation, des conduites perceptives prennent le pas sur la stratégie opératoire développée précédemment. Des suggestions lui permettent d'adapter ses réponses ce qui témoigne d'un raisonnement encore intuitif.

1.7. Synthèse en base 3

Le principe de regroupement ainsi que le principe de position en base 3 sont acquis. Les équivalences sont globalement assimilées sauf pour le nombre de bonbons qu'il y a dans un coffre, qui n'est pas automatisé et doit être reconstruit par calcul mental. Julie donne une réponse approchée : on peut penser qu'elle a suivi le bon raisonnement, mais que ce calcul était trop coûteux en mémoire de travail, ce qui a provoqué une erreur.

1.8. Mise en lien base 3 / base 10

La mise en parallèle de la base 3 et de la base 10 aide certainement Julie à trouver les différentes équivalences que nous lui demandons, dans la mesure où les puissances de la base sont abordées dans l'ordre. Nous notons à titre qualitatif un flou sur la dizaine. Sa réponse, peu sûre au sujet des centaines, est cohérente avec le résultat ultérieur à l'épreuve de numération et la situe à un niveau intermédiaire.

Le système positionnel en base 10 semble compris mais les justifications de Julie sont laborieuses et uniquement appuyées sur des notions spatiales. La notion de quantité n'apparaît pas. Il faut donc être prudent quant aux hypothèses que nous pouvons faire sur l'efficacité de cette mise en lien.

2. Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008

2.1. Epreuve de numération « la dizaine »

Nous notons une amélioration des performances en ce qui concerne les équivalences. Le deuxième post-test montre une stabilité de ces résultats.

Le principe de position semblait être compris au moment du pré-test mais il faut rester prudent quant à ce résultat. En effet, cette réussite est étonnante au vu de l'absence d'équivalence numérique entre la dizaine et les unités. Julie a pu réussir cette épreuve au pré-test en s'appuyant sur la syntaxe additive du nombre « 24 » sans pour autant que le principe positionnel fasse sens pour elle. Le premier et le deuxième post-test révèlent une stabilité des performances en ce qui concerne le principe de position.

2.2. Epreuve de numération « questions de généralisation »

Cette épreuve confirme la réussite franche de Julie sur le niveau de la dizaine, et montre une construction approximative de la centaine. Le deuxième post-test révèle les mêmes résultats : aucune évolution n'est observée. Cela confirme l'absence de processus d'abstraction réfléchissante qui aurait permis une généralisation.

2.3. Conclusion

Notre activité a aidé Julie à améliorer ses performances en numération décimale. Néanmoins, leur évolution contrastée peut poser la question de l'absence de mise en œuvre du processus d'abstraction réfléchissante chez cette enfant (ou de l'ancrage de Julie dans un processus d'abstraction pseudo-empirique) et donc de l'absence de généralisation des apprentissages.

Il faut cependant considérer que la généralisation prend du temps et s'acquiert au fur et à mesure des confrontations à de nouvelles structures. Pour aller dans ce sens, deux possibilités peuvent être envisagées :

- augmenter la durée de l'entraînement proposé afin de pouvoir approfondir autant que nécessaire les activités proposées ;
- proposer un entraînement spécifique en base 10 ou dans une autre base afin d'aider au transfert des connaissances au système décimal.

Les réponses fluctuantes à la question posée de manière qualitative à propos du système positionnel en base 10 montrent que la généralisation de celui-ci est encore en cours d'élaboration. L'influence de la syntaxe additive, transparente dans le système oral du français, ne doit pas être négligée.

3. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux

La structure de pensée de Julie n'a pas évolué sur le plan structurel, ce qui correspond à ce qui est attendu pour son âge.

Néanmoins au niveau fonctionnel, nous constatons une évolution. Julie a de moins en moins besoin de suggestions de notre part pour l'aider à dérouler son raisonnement sur les différentes classes, qui restaient au départ, pour certaines encore disjointes. Elle est aussi capable, au premier post-test, de résister à une contre-suggestion. De plus, son classement et les justifications aux questions posées sont de plus en plus assurés. Ainsi, sa structure de pensée évolue tout en étant encore intuitive.

III. Etude de cas de Coralie

1. Analyse des séances

1.1. Activité 1 : regroupement

Coralie automatise rapidement le regroupement malgré quelques nécessaires rappels de la règle et quelques difficultés d'anticipation au début de l'activité. Cela est certainement dû au caractère multitâche de cette activité : il faut manipuler, élaborer et construire le système pour pouvoir anticiper, fabriquer des cartes « codage ».

1.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre

Les représentations des puissances de la base et les équivalences sont maîtrisées rapidement par Coralie ce qui est concordant avec son profil logique car cela requiert des structures de classification et de conservation suffisamment développées.

L'activité « pioche » est également réussie par Coralie, ce qui est dans la continuité des activités précédentes. Quelques erreurs de calcul sur les grandes cartes en fin de séance indiquent un coût de traitement accru, et une donc un risque d'erreur plus important.

1.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »

Malgré l'interruption des vacances, Coralie conserve une bonne mémoire de ce qui a été fait précédemment, et procède de manière efficace pour sérier les cartes « codage », parvenant même à intercaler des cartes parmi celles déjà disposées. Cela montre qu'elle possède une bonne représentation mentale de l'itération des bonbons et du système proposé. La manipulation a certainement aidé à construire de manière stable une représentation du système.

1.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin

Nous observons dans cette activité que Coralie maintient les différentes équivalences vues et manipulées précédemment. Celles-ci l'aident à développer une stratégie opératoire et à répondre rapidement et efficacement à la tâche demandée.

Les deux erreurs relevées sont suivies d'une autocorrection. Il s'agit sans doute d'un effet de la fatigabilité, qui en fin de séance provoque quelques erreurs d'inattention. Ces autocorrections prouvent néanmoins qu'elle a compris l'activité et ce qui lui est demandé.

1.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3

Son anticipation systématique des différents regroupements montre de bonnes flexibilité et représentation mentales du système. Elle n'éprouve pas de difficulté à appliquer les principes expérimentés en manipulation précédemment, sur de plus hauts niveaux de regroupement. Nous pouvons donc émettre l'hypothèse que pour Coralie, la mise en œuvre du processus d'abstraction réfléchissante a permis la généralisation du système par ajouts successifs.

L'activité de « bataille » révèle une stratégie caractéristique d'une pensée intuitive qui met Coralie en difficulté. Elle essaie en effet de passer par le nombre pour comparer les cartes et réalise que cela n'est pas possible. Toutefois, des suggestions de notre part sont nécessaires pour l'amener à une stratégie opératoire, pourtant utilisée précédemment (activité 2 « bataille »).

1.6. Activité 5 : le système positionnel vertical

La progression de Coralie pour trouver le codage positionnel vertical est assez similaire à celle des autres enfants. Elle cherche et élabore un code grâce à sa réflexion personnelle et à nos différentes suggestions. L'introduction du zéro et la frise récapitulative vont notamment l'aider à parfaire le code construit.

Le jeu de « bataille » est réussi grâce à des justifications pertinentes. La quantité inhérente à la position d'un chiffre dans le nombre semble être une notion claire pour Coralie. Cela est d'ailleurs confirmé par l'activité suivante de manipulation, qui est également maîtrisée.

Les questions d'équivalence sont réussies dans l'ensemble, bien que Coralie soit mise en difficulté par une question portant sur deux hauts niveaux de regroupements non consécutifs. Cet échec a plusieurs explications possibles. Il s'agit en effet de niveaux qui n'ont pas été concrètement manipulés par l'enfant. Ainsi, cela révèle probablement une généralisation du système aux hauts niveaux de regroupement qui n'est pas encore suffisamment stable pour résister au traitement complexe nécessité par cette question. En outre, une certaine fatigabilité en fin de séance entraînant certainement un coût de traitement de la tâche plus important, est à prendre en compte.

1.7. Synthèse en base 3

Coralie a des difficultés pour généraliser la règle de l'usine. Les équivalences sont bien construites. Coralie montre une bonne compréhension du système positionnel appris en base 3, à la fois au niveau spatial et au niveau des quantités exprimées par la position.

1.8. Mise en lien base 3 / base 10

Coralie trouve le regroupement par dix, en évoquant toutefois : « dix bonbons ». Cela peut être interprété de deux manières : elle a peut-être des difficultés à se défaire du matériel et du cadre de l'activité que nous avons proposé, ou au contraire, elle est en pleine élaboration d'un parallèle entre l'activité en base 3 et le système décimal qu'elle connaît par l'école. La suite très positive du post-test nous montrera qu'il s'agit certainement du deuxième cas.

Quand nous abordons les équivalences, Coralie se montre hésitante. Cela donne l'impression d'une attirance pour les anciennes procédures mises en place en base 10. Néanmoins, la mise en lien entre les deux bases permet de les enrayer, au profit d'un raisonnement construit.

Le système positionnel est acquis pour Coralie.

2. Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008

2.1. Epreuve de numération « la dizaine »

Les résultats de Coralie concernant l'équivalence numérique se sont améliorés. Le deuxième post-test confirme cette réussite. Au niveau positionnel, le post-test 1 est réussi et ce niveau se maintient au deuxième post-test.

2.2. Epreuve de numération « questions de généralisation »

Les questions de généralisation se sont nettement améliorées montrant de meilleures performances sur les équivalences numériques de la base 10. Le flou persistant sur les centaines, mais spontanément et directement auto-corrigé témoigne certainement encore une fois des liens progressifs que Coralie fait entre l'entraînement reçu en base 3, et ce qu'elle a appris à l'école en base 10, ne se laissant pas piéger par les anciennes procédures qu'elle avait pu mettre en place auparavant. Le deuxième post-test révèle plus d'assurance dans les réponses de Coralie jusqu'à la centaine, et un début de généralisation au niveau des milliers.

2.3. Conclusion

Nous observons chez Coralie une très nette amélioration des performances en numération décimale, ainsi qu'une pérennisation de celles-ci. Il semble qu'elle ait bénéficié de l'apport de la manipulation et du changement de base. En outre, les questions posées de manière qualitative sur la compréhension du système positionnel en base 10 semblent indiquer une généralisation de cette compétence, bien qu'il faille prendre en compte l'influence de la syntaxe additive, transparente dans le système français à l'oral.

3. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux

La pensée de Coralie n'a pas évolué sur le plan structurel, ce qui correspond à ce qui est attendu pour son âge. Néanmoins, au niveau fonctionnel, nous notons une évolution dans sa procédure de classement. Les classes et les sous-classes sont extraites avec de plus en plus de facilité. Au fil des passations, elle se sert toujours à bon escient des suggestions de l'adulte. Les questions de régulation et d'inclusion sont bien traitées au post-test 2 et les justifications sont correctes et assurées, Coralie résistant à une contre-suggestion ce qui n'était pas le cas au premier post-test. En effet, Coralie a fait un contre-sens quant au verbe « rester », compris comme un verbe d'état, provoquant ainsi des justifications erronées. Ainsi nous remarquons une évolution de sa structure de pensée qui devient de plus en plus opératoire.

IV. Etude de cas de Lola

1. Analyse des séances

1.1. Activité 1 : regroupement

Le principe de regroupement est très vite assimilé par Lola qui est par ailleurs très attentive et met beaucoup de soin dans cette tâche. A deux reprises, elle cherche à se rattacher au système scolaire en mettant en lien ce que nous faisons avec ce qu'elle connaît, mais le parallèle qui est fait entre les contenants en base 3 et les différentes puissances de la base 10 n'est pas toujours adapté.

Cette conduite nous conforte dans l'idée qu'une activité sur un autre support que la base 10 est intéressante pour permettre à Lola de se détacher des automatismes plaqués, développés dans le système scolaire.

1.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre

Les équivalences numériques sont maîtrisées rapidement ce qui permet à Lola d'être efficace dans ses calculs. Elles requièrent des compétences de conservation et de classification qui sont d'ailleurs suffisamment développées chez elle. Comme pour l'activité « pioche » qui suivra, elle se montre très habile ce qui traduit une certaine mobilité de pensée ainsi que la compréhension de ce qui a été fait en manipulation.

La réussite au jeu de « bataille », qui requiert la maîtrise de l'équivalence numérique et des capacités de comparaison, et les justifications adéquates témoignent d'une stratégie opératoire pour ce type de tâche.

1.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »

Malgré une structure de sériation efficace (cf p.32), la sériation des cartes « codage » pose problème à Lola, ce qui pourrait s'expliquer de différentes façons. Il faut ainsi considérer d'une part, le fait que cette activité se situe après une interruption de deux semaines due aux vacances, ce qui a pu rendre plus difficile la remémoration du fonctionnement de l'usine. D'autre part, Lola semble, dans un premier temps, mettre en place une stratégie figurative étant happée par ce qu'elle voit sur les cartes.

La suggestion de l'évocation de ce qui avait été fait en manipulation s'avère être une aide très utile pour Lola qui peut alors finir sa sériation sans difficulté. Cette conduite semble traduire un raisonnement intuitif dans lequel des stratégies figuratives évoluent à un niveau opératoire grâce aux suggestions.

1.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin

Cette activité est bien comprise par Lola qui maîtrise les équivalences. Toutefois, réaliser les calculs mentalement pour les grands nombres reste difficile pour elle. Cette activité requiert un traitement coûteux pour Lola en mémoire de travail, ce qui explique sans doute l'aide considérable apportée par le dessin. Pour utiliser une stratégie opératoire, Lola tient compte de la suggestion de l'adulte et se l'approprie dans les questions suivantes. Cette capacité à se décentrer de sa conduite initiale traduit à nouveau un raisonnement intuitif.

1.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3

La généralisation des regroupements est très bien assimilée par Lola ce qui révèle des capacités d'anticipation. L'enchaînement correct des regroupements à effectuer mentalement et la compréhension de la notion de système révèlent une maîtrise de la généralisation sans doute grâce au processus d'abstraction réfléchissante.

Le jeu de « bataille » est réussi de la même manière qu'à l'activité 2, bien que Lola ait parfois quelques difficultés pour extraire d'emblée l'élément pertinent pour justifier. La verbalisation des différents éléments des deux cartes est nécessaire pour pouvoir raisonner et extraire l'élément qui donne sa pertinence à la justification.

1.6. Activité 5 : le système positionnel vertical

La progression de Lola pour trouver le codage positionnel vertical est assez similaire à celle des autres enfants. Elle est en recherche constante et met du temps à élaborer le code mais avec nos différentes suggestions, elle va introduire le zéro ce qui débouche sur un code positionnel hiérarchique vertical.

La sériation des cartes « positionnelles » est difficile dans un premier temps car Lola utilise une stratégie figurative face à ces cartes qui ne symbolisent plus le contenu par le dessin. Le codage chiffré positionnel ne lui permet pas de dégager un critère quantitatif ou spatial pertinent pour effectuer le classement malgré de bonnes compétences de sériation (cf p. 32). Lui demander de verbaliser ce qu'il y a sur chaque carte semble nécessaire pour pouvoir élaborer sa réflexion. Lola élabore progressivement une stratégie opératoire et compare efficacement les cartes correspondant à un même « niveau », par exemple, celles contenant 3 chiffres puis 4... Néanmoins, se représenter la quantité à travers l'évocation des contenants est beaucoup plus aidant qu'à travers le système positionnel ce qui révèle un raisonnement encore très intuitif pour ce type de tâche.

La fabrication de commande est très bien réussie ce qui montre une bonne représentation de la valeur quantitative des chiffres en écriture positionnelle.

La réussite partielle aux questions d'équivalence révèle que Lola a besoin de passer par l'évocation de la manipulation.

1.7. Synthèse en base 3

Comme le confirme le déroulement des activités, les composantes de regroupement, d'équivalence et de position qui constituent la numération sont comprises. En effet, les stratégies souvent opératoires développées d'emblée ou avec aide lui ont sans doute permis d'assimiler ce travail en base 3.

1.8. Mise en lien base 3 / base 10

Nous notons qu'il existe un flou autour du type de regroupement à l'école, sans doute par manque de manipulation en base 10. Les équivalences entre la base 3 et la base 10 sont réussies mais le système n'est pas encore généralisé au millier qui n'a pas été abordé en classe. Le principe de position concernant la disposition spatiale est compris mais nous n'avons pas d'éléments concernant la représentation de la quantité. Les réponses de Lola ne peuvent nous garantir l'efficacité du lien entre les deux bases malgré la réussite des réponses.

2. Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008

2.1. Epreuve de numération « la dizaine »

Les résultats de Lola concernant l'équivalence numérique pour la dizaine se sont améliorés. En revanche, ses résultats concernant la position étant corrects dès le pré-test, ils ne nous permettent pas de noter une évolution. Néanmoins, l'épreuve de disposition des jetons sur « 24 », peut être résolue en s'appuyant uniquement sur la syntaxe additive (20 et 4). Ainsi nous devons rester prudentes sur cette « réussite » qui ne se retrouve ni dans le reste de l'épreuve ni dans les questions de généralisation. Cependant, au post-test 1, la réussite est sans conteste et homogène en dizaine comme en centaine.

Au post-test 2, l'amélioration s'est maintenue au niveau de la dizaine. De plus, les questions supplémentaires posées sur le système positionnel au niveau de la centaine et du millier montrent que l'amélioration s'est aussi généralisée au niveau supérieur en ce qui concerne l'épreuve des jetons.

2.2. Epreuve de numération « questions de généralisation »

Les résultats concernant les questions de généralisation se sont nettement améliorés. Au post-test 2, cette amélioration s'est maintenue mais sans généralisation au niveau du millier.

2.3. Conclusion

L'amélioration des résultats aux épreuves de numération constatée chez Lola montre un bénéfice de l'apprentissage en base 3 qu'elle aurait bien transféré en base 10. L'hypothèse

d'un manque de manipulation en base 10 qui rendait la compréhension du système décimal difficile pour la jeune fille peut également être évoquée. Les résultats au post-test 2 révèlent que l'amélioration s'est maintenue dans le temps.

3. Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux

La structure de pensée de Lola n'a pas évolué au niveau structurel pour l'épreuve de classification hiérarchique. Néanmoins, au niveau fonctionnel, on constate une amélioration au premier puis au deuxième post-test. Les suggestions sont de moins en moins nécessaires et Lola est capable de les prendre en compte en donnant des arguments de plus en plus appropriés pour justifier. Les classes et leur dénomination sont extraites avec de plus en plus d'aisance. Néanmoins, si la classe « non-oiseaux » est constituée après suggestion, la dénomination trouvée n'est pas adéquate. Les résultats de la jeune fille correspondent tout à fait à ce qui est attendu pour son âge au niveau structurel et fonctionnel.

V. Comparaison des quatre sujets

1. Comparaison des profils en post-test

Nous observons une amélioration des performances en base décimale pour Lola, Coralie et Julie suite à l'apprentissage de la numération en base 3. Toutes les trois semblent avoir bénéficié de l'entraînement que nous leur avons proposé. Les stratégies employées pour effectuer les différentes activités étaient soit opératoires d'emblée, soit elles le devenaient par la prise en compte des suggestions et des aides de notre part. Ainsi, nous pouvons penser qu'elles ont transféré la compréhension de ce qui a été expérimenté en base 3 à la base 10. Néanmoins, si cette amélioration est nette pour Coralie et Lola, elle est moins franche pour Julie. Cette dernière présentait en effet plus de difficultés pour certains exercices dans lesquels des stratégies figuratives dominaient bien que le développement d'un autre type de stratégie soit possible. Il semblerait que Julie ait besoin de plus de temps pour assimiler et s'approprier les conduites expérimentées au cours des activités. De plus, le profil logique de Julie (cf p.31) fait état d'une absence de conservation des quantités discontinues à l'épreuve du B-LM Cycle II (Métral, 2008) ce qui a également pu la gêner. Les très bons résultats dans les autres structures logiques lui ont certainement permis de compenser en partie ses difficultés.

Pour un enfant, Baptiste, nous n'avons observé aucune amélioration en base 10, malgré certains résultats positifs en base 3. Pour expliquer cette absence d'évolution, plusieurs hypothèses peuvent être évoquées.

Baptiste présente un profil logique qui diffère de celui des autres enfants (cf p.31). Les structures logiques testées, mis à part la sériation, accusent un retard qui varie entre 3 et 12 mois. Nous pouvons donc émettre l'hypothèse que malgré un écart à la norme de son âge inférieur à un an, les bases logiques nécessaires à la mise en place de la numération n'étaient peut-être pas suffisantes ni suffisamment stables chez lui. En effet, les nombreuses stratégies figuratives qu'il utilise et la difficulté à s'en détacher parfois pour développer des stratégies opératoires révèlent une pensée encore irréversible. En effet, la

figurativité est présente à de nombreuses reprises au travers des processus d'abstraction empirique déployés, l'immatunité au cours de l'entraînement, les fréquentes allusions au domaine du jeu, du merveilleux et du magique. Néanmoins, à quelques reprises, et grâce à la manipulation, il est capable de mettre en place des stratégies de type opératoire mais il ne semble pas pouvoir les généraliser dans d'autres contextes (base 10). Ces différents éléments traduisent une pensée encore très intuitive avec une composante figurative très marquée. Il aurait certainement eu besoin de plus de temps, d'expérimentation et de manipulation pour parvenir à transférer les connaissances acquises en base 3, à la base 10.

Il faut en outre être prudent quant à la présence éventuelle de troubles associés chez Baptiste que nous n'avons pas pu contrôler. En effet, c'est un enfant très dispersé, qu'il faut souvent recadrer. Ceci est peut-être en lien avec des difficultés attentionnelles. De plus, les épreuves de langage oral (ELO, Khomsi, 2001) réalisées en deuxième intention révèlent des scores pathologiques qui ne le sont pas chez les trois autres enfants. En effet, les résultats en compréhension lexicale et en expression morphosyntaxique pourraient en partie expliquer ses difficultés dans la compréhension ou la verbalisation de certaines étapes de l'activité. Les faibles résultats en compréhension initiale et les autocorrections souvent efficaces traduisent une grande impulsivité dans les réponses sans doute en lien avec les difficultés d'attention supposées.

Enfin, nous pouvons envisager comme facteur explicatif, l'absence de développement concomitant de la numération et de la structure d'inclusion au niveau fonctionnel, contrairement aux autres enfants. Toutefois, ce lien ne peut être considéré que comme une hypothèse explicative et serait à approfondir dans une autre recherche.

2. Relation entre les résultats du pré-test et ceux des post-tests

Les deux enfants, Coralie et Baptiste, qui présentaient un échec global en numération dès la dizaine au pré-test, montrent une évolution très contrastée de cette composante aux post-tests. En effet, si Coralie a amélioré ses performances de manière très positive, Baptiste quant à lui, ne présente aucune évolution en numération.

Les deux enfants, Julie et Lola, qui présentaient au pré-test un niveau intermédiaire en dizaine et un échec en centaine, ont elles aussi une évolution contrastée, quoique positive, aux post-tests.

Ainsi, nous observons que les résultats au pré-test ne conditionnent pas les résultats aux post-tests. Quelque soit le niveau d'échec observé avant le début de l'entraînement, nous supposons que ce dernier peut faire évoluer les performances en numération malgré un niveau de départ très déficitaire. A l'inverse, les enfants qui présentaient les meilleures performances initiales en numération n'auront pas nécessairement les meilleurs résultats en numération aux post-tests. L'importance de l'évolution des résultats n'est pas proportionnelle aux difficultés initiales observées.

3. Répercussion sur les attentes scolaires

Au début de notre recherche, nous nous interrogeons sur l'impact de notre entraînement sur les exercices scolaires, portant sur la numération, proposés aux enfants. En consultant

leurs cahiers et suite à nos discussions avec les enseignants, nous avons pu constater que le plus souvent cette amélioration au niveau « scolaire » était corrélée à celle que nous avons pu observer en numération.

Cette amélioration des performances en numération ne se retrouvait pas toujours dans les exercices scolaires, ce qui pourrait être mis en lien avec un manque d'automatisation et de renforcement dans l'application des stratégies que les enfants avaient pu développer pendant l'entraînement.

On remarque néanmoins que l'application de procédures mathématiques peut compenser en partie l'absence de compréhension de la numération décimale et aboutir à une réussite partielle des exercices (Sophian, 1991). C'est le cas de Baptiste, qui malgré l'échec constaté dans les épreuves de numération, parvient parfois à donner l'illusion d'une réussite aux exercices « scolaires » par la mise en place de stratégies procédurales rendues possibles par la présentation des certains exercices du fichier (consignes répétitives, correspondance « couleur » entre le chiffre des dizaines et le mot « dizaine »...).

De manière globale, l'entraînement suivi par les enfants a permis un gain dans les exercices scolaires, hormis pour Baptiste.

4. Similitudes des conduites

Malgré toutes les différences énoncées ci-dessus, les enfants ont présenté un certain nombre de points communs et de conduites identiques tout au long de l'entraînement.

- Ils ont tous acquis ce qui était attendu d'eux en base 3.
- Ils ont tous présenté des difficultés qui semblent liées à une surcharge cognitive en mémoire de travail, due à un coût de traitement trop important des différentes tâches. Plusieurs facteurs peuvent être mis en cause :
 - la fatigabilité en fin de séance ;
 - le manque d'automatisation des stratégies qui nécessiterait d'allonger la durée de l'entraînement en lui-même ;
 - l'aspect « multitâche » de certaines activités.
- Ils ont tous semblé bénéficier de l'apport de la manipulation ce qui confirme les observations cliniques de Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) car :
 - Les équivalences ont toujours été maîtrisées rapidement.
 - Le traitement mental des tâches était meilleur sur les niveaux expérimentés en manipulation. Ceci doit être nuancé par le fait qu'il s'agissait également des niveaux les plus bas, donc les plus facilement représentables.
 - L'évocation de la manipulation ou le retour à celle-ci permettait toujours d'aider les enfants.
- Leurs résultats révèlent une difficulté à généraliser leurs performances à la compréhension de l'ensemble du système décimal abordé jusque-là (à savoir le millier). Cette observation pourrait être mise en lien avec la fragmentation de l'apprentissage du système numérique présenté par l'école (Baquet & Guéritte-Hess, 1986).

VI. Validation et discussion des hypothèses

1. Hypothèse opérationnelle n°1

Si les performances de Coralie, Julie et Lola en **équivalence numérique** se sont améliorées au post-test 1 par rapport au pré-test, les performances de Baptiste en revanche n'ont pas évolué. Cela peut être mis en lien avec un manque de travail spécifique en base 10 qui aurait été nécessaire à l'enfant pour pouvoir transférer les connaissances en base 3 ou avec des difficultés inhérentes à cet enfant en particulier (langage oral, attention,...).

Les performances de Coralie, Julie et Lola se sont maintenues, voire même améliorées pour Coralie, entre le post-test 1 et le post-test 2. L'absence d'amélioration s'est également maintenue chez Baptiste.

Nous pouvons donc partiellement valider notre hypothèse opérationnelle n°1.

2. Hypothèse opérationnelle n°2

Les performances portant sur le **système positionnel** se sont améliorées chez Coralie et se sont maintenues à un niveau de réussite chez Julie et Lola au post-test 1 par rapport au pré-test. En revanche, les performances de Baptiste pour cette composante n'ont pas évolué. Les mêmes explications que celles décrites ci-dessus peuvent être évoquées.

Les performances de Coralie, Julie et Lola se sont maintenues et semblent même s'être généralisées au niveau du millier chez les trois filles, entre le post-test 1 et le post-test 2. L'absence d'amélioration s'est également maintenue chez Baptiste.

Nous pouvons donc partiellement valider notre hypothèse opérationnelle n°2.

3. Hypothèse opérationnelle n°3

Concernant la **classification hiérarchique**, nous observons une amélioration fonctionnelle chez Coralie, Julie et Lola. Chez ces trois enfants, une évolution est également observée pour les performances en numération. Chez Baptiste, nous n'observons ni une amélioration fonctionnelle ni une évolution de ses résultats en numération.

Ces évolutions parallèles pourraient s'expliquer par le fait que le développement conjoint de l'inclusion et de la numération avec l'aide de l'assimilation et de l'accommodation permettrait aux deux compétences d'évoluer. A l'inverse, le non-développement conjoint de l'inclusion et de la numération pourrait être une des raisons à l'origine des difficultés dans les deux compétences.

L'hypothèse opérationnelle n°3 est donc validée.

4. Conclusion quant à l'hypothèse générale

Les post-tests concernant l'amélioration des performances en numération en base 10 objectivent une amélioration chez trois des quatre enfants. Néanmoins, les composantes du système en base 3 présentées à l'enfant ont été assimilées par chacun. De plus, l'activité de mise en lien entre la base 3 et la base 10 semble traduire que pour chacun d'entre eux, un lien est possible entre les deux bases. Pour certains enfants, un travail spécifique en base 10 pourrait être nécessaire pour compléter le travail entamé avec eux.

Ainsi, face à ces résultats contradictoires, nous ne pouvons conclure quant à notre hypothèse générale car nous ne savons pas à quoi est liée l'absence de généralisation de la base 3 à la base 10 chez Baptiste. Notre hypothèse générale est partiellement validée.

VII. Critique de notre étude

Les séances effectuées avec les enfants étaient souvent longues de par la progression et le calendrier que nous avons dû nous imposer. Néanmoins, leurs difficultés au cours des différentes étapes semblent montrer qu'ils auraient davantage bénéficié de séances plus courtes et plus étalées dans le temps.

En les pratiquant, nous avons également pris conscience que nos activités présentaient de nombreuses tâches de calcul mental dont la résolution nécessitait une charge importante en mémoire de travail. Ainsi, certaines activités pourraient être modifiées en allégeant le coût cognitif trop élevé de certains calculs en utilisant des numérosités plus faibles ou en proposant d'accompagner le raisonnement par le dessin. Des activités qui mettent en jeu une seule aptitude à la fois permettraient également de faciliter les traitements souvent complexes, mais ceci est difficilement réalisable en pratique et de plus, se rapproche peu des situations auxquelles l'enfant est confronté dans son quotidien.

Nous ne nous sommes pas facilement appropriées la démarche clinico-critique de Piaget au début de notre recherche et cela aura sans doute été à l'origine de certaines maladresses. Néanmoins, au fil du déroulement de notre protocole, nous nous sommes senties de plus en plus à l'aise dans ce type d'approche.

De plus, ne pas avoir envisagé la passation des épreuves complémentaires, dès le pré-test, est à noter. Concernant les épreuves de langage oral, le fait d'avoir eu l'opportunité de le faire ultérieurement nous a toutefois donné de nombreux éléments d'analyse mais ne nous a pas permis de mettre en lien les résultats en langage oral avec ceux en numération de façon plus approfondie.

En outre, le manque de tests permettant une évaluation quantitative de la numération et notamment de l'équivalence numérique ne nous a pas permis de disposer d'autant d'éléments que nous aurions souhaité pour fonder notre observation et notre analyse de cette compétence.

L'obtention d'un groupe équilibré (filles/garçons) aurait été préférable pour l'analyse de nos résultats mais les critères d'inclusion et d'exclusion au sein du groupe considéré ne nous ont pas permis de répondre à cette attente. Enfin, pour répondre aux attentes

méthodologiques et aux contraintes de notre protocole expérimental, nous n'avons pas toujours passé autant de temps que nous le souhaitions sur certaines activités.

VIII. Apport de notre étude

Cette étude nous a donné l'opportunité de développer un matériel de remédiation de la numération qui pourra, nous l'espérons, être un outil de travail pour les orthophonistes qui font le choix de prendre en charge des enfants ayant des difficultés logico-mathématiques.

Notre activité n'ayant pas permis aux quatre enfants d'améliorer de la même façon leurs performances en numération, force a été de constater à quel point le développement singulier de chaque enfant nécessite une réponse sans cesse adaptée ou reconstruite à partir du potentiel cognitif de l'enfant (Meljac & Charron, 2002) que ce soit au niveau de la progression des apprentissages, du type de tâche proposé et des stratégies à mettre en place.

D'un point de vue personnel, grâce à cette recherche, nous avons pu nous confronter à la clinique et commencer à acquérir de l'expérience. Nous avons également eu la possibilité d'affiner notre sens de l'observation clinique en lien avec la méthode expérimentale choisie. Enfin, nous avons eu le plaisir de pouvoir exprimer notre créativité dans la conception d'une activité de remédiation que nous avons pu par la suite proposer à des enfants, nous permettant ainsi de faire le lien entre la conception « théorique » et l'utilisation concrète de ce matériel.

IX. Ouverture

L'expérience de remédiation que nous avons eue avec ces quatre enfants pourrait également être proposée à des enfants dyscalculiques. Ces derniers présentant un fonctionnement logique particulier qui se distingue des enfants auxquels nous étions confrontés, nous ne pouvons prédire une évolution similaire. Néanmoins, la numération étant un apprentissage, cette activité pourrait peut-être se voir proposée à des enfants dyscalculiques qui auraient bénéficié d'une rééducation au niveau logique au préalable.

Les comportements que nous avons observés auprès de certains enfants nous font penser que le changement de base a été bénéfique. Dans cette optique, un prolongement de notre étude pourrait être d'approfondir ce point de vue en appliquant cet entraînement de la numération en base 3 auprès d'un échantillon plus significatif.

Face aux résultats de notre recherche, nous nous sommes également demandées si suite au travail en base 3, un travail de mise en lien explicitant les similitudes et les différences entre les systèmes en base 3 et 10 s'avèrerait utile. Cette comparaison, couplée à de la manipulation en base 10 pourrait faciliter la généralisation.

Enfin, un troisième prolongement de notre étude pourrait être de savoir si un travail spécifique en base 10 effectué directement auprès de ces enfants ne serait pas suffisant pour remédier à leurs difficultés en numération.

CONCLUSION

Notre protocole expérimental nous a permis de valider partiellement notre hypothèse. L'entraînement que nous avons proposé aux enfants s'est révélé efficace pour trois d'entre eux. Pour les besoins du protocole, tous ont suivi le même entraînement, mais il est évident que nos résultats confirment et appuient la nécessité d'une notion de prise en charge personnalisée et adaptée à chaque enfant. Il ne s'agissait pas pour nous d'élaborer une recette de remédiation de la numération, mais d'essayer de valider expérimentalement une pratique ressentie et exprimée par de nombreux orthophonistes.

Les enfants ont cependant tous bénéficié, à un certain niveau, des activités que nous leur avons proposées, et notamment de l'apport de la manipulation et du questionnement qui l'accompagnait. En effet, cela leur a permis d'expérimenter de façon concrète ce que nous pouvions leur demander, et d'ancrer dans le réel des notions qui pouvaient leur paraître obscures. Pour chacun, nous avons réussi à faire émerger du sens, au moins en base 3, derrière un système uniquement expérimenté de manière procédurale, en base 10.

Ces activités et leur déroulement peuvent être un support de la remédiation de la numération même si des compléments restent nécessaires. Il faudra en outre, toujours respecter le rythme d'avancement et d'élaboration de l'enfant, ce que nous n'avons malheureusement pas toujours réussi à faire en raison des contraintes matérielles et temporelles imposées par cette étude. De plus, il serait possible d'enrichir cette approche par un travail spécifique en base 10 qui pourrait permettre la généralisation.

D'un point de vue personnel, les séances passées avec Baptiste, Julie, Coralie et Lola ont été d'une grande richesse clinique et ont participé à aiguïser et expérimenter notre sens de l'observation et de l'adaptation. Nous avons également pu constater toute la complexité, et tout l'intérêt d'une rééducation dans le domaine logico-mathématique au vu de toutes les structures qui y sont impliquées. Nous espérons à présent mettre en œuvre dans nos futures rééducations les principes généraux et spécifiques que nous avons fait nôtres au cours de cette étude.

BIBLIOGRAPHIE

Bacquet, M. (1996). *Les maths sans problèmes*. Paris : Calmann Levy.

Bacquet, M., & Guéritte-Hess, B. (1982). *Le nombre et la numération*. Paris : ISOSCEL.

Baruk, S. (2003). *Comptes pour petits et grands: pour un apprentissage du nombre et de la numération fondé sur la langue et le sens*. Paris : Magnard.

Bernoussi, M. (1996). Le nombre avant et après Piaget. *Revue de psychologie de l'éducation*, 1, 9-14.

Bideaud, J., Lehalle, H., & Vilette, B. (2004). *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*. Villeneuve d'Ascq : Presses Universitaires du Septentrion.

Bonhême, B., & Descaves, A. (2007). *Activités numériques et résolution de problèmes au cycle 2*. Paris : Hachette Education.

Brissiaud, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer : le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*. Paris : Retz.

Bulletin Officiel de l'Education Nationale, n°3, 19 juin 2008.

Calvarin, S. (2003). Jeux et exercices de rééducation logique. *Glossa*, 83, 34-41.

Candau, N. (1971). *Nouvelle pédagogie du calcul, la numération*. Lyon : mémoire d'orthophonie n° 171.

Chain, G. (2006). *Difficultés de construction de la numération chez des enfants avec ou sans troubles associés et création d'un jeu*. Nantes : mémoire d'orthophonie.

Chalon-Blanc, A. (2005). *Inventer, compter, classer : de Piaget aux débats actuels*. Paris : Armand Colin.

Dehaene, S. (1997). *La bosse des maths*. Paris : Odile Jacob.

Demetriou, A. (1988). Préface. In A. Demetriou (Ed.), *The Neo-Piagetian theories of cognitive development : toward an integration* (pp. vii-xi). Amsterdam : Elsevier Science Publishers B.V.

Dictionnaire Hachette (1994)

Dolle, J-M. (1999). *Pour comprendre Piaget*. Paris : Dunod.

Dolle, J-M., & Bellano, D. (1989). *Ces enfants qui n'apprennent pas : Diagnostic et remédiations*. Paris : Centurion.

Equipe de didactique des mathématiques (2005). J.Colomb (Ed.). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes : CP cycle 2*. Paris : Hatier ERMEL.

Fayol, M. (1990). La chaîne numérique verbale et son acquisition. In M. Fayol, *L'enfant et le nombre : du comptage à la résolution de problèmes* (pp.23-50). Neufchâtel : Delachaux et Niestlé.

Fayol, M. (1990). La conservation et ses problèmes. In M. Fayol, *L'enfant et le nombre : du comptage à la résolution de problèmes* (pp.77-103). Neufchâtel : Delachaux et Niestlé.

Fayol, M., Barrouillet, P. & Renaud, A. (1996). Mais pourquoi l'écriture des grands nombres est-elle aussi difficile. *Revue de psychologie de l'éducation*, 1, 87-107.

Fayol, M., Perros, H. et Seron, X (2004). Les représentations numériques: caractéristiques, troubles et développement. In M-N. Metz-Lutz, E. Demont, C. Seegmuller, M. De Agostini & N. Bruneau (Eds). *Développement cognitif et troubles des apprentissages* (pp. 69-107). Marseille: SOLAL.

Fischer, J-P. (2002). Différences culturelles et variabilité des modalités des acquisitions numériques. In J. Bideaud & H. Lehalle, *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (pp.216-237). Paris : Lavoisier

Flegon, M-H., Place, V. (1989). *Le 10, où l'importance de la construction de la numération décimale*. Lyon : mémoire d'orthophonie n°740.

Fuson, K. C., Kwon, Y. (1991). Systèmes de mots-nombres et autres outils culturels : effets sur les premiers calculs de l'enfant. In J. Bideaud, C. Meljac & J-P. Fischer, *Les chemins du nombre* (pp. 351-374). Lille : Presses Universitaires de Lille.

Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C.J. Brainerd (Ed.), *Children's logical an mathematical cognition, progress in cognitive development research* (pp. 33-92). New York : Springer-Verlag.

Guedj, D. (1996). *L'empire des nombres*. Paris : Gallimard.

Guéritte-Hess, B., Causse-Mergui, I., & Romier, M-C. (2005). *Les maths à toutes les sauces*. Paris: Le Pommier.

Guitel, G. (1975). Prolégomène. In G. Guitel, *Histoire comparée des numérations écrites*. (pp. 19-54). Paris : Flammarion

Houdé, O. (1996). Comment les nombres viennent aux humains ? *Revue de psychologie de l'éducation*, 1, 15-23.

Ifrah, G. (1994). *Histoire universelle des chiffres : l'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul*. Paris : Robert Laffont.

Jaulin-Mannoni, F. (1965). *La rééducation du raisonnement mathématique*. Paris : Les Editions Sociales Françaises.

- Jonnaert, P. (2002). Une contextualisation des apprentissages arithmétiques. In J. Bideaud & H. Lehalle, *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (pp.239-264). Paris : Lavoisier.
- Mazeau, M. (1996). *Déficits visuospatiaux et dyspraxie de l'enfant*. Paris : Masson.
- Meljac, C. (1992). *Décrire, agir, compter*. Paris : Presses universitaires de France.
- Meljac, C. (2004). Le développement numérique et ses troubles, perspective historique. In Troubles spécifiques des apprentissages. *L'état des connaissances : livret calcul n°7* (pp. 28-24). Paris : Signes Editions.
- Meljac, C., Charron, C. (2002). Une approche constructiviste des remédiations dans le domaine numérique. In J. Bideaud & H. Lehalle, *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (pp.293-316). Paris : Lavoisier.
- Métral, E. (2008). *B-LM Cycle II : Manuel d'utilisation*. Chavanod : Edition du Grizzly.
- Mix, K. S. (1999). Similarity and numerical equivalence : appearances count. *Cognitive development, volume 14*, 269-297.
- Morel, L. (2003). Panne en maths, panne en regroupements de « uns ». *Glossa*, 83, 42-29.
- Noël, M-P. (2005). *La dyscalculie, trouble du développement numérique de l'enfant*. Marseille : Solal.
- Perret, J-F. (1985). *Comprendre l'écriture des nombres*. Bern : Peter Lang SA.
- Piaget, J. (1991). La genèse des structures logiques élémentaires : classification et sériations. Lausanne : Delachaux et Niestlé. 5^{ème} édition.
- Piaget, J. (1967). *Psychologie de l'intelligence*. Paris : Armand Colin.
- Piaget J., & Inhelder B. (1966). *La psychologie de l'enfant*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1991). *La genèse du nombre chez l'enfant* (7th ed.). Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.
- Shulman, V., Restaino-Baumann, L., & Butler, L. (1985). *The Future of Piagetian Theory: The Neo-Piagetians*. New-York : Plenum Press.
- Sophian, C. (1991). Le nombre et sa genèse avant l'école primaire : comment s'en inspirer pour enseigner les mathématiques ? In J. Bideaud, C. Meljac & J-P. Fischer, *Les chemins du nombre* (pp. 35-58). Lille : Presses Universitaires de Lille.
- Troubles spécifiques des apprentissages. (2004). *L'état des connaissances : livret calcul n°7*. Paris : Signes Editions.

GLOSSAIRE

Van Hout, A., Meljac, C., & Fischer, J-P. (2005). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. Paris : Masson.

Vergnaud, G. (1991). L'appropriation du concept de nombre : un processus de longue haleine. In J. Bideaud, C. Meljac & J-P. Fischer, *Les chemins du nombre* (pp.271-282). Lille : Presses Universitaires de Lille.

ANNEXES

Annexe I : Epreuve préliminaire « papier-crayon »

Les bananes de Moki le singe

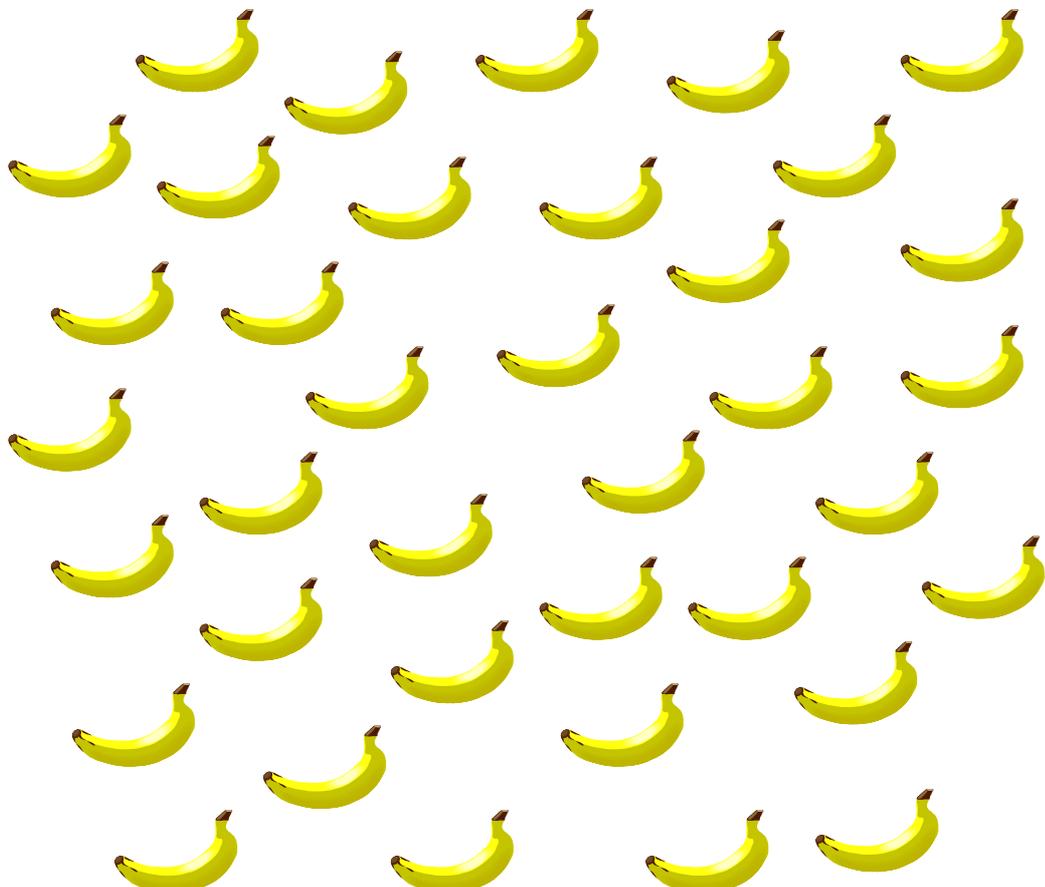


Dans la réserve de bananes que tu vois ici, 32 bananes seulement appartiennent à Moki le singe.

Aide Moki à retrouver ses **32** bananes :

→ Entoure **en rouge** les bananes qui correspondent au **3**.

→ Entoure **en vert** les bananes qui correspondent au **2**.



Annexe II : Déroulement de l'activité en base 3

1. Activité 1 : la fabrique de bonbons

Objectif : automatiser le principe du groupement en base par le biais de la manipulation

Règle du jeu : « Dans notre usine, on fait des bonbons, et on les emballe pour les envoyer aux gens. Toi, tu vas nous aider à les préparer mais attention dans cette fabrique, dès qu'il y a « trois » objets, il faut les regrouper. Alors tu ne dois jamais avoir trois bonbons tout seuls : dès que tu as trois bonbons, tu les mets dans un sachet. »

1.1. 1^{er} niveau de groupement : jusqu'au sachet

Consigne : « Moi je te donne des bonbons, toi tu me dis ce que tu as devant toi et tu emballes les bonbons quand c'est nécessaire. Puis tu pourras coller les gommettes pour fabriquer une carte qui représente ce que tu as devant toi. »

Nous donnons les bonbons un par un à l'enfant et pour chaque ajout, il fabrique la carte « codage » correspondante. Quand il arrive à trois bonbons, nous expliquons à l'enfant qu'il doit les mettre dans un sachet car dans cette usine, dès qu'il a trois objets, il faut les mettre ensemble. Nous plaçons les cartes « codage » horizontalement devant l'enfant au fur et à mesure.

Puis activité 2 pour le premier niveau de groupement.

1.2. 2^{ème} niveau de groupement : jusqu'à la boîte

Consigne : « Moi je te donne des bonbons, toi tu me dis ce que tu as devant toi et tu emballes les bonbons quand c'est nécessaire. Puis tu pourras coller les gommettes pour fabriquer une carte qui représente ce que tu as devant toi. »

Quand nous arrivons à trois sachets : « Tu te rappelles, dans cette usine, quand il y a trois objets, on les met ensemble donc quand on a trois sachets, il faut les mettre dans une boîte ».

Nous continuons à donner des bonbons à l'enfant en suivant le même principe que précédemment. Quand il arrive à trois sachets, nous expliquons à l'enfant qu'il faut les mettre dans un carton en rappelant la règle du jeu. Nous disposons les cartes « codage » horizontalement devant l'enfant au fur et à mesure.

Puis activité 2 pour le deuxième niveau de groupement.

1.3. 3^{ème} niveau de groupement : jusqu'au coffre

Consigne : « Moi je te donne des bonbons, toi tu me dis ce que tu as devant toi et tu emballes les bonbons quand c'est nécessaire. Puis tu pourras coller les gommettes pour fabriquer une carte qui représente ce que tu as devant toi. »

Nous procédons comme précédemment puis quand il y a trois cartons, nous expliquons à l'enfant qu'il faut les mettre dans un coffre : « *Tu te rappelles, dans cette usine, quand il y a trois objets, on les met ensemble donc quand on a trois cartons, il faut les mettre dans un coffre* ».

Nous regroupons les cartes et l'enfant défait les emballages qu'il a construits en manipulation.

Puis activité 2 pour le troisième niveau de regroupement.

2. Activité 2 : les cartes du patron

Objectif : travail de l'équivalence numérique du dessin au nombre à un niveau de représentation supérieur. Cette activité sera insérée entre chaque nouveau niveau de regroupement, avec les cartes « codage », de façon à ce que l'enfant renforce la correspondance code / nombre, et ce afin de faciliter les étapes ultérieures.

Consigne : « *le patron de l'usine arrive, lui, il compte comme nous, comme toi tu comptes à l'école. Il va écrire le nombre de bonbons qu'il y a pour chaque carte.* »

L'enfant pioche une carte « codage » et doit fabriquer la carte « nombre » correspondante.

Puis activités complémentaires :

- Jeu de « bataille » avec les deux types de cartes.
- Jeu de « pioche » : l'enfant pioche une carte « codage » et demande la carte « nombre » correspondante.

3. Activité 3 : la préparation des commandes

Objectif : travail de l'équivalence numérique du nombre au dessin. Cette étape demande plus d'abstraction à l'enfant car il doit faire les regroupements par lui-même.

Consigne : « *Maintenant, tu vas aider les gens qui travaillent dans l'usine à préparer des commandes* ».

L'enfant pioche une carte « nombre » et l'enfant doit apparier avec la bonne carte « codage ».

4. Activité 4 : jeu de généralisation

Objectif : acquérir la généralisation du regroupement

Préalable : faire une frise verticale avec les différents niveaux de regroupement

Consigne : « *A partir de ce qu'il y a sur la table, on va lancer un dé qui te dira ce qu'il faut ajouter à ce qu'on a déjà. Il faudra que tu fasses les groupes nécessaires parce que*

nous sommes toujours dans l'usine. Puis tu me diras ce que tu obtiens et on fabriquera la carte. »

A partir de la carte « coffre », chacun lance un dé à son tour et doit fabriquer la carte « codage » correspondante en ajoutant toujours ce qui est inscrit sur la face du dé (1 bonbon, 1 sachet, 1 coffre, 1 carton, une chose au choix,...). De nouveaux niveaux de regroupement sont ainsi mis en place sans faire appel à la manipulation. En parallèle, nous construisons une frise verticale avec les différents niveaux de regroupement afin de soutenir la charge mnésique.

Activité complémentaire : jeu de « bataille » avec toutes les cartes « codage ».

5. Activité 5 : le livre de comptes

Objectif : introduire le système positionnel vertical et amener l'enfant à comprendre que c'est la position qui code.

Consigne : *« Alors tu vois, ensemble, on a fabriqué plein de cartes. Le patron de l'usine voudrait maintenant organiser les différentes commandes dans un livre de compte et il voudrait que ça rentre dans des cartes comme ça (cartes vides) donc on ne peut plus dessiner. Est-ce que tu as une idée de comment on pourrait faire ? »*

5.1. Construction des cartes « positionnelles » verticales

L'ordre hiérarchique est accepté si l'enfant commence par le bas ou par le haut.

- L'enfant pioche une carte « codage » et il doit remplir la carte « positionnelle ». Nous lui demandons de trouver un code, une technique pour pouvoir remplir la carte « positionnelle » et ce afin que nous puissions tous les deux savoir de quelle carte il s'agit.
- Nous instaurons alors un jeu de devinettes pour voir si le code vertical mis en place par l'enfant est efficace et à défaut, pour l'inviter à trouver un code commun plus efficient.
- Si l'enfant n'introduit pas le zéro, nous lui présentons deux cartes qui s'opposent juste par le zéro afin de lui montrer que s'il ne l'inscrit pas en vertical, il y aura deux cartes « positionnelles » identiques pour deux cartes « codage » différentes. Lui expliquer alors qu'on note tout ce qu'il y a et aussi tout ce qu'il n'y a pas.
- Reprendre les cartes « codage » dès la carte « rien » et le laisser construire les cartes « positionnelles ».

5.2. Sérier les cartes « positionnelles » fabriquées

5.3. Jeu de « bataille » avec les cartes « positionnelles »

5.4. Retour à la manipulation

On donne une carte « positionnelle » et on demande à l'enfant de préparer en vrai la commande correspondante.

5.5. Questions d'équivalence

A partir d'une carte « positionnelle », nous demandons : « combien il y a de bonbons en tout ? Combien il y a de sachets en tout ? Combien il y a de cartons en tout ? » sans dépasser deux niveaux d'écart dans les regroupements excepté pour les cartes travaillées en manipulation.

Annexe III : Grille d'observation de Baptiste

Légende :

X : conduite observée dans l'ordre d'apparition

	Réponses de l'enfant	Aides proposées
Activité 1	La fabrique de bonbons : le regroupement	
Jusqu'au premier niveau	Ne sait pas quoi faire avec les 3 bonbons. N'emballer pas les 3 bonbons automatiquement pour le 1er sachet. Autre :	Rappel de la règle. Rappel "sonore" : peluche. Autre :
Jusqu'au 2ème niveau	Emballer directement les 3 bonbons pour le 1er sachet. Ne sait pas quoi faire avec les 3 bonbons.	Passage à l'activité 2 niveau 1 : Rappel de la règle.
Séance 1	N'emballer pas les groupes de 3 bonbons en sachets. Autre : ne sait pas quoi faire avec les trois sachets. Emballer directement les groupes de 3 bonbons en sachets.	Rappel "sonore" : peluche. Autre : introduction du carton. Passage à l'activité 2 niveau 2
Jusqu'au 3ème niveau	Ne sait pas quoi faire avec les groupes de 3 sachets. N'emballer pas les groupes de 3 sachets en cartons. Autre : Ne sait pas quoi faire avec les 3 cartons. Emballer directement les groupes de 3 sachets en cartons.	Aide : rappel de la règle. Rappel "sonore" : peluche. Autre : introduction du coffre. Passage à l'activité 2 niveau 3
Séance 1		

Activité 2		Les cartes du patron : équivalence numérique du dessin au nombre					
1er niveau	Ne compte que ce qu'il voit (comme une unité).						Rappel : on cherche le nombre de bonbons en tout.
	Erreur de calcul.						Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.
	Autre :						Autre :
	Trouve le bon nombre.	x					Passage à l'activité 2 "Bataille" niveau 1
2ème niveau	Ne compte que ce qu'il voit (comme une unité).						Rappel : on cherche le nombre de bonbons en tout.
	Erreur de calcul.	x					Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.
	Autre :						Autre :
	Trouve le bon nombre.		x				Passage à l'activité 2 "Bataille" niveau 2
3ème niveau	Ne compte que ce qu'il voit (comme une unité).	x					Rappel : on cherche le nombre de bonbons en tout.
	Erreur de calcul.		x				Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.
	Autre :						Autre :
	Trouve le bon nombre.			x			Passage à l'activité 2 "Bataille" niveau 3
Séance 1							
Séance 2							

Activité 2 B		Bataille				
1er niveau	Se trompe, compte le nombre de dessins sur sa carte.					Questionner sur ce que représente chaque carte, proposer la manipulation.
	Compare bien mais justification absente ou erronée.					Comment le sais-tu ? Combien de bonbons faut-il pour fabriquer cette carte?
	Se trompe à cause d'une erreur de calcul.					Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.
	Autre :					Autre :
	Compare bien avec justification par le nombre ou par le plus haut niveau de regroupement.	x				Passage à l'activité 2 "Ploche" 1er niveau
2ème niveau	Se trompe, compte le nombre de dessins sur sa carte.					Questionner sur ce que représente chaque carte, proposer la manipulation.
	Compare bien mais justification absente ou erronée.	x				Comment le sais-tu ? Combien de bonbons faut-il pour fabriquer cette carte?
	Se trompe à cause d'une erreur de calcul.					Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.
	Autre : difficultés pour justifier.		x			Autre : encouragement.
	Compare bien avec justification par le nombre ou par le plus haut niveau de regroupement.				x	Passage à l'activité 2 "Ploche" 2ème niveau
3ème niveau	Se trompe, compte le nombre de dessins sur sa carte.					Questionner sur ce que représente chaque carte et éventuellement proposer la manipulation.
	Compare bien mais justification absente ou erronée.					Comment le sais-tu ? Combien de bonbons faut-il pour fabriquer cette carte?
	Se trompe à cause d'une erreur de calcul.					Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.
	Autre : difficultés pour justifier.	x				Autre : encouragement.
	Compare bien avec justification par le nombre ou par le plus haut niveau de regroupement.			x		Passage à l'activité 2 "Ploche" 3ème niveau

Activité 2 C		Pioche		
1er niveau	Compte le nombre de dessins sur sa carte.			
	Erreur de calcul.			
	Autre :			
	Trouve le bon nombre.	x		
2ème niveau	Compte le nombre de dessins sur sa carte.			
	Erreur de calcul.			
	Autre :			
	Trouve le bon nombre.	x		
3ème niveau	Compte le nombre de dessins sur sa carte.			
	Erreur de calcul.			
	Autre :			
	Trouve le bon nombre.	x		
La préparation des commandes : équivalence numérique du nombre au dessin				
Séance 1	Ne sait pas comment faire ou ne fait pas les bons regroupements.			
	Essaye mais trop difficile à faire mentalement.	x		
	Dessine en commençant par le plus petit niveau ou un niveau intermédiaire.			
	Dessine par le plus grand niveau de regroupement.		x	
Séance 2	Autre :			
	Trouve la carte mentalement en passant par le plus grand niveau de regroupement.	x		
Activité 3				
Séance 3	Retourner à l'activité 2bis Pioche			
	Proposer le dessin.		x	
	Comment pourrais-tu aller plus vite ? Essaie de dessiner tout de suite ce qu'on verra sur la carte.			
	Peux-tu le faire dans ta tête, sans dessiner?		x	
Séance 4	Autre :			
	Passage à l'activité 4		x	

Jeu de généralisation						
Activité 4						
Séances 4 et 5	N'anticipe pas les regroupements et dessine trois objets qu'il regroupe à postériori.	x			Rappel de la règle. Essaye de faire du premier coup et réfléchis bien dans ta tête à ce que ça va donner.	x
	Donne les mauvais niveaux de regroupement.				Faire justifier ou reformuler la règle du jeu. Autre : proposer de dessiner par étapes en barrant ce qui a été regroupé et accompagner par questions progressives. Ex: « si tu ajoutes ... que va-t-il se passer ? Et ceux-là on les verra encore ou pas ?	
	Autre : regroupe mais n'inclut pas.	x		x		
	Dessine juste du premier coup et fait les regroupements nécessaires.		x		Passage à l'activité 4 "Bataille"	x
Activité 4 B	Bataille					
Séance 5	Compte les dessins pour justifier.				Retour à la bataille de l'activité 2 bis	
	Donne la bonne réponse mais justification absente ou erronée.				Comment le sais-tu ?	
	Erreur de calcul.				Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.	
	Autre :				Autre :	
	Donne la bonne réponse et justifie à l'aide du plus grand niveau de regroupement.	x			Passage à l'activité 5	x

Le livre de comptes : le système positionnel vertical							
Activité 5 Construction des cartes "positionnelles"	Ne respecte pas l'ordre hiérarchique, absence de cohérence avec les cartes précédentes, ne sait pas quoi faire.	x				Essayer de deviner ce qu'il code pour l'encourager à trouver un code commun.	x
	Note dans le bon ordre ce qu'on voit uniquement et ne met pas le zéro.		x			Faire comparer deux cartes positionnelles identiques pour deux cartes codage différentes. Demander comment on pourrait faire pour ne pas avoir deux fois la même carte. Dire qu'il faut noter ce qu'on voit mais aussi ce qu'on ne voit pas.	x
Séances 6 et 7	Autre : propose d'associer une ligne spécifique à un niveau mais dans le désordre.			x		Autre : l'encourager à trouver un code plus logique et facile à retenir. Proposer la frise	x
	Trouve le codage positionnel hiérarchique vertical en inscrivant les bons en haut ou en bas.				x	Passage à l'activité 5 "Sérialisation des cartes positionnelles"	x
Sérialisation des cartes "positionnelles"	S'attache au chiffre le plus "grand" sans tenir compte de sa position	x				Faire verbaliser ce qu'il y aurait "en vrai" sur la carte positionnelle.	x
	Additionne les chiffres de chaque carte.					Questions sur ce qui est le plus important à regarder à partir de 2 cartes éloignées.	
Séance 7	Autre : perd le fil du classement.				x	Autre : accompagner, relancer.	x
	Série correctement les cartes				x	Passage à l'activité 5 "Bataille"	x
Bataille	Compare en additionnant les nombres pour la carte positionnelle ou en voyant « plus d'objets » pour la carte codage.					Faire verbaliser ce qu'il y aurait "en vrai" sur la carte positionnelle.	
	Compare bien mais justification absente ou erronée.					Comment le sais-tu ?	
Séance 7	Erreur de calcul si justification par le nombre.					Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.	
	Autre :					Autre :	
	Donne la bonne réponse avec justification de position.	x				Passage à l'activité 5 "Du positionnel à la fabrication"	x

Manipulation Séance 7	Prend strictement ce qui est écrit.						A quoi servent les cartons ? Les sachets ? Combien y a-t-il de bonbons en tout ?	
	Prend le bon nombre de chaque élément mais ne regroupe pas.						Rappel de la règle du jeu sur cette île.	
	Autre :						Autre :	
	Prépare la bonne commande.	x					Passage à l'activité 5 "Questions"	x
	N'évoque que le nombre d'éléments écrits.	x					Faire verbaliser ce qu'il y aurait "en vrai" sur la carte positionnelle.	x
Questions d'équivalence Séance 7	Erreur de calcul.						Explique-moi comment tu as fait ? Es-tu sûr de toi ? Vérifie.	
	Autre :						Autre :	
	Evoque tous les éléments lorsqu'il n'y a pas plus d'un niveau d'écart.							
	Evoque tous les éléments lorsqu'il y a deux niveaux d'écart.				x		Fin de l'entraînement.	x

Annexe IV : Description des séances

1. Description des séances de Baptiste

1.1. Activité 1 : regroupement

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 1 et 2	Donne les bonbons en itération.	Quelques oublis dans les regroupements. Difficultés à prendre en compte la totalité des éléments présents pour faire la carte.	Très enthousiaste. Captivé par la peluche qui permet le rappel « sonore ».
	Rappel de la consigne	Cartes bien réalisées, regroupements automatisés sauf pour les passages aux niveaux supérieurs.	Lenteur dans les emballages, discute beaucoup.

1.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 1 et 2	Construction des cartes « nombre »		
	Demande le nombre de bonbons pour chaque carte « codage ».	Quelques erreurs de calcul. Donne parfois le nombre d'éléments.	Utilise les doigts pour ajouter. Très à l'aise, rapide.
	Rappelle qu'il faut donner le nombre de bonbons	Parfois calculs difficiles à partir du niveau « sachets » (3+3+3...) puis change de stratégie « plus grand niveau »	Devant la difficulté, capable de s'adapter en utilisant la stratégie du plus haut niveau de regroupement.
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien. Justifie par le nombre ou par le plus haut niveau de regroupement.	Très enthousiaste de pouvoir « battre » l'expérimentateur. Réticent pour justifier.
	Pioche		
	Combien y'a-t-il de bonbons dans cette carte « codage » ?	Répond rapidement. Quelques erreurs de calcul.	Maîtrise les équivalences simples (sachet=3, boîte=9)

1.3. Activité 3 intermédiaire : sériation des cartes « codage »

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séance 3	Sérier les cartes « codage » précédemment fabriquées.	Passé par le nombre de bonbons pour trouver les cartes « codage ». Cherche des cartes qui n'existent pas (3 bonbons).	Très long, doit faire les regroupements mentalement.
	Est-ce que tu penses pouvoir trouver cette carte ?	Se corrige. Dit que l'exercice est compliqué car il y a des	

		choses cachées à l'intérieur de certaines gommettes.	
	Faire verbaliser ce qu'il y a sur chaque carte depuis le début et ce qui va se passer à la carte suivante	Réussit ainsi à finir la sériation.	Besoin d'être accompagné, guidé.

1.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séance 3	Trouver la carte « codage » correspondant à une carte « nombre ».	Effectue les calculs mentalement en passant par le plus haut niveau. Quelques erreurs de calcul sur les grandes cartes.	A l'aise.
	Propose le dessin	Dessine en passant par le plus haut niveau.	Fatigable en fin de séance.

1.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3

Au début de cette séance, nous constituons une frise verticale avec l'enfant qui récapitule les différents niveaux de regroupement dans l'ordre croissant.

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 4 et 5	Jeu de généralisation		
	Trouver la carte à fabriquer en ajoutant ce qui est indiqué sur le dé.	N'anticipe pas les niveaux de regroupement.	Très difficile
	Est-ce que cette carte peut exister ? Quel est la règle du jeu ?	Se corrige mais si l'ajout d'un élément entraîne des regroupements en chaine, difficultés à assimiler que les éléments regroupés n'apparaîtront plus sur la carte.	Dit que ce qu'on lui demande est trop compliqué, s'impatiente.
	Propose le dessin. Encourage à barrer les éléments regroupés. Accompagne étape par étape.	Mieux réussi mais encore des erreurs qu'il est capable de corriger avec soutien.	Coût cognitif important, grande fatigabilité.
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien. Justifie par le plus haut niveau de regroupement.	A l'aise.

1.6. Activité 5 : le système positionnel vertical

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 6 et 7	Construction des cartes « positionnelles »		
	Mettre les commandes dans des cartes « positionnelles » verticales.	Inscrit le nombre de bonbons pour chaque carte.	

Noter uniquement ce qu'on voit en codage.	Ecrit « 1 » dans la 1ère ligne pour la carte « bonbon » et procède de la même façon pour la carte « sachet ».	En recherche.
Faire remarquer qu'on obtient deux cartes identiques. Encourager à écrire ce qu'on voit et ce qu'on ne voit pas.	Pas d'autre idée.	En recherche.
Encouragement à trouver un code pour qu'on sache qu'à un endroit il parle toujours de bonbons.	Tâtonnements puis propose de toujours mettre le bonbon en bas. Puis propose l'ordre hiérarchique vertical.	Très content d'avoir trouvé un code.
Sériation des cartes « positionnelles »		
Sérier les cartes « positionnelles ».	Se fixe sur la plus grande numérosité pour sérier.	Long, fatigable.
Questions sur ce qui est le plus important à regarder en proposant deux cartes très éloignées.	Trouve qu'il faut « toujours regarder le nombre du haut car c'est lui qui a le plus de choses ».	A besoin d'être guidé et relancé pour poursuivre le classement.
Bataille		
Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien et justifie par la position en mettant les cartes côte à côte pour voir s'il y a un chiffre dans une ligne supérieure ou par le plus haut niveau en convertissant les hauts niveaux avec la frise.	
Manipulation		
Fabriquer en manipulation une carte « positionnelle ».	Réussi immédiatement.	A l'aise, enthousiaste.
Questions d'équivalence		
Combien faut-il depour faire cette carte ?	Ne tient pas compte des niveaux supérieurs.	Très difficile.
Faire fabriquer la commande en vrai.	Réussi et lui permet de se corriger.	
Autres questions.	Ne peut répondre si les questions dépassent un niveau de regroupement.	Très fatigable, difficultés à considérer les éléments inclus.

1.7. Synthèse en base 3

Expérimentateur	Enfant	Observations
Question sur le regroupement		
Quelle était la règle dans notre usine ?	Rappelle toute la règle et le fait qu'on regroupe à 3	
Questions d'équivalence		
Combien faut-il de...pour fabriquer un/une.... ?	6/8. Erreurs de calculs pour les grands nombres, contenant parfois mélangés.	Précipitation dans les réponses, verbalisation des calculs floue.
Questions sur la position		
Comparer les cartes « 1/1 et	Dit que les cartes sont	

1/0/1 »	différentes et justifie en comparant deux à deux : « 1/1 (bonbon) c'est pareil mais là y'a un zéro sachet et là y'a un sachet, ... »	
---------	--	--

1.8. Mise en lien base 3 / base 10

Expérimentateur	Enfant	Observations
Questions sur le regroupement		
Comment on regroupait dans notre usine ?	On regroupe à 3.	
Comment on regroupe à l'école ?	On regroupe à 5.	Réponse hésitante.
Questions d'équivalence		
Questions d'équivalence numérique sur la base 3 et en parallèle sur la 10.	Réponses justes sauf pour le « millier ». Propose « millième », « million ».	Hésitations un/des (dizaines, million...)
Questions sur la position		
Comparer les cartes en écriture verticale et horizontale.	Compare bien et justifie en disant que les unités sont toujours écrites à droite, les dizaines à côté,...	Termine son explication par une addition pour montrer comment les unités, les dizaines sont alignées.

2. Description des séances de Julie

2.1. Activité 1 : regroupement

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 1 et 2	Donne les bonbons en itération.	Oubli du premier sachet.	Réservée mais volontaire dans l'activité.
	Rappel de la consigne	Automatise les regroupements sauf pour le passage au niveau de la boîte. Anticipation du « changement » qui doit se produire quand il y a trois boîtes.	Intégration rapide de la règle. Elle est attentive et apprend de ses erreurs.

2.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 1 et 2	Construction des cartes « nombre »		
	Demande le nombre de bonbons pour chaque carte « codage ».	Veut écrire ce qu'elle voit au niveau du sachet : « un sachet »	Très à l'aise.
	Rappelle qu'il faut donner le nombre de bonbons	Construction rapide des équivalences qui lui servent à passer par le plus haut niveau de regroupement.	Utilisation des doigts pour la carte « coffre ». Equivalences maîtrisées.

		Fait une erreur de calcul.	
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien. Justifie par le nombre ou par le plus haut niveau de regroupement. Une erreur de justification (un bonbon de moins est transformé en « une dizaine de moins »)	Très à l'aise. Evocation du système décimal.
	Rappel de la consigne de l'usine.	Termine correctement le jeu de « bataille ».	
	Pioche		
	Combien y'a-t-il de bonbons dans cette carte « codage » ?	Répond rapidement et correctement. Une erreur de calcul sur une grande carte.	

2.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séance 3	Sérier les cartes « codage » précédemment fabriquées.	Premières cartes sériées rapidement. Veut aller un peu vite et saute certaines cartes.	
	Rappeler ce que nous ajoutons à chaque fois en manipulation.	Se corrige. Cherche la carte « 3 sachets ».	Le rappel et le déroulement mental de l'itération l'aident.
	Pourquoi ne trouves-tu pas cette carte ?	Ne sait pas.	
	Rappeler la règle générale.	« On ne peut pas avoir trois bonbons tout seuls ».	
	Rappelle la règle selon laquelle dès qu'on a trois choses toutes seules, on regroupe.	Se corrige et termine la sériation sans autre difficulté.	

2.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séance 3 et 4	Trouver la carte « codage » correspondant à une carte « nombre ».	Stratégie de décomposition en doubles (commande de 8 bonbons décomposée en 4+4). Essaie de prendre 3 éléments dans des groupes de 4, pour faire un sachet : se perd.	Mise en difficulté.
	Propose le dessin	Continue à décomposer en doubles ou dessine en constellations de dés, en groupant par 5. Entoure des groupes de 3 bonbons et arrive à une commande de « 4 sachets et 2 bonbons ». Cherche la carte mais se	Le dessin n'est pas une aide efficace.

		rend compte qu'elle a besoin d'une boîte.	
	Partir de la boîte et dessiner la commande finale dont elle aura besoin. Retour sur les commandes précédentes.	Essaie de passer par le plus haut niveau de regroupement, utilise à nouveau les équivalences numériques en base 3.	
	Propose la commande « 10 bonbons »	A nouveau attirée par la décomposition en doubles.	
	Dessine les bonbons de manière aléatoire et demande de rappeler à quel moment il faut regrouper.	Trouve la bonne commande.	
	Propose un retour à l'activité 2bis « Pioche » avant de reprendre l'activité 3.	Fixe les équivalences et passe par le plus haut niveau de regroupement pour trouver la bonne commande.	Nos questions l'amènent à s'orienter vers la stratégie la plus efficace. A besoin pour les grandes cartes de dessiner la commande finale au fur et à mesure pour soulager la mémoire de travail.

2.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3

La frise qui récapitule les différents niveaux de regroupement est construite au fur et à mesure du jeu.

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 5 et 6	Jeu de généralisation		
	Trouver la carte à fabriquer en ajoutant ce qui est indiqué sur le dé.	N'indique sur la carte que ce que montre le dé.	Activité attendue, veut aller plus loin.
	Explique à nouveau la consigne.	Additionne les « sacs » qu'on voit sur la dernière et l'avant dernière carte, pour justifier l'invention d'un nouveau niveau de regroupement	Peu créative dans l'invention de nouveaux niveaux de regroupement. Confusion sac / sachet.
	Explique encore qu'il s'agit d'une même carte « codage », qui évolue.	Anticipe les regroupements sur les niveaux travaillés en manipulation, ainsi que sur les nouveaux niveaux au fur et à mesure du jeu.	Conception difficile de l'emboîtement des différents niveaux les uns dans les autres. Nous retraçons ensemble tous les niveaux emboîtant du camion jusqu'aux bonbons.
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien. Justifie par le plus haut niveau de regroupement.	A l'aise.

2.6. Activité 5 : le système positionnel vertical

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 6 et 7	Construction des cartes « positionnelles »		
	Mettre les commandes dans des cartes « positionnelles » verticales.	Met un niveau par ligne, en respectant l'ordre hiérarchique de ceux-ci, de bas en haut. N'inscrit pas spontanément ce qu'on ne voit pas : n'utilise pas le zéro.	Solution trouvée rapidement et spontanément.
	Comment as-tu trouvé cette idée ?	Ne sait pas. Puis se réfère à la frise récapitulative.	
	Introduit le zéro. Construction de cartes chacune notre tour dans un jeu de devinettes.	Réussite rapide.	Très à l'aise.
	Sérialisation des cartes « positionnelles »		
	Sérier les cartes « positionnelles ».	Commence bien pour les petites cartes, puis n'a plus de stratégie vraiment définie.	Long, fatigable.
	Propose la comparaison deux à deux. Accompagne par des questions.	Répond aux questions, utilise les niveaux hiérarchiques. Difficulté pour les cartes proches. Puis finit la sérialisation de façon plus autonome.	Gênée par le fait que les cartes ne se suivent pas.
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien et justifie par la position et le plus haut niveau de regroupement.	
	Manipulation		
	Fabriquer en manipulation une carte « positionnelle ».	Demande s'il faut remplir les sachets, ou prend une boîte qu'elle ne remplit pas.	
	Propose des questions pour l'amener à réfléchir sur la raison d'exister des sachets / boîtes.	Se corrige puis anticipe et construit correctement les commandes.	
	Questions d'équivalence		
	Combien faut-il de ... pour faire cette carte ?	Réponse possible sur trois niveaux consécutifs sur les petits niveaux. Réponse plus difficile à obtenir sur les hauts niveaux, même sur deux niveaux consécutifs.	
Propose de passer par la carte « codage » correspondante.	Ne l'aide pas immédiatement.	Fatigable, exercice difficile. Représentation et anticipation des niveaux emboîtés difficiles.	

2.7. Synthèse en base 3

Expérimentateur	Enfant	Observations
Question sur le regroupement		
Quelle était la règle dans notre usine ?	« On ne peut pas avoir "3" tout seul ». Énonce chaque regroupement possible.	
Peux-tu le dire en une phrase ?	« Quand on a trois, on les met dans la chose suivante »	
Questions d'équivalence		
Combien faut-il de...pour fabriquer un/une.... ?	7/9. Une erreur de calcul sur trois niveaux d'écart, travaillés en manipulation. Une erreur sur deux niveaux d'écart non travaillés en manipulation.	
Questions sur la position		
Comparer les cartes « 1/1 et 1/0/1 »	Dit que les cartes sont différentes et justifie en comparant deux à deux par la position et la valeur attribuée au chiffre selon cette position.	

2.8. Mise en lien base 3 / base 10

Expérimentateur	Enfant	Observations
Questions sur le regroupement		
Comment on regroupait dans notre usine ?	On regroupe à 3.	
Comment on regroupe à l'école ?	On regroupe à 10.	
Questions d'équivalence		
Questions d'équivalence numérique sur la base 3 et en parallèle sur la 10.	Réponses justes. Propose « des dizaines », qu'elle reprend en « une dizaine » quand nous lui reposons la question. Propose « les mille » pour le nom de dix centaines regroupées.	Temps de réponse augmenté pour la réponse sur la centaine.
Questions sur la position		
Comparer les cartes en écriture verticale et horizontale.	Noms de chaque chiffre correct, sauf pour les milliers qu'elle appelle « millions » ou « mille ». Justifie en comparant et en mettant en rapport avec le chiffre précédent ou suivant. Le chiffre des unités est « au début », le chiffre des centaines et le « dernier des nombres, il est avant la dizaine »...	Justification difficile.

3. Description des séances de Coralie

3.1. Activité 1 : regroupement

Séances 1 et 2	Expérimentateur	Enfant	Observations
	Donne les bonbons en itération.	Oubli du premier sachet, puis d'un autre sachet.	
	Rappeler de la consigne et rappel sonore.	Automatise les regroupements après introduction du niveau de la boîte. Propose la carte « 3 boîtes ».	Intégration rapide de la règle. Sait se réajuster par rapport à ses erreurs.
	Rappeler la règle du jeu et introduit le coffre.	Regroupe les trois boîtes.	

3.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre

Séances 1 et 2	Expérimentateur	Enfant	Observations
	Construction des cartes « nombre »		
	Demande le nombre de bonbons pour chaque carte « codage ».	Veut écrire ce qu'elle voit au niveau du sachet : « un sachet »	Très à l'aise.
	Rappelle qu'il faut donner le nombre de bonbons.	Construction rapide des équivalences qui lui servent à passer par le plus haut niveau de regroupement.	Équivalences maîtrisées.
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien. Justifie par le nombre ou par le plus haut niveau de regroupement.	Très à l'aise.
	Pioche		
	Combien y'a-t-il de bonbons dans cette carte « codage » ?	Donne directement le bon nombre de bonbons presque systématiquement. Pour les grandes cartes, décompose sa procédure à haute voix. Fait quelques erreurs de calcul.	Très à l'aise.
	Demande de décomposer tout haut sa procédure de calcul.	Se corrige seule.	

3.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »

Séance 3	Expérimentateur	Enfant	Observations
	Sérier les cartes « codage » précédemment fabriquées.	Sériation rapide. Procède par intercalation de cartes entre d'autres. Fait une erreur : oubli d'une carte, qu'elle corrige.	Se souvient très bien de ce que nous avons fait précédemment.

3.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin

Nous revoyons ensemble les équivalences du dessin au nombre pour les regroupements importants. Coralie est très à l'aise dans cet exercice et justifie ses réponses de manière correcte.

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 3 et 4	Trouver la carte « codage » correspondant à une carte « nombre ».	Trouve la bonne commande rapidement en passant par le plus haut niveau de regroupement. Cherche « 3 sachets » à deux reprises.	A l'aise.
	Pose une question sur la possibilité d'avoir « 3 sachets ».	S'auto-corrige. Est mise en difficulté par les grandes cartes.	
	Propose le dessin.	Lui permet de soulager le coût de traitement pour les grandes cartes.	Veut repartir de la carte laissée sur la table, faite précédemment. Nous cachons donc les commandes précédentes pour qu'elle utilise et automatise les équivalences.

3.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3

Nous commençons par récapituler dans une frise les différents niveaux de regroupement déjà connus, puis nous la construirons au fur et à mesure de l'activité pour les niveaux supérieurs.

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 4 et 5	Jeu de généralisation		
	Trouver la carte à fabriquer en ajoutant ce qui est indiqué sur le dé.	Ne pense pas à regrouper les trois coffres en un nouveau niveau de regroupement.	Curiosité à propos de la fabrication de nouvelles cartes.
	Rappeler la règle du jeu de l'usine.	S'auto-corrige spontanément. Anticipe tous les regroupements suivants et trouve 4 nouveaux niveaux de regroupement sans difficulté.	Attentive à ne pas reproduire les erreurs commises précédemment.
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Essaie de passer par le nombre de bonbons. Ne voit pas comment faire pour comparer deux cartes.	Embêtée par le fait de ne pas savoir combien il y a de bonbons dans une voiture.
	Accompagne et questionne pour trouver ce qu'il y a de plus grand sur les cartes. Demande de reconstruction de la frise récapitulative de manière orale.	Elabore la stratégie du plus haut niveau de regroupement avec notre aide. S'en resservira après. Comparaison correcte et justification par le plus haut niveau de regroupement.	

3.6. **Activité 5 : le système positionnel vertical**

	Expérimentateur	Enfant	Observations
Séances 5, 6 et 7	Construction des cartes « positionnelles »		
	Mettre les commandes dans des cartes « positionnelles » verticales.	Premières cartes effectuées correctement, mais veut écrire « 3 », puis « sachet » pour la carte « 1 sachet ».	En recherche.
	Rappelle qu'il faut écrire exactement ce qu'on voit.	Ecrit « 1 » sur la première ligne (là où elle avait noté les bonbons).	En recherche.
	Fait comparer les cartes « 1 bonbon » et « 1 sachet ». Quel code pourrait-on inventer pour ne pas se tromper ?	Propose d'écrire trois « 1 » sur la première ligne, puis d'écrire « 1 », « 2 » et « 3 » respectivement sur la première, deuxième et troisième ligne, puis enfin d'écrire « 1 », pour un sachet, à la troisième ligne « parce que dans un sachet il y a trois bonbons ».	En recherche. Ne sait pas expliquer pourquoi la deuxième ligne est restée libre.
	Introduit la notion de « zéro » : il faut noter ce qu'on voit et ce qu'on ne voit pas.	Comprend très bien et complète ses cartes.	
	Incite à trouver un code, facile à retenir, pour se rappeler des cartes faites sans avoir les cartes « codage » à côté.	Idée de mettre un niveau par ligne, de façon hiérarchiquement organisée, de haut en bas en commençant par les bonbons. Construit la suite des cartes sans difficulté.	Aidée par la frise récapitulative des différents niveaux. Devinettes pour vérifier l'efficacité du code.
	Sériation des cartes « positionnelles »		
	Sérier les cartes « positionnelles ».	Réussit immédiatement. Intercale des cartes quand elle en a oublié.	A l'aise. Très rapide.
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien et justifie par la position (nombre de lignes remplies) et le plus haut niveau de regroupement.	
Manipulation			
Fabriquer en manipulation une carte « positionnelle ».	Remplit spontanément les contenants : réussite immédiate.		
Questions d'équivalence			
Combien faut-il de ... pour faire cette carte ?	Réussite sur les petits niveaux de regroupement, et sur les grands niveaux de regroupement avec un seul niveau d'écart. Tâche fastidieuse s'il y a plus, surtout en fin de séance.	Fatigable, répond 6 au lieu de 9 à des équivalences, même reconstruit mentalement ensemble.	

3.7. Synthèse en base 3

Expérimentateur	Enfant	Observations
Question sur le regroupement		
Quelle était la règle dans notre usine ?	Détaille chaque regroupement possible.	
Peux-tu le dire en une phrase ?	Reste figée sur les bonbons, qu'on ne peut pas laisser tous seuls.	
Questions d'équivalence		
Combien faut-il de...pour fabriquer un/une.... ?	8/9. Une erreur à deux niveaux d'écart : répond « 6 » au lieu de « 9 ».	
Questions sur la position		
Comparer les cartes « 1/1 et 1/0/1 »	Dit que les cartes sont différentes et justifie en précisant la valeur de chaque ligne.	

3.8. Mise en lien base 3 / base 10

Expérimentateur	Enfant	Observations
Questions sur le regroupement		
Comment on regroupait dans notre usine ?	On regroupe à 3.	
Comment on regroupe à l'école ?	On regroupe à 10.	Dit « 10 bonbons ».
Questions d'équivalence		
Questions d'équivalence numérique sur la base 3 et en parallèle sur la 10.	Trouve tous les termes de la base 3. Pour la base 10 : ne trouve pas le terme « unités » à mettre en correspondance avec « bonbons ». Parle de chiffres, numéros, zéro, nombres. Trouve les autres termes jusqu'au millier.	Pour la centaine : dit « cent centaines » avant de se reprendre immédiatement et de dire « une centaine ».
Questions sur la position		
Comparer les cartes en écriture verticale et horizontale.	Donne correctement le niveau correspondant à chaque chiffre en base 10 et en base 3. Justification pour la centaine : « c'est le premier chiffre des trois » ; pour la dizaine : « quand il y a deux nombre c'est le premier qui dirige ».	
Pourquoi on ne pourrait pas dire que le chiffre des dizaines, c'est le chiffre des unités ?	« c'est le dernier nombre et on ne peut pas dire mille cent trois quatre-vingt-dix ».	

4. Description des séances de Lola

4.1. Activité 1 : regroupement

Séances 1 et 2	Expérimentateur	Enfant	Observations
	Donne les bonbons en itération.	Emballer et fabrique la carte « codage » correspondante. Un oubli d'emballage	Très enthousiaste.
	Rappel sonore	Emballages automatisés. Fait des liens entre le matériel et le système en base 10. Elle propose ainsi d'emballer trois boîtes dans une dizaine.	Très enthousiaste.
	Nous lui rappelons que dans cette usine, on ne connaît pas ces mots.	Propose alors d'emballer les trois boîtes dans une valise.	Très enthousiaste.

4.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre

Séances 1 et 2	Expérimentateur	Enfant	Observations
	Construction des cartes « nombre »		
	Demande le nombre de bonbons pour chaque carte « codage ».	Réussi rapidement, équivalences maîtrisées. Reparle du lien entre le matériel en base 3 et la base 10.	Calcule mentalement.
	Bataille		
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien. Justifie la plupart du temps par le nombre. Une erreur de calcul.	Très enthousiaste de pouvoir « battre » l'expérimentateur. Réticent pour justifier.
	Pioche		
Combien y'a-t-il de bonbons dans cette carte « codage » ?	Répond bien et rapidement. Une erreur de calcul.	Maîtrise les équivalences simples (sachet=3, boîte=9)	

4.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »

Séance 3	Expérimentateur	Enfant	Observations
	Sérier les cartes « codage » précédemment fabriquées.	Ne sait pas comment commencer.	Peu sûre d'elle, hésitante.
	Demander de rappeler de quelle façon elle avait procédé « en vrai »	L'aide à démarrer. Plus tard, cherche la carte « 3 sachets ».	Hésitante, lente.
Demander si elle pense avoir fabriqué cette carte.	Se corriger et réussie à finir la sériation.	Plus à l'aise.	

4.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin

Séance 3	Expérimentateur	Enfant	Observations
	Trouver la carte « codage » correspondant à une carte « nombre ».	Difficile à faire mentalement.	En recherche mais difficile pour elle.
	Proposer le dessin	Dessine en passant par des niveaux intermédiaires puis regroupements à postériori.	
	Demander d'essayer de dessiner tout de suite ce qu'on verra sur la carte.	Réussi sans difficulté.	A l'aise, retour au dessin nécessaire systématiquement pour les grands nombres.

4.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3

Au début de cette séance, nous constituons une frise verticale avec l'enfant qui répertorie les différents niveaux de regroupement dans l'ordre croissant.

Séance 4	Expérimentateur	Enfant	Observations	
	Jeu de généralisation			
	Trouver la carte à fabriquer en ajoutant ce qui est indiqué sur le dé.	Manque d'anticipation à une reprise sinon réussi.	A l'aise. Propose les contenants : étagère, caddy, camion.	
	Bataille			
	Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien. Justifie avec beaucoup d'éléments parasites. Deux erreurs de calcul.	A l'aise.	
Demander d'évoquer uniquement l'élément de justification le plus pertinent.	Réussi à modifier ses justifications et justifie par le plus haut niveau.			

4.6. Activité 5 : le système positionnel vertical

Séances 6 et 7	Expérimentateur	Enfant	Observations	
	Construction des cartes « positionnelles »			
	Mettre les commandes dans des cartes « positionnelles » verticales.	Inscrit le nombre de bonbons pour chaque carte.		
	Noter uniquement ce qu'on voit en codage.	Souhaite écrire le mot désignant le niveau de regroupement sinon elle aura deux cartes identiques.	Bonne réflexion, en recherche.	
	Encouragement à trouver un code pour qu'on sache qu'à un endroit il parle toujours de bonbons.	Tâtonnements puis propose de toujours mettre le bonbon en bas et le sachet au-dessus. Mais ne maintient pas le codage.	Long mais ne se décourage pas.	
Rappeler qu'il faut noter ce qu'on voit et ce qu'on ne voit pas + devinettes.	Elle introduit le zéro et trouve le code positionnel.	Très active dans sa recherche.		

Sériation des cartes « positionnelles »		
Sérier les cartes « positionnelles ».	Regarde uniquement le nombre de bonbons.	Difficile.
Faire verbaliser ce qu'il y a sur les cartes.	Se corrige. Modifie ses erreurs initiales selon nos questions. Intercala les cartes au fur et à mesure.	A besoin d'être guidée
	S'organise en triant d'abord toutes les cartes avec trois chiffres, puis celles avec quatre chiffres,...et se fixe sur l'élément le plus important à regarder.	Met en place une stratégie qui l'aide à finir la sériation. Demande à utiliser la frise pour convertir les niveaux.
Bataille		
Qui gagne ? Pourquoi ?	Compare bien et justifie avec des éléments parasites en faisant une énumération comparée de ce qu'il y a sur chaque carte.	
Demander de évoquer uniquement l'élément pertinent.	Justifie à l'aide de la position en se basant sur le chiffre le plus « haut ».	
Manipulation		
Fabriquer en manipulation une carte « positionnelle ».	Réussi immédiatement.	A l'aise, enthousiaste.
Questions d'équivalence		
Combien faut-il depour faire cette carte ?	Pour les petites cartes, incluse d'emblée les éléments qu'on ne voit pas mais pas pour les plus grandes.	Difficile.
Demander d'imaginer comment elle ferait en vrai.	Peut se corriger mais les réussites sont partielles.	Coûteux pour traduire les chiffres en niveaux de regroupement avec la frise. A besoin d'être guidée. Fatigable en fin de séance.

4.7. Synthèse en base 3

Expérimentateur	Enfant	Observations
Question sur le regroupement		
Quelle était la règle dans notre usine ?	Rappelle toute la règle et le fait qu'on regroupe à 3	
Questions d'équivalence		
Combien faut-il de...pour fabriquer un/une.... ?	8/8. Demande le dessin pour le nombre de bonbons dans un coffre mais y arrive sans (9+9+9).	Utilise la frise pour les niveaux non travaillés en manipulation.
Questions sur la position		
Comparer les cartes « 1/1 et 1/0/1 »	Dit que les cartes sont différentes et justifie en comparant deux à deux : « 1/1 (bonbon) c'est pareil mais là	

	y'a un zéro sachet et là y'a un sachet, ...»	
--	--	--

4.8. Mise en lien base 3 / base 10

Expérimentateur	Enfant	Observations
Questions sur le regroupement		
Comment on regroupait dans notre usine ?	On regroupe à 3.	
Comment on regroupe à l'école ?	On regroupe à 10.	Réponse hésitante.
Questions d'équivalence		
Questions d'équivalence numérique sur la base 3 et en parallèle sur la 10.	Réponses justes sauf pour le « millier ». Propose « deux cents centaines ».	Aucune hésitation sauf pour le millier.
Questions sur la position		
Comparer les cartes en écriture verticale et horizontale.	Compare bien et justifie en disant « Je sais que je commence par la fin et ça c'est des unités, ça c'est des dizaines et si c'est à l'envers ben je dis dans ma tête unité, dizaine, centaine... ».	

Annexe V : Epreuves de classification hiérarchique

1. Classification hiérarchique de Baptiste

1.1. Pré-test

Lors de son premier classement, Baptiste fait trois tas : ceux qui vivent dans l'eau, les oiseaux et ceux qui vivent dans la ferme et d'autres qui sont seuls. Il refuse de mettre les canards avec les oiseaux car ils ne vivent pas dans l'eau. Lorsqu'on lui propose le classement modèle, il accepte de conserver le groupe des oiseaux mais déplace le poisson avec le canard car « ils aiment l'eau ». Quand on lui demande pourquoi on pourrait mettre les animaux non-oiseaux ensemble, Baptiste nous dit que cela serait possible sauf pour le serpent car il n'a pas de poils. Puis lorsque nous posons des questions d'inclusion, il accepte de réunir dans une famille tous les éléments sauf le serpent et il l'appellerait la famille poilue sans le serpent.

1.2. Post-test 1

Le premier classement de Baptiste est constitué de deux groupes : « tous ceux qui vivent dans l'eau, tous les oiseaux qui vivent pas dans l'eau et toutes les choses qui vivent dans des arbres » ainsi que de cartes seules : « tous ceux qui vivent dans des cages, des écuries,... ». Il réunit et nomme ensuite la famille des oiseaux, ceux qui n'ont pas de famille et ceux qu'on peut adopter qui devient ensuite la famille des animaux domestiques. Puis lorsqu'on lui demande si les oiseaux sont des animaux, Baptiste répond que « c'est pas pareil mais que les oiseaux c'est un petit peu des animaux parce qu'on les nourrit pareil mais c'est pas un oiseau ». Il a tout à coup envie de modifier son classement et constitue de nouveaux groupes : les oiseaux, les animaux de la ferme, les animaux domestiques, les animaux sous marins et les animaux qui vivent sur les arbres et dans la jungle. Puis lorsque nous proposons le classement modèle, les familles évoqués sont les canards, les oiseaux et les « animaux qui vivent sur les arbres et domestiques ». Mais il n'est pas d'accord avec ce classement surtout pour la famille des oiseaux.

Concernant les questions générales d'inclusion, Baptiste répond positivement lorsqu'on lui demande si chaque tas représente des animaux. En revanche, lorsqu'on lui demande si on pourrait tous les réunir, il n'accepte pas de mettre les canards avec les oiseaux et reconstitue un groupe « animaux marins » avec les canards et le poisson. De même, il n'accepte pas de mettre les oiseaux avec les animaux car tous les oiseaux ne volent pas pareil.

Pour les questions de quantification de l'inclusion, Baptiste répond juste aux questions mais en revanche, ses justifications ne sont pas cohérentes et se réfèrent à son quotidien et à ce qu'il perçoit ou à l'imaginaire.

1.3. Post-test 2

On notera que lorsqu'on demande à Baptiste d'énumérer les animaux, il les évoque tous par leur cris ce qui l'amuse beaucoup et il faut lui demander de nous donner le vrai nom pour qu'il le fasse. Son premier classement comporte quatre tas : les animaux

domestiques (chien, pigeon, moineau, souris) ; les animaux qui vivent dans la jungle, nommés animaux « malins » (serpent, perroquet) ; ceux qui vivent dans l'eau nommés animaux « sous-marin » (les deux canards effectivement dans l'eau sur l'image, le poisson) ; ceux qui vivent dans la ferme (le canard qui n'est pas entouré d'eau, le coq, le cheval). Avec suggestion, il n'accepte pas de mettre les canards ensemble car celui qui n'est pas entouré d'eau sur l'image « n'est pas dans l'eau pour l'instant ». Il effectue un deuxième classement sur demande : la famille des museaux (chien, cheval, souris), la famille des becs (oiseaux) et le serpent et le poisson car « on ne voit pas leur nez ». Lorsqu'on lui demande s'il aurait un autre nom pour la famille des becs, il propose la famille des « oiseaux voleurs ». Il accepte également de séparer cette famille en deux : la famille des « coin coin » (canards), la famille des oiseaux « chantonneurs ». Il n'accepte pas de regrouper les animaux non oiseaux.

Il accepte de mettre les canards avec les oiseaux car « ils volent des fois » mais à la question « si on voulait mettre ensemble tous les animaux, est-ce qu'on pourrait mettre les oiseaux ? », Baptiste répond que « non, c'est impossible ». Mais par la suite, il acceptera de dire que les oiseaux sont des animaux. Ce qui nous permet de l'amener à la suggestion de regrouper toutes les cartes. Il les regroupe alors et les appelle les « coin coin, ouaf ouaf, » et dit qu'il a accepté qu'on les mette ensemble car ils sont mignons.

Pour les questions de quantification de l'inclusion, Baptiste répond juste à certaines questions qui consistent à inclure les canards dans les oiseaux et les oiseaux dans les animaux mais ses justifications ne sont pas cohérentes et se réfèrent à ce qu'il perçoit. Par exemple : il y a moins de canards que d'oiseaux parce que « les canards y'en a qui vivent dans la ferme donc t'en voit pas beaucoup qui vivent en pleine nature ». Néanmoins, à la question « est-ce qu'il resterait des oiseaux si un chasseur attrapait tous les animaux ? », il répond que oui mais ne peut justifier.

2. Classification hiérarchique de Julie

2.1. Pré-test

Julie classe les images en trois tas : les canards ; les oiseaux qui comprennent le pigeon, le perroquet et le moineau ; et tous les autres qu'elle met ensemble parce qu'« ils vont pas avec » et qu'elle appelle les « animaux qui vont pas ensemble ». Elle accepte de dire que les oiseaux sont des animaux, mais refuse de mettre ensemble les canards et les oiseaux. Elle accepte de dire que les canards sont des animaux mais refuse de les mettre ensemble parce que les autres animaux « n'aiment pas l'eau ». Elle déplace alors le poisson avec les canards. Quand on lui demande si on pourrait rassembler toutes les images ensemble, elle dit que c'est possible car ce sont « tous des animaux ».

2.2. Post-test 1

Julie met les canards ensemble et appelle ce tas « canards ». Elle fait un autre tas qu'elle appelle « oiseaux » avec le moineau, le pigeon et le perroquet. Enfin, elle individualise tous les autres parce qu'il n'y en a pas deux de chaque. Elle accepte avec une suggestion de déplacer le coq dans le tas des oiseaux, « parce qu'il vole ». Puis de façon spontanée, elle déplace le poisson dans le tas des canards « parce qu'ils vivent sur l'eau ». Nous lui

indiquons alors qu'il faudrait changer le nom du tas. Elle ne trouve pas de nouveau nom, alors déplace le poisson là où il était avant.

Quand nous lui demandons s'il est possible de mettre ensemble les canards et les oiseaux, elle accepte « parce qu'ils volent ». Dans un premier temps, elle refuse de rassembler les animaux qu'elle a individualisé parce qu'ils ne sont pas de la même famille. Puis quand nous lui demandons si on peut leur donner un nom, elle répond qu'on pourrait les appeler les « animaux », et elle accepte alors de les mettre ensemble. Puis elle décide de changer tout son classement en faisant un tas de « canards », un tas « d'oiseaux », et un tas « d'animaux de compagnie ».

Les questions de régulation sont bien traitées. Elle justifie le fait qu'il ne resterait pas d'oiseaux si un chasseur attrapait tous les animaux en disant que les oiseaux font partie des animaux, et résiste à une contre-suggestion. Elle dit qu'il ne resterait pas de canard si un chasseur attrapait tous les oiseaux du monde, parce que le canard « c'est comme un oiseau », « il a des ailes ».

2.3. Post-test 2

Julie classe tout d'abord les images en faisant deux tas : les « oiseaux » (canards, pigeon, moineau, perroquet et coq), et les « animaux pas pareils ». Puis elle décide de tous les mettre ensemble et des les appeler « les animaux ». Quand on lui demande de faire plus de tas, elle en fait quatre : les « animal à poils » (chien, cheval, souris), le « serpent » qui est seul, « ce qui va dans l'eau » (poisson, canards), et les « oiseaux » (perroquet, coq, moineau, pigeon). A partir d'une suggestion de notre part, elle accepte de réunir les canards avec les autres oiseaux, et de l'appeler le tas des « oiseaux ». Elle regroupe alors le serpent et le poisson, et les appelle les « animaux sans poils ». Elle accepte de regrouper les animaux « à poils » et les animaux « sans poils », pour les appeler les « animaux sans ailes ».

Aux questions d'inclusion, Julie inclut les canards dans les oiseaux. Elle accepte d'inclure les canards dans les animaux sans ailes « parce que ce sont des animaux », avant de se reprendre après des questions de notre part, et de refuser parce que « ça a des ailes ». Les animaux sans ailes et les canards sont inclus dans les animaux.

Les questions de régulation sont également bien traitées et les justifications données sont pertinentes.

3. Classification hiérarchique de Coralie

3.1. Pré-test

Coralie organise les images selon trois tas : « tous les animaux qui peuvent nager » qui comprend les canards et le poisson, « tous les animaux qui peuvent voler » avec les oiseaux sauf le coq, et « tous les animaux qui peuvent marcher » avec les animaux restants. A la proposition du classement modèle, Coralie nomme trois tas : les canards, les oiseaux et les animaux. Elle accepte l'inclusion des canards dans la famille des « oiseaux qui volent », l'inclusion des oiseaux dans les animaux, et le regroupement de tous les animaux ensemble « parce que ce sont des animaux ».

3.2. Post-test 1

Coralie fait deux tas : « tous les animaux qui volent », qu'elle renomme « les 7 oiseaux », et « tous ceux qui ne volent pas » qu'elle renomme les « animaux non-volants ». Quand on lui demande de faire plus de tas avec le tas qu'elle a appelé « oiseaux », elle trouve les canards, les oiseaux (moineau et pigeon), et les oiseaux multicolores (coq et perroquet). Nous lui proposons une suggestion selon laquelle nous pourrions mettre toutes les images ensemble. Bien qu'elle accepte de dire de chaque tas qu'il s'agit d'animaux, elle refuse tout d'abord de les mettre tous ensemble car ce ne sont « pas les mêmes espèces ». Toutefois, plus tard lorsque nous lui demandons si elle acceptait de mettre le tas des oiseaux avec celui des autres animaux, elle acquiesce en disant que ce sont « tous des animaux ».

Les questions de régulation et d'inclusion sont globalement bien traitées par Coralie. Néanmoins elle n'est pas toujours capable de justifier ses réponses de manière adaptée, même si la réponse en elle-même est correcte. Elle réussit à nous dire qu'il y a plus d'animaux que d'oiseaux dans le monde, parce que « tous les animaux avec le serpent et tout et tout, ben ça fait plus que les oiseaux ». Pour justifier qu'il y a plus d'oiseaux que de canards dans le monde, Coralie répond qu'elle ne sait pas pourquoi, puis que c'est parce que « les oiseaux sont des canards, donc il y a plus d'oiseaux que de canards ». Nous lui demandons alors à la fois si les oiseaux sont des canards, et si les canards sont des oiseaux, ce à quoi elle répond positivement, pour les deux questions. De plus, quand nous lui demandons s'il pourrait rester des oiseaux si un chasseur attrapait tous les canards, elle répond : « oui, ben parce que c'est des oiseaux... ils ont été des oiseaux dès qu'ils étaient petits donc ils le resteront toute leur vie. Même si le chasseur les attrape ». Cela nous amène à penser que Coralie n'a pas traité correctement le sens du verbe « rester », qu'elle a compris comme verbe d'état.

3.3. Post-test 2

Coralie fait trois tas : le tas de ceux qui sont poilus et qui ne peuvent pas voler, appelés « les non-volants » (chien, souris et cheval) ; le tas des « avec écailles » (poisson et serpent) ; et le tas des « avec ailes », qu'elle séparera à notre demande en « oiseaux foncés » et « oiseaux multicolores ». Quand nous lui demandons si elle a une autre idée, elle sépare le tas des « avec ailes » en « canards », animaux de la ferme (coq), et oiseaux (pigeon, moineau et perroquet). Sur une suggestion de notre part, Coralie accepte de réunir le tas des « animaux de la ferme » et des « oiseaux » pour les appeler les « oiseaux ». Elle refuse tout d'abord de réunir les « avec écailles » et les « non-volants » même si elle admet qu'on pourrait parce que tous ne volent pas, mais elle « préfère les mettre comme ça ». Elle refuse également au premier abord de rassembler tous les animaux ensemble, avant de se rétracter et d'accepter en les appelant les animaux.

Les questions d'inclusion sont toutes bien traitées par Coralie qui inclut les canards dans les oiseaux, les « avec écailles » dans les « non-volants », ainsi que les « oiseaux » et les « non-volants » dans les « animaux ».

Les questions de régulation sont également toutes correctement traitées et assorties de justifications pertinentes. Nous avons veillé à ne pas utiliser le terme « rester » qui avait été mal interprété à la passation précédente. Enfin, Coralie résiste à une contre-suggestion.

4. Classification hiérarchique de Lola

4.1. Pré-test

Lola effectue un premier classement avec deux tas : les oiseaux (dont les canards) et les autres qui forment des tas individualisés. Lorsqu'on lui demande de faire moins de tas, elle sépare les canards « qui vivent dans l'eau » des autres oiseaux « qui vivent sur les arbres ». Elle accepte le fait qu'on pourrait réunir tous les animaux pour en faire une famille car « ils ont tous une queue » mais a besoin d'une nouvelle suggestion pour trouver la dénomination « animaux ».

4.2. Post-test 1

Lola effectue un premier classement en deux groupes : tous ceux qui ont des poils, groupe dans lequel elle inclut les oiseaux, et tous ceux qui n'ont pas de poils. Elle effectue ensuite un deuxième classement avec tous les animaux qu'on peut voir dans un zoo et tous ceux qu'on ne peut pas voir dans un zoo. Puis lorsque nous lui présentons le classement modèle et que nous lui demandons le nom des familles, elle évoque les canards (après une hésitation par rapport au poisson), les oiseaux et elle dit ne pas savoir comment appeler le dernier groupe.

Nous lui posons ensuite les questions générales d'inclusion qui sont très bien réussies. Lola inclut les canards dans les oiseaux, les canards dans les animaux et les oiseaux dans les animaux. Elle a acquis la notion de la classe des « animaux » et des sous-classes « canard, oiseaux ».

Concernant la quantification de l'inclusion, Lola explique qu'il y'a plus d'oiseaux que de canards car les canards « c'est aussi des oiseaux ». Elle s'accorde également à dire qu'il y a plus d'animaux que d'oiseaux et pour justifier énumère tous les animaux qu'on peut trouver, dont les oiseaux. Elle accepte tout à fait les oiseaux dans la classe des animaux et considère les animaux comme étant la classe hiérarchique super-ordonnée.

4.3. Post-test 2

Lola effectue un premier classement de trois tas : les animaux qui volent, les poilus (chien, âne, souris), les gluants (poisson, serpent). Lorsqu'on lui demande de faire plus de tas parmi le tas oiseaux, elle extrait les canards et les oiseaux non canards appelés « oiseaux qui ont un nid ». Elle accepte aussi de regrouper les « poilus » et les « gluants » qu'elle appelle d'abord « ceux qui ont des queue » mais constatant que les oiseaux aussi ont une queue, elle ne trouve pas d'autre dénomination. Elle accepte de tout regrouper dans la même catégorie qu'elle appelle « tous ceux qui ont une queue » puis elle trouve la dénomination « les animaux ».

Nous lui posons ensuite les questions générales d'inclusion qui sont très bien réussies. Lola inclut les canards dans les oiseaux, les canards dans les animaux et les oiseaux dans les animaux. Elle évoque la classe « animaux » et les sous-classes « canard, oiseaux ».

Concernant la quantification de l'inclusion, Lola explique qu'il y'a plus d'oiseaux que de canards car les canards « c'est aussi des oiseaux ». Elle s'accorde également à dire qu'il y

a plus d'animaux que d'oiseaux et pour justifier explique que si on met les oiseaux et tous les autres, il y a plus d'animaux. Elle accepte tout à fait les oiseaux dans la classe des animaux et considère les animaux comme étant la classe hiérarchique super-ordonnée.

Annexe VI : Epreuves complémentaires

	Baptiste	Julie	Coralie	Lola
ELO (Evaluation du Langage Oral, Khomsi, 2001)				
Lexique Production	c.25	c.50-75	c.25	c. 25-50
Lexique Réception	c.10	c.90	c.50	c.90
Compréhension	CI : c.10-25 CG : c.50	CI : c.90 CG : c.50-90	CI : c.75 CG : c.25	CI : c.75 CG : c.50
Production Morphosyntaxique	c.10	c.50	c.75	c.25-50
SENS DE L'ADDITION (B-LM Cycle II, Métral, 2008)				
Productions	<p>Baptiste fait une production figurative. Il explique que les jaunes correspondent aux centaines, les roses aux unités et les verts aux dizaines. Puis prend 6 roses et avec quatre jetons rectangles jaunes et roses, il fabrique un signe plus et un signe égal. Il place ensuite 8 jetons jaunes (car le 8 « est plus grand » après le signe égal).</p>	<p>Julie fait une production figurative. Elle prend 6 jetons ronds, puis deux jetons rectangulaires pour faire un signe « + ». Elle désigne correctement le « 6 » et le « 2 » mais ajoute 8 jetons quand je lui demande où sont les « 8 ».</p>	<p>Coralie prend un jeton rectangulaire et deux jetons ronds. Elle désigne le jeton rectangulaire pour le « 6 », et les deux jetons ronds pour le 2. Le 8 correspond à la réunion du rectangle et des ronds. Quand je lui demande pourquoi un rectangle ça fait « 6 », elle change en disant que ça fait « 10 ». Elle recommence alors l'addition en prenant 6 ronds, puis deux ronds. Les désignations du « 6 », du « 2 » et du « 8 » sont alors correctes.</p>	<p>Prend 6 jetons, montre qu'on ajoute 2 jetons. Réunit les 6 et les 2. Lorsqu'on lui demande « montre-moi le huit », elle ajoute 8 jetons puis quand une 2^{ème} explication est sollicitée, elle montre que les 8 sont la réunion des 6 et des 2.</p>

TABLE DES ILLUSTRATIONS

1. Liste des Tableaux

<u>Tableau 1</u> : Conduites attendues pour valider les activités	42
<u>Tableau 2</u> : Synthèse des conduites de Baptiste dans les différentes activités.....	45
<u>Tableau 3</u> : Niveau de raisonnement de Baptiste à l'épreuve de classification hiérarchique.....	46
<u>Tableau 4</u> : Synthèse des conduites de Julie dans les différentes activités	48
<u>Tableau 5</u> : Réponses de Julie aux "questions de généralisation" du pré-test	49
<u>Tableau 6</u> : Réponses de Julie aux "questions de généralisation" du post-test 1	49
<u>Tableau 7</u> : Réponses de Julie aux "questions de généralisation" du post-test 2	49
<u>Tableau 8</u> : Niveau de raisonnement de Julie à l'épreuve de classification hiérarchique	50
<u>Tableau 9</u> : Synthèse des conduites de Coralie dans les différentes activités	52
<u>Tableau 10</u> : Réponses de Coralie aux "questions de généralisation" du post-test 1	53
<u>Tableau 11</u> : Réponses de Coralie aux "questions de généralisation" du post-test 2	53
<u>Tableau 12</u> : Niveau de raisonnement de Coralie à l'épreuve de classification hiérarchique.....	54
<u>Tableau 13</u> : Synthèse des conduites de Lola dans les différentes activités	55
<u>Tableau 14</u> : Réponses de Lola aux "questions de généralisation" du pré-test.....	56
<u>Tableau 15</u> : Réponses de Lola aux "questions de généralisation" du post-test 1	56
<u>Tableau 16</u> : Réponses de Lola aux "questions de généralisation" du post-test 2	56
<u>Tableau 17</u> : Niveau de raisonnement de Lola à l'épreuve de classification hiérarchique.....	57

2. Liste des Figures

Figure 1 : Représentation schématique de l'aspect fonctionnel du modèle du triple code de Dehaene et Cohen (Troubles spécifiques des apprentissages, 2004)..... 12

Figure 2 : Architecture modulaire pour le traitement des nombres et du calcul par McCloskey et collaborateurs (Troubles spécifiques des apprentissages, 2004)..... 12

Figure 3 : Matériel des épreuves de classification (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 30

Figure 4 : Matériel des épreuves de sériation (B-LM Cycle II, Métral, 2008) 30

Figure 5 : Matériel de l'épreuve de conservation (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 30

Figure 6 : Matériel de l'épreuve d'utilisation du nombre (B-LM Cycle II, Métral, 2008) 30

Figure 7 : Profil logique de Baptiste (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 31

Figure 8 : Profil logique de Julie (B-LM Cycle II, Métral, 2008) 31

Figure 9 : Profil logique de Coralie (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 32

Figure 10 : Profil logique de Lola (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 32

Figure 11 : Activité 1 39

Figure 12 : Activité 2 et Figure 13 : Activité 3 39

Figure 14 : Activité 4..... 39

Figure 15 : Activité 5..... 39

Figure 16 : Extrait de la grille d'observation de Lola répertoriant les conduites attendues et les aides proposées..... 42

Figure 17: Profils de Baptiste synthétisant les résultats obtenus à l'épreuve de numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 46

Figure 18 : Profils de Julie synthétisant les résultats obtenus à l'épreuve de numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 50

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure 19: Profils de Coralie synthétisant les résultats obtenus à l'épreuve de numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 53

Figure 20 : Profils de Lola synthétisant les résultats obtenus à l'épreuve de numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008)..... 57

TABLE DES MATIERES

ORGANIGRAMMES	2
1. <i>Université Claude Bernard Lyon I</i>	2
1.1. Secteur Santé :	2
1.2. Secteur Sciences et Technologies :	2
2. <i>Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION ORTHOPHONIE.....</i>	3
REMERCIEMENTS.....	4
SOMMAIRE.....	5
INTRODUCTION.....	8
PARTIE THEORIQUE.....	9
II. L'HISTOIRE DU NOMBRE	10
1. <i>Les origines du nombre et de la numération dans l'histoire.....</i>	10
2. <i>Les origines de notre système de numération</i>	11
3. <i>Les différentes conceptions du nombre</i>	11
III. LA CONSTRUCTION DU NOMBRE.....	12
1. <i>Les différents courants</i>	12
2. <i>Le développement de l'intelligence selon Piaget.....</i>	13
3. <i>La construction du nombre selon Piaget.....</i>	14
3.1. La classification	14
3.2. La sériation	14
3.3. La conservation.....	15
3.4. Le nombre comme synthèse.....	15
4. <i>L'évaluation de la construction du nombre</i>	15
5. <i>Après Piaget : les néo-piagétiens.....</i>	16
IV. L'APPRENTISSAGE DE LA NUMERATION	17
1. <i>La numération dans la scolarité de l'enfant : un programme, des méthodes</i>	17
1.1. Histoire de l'enseignement des mathématiques	17
1.2. Programmes	17
1.3. Principes pédagogiques.....	18
2. <i>La mise en place de la numération chez l'enfant</i>	18
2.1. Pré-requis.....	18
2.2. Les caractéristiques du système numérique	19
2.3. Les différentes composantes de la numération.....	19
3. <i>Les obstacles à l'apprentissage de la numération</i>	20
3.1. Difficultés liées à la chaîne numérale	20
3.2. Difficultés liées aux caractéristiques intrinsèques du système de numération	21
V. REMEDIATION DES TROUBLES LOGICO-MATHEMATIQUES EN ORTHOPHONIE	22
1. <i>Principes généraux de la remédiation</i>	22
2. <i>Les différents courants de remédiation</i>	23
3. <i>La rééducation de la numération</i>	23
3.1. Approches centrées sur la manipulation.....	23
3.2. Approches centrées sur le langage	24
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	25
I. PROBLEMATIQUE	26
II. HYPOTHESES ET QUESTIONS	26
PARTIE EXPERIMENTALE	28
I. PROTOCOLE EXPERIMENTAL	29
1. <i>Objectifs</i>	29
2. <i>Population.....</i>	29
2.1. Méthode de sélection	29
2.1.1. Critères d'exclusion.....	29
2.1.2. Critères d'inclusion.....	29
2.2. Présentation des quatre enfants	30
2.2.1. Baptiste, 7 ans 11 mois	31
a. Profil logique (B-LM Cycle II, Métral, 2008)	31

TABLE DES MATIERES

b.	Profil en numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008).....	31
2.2.2.	Julie, 8 ans 2 mois.....	31
a.	Profil logique (B-LM Cycle II, Métral, 2008).....	31
b.	Profil en numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008).....	31
2.2.3.	Coralie, 7 ans 6 mois.....	31
a.	Profil logique (B-LM Cycle II, Métral, 2008).....	31
b.	Profil en numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008).....	32
2.2.4.	Lola, 8 ans 2 mois.....	32
a.	Profil logique (B-LM Cycle II, Métral, 2008).....	32
b.	Profil en numération (B-LM Cycle II, Métral, 2008).....	32
3.	<i>Méthode</i>	32
3.1.	Cadre clinique.....	32
3.2.	Méthode expérimentale.....	33
3.2.1.	Cadre expérimental.....	33
3.2.2.	Pré-test.....	33
a.	Epreuve de numération « la dizaine », B-LM Cycle II, Métral, 2008.....	33
b.	Epreuve de numération « questions de généralisation », B-LM Cycle II, Métral, 2008.....	34
c.	Epreuve piagétienne de classification hiérarchique.....	35
3.2.3.	Post-tests.....	36
a.	Post-test 1.....	36
b.	Post-test 2.....	37
3.2.4.	Epreuves complémentaires.....	37
II.	ELABORATION D'UN OUTIL DE REEDUCATION DE LA NUMERATION.....	37
1.	<i>Choix structuraux au regard de la théorie</i>	37
2.	<i>Présentation des séances</i>	38
3.	<i>Présentation des activités et leurs objectifs</i>	39
3.1.	Activité 1 : la fabrique de bonbons.....	39
3.2.	Activité 2 : les cartes du patron.....	39
3.3.	Activité 3 : la préparation des commandes.....	39
3.4.	Activité 4 : jeu de généralisation.....	39
3.5.	Activité 5 : le livre de comptes.....	40
3.6.	Séance finale.....	40
III.	ELABORATION D'UNE GRILLE D'OBSERVATION.....	40
1.	<i>Présentation de la grille</i>	40
1.1.	Objectifs.....	40
1.2.	Méthodologie.....	41
2.	<i>Critères de validation des activités</i>	41
3.	<i>Aides proposées au cours des activités</i>	42
	PRESENTATION DES RESULTATS.....	43
I.	ETUDE DE CAS DE BAPTISTE.....	44
1.	<i>Comportement général</i>	44
2.	<i>Description des séances</i>	44
3.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	45
3.1.	Résultats à l'épreuve « la dizaine ».....	45
3.1.1.	Pré-test.....	45
3.1.2.	Post-test 1.....	45
3.1.3.	Post-test 2.....	45
3.2.	Résultats à l'épreuve « questions de généralisation ».....	46
3.3.	Synthèse des profils de numération.....	46
4.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	46
5.	<i>Epreuves complémentaires</i>	47
II.	ETUDE DE CAS DE JULIE.....	47
1.	<i>Comportement général</i>	47
2.	<i>Description des séances</i>	47
3.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	48
3.1.	Résultats à l'épreuve « la dizaine ».....	48
3.1.1.	Pré-test.....	48
3.1.2.	Post-test 1.....	48
3.1.3.	Post-test 2.....	49
3.2.	Résultats à l'épreuve « question de généralisation ».....	49
3.2.1.	Pré-test.....	49
3.2.2.	Post-test 1.....	49
3.2.3.	Post-test 2.....	49
3.3.	Synthèse des profils en numération.....	50

TABLE DES MATIERES

4.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	50
5.	<i>Epreuves complémentaires</i>	50
III.	ETUDE DE CAS DE CORALIE	51
1.	<i>Comportement général</i>	51
2.	<i>Description des séances</i>	51
3.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	52
3.1.	Résultats à l'épreuve « la dizaine »	52
3.1.1.	Pré-test.....	52
3.1.2.	Post-test 1	52
3.1.3.	Post-test 2	52
3.2.	Résultats à l'épreuve « questions de généralisation »	53
3.2.1.	Pré-test.....	53
3.2.2.	Post-test 1	53
3.2.3.	Post-test 2	53
3.3.	Synthèse des profils de numération.....	53
4.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	54
5.	<i>Epreuves complémentaires</i>	54
IV.	ETUDE DE CAS DE LOLA	54
1.	<i>Comportement général</i>	54
2.	<i>Description des séances</i>	54
3.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	55
3.1.	Résultats à l'épreuve « la dizaine »	55
3.1.1.	Pré-test.....	55
3.1.2.	Post-test 1	55
3.1.3.	Post-test 2	56
3.2.	Résultats à l'épreuve « questions de généralisation »	56
3.2.1.	Pré-test.....	56
3.2.2.	Post-test 1	56
3.2.3.	Post-test 2	56
3.3.	Synthèse des profils de numération.....	57
4.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	57
5.	<i>Epreuves complémentaires</i>	57
	DISCUSSION DES RESULTATS	58
I.	ETUDE DE CAS DE BAPTISTE	59
1.	<i>Analyse des séances</i>	59
1.1.	Activité 1 : regroupement	59
1.2.	Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre	59
1.3.	Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »	59
1.4.	Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin	60
1.5.	Activité 4 : généralisation du système en base 3	60
1.6.	Activité 5 : le système positionnel vertical	60
1.7.	Synthèse en base 3	61
1.8.	Mise en lien base 3 / base 10.....	61
2.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	61
2.1.	Epreuve de numération « la dizaine »	61
2.2.	Conclusion	61
3.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	62
II.	ETUDE DE CAS DE JULIE.....	62
1.	<i>Analyse des séances</i>	62
1.1.	Activité 1 : regroupement	62
1.2.	Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre	62
1.3.	Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »	62
1.4.	Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin	63
1.5.	Activité 4 : généralisation du système en base 3	63
1.6.	Activité 5 : le système positionnel vertical	63
1.7.	Synthèse en base 3	64
1.8.	Mise en lien base 3 / base 10.....	64
2.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	64
2.1.	Epreuve de numération « la dizaine »	64
2.2.	Epreuve de numération « questions de généralisation ».....	64
2.3.	Conclusion	65
3.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	65
III.	ETUDE DE CAS DE CORALIE	65

TABLE DES MATIERES

1.	<i>Analyse des séances</i>	65
1.1.	Activité 1 : regroupement	65
1.2.	Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre	66
1.3.	Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »	66
1.4.	Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin	66
1.5.	Activité 4 : généralisation du système en base 3	66
1.6.	Activité 5 : le système positionnel vertical	67
1.7.	Synthèse en base 3	67
1.8.	Mise en lien base 3 / base 10.....	67
2.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	68
2.1.	Epreuve de numération « la dizaine »	68
2.2.	Epreuve de numération « questions de généralisation »	68
2.3.	Conclusion	68
3.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	68
IV.	ETUDE DE CAS DE LOLA	69
1.	<i>Analyse des séances</i>	69
1.1.	Activité 1 : regroupement	69
1.2.	Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre	69
1.3.	Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »	69
1.4.	Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin	70
1.5.	Activité 4 : généralisation du système en base 3	70
1.6.	Activité 5 : le système positionnel vertical	70
1.7.	Synthèse en base 3	71
1.8.	Mise en lien base 3 / base 10.....	71
2.	<i>Numération : épreuves du B-LM Cycle II, Métral, 2008</i>	71
2.1.	Epreuve de numération « la dizaine »	71
2.2.	Epreuve de numération « questions de généralisation »	71
2.3.	Conclusion	71
3.	<i>Epreuve piagétienne de classification hiérarchique des animaux</i>	72
V.	COMPARAISON DES QUATRE SUJETS	72
1.	<i>Comparaison des profils en post-test</i>	72
2.	<i>Relation entre les résultats du pré-test et ceux des post-tests</i>	73
3.	<i>Répercussion sur les attentes scolaires</i>	73
4.	<i>Similitudes des conduites</i>	74
VI.	VALIDATION ET DISCUSSION DES HYPOTHESES	75
1.	<i>Hypothèse opérationnelle n°1</i>	75
2.	<i>Hypothèse opérationnelle n°2</i>	75
3.	<i>Hypothèse opérationnelle n°3</i>	75
4.	<i>Conclusion quant à l'hypothèse générale</i>	76
VII.	CRITIQUE DE NOTRE ETUDE	76
VIII.	APPORT DE NOTRE ETUDE	77
IX.	OUVERTURE.....	77
	CONCLUSION.....	78
	BIBLIOGRAPHIE.....	79
	ANNEXES.....	83
	ANNEXE I : EPREUVE PRELIMINAIRE « PAPIER-CRAYON »	84
	ANNEXE II : DEROULEMENT DE L'ACTIVITE EN BASE 3	85
1.	<i>Activité 1 : la fabrication de bonbons</i>	85
1.1.	1 ^{er} niveau de regroupement : jusqu'au sachet	85
1.2.	2 ^{ème} niveau de regroupement : jusqu'à la boîte	85
1.3.	3 ^{ème} niveau de regroupement : jusqu'au coffre.....	85
2.	<i>Activité 2 : les cartes du patron</i>	86
3.	<i>Activité 3 : la préparation des commandes</i>	86
4.	<i>Activité 4 : jeu de généralisation</i>	86
5.	<i>Activité 5 : le livre de comptes</i>	87
5.1.	Construction des cartes « positionnelles » verticales	87
5.2.	Sérier les cartes « positionnelles » fabriquées.....	87
5.3.	Jeu de « bataille » avec les cartes « positionnelles »	87
5.4.	Retour à la manipulation	87
5.5.	Questions d'équivalence	88
	ANNEXE III : GRILLE D'OBSERVATION DE BAPTISTE.....	89

TABLE DES MATIERES

ANNEXE IV : DESCRIPTION DES SEANCES	94
ANNEXE IV : DESCRIPTION DES SEANCES	95
ANNEXE IV : DESCRIPTION DES SEANCES	96
1. <i>Description des séances de Baptiste</i>	96
1.1. Activité 1 : regroupement	96
1.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre	96
1.3. Activité 3 intermédiaire : sériation des cartes « codage »	96
1.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin	97
1.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3	97
1.6. Activité 5 : le système positionnel vertical	97
1.7. Synthèse en base 3	98
1.8. Mise en lien base 3 / base 10	99
2. <i>Description des séances de Julie</i>	99
2.1. Activité 1 : regroupement	99
2.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre	99
2.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »	100
2.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin	100
2.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3	101
2.6. Activité 5 : le système positionnel vertical	102
2.7. Synthèse en base 3	103
2.8. Mise en lien base 3 / base 10	103
3. <i>Description des séances de Coralie</i>	104
3.1. Activité 1 : regroupement	104
3.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre	104
3.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »	104
3.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin	105
3.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3	105
3.6. Activité 5 : le système positionnel vertical	106
3.7. Synthèse en base 3	107
3.8. Mise en lien base 3 / base 10	107
4. <i>Description des séances de Lola</i>	108
4.1. Activité 1 : regroupement	108
4.2. Activité 2 : équivalence numérique du dessin au nombre	108
4.3. Activité intermédiaire : sériation des cartes « codage »	108
4.4. Activité 3 : équivalence numérique du nombre au dessin	109
4.5. Activité 4 : généralisation du système en base 3	109
4.6. Activité 5 : le système positionnel vertical	109
4.7. Synthèse en base 3	110
4.8. Mise en lien base 3 / base 10	111
ANNEXE V : EPREUVES DE CLASSIFICATION HIERARCHIQUE	112
1. <i>Classification hiérarchique de Baptiste</i>	112
1.1. Pré-test	112
1.2. Post-test 1	112
1.3. Post-test 2	112
2. <i>Classification hiérarchique de Julie</i>	113
2.1. Pré-test	113
2.2. Post-test 1	113
2.3. Post-test 2	114
3. <i>Classification hiérarchique de Coralie</i>	114
3.1. Pré-test	114
3.2. Post-test 1	115
3.3. Post-test 2	115
4. <i>Classification hiérarchique de Lola</i>	116
4.1. Pré-test	116
4.2. Post-test 1	116
4.3. Post-test 2	116
ANNEXE VI : EPREUVES COMPLEMENTAIRES	118
TABLE DES ILLUSTRATIONS	119
1. <i>Liste des Tableaux</i>	119
2. <i>Liste des Figures</i>	120
TABLE DES MATIERES	122

Maud La Fay
Claire-Lise Weider

**APPORT D'UN ENTRAÎNEMENT DE LA NUMÉRATION SUR LA
COMPRÉHENSION DE LA NUMÉRATION DÉCIMALE À PARTIR D'UN OUTIL
CRÉÉ EN BASE 3 : Etude de cas de quatre enfants scolarisés en CE2**

126 Pages

Mémoire d'orthophonie -UCBL-ISTR- Lyon 2010

RESUME

Notre étude s'intéresse à l'apprentissage de la numération et plus particulièrement à l'intérêt d'un changement de base pour en faciliter la compréhension. Nous avons créé un outil en base 3 pour la remédiation de la numération sans avoir recours au système positionnel horizontal, qui semble d'après Perret (1985) induire les enfants en erreur par confusion des deux systèmes. Nous nous demandons si un entraînement de la numération sur ce matériel permettrait une meilleure compréhension de la numération décimale. Nous proposons donc notre entraînement, lors de six à sept séances suivant un protocole prédéfini, à quatre enfants de CE2 ayant des performances déficitaires en numération. À partir de la démarche clinico-critique de Piaget, une analyse qualitative transversale des séances, ainsi qu'une comparaison pré et post-test des performances en numération décimale sont réalisées. Nos résultats font état d'une amélioration chez trois des quatre enfants, révélant différents niveaux dans la généralisation du système de numération. Ces résultats valident en partie notre hypothèse générale. En effet, si trois enfants ont bénéficié de notre entraînement, pour le dernier, nous ne pouvons que faire des hypothèses sur les causes de l'absence d'amélioration. Pour compléter notre recherche, il serait intéressant d'analyser l'effet de notre entraînement suivi d'un travail en base 10 sur la généralisation du système de numération.

MOTS-CLES

Numération – Equivalence numérique – Système positionnel – Logico-mathématique – Entraînement – Base 3 – Enfant

MEMBRES DU JURY

Christelle Chosson – Myriam Di Qual – Pascale Ollagnon

MAITRE DE MEMOIRE

Corine Gauthier
Emmanuelle Métral

DATE DE SOUTENANCE

Jeudi 1^{er} juillet 2010
