SMEATON

RECHER.
EXPÉRIM.
SUR L'EAU
ET LE VENT

Smeaton

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR L'EAU ET LE VENT.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR L'EAU ET LE VENT,

CONSIDÉRÉS COMME FORCES MOTRICES,

APPLICABLES AUX MOULINS ET AUTRES MACHINES A MOUVEMENT CIRCULAIRE, etc.;

SUIVIES D'EXPÉRIENCES SUR LA TRANSMISSION DU MOUVEMENT ET LA COLLISION DES CORPS;

PAR M^r J. SMEATON, de la Société Royale de Londres,

Ouvrage traduit de l'anglais, et précédé d'une Introduction;

PAR M. P. S. GIRARD,

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Directeur du Canal de l'Ourcq et des Eaux de Paris, Membre de l'Institut d'Egypte, etc.

PARIS,

Chez COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57;

Et à La Haye, chez IMMERZEEL et Compagnie, Libraires.

1810.

INTRODUCTION.

L'ART d'employer l'action de l'eau ou du vent, pour imprimer le mouvement à certaines machines, remonte à une haute antiquité. Mais ce n'est que dans ces derniers temps que les Géomètres et les Physiciens ont essayé d'expliquer et de soumettre au calcul les effets de ces fluides, considérés comme forces motrices.

Si, pendant que les ailes d'un moulin à palettes sont exposées à l'impulsion d'un courant, on suppose qu'une corde chargée d'un certain poids s'enroule sur l'arbre de ce moulin, de manière que ce poids s'élève verticalement d'une quantité égale à la circonférence de l'arbre, tandis que la roue, poussée par le courant, fait une révolution, on observera, 1° que la vîtesse du système sera d'autant moindre que le poids dont l'arbre est chargé sera plus considérable; 2° qu'en donnant à ce poids une certaine valeur, il fera équilibre à l'impulsion de l'eau contre les palettes de la roue, et pourra par conséquent servir de mesure à cette impulsion; 3° qu'entre les différens produits résultans de la multiplication du poids dont l'arbre de la roue est chargé par la hauteur verticale à laquelle il s'élève en un temps donné, produits susceptibles de varier à l'infini, il en existe un plus grand que tous les autres, lequel est l'expression du plus grand effet; c'est ce plus grand effet que l'on se propose d'obtenir, en employant les machines hydrauliques, et les expériences auxquelles on les soumet ont pour but de le déterminer. On voit que pour y parvenir il faut connaître d'avance la valeur de l'impulsion d'une veine fluide contre une surface qui est exposée à cette impulsion.

Que l'on conçoive percé d'un orifice le fond d'un vase rempli d'eau ; le fluide s'en échappera, et exercera à sa sortie du vase une certaine pression contre un plan opposé perpendiculairement à sa direction.

Il est clair que pour maintenir ce plan en équilibre, la pression qu'il supporte devra être contrebalancée par un contrepoids suffisant, et que cette pression sera d'autant plus forte, que la vîtesse d'écoulement, ou, ce qui revient au même, que la hauteur de l'eau dans le vase sera plus considérable.

Suivant l'opinion de Newton, qui s'est occupé le premier de rechercher les lois du choc ou de la résistance des fluides (1), le poids capable de faire équilibre à la pression exercée par un courant d'eau, à sa sortie d'un vase entretenu constamment plein, doit être égal au poids d'un prisme d'eau de même base que l'orifice et d'une hauteur double de la profondeur du fluide dans le vase ; et comme, en vertu des lois du mouvement accéléré des graves, la vîtesse d'écoulement des fluides pesans est proportionnelle à la racine quarrée de leur hauteur au-dessus de l'orifice par lequel ils s'écoulent, il s'ensuit de la théorie de Newton, que l'impulsion d'une veine fluide sur un plan, est proportionnelle au quarré de la vîtesse dont elle est animée perpendiculairement à ce plan.

MM. Mariotte et La Hire (2) réduisirent le poids capable de contrebalancer la pression produite par le choc, à celui d'un prisme d'eau de même base que l'orifice, et d'une hauteur égale à celle du fluide dans le vase ; de sorte que, suivant eux, le poids capable de contrebalancer l'action du

---

(1) *Philosophiæ naturalis principia Mathematica*, *lib.* 2^us^, *prop.* 36, *corol.* 2.

(2) Traité du mouvement des eaux, 2^e^ *partie*, 3^e^ *règle*. Mémoires de l'Académie des Sciences, an. 1702.

choc serait, dans les mêmes circonstances, sous-double du poids capable de produire le même effet dans l'hypothèse de Newton.

Quelle que soit, au reste, la valeur absolue de la pression dont il s'agit, on voit que cette valeur est, dans les deux suppositions, proportionnelle au quarré de la vîtesse d'impulsion. Admettant cette proposition comme un résultat de la théorie du mouvement accéléré, et comme une vérité d'expérience, M. Parent observa le premier (1), que lorsqu'une roue à palettes est mise en mouvement par l'action d'un courant, la vîtesse avec laquelle ces palettes sont choquées est la différence de la vîtesse du courant et de celle de la circonférence de la roue, de sorte que c'est au quarré de cette différence que l'impulsion est proportionnelle.

Cela posé, M. Parent chercha l'expression générale de l'effet de la machine, c'est-à-dire, le produit du poids qu'elle élève, par la vîtesse de ce poids; il trouva que cette expression est un *maximum* lorsque la vîtesse du centre d'impulsion des aubes de la roue est égale au tiers de la vîtesse du courant (2).

MM. Pitot, Bélidor, Maclaurin, Léonard et Albert Euler (3), et généralement tous les Mécaniciens avaient

---

(1) Mémoires de l'Académie des Sciences, an. 1704.

(2) On parvient à ce résultat en supposant qu'une seule aube est choquée perpendiculairement par le fluide; mais cette supposition n'est point exacte. Pour résoudre le problème avec toute la précision qu'il admet, il faut considérer que les palettes disposées à la circonférence de la roue se succèdent pendant son mouvement, et reçoivent chacune le choc du courant sur une partie de leur surface et sous des angles différens. Il convient donc de rechercher l'impulsion du fluide contre chaque palette, et de prendre ensuite la somme de toutes les impulsions. M. Bossut a envisagé la question sous ce point de vue général, et l'a traitée dans un très-beau Mémoire inséré parmi ceux de l'Académie pour 1769.

(3) Mémoires de l'Académie des Sciences, an. 1725. Architecture hydrau-

adopté la règle de M. Parent, relative au *maximum* d'effet des machines hydrauliques, lorsqu'en 1767 (1) M. le chevalier de Borda publia un Mémoire dans lequel il établit que le mouvement d'une roue hydraulique quelconque étant parvenu à l'uniformité, il est nécessaire que l'action instantanée du fluide sur les palettes, soit égale à l'action de la gravité sur le poids élevé par la roue; la formule à laquelle il parvient étant traitée par la méthode ordinaire des *maximis* et *minimis*, il en conclut que l'effet de la machine est le plus grand possible lorsque la vîtesse de la roue est égale à la moitié de la vîtesse du courant, résultat que l'on obtient en supposant le choc proportionnel à la vîtesse simple du fluide.

Don Georges Juan, auteur d'un Traité de Mécanique appliqué à la construction et à la manœuvre des vaisseaux, publié en 1771, tire la même conclusion d'une théorie de la résistance des fluides, qui lui est propre (2).

Ainsi la théorie des premiers Géomètres, qui avaient supposé l'impulsion de l'eau contre les aubes d'une roue, proportionnelle au quarré de sa vîtesse relative, se trouvait contredite par celles de Borda et de Don Georges Juan, qui supposaient cette impulsion proportionnelle à la simple vîtesse relative du fluide.

On n'avait pas attendu cependant que cette incertitude se manifestât sur les principes qui devaient conduire à la solution du problême, pour consulter l'expérience. Newton entreprit les premières. Il fit osciller dans l'eau, de petites

---

lique, tome I^er^, page 248. Traité des Fluxions. *De Machinis hydraulicis*, *Euleri opuscula*. Mémoires de l'Académie de Berlin pour 1752.

(1) Mémoires de l'Académie des Sciences, an. 1767. Architecture hydraulique de M. de Prony, tome premier.

(2) Examen maritime, liv. 2, chap. 5, corol. 3 et 4.

sphères de plomb, et trouva que les résistances du fluide, comparées aux vîtesses du mobile, ne suivaient point un rapport constant, et que plus le mouvement était lent, plus la résistance approchait d'être proportionnelle à la simple vîtesse, tandis qu'elle devenait proportionnelle au quarré de cette vîtesse, lorsque le mouvement du pendule était plus rapide.

Mariotte mesura, par un moyen plus direct, l'impulsion d'un courant sur une surface qui lui est directement opposée; il disposa à angles droits, sur un axe horizontal, deux leviers égaux. L'un portait à son extrémité une palette quarrée de six pouces de côté, laquelle était plongée dans le courant, tandis qu'on plaçait à l'extrémité de l'autre levier un poids tel que le système demeurât en équilibre. Il trouva par ce moyen, qu'un courant de 3 pieds $\frac{1}{4}$ de vîtesse par seconde, frappant une surface de 36 pouces quarrés, soutenait un poids de 3 livres $\frac{3}{4}$. Ce poids de 3 livres $\frac{3}{4}$ est celui d'un prisme d'eau de 36 pouces quarrés de base, et de 2 pouces $\frac{56}{100}$ de hauteur; or cette hauteur est celle due à une vîtesse de 3 pieds 7 pouces par seconde, qui diffère peu de celle observée; d'où Mariotte conclut que l'impulsion est proportionnelle à la hauteur due à la vîtesse, ou au quarré de cette même vîtesse (1).

Daniel Bernoulli a rapporté, dans les Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, pour l'année 1727 (2), une expérience qui confirme celle de Mariotte. Cependant, quelques années après (3), s'étant occupé de nouveau de déterminer

(1) Traité du mouvement des eaux, II[e] partie, page 195.

(2) *Commentarii Academiæ Scientiarum Imperialis Petropolitanæ*, tome II, page 307.

(3) *Ibidem*, tome VIII.

le choc direct d'une veine fluide contre un plan, il remarqua que la véritable base de cette veine devait être mesurée là où elle se contractait, et que la hauteur due à la vîtesse réelle d'écoulement était moindre que celle du fluide dans le vase. En ayant égard aux corrections qui devaient être faites d'après cette remarque, il trouva par l'expérience, que le choc d'une veine fluide contre un plan était capable de faire équilibre au poids d'un prisme de même base qu'elle, et d'une hauteur double de celle due à la vîtesse réelle, ce qui s'accorde avec les propositions de Newton. D'autres expériences faites par Krafft, et rapportées dans les anciens Commentaires de l'Académie de Pétersbourg (1), indiquent que la hauteur du prisme fluide capable de contrebalancer le choc, doit être un peu moindre que celle due à la vîtesse d'impulsion, résultat que d'Alembert a cité à l'appui de sa Théorie de la résistance des fluides (2), et qui, depuis, a été confirmé par les expériences de M. Bossut, sur la même matière (3).

Rappeler ici toutes les hypothèses qui ont été proposées, et les diverses expériences qui ont été entreprises sur le choc des fluides, ce serait faire l'histoire d'une question qui a exercé les Géomètres et les Physiciens les plus habiles, sans que ni les uns, ni les autres soient encore parvenus à en donner une solution complète.

Au milieu des incertitudes que présente cette question, prise dans toute sa généralité, il convient de rassembler des faits et de multiplier les observations sur des cas particuliers.

(1) *Commentarii Academiæ Scientiarum Petropolitanæ*, tom. VIII, pag. 253.

(2) Théorie de la résistance des fluides, page 168.

(3) Hydrodynamique, tome II, page 299 et suivantes.

Ce fut dans cette vue que J. Smeaton entreprit, en 1752 et 1753, les expériences sur les roues à aubes, dont il a rendu compte à la Société Royale en 1757. Le Mémoire où elles sont rapportées est le premier de ceux dont nous publions la traduction.

Smeaton, qui s'occupait particulièrement de la construction des machines hydrauliques, s'attacha à obtenir des résultats qui leur fussent immédiatement applicables. L'appareil dont il se servit était, comme on le verra, un modèle de roue à aubes, sur l'arbre de laquelle s'enroulait une corde chargée d'un poids que l'on faisait varier à volonté, ainsi que la vîtesse et le volume du courant qui frappait les palettes de la roue.

En supposant, avec Parent, que le plus grand effet d'une machine mise en mouvement par le choc de l'eau, avait lieu lorsque la vîtesse du centre d'impulsion des aubes était égale au tiers de la vîtesse du courant, on trouve que ce plus grand effet peut être représenté par le produit des $\frac{4}{27}$ de l'eau dépensée élevés à la hauteur de sa chute, tandis qu'il résulte des expériences de Smeaton, que le plus grand effet d'une roue à aubes équivaut au quart de la dépense du courant, multipliée par cette même hauteur.

Il en résulte également que la vîtesse des aubes correspondante au *maximum* d'effet de la machine n'est point le tiers, mais à peu près les deux cinquièmes de la vîtesse du fluide, rapport qui approche d'autant plus de celui de 1 à 2, que l'appareil est exécuté plus en grand.

Les expériences de Smeaton indiquèrent, comme on voit, une correction à faire dans la règle que les Mécaniciens et les Géomètres avaient adoptée jusqu'alors; elles fournirent en même temps un résultat qui confirmait d'avance, autant que possible, les théories du chevalier de

Borda et de Don Georges Juan, dans lesquelles, comme nous l'avons dit, le choc n'est point proportionnel au quarré de la vîtesse, mais à la vîtesse simple du courant qui le produit.

Pendant que les expériences de Smeaton se faisaient en Angleterre, M. Bossut s'occupait, en France, des mêmes recherches (1). Il se servit d'une petite roue à aubes, qui était mise en mouvement dans un canal d'environ 200 mètres de longueur, où la vîtesse de l'eau avait été mesurée préalablement. Il résulte encore des expériences de M. Bossut, que la vîtesse de la roue correspondante au *maximum* d'effet de la machine est à très-peu près égale aux $\frac{2}{5}$ de la vîtesse du courant, ce qui coïncide parfaitement avec les expériences de Smeaton.

Si l'on admet ce rapport de 2 à 5 entre la vîtesse correspondante au *maximum* d'effet d'une roue à aubes, et la vîtesse absolue du courant qui la fait mouvoir, on trouve que l'impulsion doit être proportionnelle à la puissance $\frac{5}{4}$ de la vîtesse relative de ce courant; c'est à la détermination de cette puissance fractionnaire, que se sont bornées, les recherches de M. Dubuat, auquel on doit une suite nombreuse d'expériences s r la résistance des fluides.

Il semble, au reste, que le Mémoire dans lequel M. de Borda a traité des roues hydrauliques, contient une solution complète de la question, et que d'après sa théorie, d'accord avec celle de Don Georges Juan, et que confirment les expériences de MM. Smeaton et Bossut, on doit supposer proportionnelle à la simple vîtesse, et non pas au quarré de la vîtesse d'un courant d'eau, l'intensité de son action contre les palettes d'une roue mise en mouvement dans un coursier.

(1) Traité d'Hydrodynamique, tome II, pag. 422 et suiv.

Smeaton a déduit de ses expériences un petit nombre de règles sur l'effet des roues à aubes, comparé à la quantité d'eau dépensée et à la vîtesse du courant. Quelques-unes de ces règles sont les mêmes que celles qui ont été données par M. Fabre, auteur d'un Ouvrage sur la construction des machines hydrauliques, publié en 1783.

Ce n'est pas seulement en faisant agir un courant contre les palettes d'une roue, qu'on peut la mettre en mouvement. Ce même effet est produit par le poids même du fluide, si on le reçoit à la partie supérieure de la roue, dans des augets fixés à sa circonférence ; elle est alors entraînée comme elle le serait par une suite de poids suspendus à l'extrémité d'un certain nombre de ses rayons.

Bélidor avait avancé, dans son Architecture hydraulique (1), que, toutes choses égales d'ailleurs, l'emploi d'une roue à augets présentait moins d'avantages que celui d'une roue à palettes. Suivant Désaguliers, au contraire, l'effet de cette dernière pouvait être dix fois moindre que l'effet d'une roue à augets.

M. de Parcieux paraît être le premier qui ait entrepris de résoudre cette question par l'expérience ; il avance, dans un premier Mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences, pour 1754, que la manière la plus avantageuse d'employer l'eau, lorsqu'on peut disposer d'une chute de 4 pieds et au-dessus, est de se servir d'une roue à pots. Il démontre ensuite que l'effet d'une roue de ce genre sera d'autant plus considérable que son mouvement sera plus lent (2).

M. de Parcieux revint la même année sur cette dernière

(1) Tome premier, page 286.

(2) Mémoires de l'Académie des Sciences, an. 1754, page 603.

proposition; il fit construire une petite roue de 20 pouces de diamètre, portant 48 augets à sa circonférence. L'arbre de cette roue était composé de quatre cylindres concentriques posés dans le prolongement les uns des autres, de manière que le même poids, suspendu à un cordon qui pouvait s'enrouler successivement sur chacun de ces cylindres, s'élevait proportionnellement à leurs rayons respectifs, pendant que la roue décrivait un arc déterminé; il trouva que sous une même dépense d'eau, le même poids était élevé à une hauteur d'autant plus grande que la roue tournait plus lentement.

Dans le même temps que M. de Parcieux présentait à l'Académie des Sciences le résultat de ses observations, la Société Royale des Sciences de Gottingue couronnait un Mémoire d'Albert Euler, sur les machines hydrauliques et les moyens de les employer avec le plus d'avantages; l'auteur divise les roues hydrauliques en trois classes, celles qui sont mises en mouvement par le choc, par le poids, ou par la réaction de l'eau.

Appliquant aux roues de la seconde espèce les principes de la Mécanique, il parvient aux mêmes conclusions que M. de Parcieux avait tirées de ses expériences (1).

Cependant si le poids dont une roue à augets est chargée est assez considérable pour faire équilibre au poids de l'eau qui remplit des augets d'une capacité donnée, la machine ne se mouvra pas, et il n'y aura aucun effet produit. Il y a donc une certaine vîtesse de la roue à laquelle correspond un *maximum* d'effet. L'objet des expériences de Smeaton était de déterminer ce *maximum*. Il appelle *puissance mécanique* la quantité d'eau dépensée, multipliée par la hau-

(1) *Enodatio quæstionis quomodo vis aquæ aliusve fluidi cum maximo lucro ad molas circum agendas, aliave opera perficienda impendi possit.*

teur de sa chute; il trouve que cette puissance est au *maximum* d'effet d'une roue à pots, comme 3 est à 2; et comme il avait trouvé par ses expériences sur les roues à aubes, que le rapport entre la puissance mécanique et le plus grand effet de ces roues, était celui de 3 à 1, il conclut que l'effet des roues à augets, supposées dans les mêmes circonstances, quant à la charge et à la dépense d'eau, est en général double de celui des roues à palettes, ce qui assigne d'une manière plus précise qu'on ne l'avait fait jusqu'alors, l'avantage des unes sur les autres.

Smeaton tire de ces expériences cette conclusion singulière, que la vîtesse la plus avantageuse avec laquelle la circonférence d'une roue à augets puisse se mouvoir, est celle de 3 pieds par seconde, sans que le diamètre de la roue influe sur cette valeur. Cette conséquence doit, au reste, n'être regardée que comme une règle pratique; car en traitant des roues à augets, dans le Mémoire de 1767, dont nous avons déjà parlé, M. de Borda déduit de sa théorie, que le *maximum* d'effet a lieu lorsque la vîtesse de la roue est la moitié de celle avec laquelle le fluide tombe dans les augets; substituant cette vîtesse dans l'expression générale de l'effet de la machine, on trouve qu'il est le plus grand possible lorsque l'eau tombe du réservoir avec une vîtesse infiniment petite, ce qui, étant physiquement impossible, fait voir du moins que la roue produit d'autant plus d'effet qu'elle tourne avec plus de lenteur.

Il faut considérer maintenant que la dépense d'un courant d'eau étant donnée, cette dépense pourra avoir lieu sous différentes vîtesses, et qu'il sera toujours possible de donner aux augets d'une roue une capacité telle, que cette roue tournant avec une vîtesse sous-double de celle du courant, pour satisfaire à la condition du *maximum* d'effet, la dépense de la roue et celle du canal affluant soient égales.

Mais il est évident que la capacité des augets augmentera en raison inverse de la vîtesse de rotation; et comme, à mesure que cette capacité augmente, la roue devient elle-même plus pesante, il arrivera qu'au-delà d'un certain terme, l'inertie de la machine fera perdre l'avantage produit par la lenteur de son mouvement. Cette limite est celle qu'il importe de déterminer, en calculant le poids et les momens de toutes les parties de la roue. C'est ce que Smeaton recommande; il prévient en même temps, que le mouvement d'une roue à augets cesse, en général, d'être régulier lorsque sa vîtesse est au-dessous de 2 pieds par seconde.

Puisque cette vîtesse doit toujours être moindre que celle du courant, il est évident que de quelque manière qu'il tombe dans les augets, il doit produire sur leurs parois une certaine impulsion. Une roue de ce genre n'est donc point, à proprement parler, mise en mouvement par le seul poids de l'eau, le fluide agit encore sur elle en choquant les parois des augets qui le reçoivent; ainsi, pour trouver le *maximum* d'effet, il faut avoir égard à cette double action. C'est sous ce point de vue général que M. Bossut a considéré la question, et qu'il l'a traitée dans son Hydrodynamique (1).

La troisième partie du Mémoire de Smeaton traite de la construction et des effets des moulins à vent.

La perfection de ces machines consiste, comme on sait, à donner à leurs ailes une forme telle, que le moment de l'impulsion du vent, pour les faire mouvoir, soit le plus grand possible. Or cette forme dépend de l'inclinaison des élémens, de leur surface par rapport à la direction du vent.

(1) Tome premier, page 502 et suiv.

M. Parent est encore le premier qui ait entrepris de déterminer cette forme; il supposa l'impulsion du vent proportionnelle au quarré de sa vîtesse et au quarré du sinus de l'angle sous lequel il frappe la surface des ailes; considérant ensuite la machine en repos, il chercha l'angle suivant lequel les ailes doivent être inclinées à la direction du vent, pour en recevoir la plus grande impulsion et être mises en mouvement; il trouva cet angle de 54° 44'.

Le résultat du calcul de M. Parent fut adopté par MM. Pitot et Bélidor (1), qui ne firent point attention que, pendant le mouvement de la machine, l'impulsion qu'elle reçoit n'est point due à la vîtesse absolue du vent, mais bien à sa vîtesse, considérée relativement à celle dont les ailes sont déjà animées. Leur inclinaison, sous un angle de 54° 44', ne donne donc le *maximum* d'impulsion que pour le seul instant où le mouvement commence, ce qui ne satisfait point à la question.

Il ne s'agit point, en effet, de trouver le moment de la plus grande impulsion du vent, lorsque la machine n'opère point encore, mais lorsquelle est en activité.

Daniel Bernoulli fit le premier cette remarque, en 1738 (2). Il supposa connues en quantité et en direction, la vîtesse du fluide et celle de la surface sur laquelle il agit, et il détermina l'inclinaison de cette surface pour que l'impulsion décomposée parallèlement au plan du mouvement de la voile devienne un *maximum*.

Maclaurin reprit la question en 1742 (3); considérant un seul élément transversal de la voile, il détermina, par

---

(1) Mémoires de l'Académie des Sciences, an. 1727. Architecture hydraulique, tome II.

(2) *Hydrodynamicæ*, *sectio nona*.

(3) Traité des Fluxions, tome II, page 301.

une application de la méthode des fluxions et une construction géométrique aussi simple qu'élégante, la tangente de l'angle sous lequel cet élément doit être frappé par le vent, pour en recevoir la plus grande impulsion possible.

L'expression de cette tangente est donnée en fonction des vîtesses du vent et de la voile, de sorte que l'une de ces deux quantités, ou les deux ensemble, venant à varier, l'inclinaison de la voile doit varier aussi; il suit immédiatement de là, que l'inclinaison des élémens transversaux de la voile sur la direction du vent, doit croître depuis l'origine de l'aile jusqu'à son extrémité supérieure; conclusion contraire à celle que Daniel Bernoulli avait déduite de ses calculs, ce qui provient, comme Maclaurin l'a remarqué, de ce qu'il avait déterminé le *maximum* d'impulsion avant d'en avoir divisé la valeur générale par un facteur qui ne doit influer en rien sur la position la plus avantageuse que l'on cherche. Au reste, les solutions de Daniel Bernoulli et de Maclaurin conviennent au cas où l'aile est en mouvement, soit que ce mouvement s'accélère encore, soit qu'il soit parvenu à l'uniformité; mais cette uniformité de mouvement est un terme qu'elle a bientôt atteint, et c'est pour cet état de choses où le produit de la machine est devenu constant, qu'il importe d'assigner le *maximum* d'impulsion.

On vient de dire que l'inclinaison de l'aile propre à produire ce *maximum*, dépendait de la vîtesse dont elle était animée; ainsi, en partant de l'état de repos, cette inclinaison devrait être de 54° 44′; elle augmenterait, suivant une certaine loi, à mesure que le mouvement de l'aile deviendrait plus rapide, jusqu'à ce qu'enfin elle se fixât sous un certain angle, lorsque le mouvement serait devenu uniforme, c'est-à-dire, lorsque la force accélératrice de la machine serait devenue nulle, circonstance pour laquelle le *maximum* d'impulsion doit avoir lieu. D'Alembert fit pour la première fois cette remarque, dans son Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides, publié en 1744 (1); mais il se trompa en supposant que le moment d'impulsion du vent sur la voile est égal à zéro, lorsque le mouvement de la machine est uniforme.

En effet, il est clair que la force accélératrice d'une aile en mouvement est exprimée par la différence des momens de l'impulsion du vent sur cette aile, et du poids que la machine doit élever. Cette différence est nulle, ou, ce qui est la même chose, les momens de l'impulsion du vent et de la résistance à vaincre sont égaux entre eux, lorsque le mouvement est parvenu à l'uniformité, ce qui fournit une première équation, dans laquelle l'inclinaison doit être supposée telle, que l'impulsion du vent soit la plus grande possible. Cette équation ne contenant plus d'autre inconnue que la vîtesse de l'aile, il est évident qu'en la traitant par la méthode des *maximis* et *minimis*, elle donnera une seconde équation d'où l'on tirera la plus grande vîtesse ou la vîtesse uniforme que l'aile est susceptible d'acquérir.

D'Alembert n'a parlé de la figure des ailes des moulins à vent, que parce que cette question, dépendante de l'impulsion des fluides, avait un rapport éloigné avec la matière qu'il traitait. Euler s'en est occupé spécialement, dans une pièce insérée parmi les Mémoires de l'Académie de Berlin, pour l'année 1752 (2). Il regarde la surface des ailes comme

---

(1) Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides, page 372.

(2) Discussion de diverses manières d'élever l'eau, par le moyen des pompes, avec le plus grand avantage. Mémoires de l'Académie de Berlin, pour 1752, page 172. Voyez aussi les nouveaux Commentaires de Pétersbourg, pour la même année.

plane et inclinée à la direction du vent, sous un angle donné; il cherche dans cette hypothèse la plus grande vîtesse qu'elle puisse acquérir à son extrémité, et il trouve que cette vîtesse est à très-peu près proportionnelle à la tangente de l'angle d'inclinaison, multipliée par la vîtesse du vent. Substituant ensuite cette vîtesse dans l'équation du mouvement uniforme, il en conclut que l'effet de la machine est proportionnel au cube de la vîtesse du vent, à la surface de l'aile, et au cube du sinus de l'angle d'inclinaison. Ce résultat indique que le moment d'impulsion doit être d'autant plus considérable, que cet angle approche davantage de 90 degrés, limite à laquelle il ne peut cependant jamais parvenir; car, dans ce cas, la vîtesse de l'extrémité de l'aile serait infinie, ce qui est une condition impossible. Euler fait ensuite quelques applications numériques de ses formules; il remarque, ainsi que Daniel Bernoulli, Maclaurin et d'Alembert l'avaient fait avant lui, que si l'angle de $54^\circ\ 44'$ est celui sous lequel le moment d'impulsion du vent est un *maximum* lorsque les ailes sont en repos, elles échappent en quelque sorte à cette impulsion, lorsqu'elles se meuvent, de sorte qu'en les laissant inclinées de $54^\circ\ 44'$ à leur origine, on pourrait porter leur inclinaison jusqu'à 80 degrés à leur extrémité supérieure. Quoi qu'il en soit, Euler continue de supposer cet angle constant dans toute la longueur de l'aile, et il pose, que la vîtesse propre au plus grand effet doit être égale à la vîtesse du vent, multipliée par environ la moitié de la tangente de l'angle que forme sa direction avec le plan de la voile.

La question en était à ce point, lorsqu'elle fut reprise de nouveau par cet illustre Géomètre, en 1756 (1). Après

(1) Recherches plus exactes sur l'effet des moulins à vent. Mémoires de Berlin pour 1756, page 156.

avoir observé que sa solution rigoureuse exigerait une connaissance parfaite des lois de la résistance des fluides, lois sur lesquelles il reste encore beaucoup d'incertitudes; il considère l'impulsion d'un fluide élastique et pesant, contre une surface quelconque, comme équivalente à la pression qu'occasionnerait contre cette surface une masse de ce même fluide qui aurait une hauteur égale à celle due à la vîtesse dont il est animé, et il remarque que pendant le mouvement de la surface choquée, le fluide se condense à sa partie antérieure, tandis qu'il se raréfie à sa partie postérieure; l'impulsion doit donc être représentée dans cette hypothèse par la différence des pressions qui ont lieu de part et d'autre de cette surface; il suit de là que la vîtesse et l'inclinaison de l'aile peuvent être telles, que sur une portion de sa longueur cette aile soit repoussée en sens contraire de son mouvement. Euler détermine la limite du rapport qui doit exister entre sa vîtesse et son inclinaison, pour que cet effet ne soit pas produit; il détermine également le terme que la vîtesse du vent doit atteindre pour que la machine commence à se mouvoir et que son mouvement parvienne à l'uniformité.

On a vu que dans cet état de la machine, et lorsqu'elle produit le *maximum* d'effet, la tangente de l'angle d'inclinaison du plan de l'aile devait être à peu près proportionnelle à sa vîtesse extrême, divisée par la vîtesse du vent. Afin de tirer le parti le plus avantageux de la même machine, dans diverses circonstances, il faudrait donc faire varier l'inclinaison de ses ailes selon que le vent aurait plus ou moins d'intensité; il faudrait, de plus, que l'inclinaison de leurs élémens transversaux fût différente pour chacun d'eux. La détermination de la surface de cette aile, d'après cette condition, est du ressort de la Géométrie, et la question qu'elle présente ne pouvait manquer d'être traitée par

Euler, qui avait découvert, quelques années auparavant, une méthode générale d'attaquer avec succès ces sortes de problèmes du genre de celui que Jacques Bernoulli avait proposé sur les isopérimètres. Il s'agit ici de trouver le *maximum* du moment d'impulsion, sur toute la surface de l'aile, en supposant variable l'inclinaison de chacun de ses élémens. La méthode des variations, appliquée à cette question, conduisit Euler à trouver pour la tangente de l'angle d'inclinaison de chaque élément, précisément la même valeur à laquelle Maclaurin était parvenu, pour ainsi dire sans calcul, et par des constructions géométriques (1).

Jusqu'ici on a supposé que la largeur de l'aile était constante dans toute sa longueur; on conçoit cependant que si l'on fait varier la largeur de ses tranches transversales, suivant une certaine loi, on fera varier aussi la position du centre d'impulsion; or il est clair que la position de ce centre peut devenir telle, que le moment d'impulsion soit le plus grand possible, la surface de l'aile et sa longueur demeurant les mêmes. Euler s'est borné à examiner le cas où les ailes ont la forme d'un triangle, et il a trouvé que leur surface étant la même que celle d'ailes rectangulaires de même longueur, le moment d'impulsion était aussi le même; d'où il conclut que pour conserver la solidité de la machine, il vaut mieux donner aux ailes une largeur constante, que de faire varier cette largeur (2).

Nous venons d'exposer le résultat des recherches qui ont été publiées sur les effets des moulins à vent, et la meilleure forme qu'il convient de donner à leurs ailes. On a vu comment les Géomètres qui s'en sont occupés ont été conduits

---

(1) Traité des Fluxions, tome II, page 300.

(2) Académie de Berlin pour 1756, page 233.

successivement aux diverses solutions qu'ils ont données de la question. Il nous paraît qu'elle se réduit maintenant à trouver le plus grand moment d'impulsion sur des ailes de longueur et de surface déterminées, en supposant variables l'inclinaison et la longueur de leurs élémens transversaux (1).

On doit remarquer, au reste, que la solution à laquelle conduirait cette nouvelle application de la méthode des variations, ne conviendrait qu'à une certaine vîtesse du vent, c'est-à-dire, que pour rendre cette solution utile à la pratique, il faudrait imaginer un moyen mécanique de faire varier l'inclinaison des élémens de l'aile, suivant que la vîtesse du vent varierait elle-même. L'emploi d'un semblable moyen donnerait à ces machines le degré de perfection dont leur construction nous paraît susceptible.

Il nous reste à parler des expériences et observations qui ont été recueillies sur cet objet.

Euler cite, dans son Mémoire de 1756 (2), quelques expériences faites en Hollande, et dont les résultats lui avaient été communiqués par M. Lulofs, professeur de l'Université de Leyde et membre de l'Académie de Berlin. D'après ces expériences, un moulin dont chacune des ailes avait 43 pieds de longueur et 5 pieds $\frac{1}{2}$ de large, était capable d'élever par minute 1500 pieds cubes d'eau à la hauteur de 4 pieds, la vîtesse du vent étant d'environ 30 pieds par seconde; l'inclinaison des ailes sur la direction du vent, variait entre leurs extrémités; leur inclinaison moyenne était de 73 degrés. On avait remarqué dans ces expériences, que l'effet de ces mou-

(1) Cette question, sur la surface des ailes des moulins à vent, a été depuis long-temps résolue par M. Monge; mais les Géomètres ont à regretter qu'il n'en ait point publié la solution.

(2) Recherches plus exactes sur l'effet des moulins à vent. Mémoires de l'Académie de Berlin, an. 1756, page 169.

lins n'était point proportionnel au cube des vîtesses absolues du vent, ainsi que l'indique la théorie fondée sur l'hypothèse ordinaire, mais que cet effet était à peu près proportionnel au quarré de ces vîtesses.

Il paraît que dans le même temps on s'occupait, en Angleterre, d'expériences semblables. M. Smeaton, en commençant la troisième partie de son Mémoire, parle d'appareils imaginés dans cette vue, par MM. Rouse et Ellicot. Quant à celles qui lui sont propres, il se servit d'un modèle de moulin à vent dont l'axe était fixé à l'extrémité d'un bras de levier qui était lui-même implanté dans un cylindre vertical mobile autour de son axe, de sorte qu'en imprimant un mouvement de rotation à ce cylindre et au levier horizontal qui le traversait, les ailes du moulin choquaient l'air ambiant avec plus ou moins de vîtesse, et en recevaient une impulsion en vertu de laquelle elles tournaient plus ou moins rapidement et élevaient un certain poids, au moyen d'un cordon qui s'enroulait sur l'arbre de la machine.

Cet appareil, du même genre que celui dont M. de Borda se servit en 1763, pour ses expériences sur la résistance des fluides (1), offre l'avantage de pouvoir être employé avec facilité; mais il est probable que lorsque les ailes se meuvent avec une certaine vîtesse, elles entraînent une portion de l'air ambiant dans le même sens, ce qui diminue nécessairement l'impulsion qu'elles reçoivent, et doit apporter quelques différences entre les résultats auxquels on parvient, et ceux que l'on obtiendrait si l'arbre de la machine était fixe, et que les ailes fussent exposées à un courant d'air, comme cela a lieu dans les moulins exécutés en grand. Malgré cet inconvénient, l'appareil de Smeaton est très-propre à

(1) Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1763, page 358.

comparer entre eux les effets que produisent les ailes d'inclinaison et de figure différentes, et cette comparaison est le but essentiel qu'on doit se proposer.

M. Smeaton fit, en conséquence, adapter à son appareil des ailes inclinées, 1° sous un angle de 55 degrés sur la direction du vent; 2° sous un angle de 72 à 75 degrés; 3° il fit varier l'inclinaison de leurs élémens transversaux, suivant la loi indiquée par le théorème de Maclaurin; 4° il la fit varier suivant la méthode hollandaise; 5° en conservant cette dernière inclinaison, il élargit les ailes à leur extrémité, de manière à leur donner la figure d'un trapèze; 6° enfin il substitua aux quatre ailes que l'on emploie ordinairement, huit secteurs d'ellipse qu'il inclina sous l'angle le plus favorable.

Ses premiers essais lui apprirent bientôt que, conformément à la théorie, les ailes planes inclinées sous un angle de 55 degrés recevaient, à la vérité, la plus grande impulsion du vent, lorsqu'elles étaient en repos, mais qu'elles produisaient le moindre effet lorsqu'elles étaient en mouvement. Il reconnut que la forme la plus avantageuse des ailes était celle que les Hollandais leur donnent, et qui présente à l'action du vent une surface concave; il trouva que l'aile hollandaise la plus avantageuse, était celle dont les élémens extrêmes sont inclinés sur le plan du mouvement de 7° 30′ et de 22° 30′. Le rapport de la puissance à l'effet, était celui de 10 à 9,2.

Cette expérience confirme, comme on voit, la théorie développée dans les Mémoires d'Euler, dont nous avons parlé. Il s'agissait maintenant, après avoir déterminé l'inclinaison la plus avantageuse des ailes rectangulaires, d'examiner les avantages qui pouvaient résulter d'une augmentation de surface, la longueur des ailes restant la même. Smeaton trouva que l'effet augmentait par cette disposition, mais non pas proportionnellement aux surfaces.

Smeaton déduit de ces expériences plusieurs règles, dont les deux principales sont : que la vîtesse des ailes est dans un rapport constant avec celle du vent, et que leurs effets sont un peu moindres que proportionnels au cube de cette vîtesse, ce qui s'accorde avec les résultats de la théorie. En admettant, avec Désaguliers, que la force d'un homme qui travaille pendant plusieurs heures de suite, équivaut à la force nécessaire pour élever un poids de 640 livres (1) à la hauteur de 10 pieds anglais dans une minute, Smeaton chercha quelle devait être la longueur des ailes d'un moulin qui, construit dans des proportions semblables à celles des différens modèles employés pour ses expériences, équivaudrait à la force d'un homme, lorsque le vent aurait 12 pieds $\frac{1}{2}$ de vîtesse par seconde ; il trouva cette longueur de 8 pieds pour les ailes hollandaises ordinaires, et de 7 pieds seulement pour ces mêmes ailes élargies en forme de trapèze à leur extrémité supérieure.

Faisant ensuite l'application des règles tirées de ses expériences, il trouva qu'avec le même vent de 12 pieds $\frac{1}{2}$ de vîtesse par seconde, un moulin garni de quatre ailes hollandaises de 30 pieds de long, équivalait à la force de dix hommes, et à celle de dix-huit, lorsque ces ailes étaient élargies à leurs extrémités. Smeaton ajoute qu'il a souvent eu occasion de vérifier, par des observations faites sur de grandes machines, l'exactitude de ces résultats.

Il est à regretter que cet Ingénieur n'ait point publié les observations dont il parle ; car quelques précautions qu'on

---

(1) 640 livres *avoir du poids* $\times$ 10 pieds anglais, équivalent à $226^{kil.},212 \times 3^{m},04692 = 689^{m},245$.

apporte à des expériences faites sur des modèles de machines, il arrive souvent que par l'effet même de ces précautions, ces expériences ne peuvent s'accorder avec les résultats de la pratique. Les observations les plus utiles sur l'emploi des machines, sont celles que l'on fait sur les machines elles-mêmes, parce que les résultats en sont applicables sans restriction aux circonstances ordinaires.

Cette considération paraît avoir guidé M. Coulomb dans les expériences dont il a rendu compte en 1781 (1), sur l'effet des Moulins à vent. Il décrit d'abord ces machines telles qu'elles sont employées dans les environs de Lille, à la fabrication de l'huile de colzat. La longuenr de leurs ailes est de 33 pieds, et leur largeur de 6; mais elles ne sont couvertes de toile que sur une longueur de 30 pieds. Elles présentent d'ailleurs, comme les ailes hollandaises, une surface concave à l'action du vent. Le barreau inférieur de ces ailes est incliné sur l'arbre de 60 degrés, et leur barreau supérieur, de 78 à 84. Le moulin met en action un certain nombre de pilons.

Lorsque la vîtesse du vent est de 20 pieds par seconde, les ailes font 13 tours en une minute, et l'effet produit par le moulin, dans le même intervalle de temps, équivaut à un poids de 100 livres élevé à 218 pieds de hauteur.

M. Coulomb suppose avec Daniel Bernoulli (2), qu'un homme, en employant ses forces de la manière la plus commode, peut élever un poids de 60 livres à un pied de hauteur par seconde, ou un poids de 100 livres à 8 pieds $\frac{6}{10}$ de

(1) Mémoires de l'Académie des Sciences, an. 1781.

(2) Tome VIII du Recueil des Prix sur les moyens de suppléer à la mer à l'action du vent.

hauteur par minute (1) ; d'où il suit qu'un moulin à vent, tel que ceux observés par M. Coulomb, produit, sous une vîtesse de vent de 20 pieds par seconde, un effet équivalent à la force de 61 hommes. Mais parce que Désaguliers la suppose plus grande que D. Bernoulli, dans le rapport de 689 à 572, cet effet ne serait équivalent, dans l'hypothèse du premier, qu'à la force de 50 hommes environ. Si, d'après les données fournies par MM. Smeaton et Coulomb, on compare l'effet des moulins auxquels ils ont appliqué leurs calculs, et qui ont été l'objet de leurs expériences, en observant que ces effets sont à peu près comme le cube des vîtesses du vent, on sera conduit à des résultats qui s'accorderont autant entre eux qu'il est permis de l'espérer.

Il faut remarquer ici que l'effet du moulin à vent, estimé par M. Coulomb à 1000 livres élevées à 228 pieds de hauteur par minute, est l'effet utile de la machine, c'est-à-dire, que l'action perdue par le choc des mentonnets sur les bras des pilons, et par le frottement de l'arbre sur ses crapaudines, n'est point comprise dans cet effet. M. Coulomb trouve que cette action équivaut à un poids de 1000 livres élevé à 35 pieds de hauteur dans une minute, ce qui revient à un sixième environ du produit utile de la machine.

Nous ne passerons point sous silence deux observations importantes de M. Coulomb : la première qui le frappa, c'est que plus de 50 moulins placés dans la même position, produisaient, par un vent moyen, de 18 à 20 pieds de vîtesse par seconde, la même quantité d'effet, quoiqu'il existât plusieurs petites différences dans leur construction, soit

(1) 1000 livres $\times\ 3^{d}\frac{6}{10} = 489^{k},51 \times 1^{m}17 = 572{,}72$. Suivant Désaguliers, la force de l'homme $= 689{,}245$.

relativement à l'inclinaison de l'axe, soit relativement à la disposition des ailes. Or, quelle que fût l'expression de cette quantité d'effet, si l'on recherchait quel doit être le rapport des quantités variables qui entrent dans cette expression pour qu'elle devînt la plus grande possible, il faudrait, suivant les règles du calcul des *maximis* et *minimis*, que sa variation fût nulle, ou qu'elle fût elle-même une quantité constante, ce qui est précisément le fait observé. Il est donc probable, suivant la remarque de Coulomb, que les praticiens sont parvenus à force de tâtonnement, à disposer toutes les parties de la machine, de manière qu'elle approche autant que possible du degré de perfection, qui est le but des recherches de la théorie.

La seconde observation porte sur un fait qui n'est pas moins curieux, c'est que dans la pratique, quelle que soit la vîtesse du vent, les conducteurs des moulins en disposent toujours les ailes de manière que leur vîtesse soit dans un rapport constant avec celle du vent. En citant plus haut les travaux d'Euler, nous avons dit qu'il résulte de ses calculs, que dans le cas où le produit de la machine est un *maximum*, la vîtesse des ailes et celle du vent devaient être proportionnelles. Ainsi une longue pratique avait encore devancé, sur ce point, les calculs des géomètres.

On reconnaît, dans le travail de M. Coulomb sur les moulins à vent, une marche qui lui est propre pour arriver presque sans effort aux résultats les plus importans. Ce qui nous reste de ce travail doit faire regretter qu'il n'ait point été achevé, et que la seconde partie des recherches annoncées au commencement du Mémoire de 1781, n'ait point été publiée.

L'utilité des recherches de M. Coulomb, nous ramène naturellement à celles de M. Smeaton, qui, comme on sait, avaient pour objet spécial de perfectionner la construction des machines mises en action par l'eau ou par le vent. Nous avons indiqué les expériences qu'il fit dans cette vue. Il entreprit d'en confirmer les résultats par de nouvelles observations moins directes à la vérité, mais propres à jeter un nouveau jour sur la question. Le premier des Mémoires où elles sont rapportées, traite de la quantité de puissance mécanique capable d'imprimer différens degrés de vîtesse aux corps graves qui passent du repos au mouvement. Le second Mémoire, lu à la Société royale en 1782, rend compte d'expériences fort ingénieuses sur la collision des corps. Les appareils dont notre auteur se servit, sont d'une très-grande simplicité, et prouvent la sagacité dont il était doué.

Nous terminerons cette Introduction par une courte notice sur la vie et les ouvrages de cet ingénieur célèbre.

M. Jean Smeaton naquit le 24 mai 1724, à *Austhorpe* dans le *Yorkshire*; il fut élu en 1753, membre de la Société royale de Londres (1), à laquelle il avait communiqué plusieurs Mémoires qui ont été insérés dans les Transactions philosophiques.

Il s'occupait, à cette époque, des Recherches expérimentales dont nous publions la traduction. Mais ce qui a contribué surtout à étendre sa réputation, ce fut le succès

---

(1) Les Mémoires de M. Smeaton, sur différens sujets de Physique, de Mécanique et d'Astronomie, ont été insérés dans les Transactions philosophiques, pour les années comprises depuis 1750 jusqu'en 1776.

Son grand ouvrage sur le phare d'Édystone, intitulé : *Narrative of the Building, and a Description of the Construction of the Édystone Light house, with stone, etc.*, a été publié en 1791. M. Picter en a donné un extrait dans la Bibliothèque britannique. Cet extrait, enrichi de plusieurs planches qui représentent le Phare et les progrès de sa construction, vient d'être inséré dans un Recueil de Mémoires, dont la publication est un nouveau service rendu aux ingénieurs, par M. le Sage, inspecteur de l'École impériale des Ponts et Chaussées.

qu'il obtint dans la reconstruction du phare d'*Edystone* : cet édifice, situé sur un rocher à l'entrée de la Manche, à 14 milles de la rade de Plymouth, fut élevé pour la première fois en 1696 et 1697. Il fut renversé par une tempête, le 26 novembre 1703; reconstruit en bois dans l'intervalle de 1706 à 1709, et détruit par le feu, le 2 décembre 1755. L'année suivante, M. Smeaton fut choisi pour le rétablir, et les travaux en furent achevés dans l'été de 1759. Il a donné lui-même, en 1791, la description de ce grand ouvrage, et fait connaître les difficultés de tout genre qu'il eut à surmonter : c'est l'histoire des quatre années de sa vie, pendant lesquelles il eut le plus d'occasions de développer les ressources de son génie, de son activité et de sa persévérance.

Depuis la reconstruction du phare d'*Edystone*, peu de grands travaux ont été entrepris en Angleterre, sans que M. Smeaton n'y ait été employé, ou n'ait donné son avis sur leur exécution. On peut citer, parmi les projets les plus importans dont il s'occupa, celui du canal de la Clyde, qui traverse l'Écosse, et sert de communication entre l'Océan et la mer du Nord ; ainsi que le projet du canal de Birmingham à Worscester. Il trouvait dans l'étude de l'Astronomie et de la Physique, ses délassemens habituels ; enfin, après avoir consacré sa vie entière à des travaux utiles, il mourut le 28 octobre 1792, à l'âge de 68 ans.

Les Mémoires manuscrits qu'il a laissés, ont été acquis par M. Joseph Banks, président de la Société royale de Londres, qui s'engagea à remettre aux héritiers de M. Smeaton, les bénéfices que l'on pourrait retirer de la publication de quelques-uns de ces manuscrits. Un comité d'ingénieurs civils, formé en Angleterre depuis 1760, et dont M. Banks lui-même est un des membres, a repris les engagemens que ce dernier avait contractés : cinq commissaires ont été choisis pour mettre en ordre et publier les Mémoires et Rapports de M. Smeaton, sur les différens projets dont il s'était occupé. Le premier volume du Recueil de ces Rapports a été imprimé en 1798, par les soins de cette Commission ; il contient un grand nombre d'observations importantes ou de détails utiles à la pratique. Et l'on doit desirer qu'une traduction française de ce Recueil, fournisse bientôt aux jeunes ingénieurs, de nouveaux moyens de mettre à profit l'expérience de ceux qui les ont précédés dans la carrière qu'ils sont appelés à parcourir.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR L'EAU ET LE VENT,

CONSIDÉRÉS COMME FORCES MOTRICES

APPLICABLES AUX MOULINS ET AUTRES MACHINES A MOUVEMENT CIRCULAIRE.

Les recherches contenues dans ce Mémoire, sont le résultat d'expériences faites originairement sur des modèles de machines. Je regarde ce moyen comme le meilleur de ceux à l'aide desquels on peut obtenir le degré de précision dont les recherches relatives à la mécanique-pratique sont susceptibles ; mais, en l'employant, il importe de distinguer les circonstances par lesquelles un modèle diffère d'une machine exécutée de grandeur naturelle ; autrement un petit appareil est plutôt propre à nous écarter de la vérité qu'à nous y conduire. De là l'observation générale, qu'un essai peut réussir très-bien sur un modèle, et n'avoir point de succès lorsqu'on le répète sur une grande machine ; en effet, quelques soins qu'on apporte à des expériences de ce genre, on n'est pleinement assuré d'avoir donné à une machine la meilleure construction possible, qu'après l'avoir soumise elle-même à l'épreuve. C'est pour cette raison qu'ayant, dès les années 1752 et 1753, fait exécuter les modèles que je vais décrire, et recueilli la plus grande partie des expériences dont je vais rendre compte, j'ai différé de les offrir à la Société (*), jusqu'à ce que j'aye eu l'occasion de vérifier les conclusions tirées de ces expériences dans un si grand nombre de cas, que je peux répondre de leur accord avec les résultats de la pratique.

(*) Ce Mémoire fut lu à la Société royale de Londres, les 3 et 10 mai 1759.

PREMIÈRE PARTIE.

DES ROUES A AUBES.

Planche Ire. Fig. 1re.

Vue perspective de l'appareil qui a servi aux expériences sur les roues à aubes.

ABCD. Réservoir inférieur destiné à recevoir l'eau, après qu'elle a frappé les aubes de la roue.

DE. Réservoir supérieur, ou *réservoir de pression*, dans lequel l'eau est élevée, par le moyen d'une pompe, à une hauteur déterminée.

FG. Tige portant une échelle divisée en pouces, et parties de pouce, avec un flotteur qui la fait monter ou descendre verticalement, suivant que le niveau de l'eau s'élève ou s'abaisse dans le réservoir DE.

HI est la queue de la vanne placée à la partie inférieure du réservoir de pression; cette vanne est arrêtée à la hauteur requise, au moyen d'une cheville K qui entre dans plusieurs trous percés diagonalement sur la face de la tige HI.

GL est l'extrémité supérieure du piston d'une pompe au moyen de laquelle on tire l'eau du réservoir ABCD, pour l'élever dans celui DE. Cette eau ainsi élevée est maintenue à une hauteur fixe, et fournit à la dépense qui a lieu par l'ouverture de la vanne.

MM. Lévier ou poignée pour manœuvrer le piston. Le jeu en est limité par une pièce de bois N qui empêche de l'élever trop haut. Il est arrêté dans son abaissement par le fond du corps de pompe, qui est disposé à cet effet.

O. Cylindre sur lequel s'enroule une corde qui, passant sur les poulies P et Q, élève le plateau de balance R, où sont placés les poids qui servent à mesurer la puissance du cours de l'eau.

ST. Supports verticaux de l'arbre de la roue, que l'on peut baisser ou élever à volonté, pour en placer les aubes aussi près que possible du fond du coursier.

W. Pièce de bois qui supporte le plateau et les poulies. Elle n'est représentée sur la planche que peu élevée au-dessus de la machine, afin de renfermer toute la figure dans des limites convenables, mais elle est en effet placée à 15 ou 16 pieds au-dessus de la roue (*).

Planche II. Fig. 2e.

Coupe de la même machine, où les mêmes objets sont indiqués par les mêmes lettres que dans la figure première.

XX. Corps de pompe, de 5 pouces de diamètre et de 11 pouces de long.

Y. Piston de la pompe.

Z. Soupape fixe.

GV. Cylindre de bois, qui enveloppe la tige du piston, et qui s'élève au-dessus de la surface de l'eau. La section transversale de ce cylindre est la moitié de la section transversale du corps de pompe; de sorte que la surface du réservoir DE reste constamment au même niveau pendant le jeu du piston; ce qui tient le flotteur gradué FG à la même hauteur.

(*Nota.*) Le lévier MM, représenté en perspective dans la figure première, est ici représenté en coupe suivant sa longueur, afin d'en faire mieux connaître les dimensions.

aa indique l'une des deux verges destinées à diriger le flotteur et à tenir la tige graduée FG dans une position verticale, à quoi

(*) Ces mesures, et toutes celles indiquées dans ce Mémoire, sont exprimées en pieds et pouces anglais.

Le pied anglais de $0^{met},304692$.

sert encore une pièce de bois *w*, percée d'un trou, à travers duquel passe cette tige.

b. Ouverture de la vanne.

ee. Planche inclinée pour conduire plus directement l'eau dans le réservoir inférieur, par l'ouverture *cd.*

ce. Autre planche inclinée sur laquelle descend l'eau projetée par les aubes de la roue pendant son mouvement.

La figure 3[e] représente une des extrémités de l'arbre de la roue, avec une coupe du cylindre mobile indiqué par la lettre O sur les figures précédentes.

ABCD. Extrémité de l'arbre dont les portions B et D sont revêtues de cercles de cuivre.

E. Cylindre de métal dont la portion F représente le pivot ou tourillon.

cc. Coupe d'un cylindre de bois creux dont le diamètre intérieur est un peu plus grand que celui de la garniture cylindrique B.

aa coupe d'une bande de cuivre placée intérieurement à l'extrémité du tambour ou cylindre creux *cc*, et ajustée sur le cercle B de même métal, de manière à pouvoir tourner librement sur lui avec le moins de ballottement possible.

bb, *dd*, *gg*. Coupe d'un cercle de cuivre formant douille avec collet, monté sur l'extrémité opposée du tambour. La douille *dd* est ajustée pour tourner librement sur le cylindre E, de la même manière que le cercle de cuivre *aa* tourne sur le cylindre B.

L'extrémité *gg* de la douille forme une espèce de bouton à l'aide duquel on peut faire mouvoir le tambour en avant et en arrière, ou le faire tourner à volonté sur les parties cylindriques B et E de l'axe.

ee, *ii*, *oo* représentent aussi la section d'un cercle de cuivre fixé sur l'autre extrémité du tambour.

Le cercle *ee* est denté à la manière d'une roue de champ.

Le cercle *oo* est également denté en rochet.

En conséquence, lorsque l'on pousse la douille *bddb* contre le cercle D, la cheville d'arrêt G, implantée perpendiculairement sur l'arbre de la machine, s'engage entre les dents de la roue de champ *ce*, et le tambour tourne avec tout le système. Lorsque l'on tire en arrière le bouton *gg*, le tambour se dégageant de la cheville d'arrêt, cesse de tourner avec la roue.

La chute du poids R (pl. Ire, fig. 1) est alors prévenue par une dent de loup qui joue sur le rochet *oo*. Par ce moyen, le tambour sur lequel s'enroule la corde qui élève le poids R, est instantanément et à volonté mis en action ou dégagé pendant que la roue continue de se mouvoir. Sans un pareil mécanisme, il n'aurait point été facile de faire avec un degré d'exactitude suffisant, des expériences de la nature de celles dont il s'agit.

Je vais rendre plus intelligible l'usage de l'appareil qui vient d'être décrit, en donnant une idée générale de l'objet que j'avais en vue; mais comme je serai obligé d'employer une expression qui jusqu'à présent a été un sujet de contestation, je crois nécessaire d'assigner le sens dans lequel j'entends l'employer, et dans lequel l'entendent, à ce que je crois, ceux qui s'occupent de *mécanique-pratique*.

Le mot *puissance*, tel qu'on l'emploie dans la *mécanique-pratique*, signifie l'exercice d'une force telle que la pesanteur, l'impulsion ou la pression appliquée à produire le mouvement. La *puissance*, par l'emploi de ces forces mises en action, est capable de produire un certain effet. Ainsi aucun effet n'est, à proprement parler, mécanique, mais exige toujours, pour avoir lieu, l'action d'une puissance de ce genre.

L'élévation d'un poids à une hauteur déterminée, dans un temps donné, est la mesure la plus propre d'une *puissance* quelconque; ou, en d'autres termes, si le poids élevé est multiplié par la hauteur de son ascension, en un temps donné, le produit sera la mesure de la puissance qui l'élève; et conséquemment les puissances seront égales toutes les fois que les produits de cette multiplication seront égaux. Car si une puissance peut élever un poids double à la même hauteur, ou un même poids à une hauteur double dans le même temps qu'une autre puissance, la première sera double de la seconde; et de même, si une puissance peut élever la moitié au double de la hauteur, ou le double du poids à une hauteur sous-double dans le même temps qu'une autre puissance, l'une et l'autre seront égales entre elles. Cela ne doit s'entendre cependant que dans le cas où le mouvement du corps élevé est uniforme; car si ce mouvement était accéléré ou retardé, la force d'inertie du mobile apporterait quelque changement à ce qui vient d'être dit.

Pour comparer les effets des *roues à eau* avec les puissances qui produisent ces effets, c'est-à-dire pour connaître la portion de la puissance originaire qui est perdue dans son application, il faut determiner quelle partie de cette puissance est consommée à vaincre le frottement de la machine et la résistance de l'air. Il faut aussi déterminer quelle est la vîtesse de l'eau à l'instant où elle frappe la roue, et la quantité d'eau dépensée en un temps donné.

La vîtesse de l'eau, à l'instant où elle frappe la roue, étant connue, la hauteur de la charge génératrice de cette vîtesse peut être déduite des principes de l'hydrostatique; de sorte qu'en multipliant le volume ou le poids de l'eau réellement dépensée, en un temps donné, par la hauteur de la charge ainsi déterminée, hauteur qui peut être considérée comme celle d'où le volume d'eau dépensé est descendu, on obtient une expression de la puissance débarrassée de toutes les incertitudes qui peuvent naître du frottement de l'eau qui s'écoule par de petits orifices, et de tous les doutes que différens auteurs ont élevés sur la mesure des eaux courantes.

D'un autre côté, si l'on ajoute le poids élevé par l'action de cette eau, au poids nécessaire pour vaincre le frottement et la résistance de la machine, et que l'on multiplie leur somme par la hauteur à laquelle le tout peut être élevé en un temps donné, le produit sera égal à l'effet de la puissance. Le produit de la quantité d'eau dépensée par la hauteur de sa chute, comparé au produit de la somme des poids élevés par la hauteur de leur ascension, donnera le rapport de la *puissance* à *l'effet*. Ainsi, en chargeant successivement la roue de différens poids, et en tenant compte de leurs élévations respectives, on pourra déterminer la charge et la vitesse de la roue auxquels correspond le *maximum* d'effet.

Les procédés particuliers que nous avons employés pour trouver la vîtesse réelle de l'eau au moment où elle frappe la roue, pour trouver la valeur du frottement, de la résistance de l'air, etc.; enfin pour assigner la dépense effective de l'eau, avec un degré de précision convenable, sans avoir recours à la théorie, nous ayant fourni les résultats des expériences dont nous allons rendre compte; il est nécessaire, avant d'aller plus loin, de faire connaître ces procédés.

Détermination de la vîtesse de l'eau qui frappe les aubes de la roue.

On a déjà dit, dans l'explication des figures, que les poids sont élevés par une corde qui s'enroule sur une partie cylindrique de l'arbre de la roue.

Supposons d'abord que la roue mise en mouvement par l'eau, sans qu'il y ait aucun poids dans le plateau de balance que la corde tient suspendu, fasse 60 révolutions en une minute. Il est évident que, si elle n'éprouvait ni frottement ni résistance, l'espace que l'eau parcourrait dans une minute, avec une vîtesse égale à celle du choc, serait égal à 60 fois le développement de la circonférence de la roue; mais comme le mouvement de cette roue est retardé par le frottement et la résistance de l'air, il est évident, quoique sa vîtesse ait été de 60 tours par minute, que celle de l'eau avant de la frapper doit avoir été plus grande.

Supposons maintenant que la corde soit enroulée sur le tambour, en sens contraire du sens ordinaire, c'est-à-dire de telle sorte qu'un poids ou contre-poids mis dans le plateau, concoure avec le choc de l'eau à faire tourner la roue dans le même sens; supposons encore que ce contre-poids soit tel que, sans le secours de l'eau, il puisse imprimer à la roue une vîtesse un peu plus grande que celle de 60 tours par minute; de 63 tours, par exemple : dans cet état de choses, que la roue soit soumise de nouveau à l'action du courant, on conçoit que cette action étant secondée par celle du contre-poids, la roue fera plus de 63 tours. Admettons qu'elle en fasse 64, nous en conclurons que l'eau exerce encore une certaine influence pour la production du mouvement.

Que l'on augmente maintenant ce contre-poids, de manière qu'agissant seul il imprime à la roue une vîtesse de 64 tours $\frac{1}{2}$ dans une minute; qu'étant soumise de nouveau au choc de l'eau, on suppose qu'elle fasse dans le même temps précisément le même nombre de tours, c'est-à-dire 64 $\frac{1}{2}$, il est clair que, dans ce cas, la roue se mouvra précisément de la même manière que si elle n'éprouvait ni frottement ni aucune autre résistance, parce que le contre-poids leur fait équilibre. En effet, si ce contre-poids était trop faible, l'eau agissant en même temps que lui, imprimerait à la roue une plus grande vîtesse que celle que le contre-poids seul lui imprime; et s'il était trop grand, le choc de l'eau retarderait cette vîtesse. Ainsi l'eau devient le *régulateur* du mouvement de la roue, et la vîtesse de la circonférence de celle-ci devient la mesure de la vîtesse de l'eau.

Cela posé, on procédera de la manière suivante dans la recherche du plus grand produit, ou du *maximum* d'effet de la machine.

Après que l'expérience aura fait connaître le poids qui, multiplié par le nombre de révolutions de la roue, donne le plus grand produit; on trouvera, comme on vient de le dire, celui qui, mis dans le plateau et agissant seul dans le même sens que l'eau, fait faire à la roue dans le même temps le même nombre de tours. Il est évident que ce contre-poids sera, à très-peu près, égal au frottement et à la résistance pris ensemble. La somme de ce contre-poids, de la charge du plateau élevée par la roue, et de deux fois le poids de ce plateau (*), sera donc le poids total qui aurait été élevé, en supposant que la machine n'eût éprouvé ni frottement ni résistance; et par conséquent cette charge totale, multipliée par la hauteur de son ascension, donnera pour produit le plus grand effet de la *puissance*.

Évaluation de la quantité d'eau dépensée.

La pompe dont on a fait usage pour remplir d'eau le réservoir supérieur, avait été exécutée avec tant de soin, que ne perdant point d'eau par les cuirs du piston, elle en fournissait précisément la même quantité à chaque coup, soit que le mouvement en fût accéléré ou ralenti; et comme l'amplitude de ce mouvement était déterminée, le produit d'un seul coup, ou plus exactement le produit de 12 coups de piston était connu par l'élévation de l'eau dans le réservoir, dont les dimensions régulières rendaient le jaugeage facile. La vanne sous laquelle l'eau s'écoulait sur la roue, pouvait être fixée à une certaine hauteur, au moyen d'une cheville. On connaissait ainsi la quantité d'eau dépensée sous une charge quel-

(*) Le poids du plateau fait partie de la charge, dans les deux cas.

conque par un orifice donné : il suffisait en effet d'observer combien il fallait de coups de piston dans une minute pour tenir l'eau du réservoir à une hauteur déterminée, et de multiplier le nombre de coups par le produit de chacun d'eux. Cela va s'éclaircir par le calcul d'une série d'expériences.

Exemple d'une série d'expériences.

La vanne étant arrêtée au premier trou : hauteur de l'eau dans le réservoir au-dessus du seuil de la vanne............... 30 pouces.

Nombre des coups de piston dans une minute...... $39\frac{1}{2}$

12 coups de piston élèvent l'eau dans le réservoir, de.. 21

La roue chargée du plateau vide, faisait dans une minute.................................. 80 révolut.

Avec un contre-poids d'une livre huit onces, elle faisait.................................. 85

Par l'action simultanée de l'eau et du contre-poids, elle faisait.......................... 86

NUMÉROS des EXPÉRIENCES.	POIDS.	NOMBRE de tours dans UNE MINUTE.	PRODUITS.
1	4 liv.	45	180.
2	5	42	210.
3	6	$36\frac{1}{4}$	$217\frac{1}{2}$.
4	7	$33\frac{3}{4}$	$236\frac{1}{4}$.
5	8	30	240 *maximum.*
6	9	$26\frac{1}{2}$	$238\frac{1}{2}$.
7	10	22	220.
8	11	$16\frac{1}{2}$	$181\frac{1}{2}$.
9	12	La roue s'est arrêtée (*).	

(*) Quand la roue se meut assez lentement pour ne point entraîner l'eau fournie par la vanne à mesure qu'elle est frappée, cette eau retourne en arrière vers l'orifice, et la roue cesse aussitôt de se mouvoir.

Le contre-poids agissant seul, pour produire une vîtesse de 30 tours par minute, était de................. 2 onces.

La section horizontale du réservoir de pression était de 105po. 8car.

Le poids du plateau vide et de la poulie était de...... 10 onces.

La circonférence du cylindre sur lequel la corde s'enroule était de................................. 9pouces.

La circonférence de la roue était de................ 75

Résumé de la série d'expériences précédentes.

La circonférence de la roue qui est de 75 pouces, étant multipliée par 86, nombre de ses révolutions en une minute, donne 6450 pouces pour l'expression de la vîtesse de l'eau dans le même temps. Cette vîtesse étant divisée par 60, le quotient 107po,5 est la vîtesse par seconde, laquelle est due à une charge de 15 pouces, que nous appellerons *charge virtuelle* ou *effective* (*).

La section transversale du réservoir, de 105pouc,8 superficiels, étant multipliée par le poids d'un pouce cubique d'eau, qui est de 0,579 de l'once *avoir du poids* (**), on aura 61onces,26, ou 3liv,83 pour le poids d'une tranche horizontale du réservoir d'un pouce d'épaisseur. Ce poids multiplié par 21 pouces, hauteur de l'eau au-dessus du seuil de la vanne, donne 83liv,43 pour le produit de 12 coups de piston; et pour le produit de 39 coups $\frac{1}{2}$, fournis et dépensés dans une minute, 267 liv. $\frac{7}{10}$.

Maintenant, ces 267liv $\frac{7}{10}$ d'eau doivent être considérées comme descendues de 15 pouces de hauteur dans une minute. Le produit de ces deux nombres, ou 3970, exprimera donc la puissance de l'eau pour engendrer les *effets mécaniques* dont voici l'expression.

La vîtesse de la roue correspondante au *maximum* d'effet, était, comme on vient de le voir, de 30 tours par minute, nombre qui, multiplié par 9 pouces, circonférence du tambour, donne 170

(*) Ceci est fondé sur cette règle générale d'hydrostatique, que la vîtesse des eaux jaillissantes est égale à celle qu'un corps pesant acquerrait en tombant de la hauteur du réservoir qui les fournit, règle qui se trouve à peu près confirmée par l'expérience.

(**) Suivant Romé de Lisle, l'once *avoir du poids* est de 533grains,625, poids de marc; elle équivaut par conséquent à 0kil.,028341, et la livre *avoir du poids*, à 353gram.,$\frac{456}{1000}$.

pouces. Mais comme le plateau était suspendu par une poulie et une double corde, le poids était élevé seulement à la moitié de cette hauteur, c'est-à-dire à 135 pouces.

La charge du plateau correspondante au *maximum* d'effet, est de	$8^{\text{liv.}}$		
Le poids du plateau et de la poulie est de	0	$10^{\text{onc.}}$	
Le contre-poids, le plateau et la poulie pèsent ensemble	0	12	
La somme des résistances était par conséquent de	$9^{\text{liv.}}$	6	$= 9^{\text{liv}},375$.

Ce poids de $9^{\text{liv}},375$ étant multiplié par la hauteur de 135 pouces à laquelle il est élevé, donne 1266 pour l'expression du *maximum* d'effet : ainsi le rapport de la puissance à l'effet, est celui de 3970 1266, ou de 10 à 3,18.

Mais quoique ce soit là le plus grand effet *simple* de l'impulsion de l'eau sur une roue à aubes, cependant comme cet effet n'épuise pas entièrement la puissance du fluide en mouvement, le rapport précédent ne sera pas le véritable rapport de cette puissance à la somme des effets qu'elle est capable de produire; car comme l'eau doit nécessairement abandonner la roue après l'avoir frappée, avec la même vitesse qu'elle a imprimée à la circonférence de cette roue, il est clair que le fluide reste, après le choc, animé d'une certaine portion de sa puissance primitive.

La vitesse de la roue correspondante au *maximum*, est de 30 tours par minute, et par conséquent sa circonférence se meut à raison de $3^{\text{pieds}},123$ par seconde, ce qui répond à une charge de $1^{\text{pouce}},82$. Multipliant cette hauteur par la quantité d'eau dépensée dans une minute, c'est-à-dire par $264^{\text{liv}},7$; on aura 481 pour l'expression de la *puissance* de l'eau, après qu'elle a dépassé les ailes de la roue, nombre qui, déduit de la puissance primitive 3970, donne 3489 pour la portion de la puissance réellement employée à produire l'effet 1266: donc la portion de puissance dépensée pour produire l'effet, est au plus grand effet qu'elle est susceptible de produire, comme 3489 : 1266 :: 10 : 3,63 :: 11 : 4.

La vitesse de l'eau qui frappe la roue a été trouvée égale à 86 révolutions de cette roue par minute, et la vitesse de la roue correspondante au *maximum* d'effet, a été trouvée de 30 révolutions ;

la vîtesse de l'eau sera donc à celle de la roue comme 86 : 30, ou comme 10 : 3,5, ou comme 20 : 7.

On a vu que la charge du plateau, correspondante au *maximum* d'effet, était de 9 livres 6 onces, et que la roue cessait de se mouvoir lorsque le plateau était chargé d'un poids de 12 livres, à quoi ajoutant le poids de ce plateau, qui est de 10 onces, on trouve le rapport de 3 à 4 pour celui entre la charge correspondante au *maximum* d'effet, et la charge sous laquelle le mouvement de la roue est arrêté.

Il est digne de remarque, que quoique le rapport de la vîtesse de la roue à celle de l'eau soit plus grand que celui de 1 à 3; cependant l'impulsion de l'eau, dans le cas du *maximum* d'effet, est plus que double de celle qui est indiquée par la théorie; c'est-à-dire, qu'au lieu d'être due à une charge égale aux $\frac{4}{5}$ de la colonne d'eau, elle est due à peu près à la hauteur entière de cette charge.

Il faut se rappeler cependant ici que, dans le cas présent, la roue n'était pas placée sur une rivière ouverte où le courant naturel, après avoir imprimé le mouvement aux ailes, a de la place pour s'échapper de tous les côtés, comme la théorie le suppose; mais que dans la conduite ou rainure qui renferme les ailes, l'eau ne peut s'échapper autrement qu'en continuant de se mouvoir avec elles. Il faut observer que l'eau, exerçant de cette manière son action sur la roue, reçoit un choc subit à l'instant qu'elle en rencontre les aubes, et s'élève contre elles de même qu'une vague contre un obstacle fixe; d'où il arrive que, quand la lame d'eau n'a qu'un quart de pouce d'épaisseur, avant de rencontrer l'aube, elle agit cependant sur toute la surface de cette aube, dont la hauteur est de 3 pouces. Si donc elle n'avait pas plus de hauteur que la lame d'eau n'a d'épaisseur, comme la théorie le suppose, l'eau perdrait une grande partie de sa force en passant par-dessus les ailes. (* *Voyez la note, page* 16.)

Pour confirmer davantage ce qui vient d'être dit, je joins ici un Tableau contenant le résultat de 27 expériences faites et réduites dans l'ordre exposé ci-dessus. Ce qui nous reste à dire sur les roues à aubes s'ensuivra naturellement de la comparaison de ces différentes expériences.

TABLE I.

Numéros des Expériences.	Hauteur de l'eau dans le réservoir de pression.	Nombre de tours de la roue non chargée.	Chute virtuelle déduite des termes de la colonne précédente.	Nombre des tours de la roue au *maximum* d'effet.	Charge qui arrête le mouvement de la roue.	Charge au *maximum* d'effet.	Eau dépensée en une minute.	Puissance.	Effet.	Rapport entre la puissance et l'effet.	Rapport entre la vîtesse de l'eau et celle de la roue.	Rapport entre la charge faisant équilibre au mouvement et celle correspondante au *maximum* d'effet.	Hauteur de la vanne.
	Pouces.		Pouces.		P. onc.	P. onc.							
1	33	88	15,85	30,	13 . 10	10 . 9	275,	4358,	1411,	10 : 3,24	10 : 3,4	10 : 7,75	La cheville arrêtée au premier trou de la barre de la vanne.
2	30	86	15,3	30,	12 . 10	9 . 6	264,7	3970,	1266,	10 : 3,2	10 : 3,5	10 : 7,4	
3	27	82	13,7	28,	11 . 2	8 . 6	243,	3329,	1044,	10 : 3,15	10 : 3,4	10 : 7,5	
4	24	78	12,3	27,7	9 . 10	7 . 5	235,	2890,	901,4	10 : 3,12	10 : 3,55	10 : 7,53	
5	21	75	11,4	25,9	8 . 10	6 . 5	214,	2439,	735,7	10 : 3,02	10 : 3,45	10 : 7,32	
6	18	70	9,95	23,5	6 . 10	5 . 5	199,	1970,	561,8	10 : 2,85	10 : 3,36	10 : 8,02	
7	15	65	8,54	23,4	5 . 2	4 . 4	178,5	1524,	442,5	10 : 2,9	10 : 3,6	10 : 8,3	
8	12	60	7,29	22,	3 . 10	3 . 5	161,	1173,	328,	10 : 2,8	10 : 3,77	10 : 9,1	
9	9	52	5,47	19,	2 . 12	2 . 8	134,	733,	213,7	10 : 2.9	10 : 3,65	10 : 9,1	
10	6	42	3,55	16,	1 . 12	1 . 10	114,	404,7	117,	10 : 2,82	10 : 3,8	10 : 9,3	
11	24	84	14,2	30,75	13 . 10	10 . 14	342,	4890,	1505,	10 : 3,075	10 : 3,66	10 : 7,9	Au 2ᵉ trou.
12	21	81	13,5	29,	11 . 10	9 . 6	297,	4009,	1223,	10 : 3,01	10 : 3,62	10 : 8,05	
13	18	72	10,5	26,	9 . 10	8 . 7	285,	2993,	975,	10 : 3,25	10 : 3,6	10 : 8,75	
14	15	66	9,6	25,	7 . 10	6 . 14	277,	2659,	774,	10 : 2,92	10 : 3,62	10 : 9,	
15	12	63	8,0	25,	5 . 10	4 . 14	234,	1872,	549,	10 : 2,94	10 : 3,97	10 : 8,7	
16	9	56	6,37	23,	4 . 0	3 . 13	201,	1280,	390,	10 : 3,05	10 : 4,1	10 : 9,5	
17	6	46	4,25	21,	2 . 8	2 . 4	167,5	712,	212,	10 : 2,98	10 : 4,55	10 : 9,	
18	15	72	10,5	29,	11 . 10	9 . 6	357,	3748,	1210,	10 : 3,23	10 : 4,02	10 : 8,05	Au 3ᵉ trou.
19	12	66	8,75	26,75	8 . 10	7 . 6	330,	2887,	878,	10 : 3,05	10 : 4,05	10 : 8,1	
20	9	58	6,8	24,5	5 . 8	5 . 0	255,	1734,	541,	10 : 3,01	10 : 4,22	10 : 9,1	
21	6	48	4,7	23,5	3 . 2	3 . 0	228,	1064,	317,	10 : 2,99	10 : 4,9	10 : 9,6	
22	12	68	9,3	27,	9 . 2	8 . 6	359,	3338,	1006,	10 : 3,02	10 : 3,97	10 : 9,17	Au 4ᵉ trou.
23	9	58	6,8	26,25	6 . 2	5 . 13	332,	2257,	686,	10 : 3,04	10 : 4,52	10 : 9,5	
24	6	48	4,7	24,5	3 . 12	3 . 8	262,	1231,	385,	10 : 3,13	10 : 5,1	10 : 9,35	
25	9	60	7,29	27,3	6 . 12	6 . 6	355,	2588,	783,	10 : 3,03	10 : 4,55	10 : 9,45	Au 5ᵉ trou.
26	6	50	5,03	24,6	4 . 6	4 . 1	307,	1544,	450,	10 : 2,92	10 : 4,9	10 : 9,3	
27	6	50	5,03	26,	4 . 15	4 . 9	360,	1811,	534,	10 : 2,95	10 : 5,2	10 : 9,25	Au 6ᵉ trou.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	

Règles et observations déduites des expériences rapportées dans le Tableau précédent.

RÈGLE PREMIÈRE.

La charge virtuelle ou effective étant la même, l'effet est à peu près comme la quantité d'eau dépensée.

La comparaison des expériences consignées dans les 4^e, 8^e et 10^e colonnes du Tableau précédent, fournit la preuve de cette proposition.

Exemple I^{er}, tiré des n^{os} 8 *et* 25.

Numéros.	Charge virtuelle.	Eau dépensée.	Effet.
8	7,29	161	328.
25	7,29	355	785.

Ici, les charges étant égales, nous aurons, en vertu du théorème précédent, si les effets produits sont proportionnels à l'eau dépensée,

$$161 : 355 :: 328 : 723.$$

Mais le quatrième terme 723 est de 62 plus petit que l'effet donné par l'expérience.

L'effet du n° 25, comparé avec celui du n° 8, est donc plus grand qu'il ne serait, suivant la règle, dans le rapport de 14 à 13.

Nous présentons dans le Tableau suivant cet exemple, et quatre autres semblables.

(*) Depuis que ceci est écrit, je trouve dans un Mémoire de M. le professeur Euler, inséré parmi ceux de l'Académie de Berlin, année 1748, et intitulé : *Maximes pour arranger le plus avantageusement les machines destinées à élever de l'eau par le moyen des pompes*, *pag.* 192, § 9, le passage suivant, lequel me paraît d'autant plus remarquable, que ce professeur n'a donné, du principe qu'il contient, aucune démonstration déduite de la théorie ou de l'expérience, et n'a fait aucun usage de ce principe dans les calculs auxquels il s'est livré sur ce sujet.

« Cependant dans ce cas, puisque l'eau est réfléchie et qu'elle découle sur les aubes » vers les côtés, elle y exerce encore une force particulière dont l'effet de l'impulsion » sera augmenté, et l'expérience, jointe à la théorie, a fait voir que dans ce cas la » force est presque double, de sorte qu'il faut prendre le double de la section du » fil de l'eau pour ce qui répond dans ce cas à la surface des aubes, pourvu qu'elles » soient assez larges pour recevoir ce supplément de force ; car si les aubes n'étaient » pas plus larges que le fil ou trait d'eau, on ne devrait prendre qu'une simple sec- » tion, tout comme dans le premier cas où l'aube toute entière est frappée par l'eau. »

Exemples.	Numéros de la Iere Table.	Charge virtuelle.	Dépense d'eau.	Effet.	Comparaison.	Différence.	Différence proportionnelle.
1	8 25	7,29 7,29	161 355	328 785	161:355::328:723	62 +	14 : 13
2	13 18	10,5 10,5	285 357	975 1210	285:357::975:1221	11 —	121 : 122
3	22 23	6,8 6,8	255 332	541 686	255:332::541:704	18 —	38 : 39
4	21 24	4,7 4,7	228 262	317 385	228:262::317:364	21 +	18 : 17
5	26 27	5,03 5,03	307 360	450 534	307:360::450:531	3 +	178 : 177

On voit par la comparaison des différentes expériences indiquées dans ce Tableau, que quelques-unes donnent des résultats plus faibles, d'autres des résultats plus forts que le *maximum* d'effet. Ces résultats s'accordent avec ce *maximum*, aussi exactement qu'on doit s'y attendre dans une recherche soumise à l'influence de tant de circonstances différentes; d'où l'on peut conclure, suivant les lois de l'induction, que le théorème est vrai, c'est-à-dire, que les effets sont à très-peu près comme les quantités d'eau dépensées.

RÈGLE DEUXIÈME.

La dépense d'eau étant la même, l'effet est, à très-peu près, comme la hauteur de la charge virtuelle ou effective.

Cette proposition se déduit aussi de la comparaison des résultats de quelques-unes des expériences indiquées dans les colonnes 4^e, 8^e et 10^e de la Table I.

Exemple I^{er}, tiré des expériences n° 2 et n° 24.

Numéros.	Charge virtuelle.	Dépense.	Effet.
2	15	264,7	1266.
24	4,7	262	385.

Maintenant, comme les dépenses d'eau ne sont point tout-à-fait égales, il faut rendre les effets proportionnels à ces charges; ainsi on a,

par le premier théorème, 262 : 264,7 :: 385 : 389;
et par le deuxième...... 15 : 4,7 :: 1266 : 397.

Différence............ 8.

L'effet de l'expérience n° 24, comparé avec l'effet de l'expérience n° 2, est donc moindre qu'il ne serait suivant le deuxième théorème, dans le rapport de 49 à 50.

L'exemple précédent, et deux autres semblables, sont présentés dans le Tableau suivant:

Exemples.	Numéros de la I^{ere} Table.	Charge virtuelle.	Dépense d'eau.	Effet.	Comparaison.	Différence.	Différence proportionnelle.
1	2 24	15 4,7	264,7 262	1266 385	Règle I^{re}. 662 : 264,7 :: 385 : 389 2^e. 15 : 4,7 :: 1266 : 397	8 —	49 : 50
2	1 10	15,85 3,55	275 114	1411 117	Règle I^{re}. 114 : 275 :: 117 : 282 2^e. 15,85 : 3,55 :: 1411 : 316	34 —	8 : 9
3	11 17	14,2 4,25	342 167,5	1505 212	Règle I^{re}. 167,5 : 342 :: 212 : 433 2^e. 14,2 : 4,25 :: 1505 : 450	17 —	25 : 26

RÈGLE TROISIÈME.

La quantité d'eau dépensée étant la même, l'effet est à peu près comme le quarré de la vitesse.

Cela se prouve en comparant les résultats de quelques expériences contenues dans les colonnes 3ᵉ, 8ᵉ et 10ᵉ, par exemple :

Numéros.	Tours dans une minute.	Dépense.	Effet.
2	86	264,7	1266.
24	48	262	385.

La vitesse étant comme le nombre de tours, nous aurons,

par le premier théorème... $262 : 264{,}7 :: 385 : 389$,

et par la deuxième règle.... $\left\{\begin{matrix} 86^2 : & 48^2 \\ 7396 : & 2304 \end{matrix}\right\} :: 1266 : 394.$

Différence...... 5.

L'effet de l'expérience nᵒ 24, comparé avec l'effet du nᵒ 2, est moindre que l'effet donné par la troisième règle, dans le rapport de 78 à 79.

L'exemple précédent, et trois autres semblables, sont compris dans le Tableau suivant ;

Exemples.	Numéros de la Iere Table.	Tours dans une minute.	Dépense d'eau.	Effet.	Comparaison.	Différence.	Différence proportionnelle.
1	2	86	264,7	1266	Règle Ire. 262 : 264,7 :: 385:389	5 —	78 : 79
	24	48	262	385	3e. $86^2 : 48^2$ / 7396 : 2304 :: 1266:394		
2	1	88	275	1411	Règle Ire. 114 : 275 :: 117:282	39 —	7 : 8
	10	42	114	117	3e. $88^2 : 42^2$ / 7744 : 1764 :: 1411:321		
3	11	84	342	1505	Règle Ire. 167,5 : 342 :: 212:433	18 —	24 : 25
	17	46	167,5	212	3e. $84^2 : 46^2$ / 7056 : 2116 :: 1505:451		
4	18	72	357	1210	Règle Ire. 228 : 357 :: 317:496	42 —	12 : 13
	21	48	228	317	3e. $72^2 : 48^2$ / 5184 : 2301 :: 1210:538		

RÈGLE QUATRIÈME.

L'ouverture de la vanne étant la même, l'effet sera à très-peu près comme le cube de la vîtesse de l'eau.

Cela se déduit de la comparaison des résultats de quelques expériences contenues dans les 3e, 8e et 10e colonnes de la première Table.

Exemple Ier du no 1 et du no 10.

Numéros.	Tours en une minute.	Dépense.	Effet.
1	88	275	1411.
10	42	114	117.

Lemme.

Il faut observer ici que si l'eau sort d'une ouverture par une même section, mais avec des vîtesses différentes, la dépense sera proportionnelle à la vîtesse; d'où suit la proposition inverse que, si la dépense n'est point proportionnelle à la vîtesse, la section de l'ouverture n'est point la même.

Si nous comparons maintenant l'eau dépensée par les expériences cotées 1 et 10, nous aurons :

$$88 : 42 :: 275 : 131,2.$$

Mais l'eau dépensée par l'expérience cotée 10 n'est que de 114 livres; donc, quoique la vanne fût levée à la même hauteur dans les expériences 10 et 1, cependant la quantité d'eau qui s'écoulait était moindre dans le n° 10 que dans le n° 1, dans la proportion de 114 à 131,2. Conséquemment si l'ouverture effective de la vanne ou la section de l'eau eût été la même dans le n° 10 que dans le n° 1, de manière que la dépense eût été de $131^{\text{liv}},2$ au lieu de 114, l'effet serait accru dans le même rapport, c'est-à-dire que l'on aurait eu :

Par le *lemme*	88	:	42	::	275	:	131,2.
Par la première règle.....	114	:	131,2	::	117	:	134,5.
Par la quatrième règle.....	83^3	:	42^3				
	681472	:	74088	::	1411	:	153,5.
					Différence........		19.

L'effet de l'expérience n° 10, comparé à l'effet du n° 1, est donc moindre qu'il ne devrait être en conséquence de la règle IV, dans le rapport de 7 à 8.

L'exemple précédent, et trois autres semblables, sont contenus dans le Tableau suivant:

Exemples.	Numéros de la Ire Table.	Tours dans une minute.	Dépense d'eau.	Effet.	Comparaison.	Différence.	Différence proportionnelle.
1	1	88	275	1411	Lemme. 88 : 42 :: 275:131,2	19 —	7 : 8
					Ire règle. 114 :131,2:: 117:134,5		
	10	42	114	117	4e règle. 88^3 : 42^3 ::1411:153,5		
2	11	84	342	1505	Lemme. 84 : 46 :: 342:187,3	10 —	23 : 24
					Ire règle. 167,5:187,3:: 212:237		
	17	46	167,5	212	4e règle. 84^3 : 46^3 ::1505:247		
3	18	72	357	1210	Lemme. 72 : 48 :: 357:238	24 —	14 : 15
					Ire règle. 228 :238 :: 317:331		
	21	48	228	317	4e règle. 72^3 : 48^3 ::1210:355		
4	22	68	359	1006	Lemme. 68 : 48 :: 359:253,4	18 +	20 : 19
					Ire règle. 262 :253,4:: 385:372		
	24	48	262	385	4e règle. 68^3 : 48^3 ::1006:354		

OBSERVATIONS.

I.

En comparant les colonnes 2e et 4e de la Table I, on reconnaît évidemment que la charge effective n'a aucune proportion certaine avec la hauteur de la colonne d'eau; mais que quand l'ouverture de la vanne est plus grande, ou que la vitesse de l'eau qui en sort est plus petite, ces deux quantités approchent davantage de coïncider entre elles; d'où il suit que dans les grandes ouvertures de moulins et de vannes, où de grandes quantités d'eau sont dépensées sous des charges médiocres, la hauteur réelle de la colonne et la charge effective déduite de la vitesse réelle, approcheront de la coïncidence, comme l'expérience le confirme.

I I.

En comparant les divers rapports de la puissance à l'effet, indiqués dans la colonne 11ᵉ de la Table I, on voit que le rapport le plus général est celui de 10 à 3. Les rapports extrêmes sont ceux de 10 à 3,2 et de 10 à 2,28. Mais comme on observe que lorsque la quantité d'eau ou sa vîtesse, c'est-à-dire, lorsque la puissance de l'eau est plus grande, le second terme du rapport précédent devient aussi plus grand; on est suffisamment fondé à admettre que le rapport dont il s'agit est celui de 3 à 1 dans les grandes machines.

I I I.

Les rapports des vîtesses de l'eau et de la roue, indiqués dans la 12ᵉ colonne de la Table I, sont renfermés entre les rapports de 3 à 1 et de 2 à 1. Mais comme la première de ces limites convient aux plus grandes vîtesses, et la seconde aux plus grandes quantités d'eau dépensées, il s'ensuit que le rapport moyen entre les vîtesses de l'eau et de la roue, sera généralement celui de 5 à 2.

I V.

En comparant les nombres portés dans la colonne 13, on voit qu'il n'y a aucun rapport constant entre la charge que la roue peut élever dans le cas du *maximum* d'effet, et celle capable d'arrêter le mouvement de la roue ; mais que ce rapport est renfermé entre ceux de 20 à 19 et de 20 à 15. D'un autre côté, comme en effet ce rapport approche davantage de celui de 20 à 15 ou de 4 à 3, lorsque la puissance devient plus grande, soit par l'accroissement de la vîtesse, soit par l'augmentation du volume de l'eau dépensée, il paraît que ce rapport est particulièrement applicable aux grandes machines. Quoi qu'il en soit, la charge qu'une roue doit supporter pour produire l'effet le plus avantageux, pouvant se déduire de la connaissance de cet effet et de la vîtesse dont la roue doit être animée pour le produire, on voit que la détermination exacte du plus grand poids qu'elle puisse soutenir, est de peu d'importance dans la pratique.

On doit remarquer que dans tous les exemples apportés en preuve des trois dernières règles, l'effet de la puissance la plus petite est au-dessous de ce qu'il devrait être, proportionnellement à la plus grande, quand on en fait la comparaison, excepté dans le dernier exemple de la quatrième règle. Nous devons inférer de là, que si les expériences sont exactes, les effets croissent et diminuent dans un plus grand rapport que les règles ne l'indiquent. Mais comme l'écart entre ces rapports n'est pas très-considérable, le plus grand n'étant qu'environ le $\frac{1}{8}$ de la quantité en question, et que des expériences d'une nature aussi compliquée ne sont point aisées à faire avec une précision absolue, nous supposerons que la plus petite puissance est atténuée par quelque frottement, ou agit avec tel autre désavantage dont on n'a point convenablement tenu compte, et nous conclurons que les règles précédentes doivent s'appliquer avec une précision suffisamment approchée aux machines exécutées en grand.

Après avoir fait les expériences dont on vient de rendre compte, on réduisit à 12 le nombre des ailes de la roue, qui était originairement de 24. Ce changement produisit une diminution d'effet, parce qu'une plus grande quantité d'eau s'échappait entre les ailes et le fond du coursier; mais ayant recouvert le fond du coursier d'une planchette circulaire, d'une longueur telle qu'une des aubes entrait dans la courbe avant que l'aube antérieure en fût sortie, on obtint des effets qui coïncidèrent avec les précédens, au point qu'on ne put espérer de les augmenter en portant au-delà de 24 le nombre des aubes de la roue mise en expérience.

SECONDE PARTIE.

DES ROUES A AUGETS OU FRAPPÉES PAR-DESSUS (*).

Dans la première partie de cet Essai, nous avons considéré l'impulsion donnée à une roue à aubes par un courant d'eau renfermé entre les parois d'un coursier. Nous allons maintenant examiner la puissance de l'eau, quand elle est appliquée à faire mouvoir, par l'action de son propre poids, une roue à augets ou frappée en dessus.

Si l'on raisonne sans le secours de l'expérience, on est porté à croire que la même quantité d'eau descendant de la même hauteur verticale, est capable de la même puissance effective, quel que soit le mode de son application ; en supposant, d'ailleurs, que les machines mises en mouvement soient exemptes de frottement, et également disposées tant à recevoir toute l'action de la puissance qu'à produire le *maximum* d'effet. Car, si une colonne d'eau, de 30 pouces de hauteur, est soutenue sur une base ou orifice d'un pouce superficiel, chaque pouce cubique d'eau qui sortira de cet orifice, sera animé de la même vîtesse que s'il tombait d'une hauteur égale à celle de la colonne d'eau qui pèse sur lui, vîtesse telle, qu'elle pourrait faire remonter le mobile à la hauteur de sa chute (**). On pourrait donc supposer qu'un pouce cubique d'eau, tombant verticalement de la hauteur de 30 pouces et choquant un autre corps, serait capable de produire, par la collision, un effet égal à celui que produirait le même pouce cubique d'eau, s'il était descendu de la même hauteur en se mouvant plus lentement, et s'il eût produit son effet par degrés, puisque dans les deux cas la gravité agit sur la même quantité de

(*) Mémoire lu à la Société Royale, le 24 mai 1759.

(**) Cela est une suite de ce que les jets d'eau s'élèvent à peu près à la hauteur des réservoirs qui les alimentent.

matière, parcourant un même espace (*). Ainsi, quel que fût le rapport de la puissance à l'effet dans les roues à aubes, on obtiendrait le même rapport entre la puissance et l'effet, non-seulement pour les roues à augets, mais encore pour toutes les autres machines de ce genre. Quelque concluant que paraisse ce raisonnement, on verra dans ce qui va suivre, que l'effet de la pesanteur d'un corps qui tombe, est bien différent de l'effet du choc des corps qui ne sont point élastiques, quoique ces deux effets soient engendrés par la même puissance mécanique.

Pour rendre l'appareil précédemment décrit propre aux expériences sur les roues à augets, on y fit les changemens suivans.

Planche IIe, Fig. 1re.

La vanne I*b* étant fermée, on enleva la verge ou queue HI qui servait à la mouvoir.

On enleva également la roue à aubes de dessus son axe, et on lui substitua une roue à augets de même diamètre. Le nombre des augets était de 36; ils avaient chacun deux pouces de profondeur.

Les supports verticaux S et T (planche Ire, fig. 1re.), furent élevés d'un demi-pouce, afin que la partie inférieure de la circonférence de la roue pût se trouver au-dessus de l'eau stagnante.

Un coffre ou canal, destiné à porter l'eau sur la roue, fut placé dans la position indiquée par les lignes *fg* (fig. 2e). On avait ajusté à l'extrémité de ce canal une vanne *hi*, que l'on baissait quand on voulait arrêter l'eau.

La roue à rochet *oo* (fig. 3e) n'étant point de la même pièce de métal que le cercle *ee*, *ii* (quoiqu'on l'ait supposé précédemment pour éviter les distinctions inutiles), fut retournée avec son cliquet, en sens opposé, de sorte que le tambour mobile pouvait remplir son objet indépendamment de la roue, lorsqu'on lui imprimait un mouvement contraire.

(*) La gravité, il est vrai, agit plus long-temps sur un corps qui tombe lentement, que sur un corps qui descend plus vîte. Mais la durée de cette action ne peut occasionner de différence dans l'effet produit; car un corps élastique tombant de la même hauteur dans le même temps, et venant à choquer un autre corps élastique, remontera à peu près à la même hauteur d'où il descend, ou en communiquant son mouvement, il fera remonter à cette même hauteur un autre corps élastique d'une masse égale.

Exemple d'une série d'expériences.

Hauteur de la charge .... 6 pouces.
$14\frac{1}{2}$ coups de piston dans une minute, dont 12 produisent (*) .... 80 livres d'eau.
Poids du plateau vide .... 10 onces $\frac{1}{2}$.
Contre-poids mis dans le plateau pour 20 tours par minute .... 3 onces.

Numéros.	Poids dans le plateau.	Tours par minute.	Produits.	Observations.
1	0 liv.	60		La plus grande partie de l'eau est rejetée hors de la roue.
2	1	56		
3	2	52		
4	3	49	147	L'eau est reçue doucement dans les augets.
5	4	47	188	
6	5	45	225	
7	6	$42\frac{1}{2}$	255	
8	7	41	287	
9	8	$38\frac{1}{2}$	308	
10	9	$36\frac{1}{2}$	$328\frac{1}{2}$	
11	10	$35\frac{1}{2}$	355	
12	11	$32\frac{3}{4}$	$360\frac{1}{2}$	
13	12	$31\frac{1}{4}$	375	
14	13	$28\frac{1}{2}$	$370\frac{1}{2}$	
15	14	$27\frac{1}{2}$	385	
16	15	26	390	
17	16	$24\frac{1}{2}$	392	
18	17	$22\frac{3}{4}$	$386\frac{3}{4}$	
19	18	$21\frac{3}{4}$	$391\frac{1}{2}$	
20	19	$20\frac{3}{4}$	$394\frac{1}{4}$	*Maximum* d'effet.
21	20	$19\frac{3}{4}$	395	
22	21	$18\frac{1}{4}$	$388\frac{1}{4}$	
23	22	18	396	Travail irrégulier.
24	23			La roue est entraînée par la charge du plateau.

(*) La petite différence qui se trouve entre le produit de 12 coups de piston dans cette série d'expériences, et le produit dans la première série, page 10, est dû à une petite différence dans l'amplitude des coups de piston, différence occasionnée par l'inflexion du bois dont la tige du piston était composée.

Résumé de ces expériences.

Dans ces expériences, la charge d'eau étant de 6 pouces et la hauteur de la roue de 24, la descente totale de l'eau sera de 30 pouces. La dépense de 14 coups $\frac{1}{2}$ de piston par minute sera de 96 livres $\frac{2}{3}$ d'eau, puisque 12 coups de piston en produisent 80 livres.

Cette dépense de $96^{\text{liv.}}\frac{2}{3}$, multipliée par 30 pouces, donne pour l'expression de la puissance 2900.

Si nous prenons le résultat de la 20e expérience pour le *maximum* d'effet, nous aurons 20 tours $\frac{3}{4}$ par minute. Chacun de ces tours élevait le poids à une hauteur de 4 pouces $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire de $93^{\text{pouces}},37$ en une minute. Le poids mis dans le plateau était de 19 livres; celui du plateau, de 10 onces $\frac{1}{2}$; le contre-poids, de 3 onces; à quoi ajoutant une seconde fois le poids du plateau, on a pour la charge totale qui produit résistance, 20 livres $\frac{1}{2}$, lesquelles, multipliées par $93^{\text{pouces}},37$, produisent pour l'effet de la machine, 1914.

Le rapport de la puissance à l'effet sera donc celui de 2900 à 1914, ou de 10 à 6,6, ou à très-peu près de 3 à 2.

Mais si nous ne calculons la puissance que d'après la hauteur de la roue, nous aurons pour son expression $96^{\text{liv.}}\frac{2}{3}$ multipliés par 24 pouces $=$ 2320, laquelle sera à l'effet :: 2320 : 1914 :: 10 : 82, ou à très-peu près :: 5 : 4.

Le résultat de cette expérience est consigné dans le Tableau suivant, sous le n° 9. Les autres résultats qui y sont portés sont déduits d'expériences semblables, calculés de la même manière.

TABLE II,

Contenant les résultats de seize séries d'expériences sur les roues à augets.

Numéros.	Chute totale.	Eau dépensée par minute.	Nombre de tours correspond. au *maximum* d'effet.	Poids élevé au *maximum*.	Puissance calculée d'après la chute totale.	Puissance calculée d'après la hauteur de la roue.	Effet.	Rapport de la puissance à l'effet, calculée d'après la chute totale.	Rapport de la puissance à l'effet, calculée d'après la hauteur de la roue.	Rapport moyen.
1	27	30	19	$6\frac{1}{2}$	810	720	556	10 : 6,9	10 : 7,7	10:8,1
2	27	$56\frac{2}{3}$	$16\frac{1}{4}$	$14\frac{1}{2}$	1530	1360	1060	10 : 6,9	10 : 7,8	
3	27	$56\frac{2}{3}$	$20\frac{3}{4}$	$12\frac{1}{2}$	1530	1360	1167	10 : 7,6	10 : 8,4	
4	27	$63\frac{1}{3}$	$20\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$	1710	1524	1245	10 : 7,3	10 : 8,2	
5	27	$76\frac{2}{3}$	$21\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	2070	1840	1500	10 : 7,3	10 : 8,2	
6	$28\frac{1}{2}$	$73\frac{1}{3}$	$18\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{2}$	2090	1764	1476	10 : 7,	10 : 8,4	10:8,2
7	$28\frac{1}{2}$	$96\frac{2}{3}$	$20\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{2}$	2755	2320	1868	10 : 6,8	10 : 8,	
8	30	90	20	$19\frac{1}{2}$	2700	2160	1755	10 : 6,5	10 : 8,1	10:8,2
9	30	$96\frac{2}{3}$	$20\frac{3}{4}$	$20\frac{1}{2}$	2900	2320	1914	10 : 6,6	10 : 8,2	
10	30	$113\frac{1}{3}$	21	$23\frac{1}{2}$	3400	2720	2221	10 : 6,5	10 : 8,2	
11	33	$56\frac{2}{3}$	$20\frac{1}{4}$	$13\frac{1}{2}$	1870	1360	1230	10 : 6,6	10 : 9,	10:8,5
12	33	$106\frac{2}{3}$	$22\frac{1}{4}$	$21\frac{1}{2}$	3520	2560	2153	10 : 6,1	10 : 8,4	
13	33	$146\frac{2}{3}$	23	$27\frac{1}{2}$	4840	3520	2846	10 : 5,9	10 : 8,1	
14	35	65	$19\frac{3}{4}$	$16\frac{1}{2}$	2275	1560	1466	10 : 6,5	10 : 9,4	10:8,5
15	35	120	$21\frac{1}{2}$	$25\frac{1}{2}$	4200	2880	2467	10 : 5,9	10 : 8,6	
16	35	$163\frac{1}{2}$	25	$26\frac{1}{2}$	5728	3924	2981	10 : 5,2	10 : 7,6	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

OBSERVATIONS ET CONSÉQUENCES DÉDUITES DES EXPÉRIENCES PRÉCÉDENTES.

I. *Sur le rapport entre la puissance et l'effet des roues à augets.*

La puissance effective de l'eau doit être calculée d'après sa chute totale ; car il faut qu'elle soit élevée à la même hauteur, pour être capable de produire le même effet une seconde fois.

Les rapports entre les puissances ainsi calculées, et les plus grands effets déduits de différentes séries d'expériences, sont présentés dans la colonne 9e de la Table II. On voit que ces rapports varient depuis celui de 10 à 7,6 jusqu'à celui de 10 à 5,2 ; c'est-à-dire à peu près depuis celui de 4 à 3, jusqu'à celui de 4 à 2. Le premier de ces rapports a lieu pour les plus petites charges d'eau et les plus petites dépenses ; le second, pour les charges et les dépenses d'eau les plus grandes. Le rapport moyen est celui de 3 à 2.

Or nous avons vu ci-dessus, dans nos observations sur les roues à aubes, que le rapport moyen entre la puissance et le *maximum* d'effet, était de 3 à 1 : donc *l'effet des roues à augets, supposées dans les mêmes circonstances quant à la charge et à la dépense d'eau, est moyennement double de l'effet des roues à aubes.*

D'où l'on tire, comme une conséquence de cette proposition, *que des corps non élastiques qui agissent par impulsion, ne communiquent qu'une partie de leur puissance,* l'autre partie étant employée à opérer le changement de figure qu'ils éprouvent par l'effet du choc.

La puissance de l'eau, calculée seulement d'après la hauteur de la roue, étant comparée au *maximum* d'effet, comme dans la colonne 10e, paraît être dans un rapport plus constant. Car, si nous prenons le rapport moyen entre ceux de chaque classe d'expériences portées dans la 11e colonne, nous trouverons que les deux rapports extrêmes qui diffèrent le plus entre eux, sont ceux de 10 à 8,1 et de 10 à 8,5 ; et comme le second terme du rapport croît graduellement de 8,1 à 8,5, en vertu d'un accroissement de charge de

3 à 11 pouces, l'excès de 8,5 sur 8,1 doit être attribué à l'excès de 11 pouces sur 3 pouces de charge d'eau; de sorte qu'en réduisant l'effet de la roue à 8,0, pour le rendre indépendant de la charge de 3 pouces, nous *aurons pour le rapport de la puissance calculée d'après la hauteur de la roue seulement, au* maximum *d'effet de cette roue, le rapport de* 10 *à* 8 *ou de* 5 à 4.

Et, attendu que le rapport de la puissance au *maximum* d'effet reste le même quand les machines sont d'une construction semblable, nous pouvons conclure que *les effets, aussi bien que les puissances, varient proportionnellement aux produits de la quantité d'eau dépensée et du diamètre de la roue.*

II. *De la hauteur la plus convenable à la roue par rapport à la chute totale de l'eau.*

Nous avons déjà conclu des observations précédentes, qu'une même quantité d'eau, descendant de la même hauteur verticale, et agissant par son poids sur une roue à augets, produit un effet ~~double de celui qu'elle produit~~ lorsqu'elle agit par son choc sur les aubes d'une roue frappée en dessous. Il paraît aussi que la charge d'eau croissant de 3 à 11 pouces, ou la charge totale de 27 à 35, c'est-à-dire à peu près dans le rapport de 7 à 9, l'effet ne croît que dans le rapport de 8,1 à 8,4, c'est-à-dire de 7 à 7,26. L'accroissement de l'effet n'est donc pas même proportionnel au $\frac{1}{7}$ de l'accroissement de l'espace vertical parcouru; d'où il suit que *plus la roue est haute à proportion de la chute totale, plus l'effet qu'elle produit est grand;* parce que cela dépend moins du choc de l'eau contre les augets, en vertu de sa hauteur au-dessus de l'orifice, que du poids de cette eau lorsqu'elle les remplit. Si l'on considère en effet l'obliquité sous laquelle l'eau sortant du réservoir de pression frappe les augets, il est facile d'expliquer le peu d'avantages qui résulte de ce choc, et combien peu il doit avoir d'influence pour augmenter l'effet d'une roue frappée par-dessus. Cependant, comme tout a ses limites, ce que nous venons de dire ne doit point s'entendre sans restriction. *Il convient, en effet, que l'eau en sortant du réservoir soit animée d'une vitesse un peu plus grande que celle avec laquelle se meut la circonférence de la roue :* autrement cette roue ne sera pas seulement retardée par le choc des augets qui frapperont l'eau, mais ces mêmes augets en laisseront échapper une partie, et c'est autant de perdu pour la puissance.

La vîtesse que doit avoir la circonférence de la roue étant connue par les considérations suivantes, on calculera aisément par les règles générales de l'hydrostatique, la hauteur de la charge capable d'imprimer à l'eau la vîtesse convenable, et on trouvera cette charge moindre que ce qui est généralement pratiqué.

III. *De la vîtesse de la circonférence de la roue, propre à produire le plus grand effet.*

Si un corps est abandonné librement à sa pesanteur, il mettra un certain temps à tomber depuis la surface jusqu'au fond du réservoir de pression. Et dans ce cas, l'action totale de la gravité sera employée à imprimer au corps une certaine vîtesse; mais si ce corps agit en tombant sur un autre et produit par cette action un effet mécanique, son mouvement sera retardé, parce qu'une partie de la pesanteur servira à produire cet effet, tandis que la partie de pesanteur restante servira à donner le mouvement au corps.

Donc, *plus un corps descend lentement, plus la portion de la gravité qui est appliquée à produire l'effet est grande*, et par conséquent *plus cet effet est considérable.*

Si un cours d'eau tombe dans les augets d'une roue frappée pardessus, il est retenu jusqu'à ce que la roue, en tournant, le déverse dans le coursier. Plus la roue se mouvra lentement, plus chaque auget recevra d'eau; de sorte que ce qui est perdu en vîtesse est gagné par la pression qu'une plus grande quantité d'eau exerce à-la-fois dans les augets; et, considérée sous ce seul point-de-vue, la puissance mécanique d'une roue frappée par-dessus, sera la même pour produire un effet déterminé, soit qu'elle se meuve vîte ou lentement; mais si l'on fait attention à ce qui vient d'être dit sur la chute des corps pesans, on verra que l'on doit retrancher de la pression de l'eau dans les augets la portion de la gravité qui est employée à imprimer à la roue et aux augets pleins d'eau, une plus grande vîtesse. Ainsi, quoique le produit obtenu en multipliant le nombre de pouces cubiques d'eau qui agissent sur la roue par la vîtesse de cette roue soit le même dans tous les cas, cependant, comme chaque pouce cubique d'eau exerce sur l'auget, lorsque sa vîtesse est plus *grande*, une pression moindre que lorsque sa vîtesse est plus *petite*, il s'ensuit que la puissance de l'eau pour produire un effet quelconque, augmente à mesure que la vîtesse de la roue diminue, ce qui conduit à cette règle générale, *que, tout égal d'ailleurs, l'effet de la roue est d'autant plus grand que sa vîtesse est moindre*, règle que confirment les expériences rapportées dans le Tableau précédent, en même temps qu'elles indiquent les limites entre lesquelles on doit renfermer les applications de cette règle à la pratique.

On voit par ces expériences, que quand la roue faisait environ 20 tours par minute, l'effet atteignait à peu près son *maximum*. Quand elle faisait 30 tours, l'effet diminuait environ d'un $\frac{1}{20}$; sous une vîtesse de 40 tours par minute, l'effet était diminué d'un $\frac{1}{4}$.

On voit également que cette vîtesse étant réduite à moins de 18 tours $\frac{1}{4}$ par minute, le mouvement de la roue devenait irrégulier. Enfin, quand elle était chargée au point de ne plus faire que 18 tours dans le même temps, la roue cédait à l'action de sa charge.

Il est ~~avantageux dans la pratique, de ne~~ point diminuer la vîtesse de la roue au-delà de certaines limites. En effet, tout égal d'ailleurs, plus le mouvement est lent, plus les augets doivent avoir de capacité; mais plus la roue sera chargée d'eau, plus l'effort du fluide sur toutes les parties de la machine s'accroîtra. *La vîtesse la plus avantageuse dans la pratique est donc celle dont la roue mise en expérience était animée lorsqu'elle faisait environ 30 tours par minute, c'est-à-dire lorsque la vîtesse de sa circonférence était d'un peu plus de 3 pieds par seconde.*

L'expérience confirme que cette vîtesse de 3 pieds par seconde est applicable aux plus grandes comme aux plus petites roues à augets; et si toutes les parties du mécanisme sont disposées convenablement, cette vîtesse produira le plus grand effet possible.

Cependant l'expérience prouve aussi que *les grandes roues peuvent, avant de perdre une portion de leur puissance, s'écarter davantage de cette règle, que des roues d'un petit diamètre*. Une roue de 24 pieds, par exemple, peut se mouvoir à raison de 6 pieds par seconde, sans perdre notablement de sa force (*). Et, d'un autre côté, j'ai vu une roue de 33 pieds de haut se mouvoir régulièrement avec une vîtesse qui n'était que de 2 pieds par seconde.

IV. *De la charge que peut soutenir une roue à augets, afin de produire un* maximum *d'effet.*

La plus grande charge d'une roue à augets est celle qui est capable d'imprimer sa propre vîtesse à la circonférence de la roue. Pour déterminer cette charge, il faut diviser l'effet qui doit être produit en un temps donné, par l'espace que doit décrire la circonférence de la roue dans le même temps. Le quotient sera la résistance surmontée à la circonférence de la roue, et exprimera la charge cherchée, y compris le frottement et la résistance de la machine.

V. *De la plus grande vîtesse possible d'une roue à augets.*

La plus grande vîtesse que puisse prendre la circonférence d'une roue à augets, dépend tout-à-la-fois du diamètre ou de la hauteur de cette roue, et de la vîtesse que les corps graves acquièrent dans leur chute. Il est évident, en effet, que la vîtesse d'une roue de cette espèce ne peut jamais être plus grande que celle capable de faire décrire la demi-circonférence dans le même temps qu'un corps grave emploierait à tomber de la hauteur du diamètre; elle ne peut pas même être aussi grande, par la raison qu'un corps grave, partant du même point, ne peut parcourir un espace demi-circulaire dans le même temps qu'il emploierait à parcourir cet espace, s'il était développé suivant la verticale. Si donc le diamètre d'une roue à augets est de 16 pieds 1 pouce, un corps grave parcourra ce diamètre en une seconde, mais la roue ne pourra jamais acquérir une vîtesse telle, qu'elle fasse sa révolution en deux secondes. Il y a plus, cette roue n'acquerra jamais une vîtesse qui approche de celle-ci; car, quand elle se meut avec

(*) La vîtesse de 6 pieds par seconde, imprimée à une roue de 24 pieds de diamètre, semble résulter de la petitesse du rapport qui existe entre la hauteur due à cette vîtesse, et la chute totale de l'eau dans ce cas particulier.

une certaine rapidité, la plus grande partie de l'eau n'entre point dans les augets, et celle qui y entre en est chassée à un certain point de la course de la roue par l'effet de la force centrifuge. C'est ce qui paraît avoir eu lieu dans les trois premières expériences de la table précédente : mais comme, lorsque cet effet commence à se manifester, la vitesse dépend de la forme des augets aussi bien que de quelques autres circonstances, *on ne peut déterminer généralement la limite que doit atteindre la plus grande vitesse d'une roue à augets*, ce qui au reste est de la moindre importance dans la pratique; puisqu'alors, pour les raisons que nous avons exposées ci-dessus, la roue serait incapable de produire aucun effet mécanique.

VI. *De la plus grande charge qu'une roue à augets puisse surmonter.*

Considérée abstractivement, la plus grande charge qu'une roue à augets puisse surmonter, est illimitée ou infinie. En effet, les augets pouvant être d'une capacité quelconque, plus la charge de la roue sera considérable, plus son mouvement sera lent; mais plus ce mouvement sera lent, plus il pourra entrer d'eau dans les augets : par conséquent, ~~quoique le diametre de la roue~~ et le volume d'eau dépensée soient des quantités finies, on ne peut cependant assigner aucune résistance que la roue ne soit capable de vaincre. Mais la pratique n'admet point la considération de l'infini : quand on veut établir une roue de cette espèce, la capacité des augets est nécessairement donnée; et conséquemment *la roue sera arrêtée par une résistance égale à l'effort qu'exercent le long de la demi-circonférence tous les augets remplis d'eau.*

Connaissant la figure des augets, on peut assigner la quantité de cet effort; mais cette détermination est peu importante pour la pratique, attendu que dans ce cas la puisssance de la roue peut encore être réduite à rien, si l'on prévient par un contrepcids suffisant le mouvement que l'action de la gravité tend à imprimer au volume d'eau distribué sur la circonférence de la roue, puisqu'alors, suivant notre définition, ce volume d'eau n'est capable d'aucun *effet mécanique*.

Une roue à augets cesse réellement d'être utile avant que d'être chargée à ce point. *Car, lorsqu'elle éprouve une résistance capable de* *diminuer sa vîtesse à un certain degré, son mouvement devient irrégulier; ce qui cependant n'arrive jamais, à moins que la vîtesse de la circonférence ne soit au-dessous de 2 pieds par seconde, limite à laquelle la résistance s'exerce encore uniformément.* Ceci est la conséquence, non-seulement des expériences que nous avons rapportées, mais encore d'observations faites sur de plus grandes roues.

Scholie.

Après avoir examiné jusqu'ici les différens effets de la *puissance* de l'eau quand elle agit par son choc et par son poids sur les roues à aubes ou frappées en-dessous, et sur les roues à augets ou frappées en-dessus, nous voici conduits à examiner de la même manière les effets de l'eau, lorsque le choc et la pesanteur se combinent comme dans les différens genres de roues *frappées de côté ou par le travers* (Breast Wheels). Mais si l'on fait attention à ce qui a été dit jusqu'à présent, il sera aisé d'appliquer à ce cas mixte les mêmes principes, et de réduire à peu de mots ce qui nous reste à dire sur cet objet.

En effet, tous les genres de roues que l'eau entraîne avec elle en descendant d'une certaine hauteur, doivent être considérés comme des roues à augets. Toutes celles qui reçoivent l'impulsion de l'eau dans une direction horizontale, verticale ou oblique, doivent être considérées comme des roues à aubes. Si donc une roue reçoit le choc de l'eau à une certaine profondeur au-dessous du réservoir de pression, et se meut dans un arc de cercle que l'eau soit obligée de parcourir en exercant sa pression sur la roue, l'*effet de celle-ci sera égal à celui d'une roue à aubes, dont la charge serait la différence de niveau entre la surface du réservoir et le point où le choc s'exerce, plus à l'effet d'une roue à augets, dont la hauteur serait la différence de niveau entre le point où le choc s'exerce et le fond du coursier.*

Nous supposons ici que la roue reçoit le choc de l'eau perpendiculairement à son rayon; et que la vîtesse de sa circonférence est réglée convenablement pour obtenir le plus grand avantage du choc et de la pression du fluide. S'il en était autrement, il faudrait ramener les choses à cet état.

Les principes que nous venons d'établir fournissent les moyens de perfectionner et d'améliorer la construction des roues à eau, en même temps qu'ils peuvent servir à rectifier quelques erreurs populaires sur cet objet; mais, comme je n'ai pas eu d'autre but que d'exposer des règles générales dont la pratique justifiât l'emploi, je laisse aux artistes intelligens et aux personnes curieuses de ces matières, à faire l'application de ces règles à des cas particuliers.

TROISIÈME PARTIE.

DE LA CONSTRUCTION ET DES EFFETS DES MOULINS A VENT (*).

Le vent lui-même est trop incertain et trop variable pour remplir l'objet qu'on se propose dans les expériences sur les moulins qu'il fait mouvoir ; il faut par conséquent avoir recours à un vent artificiel.

On peut le produire par deux moyens différens, soit en faisant agir l'air contre la machine en repos, soit en faisant agir la machine contre l'air stagnant. Il n'est point aisé dans la pratique de faire mouvoir contre la machine un volume d'air suffisant avec la rapidité et la vîtesse nécessaires. D'un autre côté, pour faire mouvoir la machine contre l'air dans une direction rectiligne, il aurait fallu un plus grand emplacement que celui qui était à ma disposition. Ce que j'ai trouvé de plus praticable a donc été de faire décrire la circonférence d'un grand cercle, à l'axe sur lequel étaient fixées les ailes du moulin. L'appareil dont je vais donner la description a été construit d'après cette idée (**).

(*) Mémoire lu à la Société Royale, les 31 mai et 14 juin 1759.

(**) M. Rouse, de Harborough, dans le comté de Leicester, s'occupa, il y a quelques années, d'expériences sur la vîtesse du vent et la force avec laquelle il agit contre les surfaces planes et les ailes de moulins à vent. Vers la même époque, M. Ellicot imagina une machine qui a servi aux expériences du célèbre Robins, sur la résistance des surfaces planes qui se meuvent dans l'air. Les machines de MM. Rouse et Ellicot ont beaucoup de ressemblance entre elles, quoique ces deux artistes n'aient eu aucune connaissance de leurs recherches respectives. Mais il arrive souvent que deux personnes qui s'occupent du même objet sont conduites à faire précisément les mêmes expériences. La machine dont je me suis servi fut construite sur les mêmes principes ; mais elle différait

Planche III^e, Fig. I^re.

ABC, châssis de charpente pyramidal destiné à supporter toutes les parties de la machine.

DE, arbre vertical, mobile sur un pivot, avec lequel est assemblé à angles droits un levier FG qui porte les ailes à une distance convenable de l'axe.

H, tambour adapté à l'axe vertical, et sur lequel s'enroule une corde qui, étant tirée à la main, imprime à l'arbre DE et au levier FG un mouvement circulaire. Par l'effet de ce mouvement, l'axe des ailes est entraîné dans une circonférence de cercle dont le rayon est DI. Ainsi les ailes frappées par l'air tournent autour de leur axe.

En L est fixée l'extrémité d'une petite corde qui, passant sur les poulies MNO et s'enroulant sur un petit cylindre ou tambour adapté à l'axe des ailes, élève un plateau de balance P, dans lequel on place les poids servant à mesurer la puissance des ailes. Ce plateau se mouvant verticalement dans la direction de l'arbre, ne reçoit aucun dérangement par le mouvement circulaire.

Q, R, montans parallèles fixés sur le levier FG pour soutenir et guider le plateau P, dont le ballottement est prévenu par deux petites chaînes ST, qui entourent, sans les serrer, les deux montans QR.

W, Contre-poids destiné à faire coïncider le centre de gravité de toute la partie mobile de la machine avec le centre de mouvement de l'axe DE.

VX, Pendule composé de deux balles de plomb mobiles le long d'une verge de bois, et qui peuvent, par ce moyen, être placées de manière à faire une oscillation dans un temps donné. Ce pendule

---

des précédentes, en ce qu'au lieu d'être mise en mouvement par un contrepoids, ce qui, à la vérité, convenait mieux pour mesurer l'impulsion du vent ou la résistance des plans, elle avait la main pour premier moteur, et pour régulateur un pendule, disposition plus applicable aux expériences sur les ailes des moulins à vent, parce qu'en changeant de position, les mêmes ailes frappent l'air avec des vitesses différentes, quoique pressées par le même poids.

est soutenu par un axe cylindrique de métal, sur lequel il oscille comme sur un rouleau.

Y, Tablette qui supporte l'axe du pendule.

Nota. Le pendule étant ajusté pour faire deux vibrations dans le même temps que le levier FG fait une révolution, et étant mis en mouvement, la personne qui fait l'expérience, tire la corde Z avec une force telle, que chaque demi-révolution du levier corresponde, aussi uniformément que possible, à une oscillation du pendule, pendant toute la durée de l'observation. Il est aisé, à l'aide d'un peu d'habitude, de régulariser le mouvement de la machine autant qu'il est nécessaire.

Exemple d'une série d'expériences.

Le rayon des ailes est de........................	21 pouces.
La partie de ces ailes couverte de toile, est de.......	18
Sa largeur, de..................................	5,6
Angle à l'extrémité inférieure......................	10 degrés.
Angle au point de la plus grande inclinaison (*)......	25
20 tours des ailes élèvent le poids mis dans le plateau, à la hauteur de	11 pouces,3
La vitesse de l'arbre du moulin dans la circonférence du grand cercle qu'il décrit, est, par seconde, de....	6 pieds.
Durée de l'expérience	52 secondes.

Numéros des expér.	Poids dans le plateau.	Révolutions.	Produits.
1	0 ℔	108	0.
2	6	85	510.
3	6½	81	526½.
4	7	78	546
5	7½	73	547½ *maximum.*
6	8	65	520.
7	9	0	0.

(*) Dans toutes les expériences suivantes, l'angle des ailes est celui qu'elles forment avec le plan de leur mouvement; ainsi cet angle est 0°, quand elles sont placées à angle droit sur leur axe. Nous avons adopté cette façon de parler, parce qu'elle s'accorde avec celle des praticiens, qui appellent *airage de l'aile* l'angle dont il s'agit.

Nota. Le poids du plateau et de la poulie était de 3 onces. Un poids d'une once, suspendu sur l'un des rayons des ailes à 12 pouces $\frac{1}{2}$ du centre de l'axe, faisait équilibre au frottement, au poids du plateau et à celui de 7 livres $\frac{1}{2}$ dont il était chargé. Placé à 14 pouces $\frac{19}{20}$ du centre de rotation, le même poids d'une once contrebalançait les mêmes résistances avec un poids de neuf livres dans le plateau.

Résumé de l'Expérience précédente.

Dans l'expérience n° 5, qui est regardée comme indiquant le *maximum* d'effet, le poids dans le plateau était de 7 livres 8 onces, celui du plateau et des poulies était de 3 onces, leur somme est donc de 7 livres 11 onces, ou de 123 onces, lesquelles, ajoutées au poids qui représente le frottement de la machine, exprime la résistance totale (*). Quant à l'expression particulière de ce frottement, on l'obtient ainsi :

Puisque 20 révolutions du moulin ont élevé la charge à la hauteur de 11 pouces $\frac{3}{10}$ au moyen d'une poulie mobile, le rayon du cylindre sera de $0^{\text{pouces}},18$; mais si le poids eût été élevé directement, le rayon du tambour étant soudouble, c'est-à-dire de $0^{\text{pouces}},09$, la résistance eût été la même. Nous aurons donc cette proportion :

Le demi-rayon du cylindre est à la longueur du bras du levier à l'extrémité duquel est appliqué le poids qui contrebalance le frottement, comme ce poids est à un quatrième terme équivalent à la somme de toutes les résistances. C'est-à-dire, en nombre :

$$0^{\text{pouc.}},09 : 12^{\text{pouc.}},5 :: 1^{\text{once}} : 139.$$

Ce poids de 139 onces surpasse de 16 onces ou d'une livre celui de 123 onces, ou de 7 livres 11 onces, qui était dans le plateau, différence qui représente le frottement.

La résistance totale est donc de 139 onces, ou de 8 livres 11 onces $= 8^{\text{livres}},69$, laquelle, multipliée par 73 tours, donne le nombre 634, qui peut être regardé comme l'expression de l'effet produit.

Semblablement, si le poids de 9 livres qui arrête le mouvement des ailes est augmenté du poids du plateau et de celui qui représente le frottement, il deviendra égal à $10^{\text{liv.}},37$. Le résultat de cet exemple est présenté par le n° 12 de la 3ᵉ Table, qui contient les résultats de toutes les autres séries d'expériences calculées de la même manière.

(*) On ne tient point compte ici de la résistance de l'air, parce que son expression est inséparable de celle de la puissance motrice.

TABLE III,

Contenant les résultats de dix-neuf séries d'expériences faites sur des ailes de moulins à vent de différentes formes, de différentes surfaces, et diversement posées.

Désignation de l'espèce d'ailes soumises à l'épreuve.	Numéros.	Angle d'inclinaison de l'extrémité de l'aile.	Plus grand angle.	Nombre de révolutions des ailes non chargées.	Nombre de tours corresp. au *maximum* d'effet.	Charge corresp. au *maximum* en livres.	Plus grande charge en livres.	Produit.	Quantité de surface en pouces quarrés.	Rapport de la plus grande vîtesse, à celle correspond. au *maximum*.	Rapport de la plus grande charge, à celle correspond. au *maximum*.	Rapport de la surface, au Produit.
Ailes planes inclinées sous un angle de 55 dégrés.	1	35°	35°	66	42	7,56	12,59	318	404	10:7	10:6	10: 7,9
Ailes planes airées suivant la pratique ordinaire.	2	12	12		70	6,3	7,56	441	404		10:8,3	10:10,1
	3	15	15	105	69	6,72	8,12	464	404	10:6,6	10:8,3	10:10,15
	4	18	18	96	66	7,0	9,81	462	404	10:7	10:7,1	10:10,15
Airées suivant le théorème de Maclaurin.	5	9	26 ½		66	7,0		462	404			10:11,4
	6	12	29 ½		70 ½	7,35		518	404			10:12,8
	7	15	32 ½		63 ½	8,5		527	404			10:13,
Ailes airées suivant la méthode hollandaise, et placées en diverses positions.	8	0	15	120	93	4,75	5,31	442	404	10:7,7	10:8,9	10:11,
	9	3	18	120	79	7,0	8,12	553	404	10:6,6	10:8,6	10:13,7
	10	5	20		78	7,5	8,12	585	404		10:9,2	10:14,5
	11	7 ½	22 ½	113	77	8,3	9,81	639	404	10:6,8	10:8,5	10:15,8
	12	10	25	108	73	8,69	10,37	634	404	10:6,8	10:8,4	10:15,7
	13	12	27	100	66	8,41	10,94	580	404	10:6,6	10:7,7	10:14,4
Ailes hollandaises élargies à leurs extrémités.	14	7 ½	22 ½	123	75	10,65	12,59	799	505	10:6,1	10:8,5	10:15,8
	15	10	25	117	74	11,08	13,69	820	505	10:6,3	10:8,1	10:16,2
	16	12	27	114	66	12,09	14,23	799	505	10:5,8	10:8,4	10:15,8
	17	15	30	96	63	12,09	14,78	762	505	10:6,6	10:8,2	10:15,1
Huit ailes en forme de secteurs d'ellipses, dans leurs meilleures positions.	18	12	22	105	64 ½	16,42	27,87	1059	854	10:6,1	10:5,9	10:12,4
	19	12	22	99	64 ½	18,06		1165	1146	10:5,9		10:10,1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

OBSERVATIONS ET CONSÉQUENCES DÉDUITES DES EXPÉRIENCES PRÉCÉDENTES.

I. *De la meilleure forme et de la position la plus convenable des ailes des moulins à vent.*

Le n° 1 de la Table III contient le résultat d'une série d'expériences où les ailes du moulin étaient disposées sous l'angle que M. Parent et les géomètres qui lui ont succédé pendant quelques années, ont regardé comme le plus convenable. Suivant leur opinion, le plan des ailes doit former avec l'axe un angle d'à peu près 55 degrés, dont le complément, c'est-à-dire l'angle que le plan des ailes fait avec celui dans lequel elles se meuvent, est par conséquent de 35 degrés, comme on le voit dans les colonnes 2 et 3. Maintenant, si l'on multiplie le nombre de leurs révolutions (colonne 5) par le poids qu'elles soutenaient (colonne 6) lorsqu'elles produisaient le *maximum* d'effet, et que l'on compare ce produit avec les autres produits contenus dans la huitième colonne, on voit qu'au lieu d'être le plus grand, il est au contraire le moindre de tous.

Mais si l'on dispose le plan des ailes et celui du mouvement sous un angle de 15 à 18 degrés, comme dans les nos 3 et 4; ou, ce qui revient au même, si le plan des ailes fait avec l'axe un angle de 72 à 75 degrés, le produit croîtra dans le rapport de 31 à 45; et cet angle est celui que les praticiens adoptent le plus communément quand les ailes ont leur surface plane.

S'il ne s'agissait que de déterminer l'angle sous lequel les ailes doivent être disposées pour passer avec plus de facilité de l'état de repos à celui de mouvement, ou pour empêcher qu'elles ne s'arrêtent quand elles se meuvent, nous trouverions que la position indiquée sous le n° 1 est la meilleure. Car, si nous consultons la colonne 7, contenant les moindres poids capables de faire passer les ailes du mouvement au repos, nous trouverons que le poids correspondant à l'expérience n° 1 est, eu égard à la surface des ailes, le plus grand de tous. Mais si l'on veut disposer les ailes de telle sorte qu'avec des dimensions données elles produisent le plus grand effet possible en un temps donné, nous devons entièrement rejeter la disposition du n° 1; et *si nous nous astreignons à n'employer que des voiles planes, nous devons adopter quelqu'angle compris entre ceux* des *n*^{os} 3 et 4, *c'est-à-dire, qui ne soit pas moindre de 72 degrés, ni plus grand que 75.*

Le célèbre M. Maclaurin a judicieusement distingué l'action du vent sur une aile de moulin en repos et une aile en mouvement; et, en conséquence, comme le mouvement des ailes est plus rapide aux extrémités que vers le centre, il a observé que les différentes parties de la surface de l'aile doivent, à mesure qu'elles s'éloignent du centre, former avec la direction de l'axe un angle variable. Nous lui devons à cette occasion le théorème suivant(*) :

Supposant la vîtesse du vent représentée par a, *et la vîtesse d'une partie quelconque de l'aile représentée par* c, *l'effort du vent sur cette partie de l'aile sera le plus grand possible, lorsque la tangente de l'angle d'incidence du vent sur la voile sera au rayon* $:: \sqrt{2 + \frac{9cc}{aa} + \frac{3c}{2a}} : 1.$

Ce théorème indique la loi suivant laquelle on doit faire varier l'angle formé par la direction du vent et les différentes parties de l'aile, suivant le degré de vîtesse dont elles sont animées. Mais comme la vîtesse que doit avoir un élément quelconque de l'aile, eu égard à celle du vent, reste indéterminée, l'angle dont il s'agit l'est également; de sorte que nous manquons encore des données nécessaires pour l'application du théorème. Cependant, desirant en faire usage, et considérant qu'un angle de 15 à 18 degrés était celui qui convenait le mieux lorsque les ailes étaient planes, et par conséquent l'angle moyen le plus convenable, j'ai disposé l'aile de telle sorte que l'angle formé par l'élément transversal de cette aile, au milieu de la distance comprise entre le centre et l'extrémité et le plan du mouvement, fût de 15 degrés 41 minutes; dans lequel cas la vîtesse de cette partie de la voile, supposée chargée du plus grand poids, serait égale à la vîtesse du vent, ce qui donne $c = a$. La position de cet élément transversal étant ainsi déterminée, les autres élémens furent inclinés ainsi qu'il suit, conformément au théorème.

(*) *Maclaurin's account of sir Isaac Newton, Philosophical Discoveries*, page 176, art. 29.

			Angles avec l'axe.	Angles avec le plan du mouvement.
Parties du rayon, en comptant du centre.	$\frac{1}{6}$	.... $c = \frac{1}{2}a$	63° 26′	26° 34′.
	$\frac{2}{6}$	.... $c = \frac{2}{3}a$	69 54	20 6.
	$\frac{1}{2}$	.... $c = a$	74 19	15 41.
	$\frac{2}{3}$	.... $c = \frac{4}{3}a$	77 20	12 40.
	$\frac{5}{6}$	.... $c = \frac{5}{3}a$	79 27	10 53.
	1	.... $c = 2a$	81	9 ».

Le résultat de cette disposition fut, conformément à l'expérience cotée n° 5 sur le Tableau précédent, à très-peu près le même que pour des ailes à surface plane placées de la manière la plus avantageuse. Mais les ailes de l'expérience n° 5 ayant été tournées dans la virole où elles étaient implantées de manière à former avec le plan du mouvement des angles successivement de 3 à 6 degrés plus grands que le premier, c'est-à-dire, leurs extrémités ayant été inclinées sur ce plan, de 9 à 12 et de 12 à 15 degrés, les produits augmentèrent de 518 à 527 : or nous pouvons conclure de la petite différence qui existe entre ces deux produits, que les ailes étaient à peu près dans la position la plus avantageuse, lorsqu'elles étaient inclinées suivant l'angle de l'expérience n° 7, ou suivant quelque autre angle entre celui-là et celui de l'expérience n° 6. Nous pouvons aussi en conclure que, pour les ailes à surface plane comme pour toutes les autres, *une variation d'un degré ou deux dans l'angle d'inclinaison des ailes, ne produit qu'une très-légère différence dans l'effet, quand l'angle approche d'être le plus avantageux possible.*

Il est à remarquer que la surface d'une aile de moulin à vent, engendrée d'après la loi donnée ci-dessus, présentera une surface convexe à l'action du vent, tandis que les Hollandais et tous nos modernes constructeurs de moulins forment cette surface de telle sorte, qu'en diminuant l'angle d'inclinaison des portions élémentaires de l'aile, depuis le centre jusqu'à son extrémité, elle présente néanmoins à l'action du vent une surface concave. Les ailes dont on a fait usage dans les expériences n^{os} 8, 9, 10, 11, 12 et 13, étaient construites suivant cette méthode. Le milieu de l'aile faisait avec la direction du dernier barreau disposé dans le plan du mouvement, un angle de 12 degrés, et le plus grand angle qui correspondait au tiers de la longueur de l'aile, à partir du centre, était de 15.

Ces ailes ayant été essayées dans différentes positions, la plus avantageuse parut être celle indiquée sous le n° 11, où les extrémités des ailes faisaient avec le plan de leur mouvement un angle de 7 degrés $\frac{1}{2}$. Le produit fut de 639, c'est-à-dire plus grand dans le rapport de 11 à 9, que le produit obtenu lorsque les ailes étaient disposées suivant le théorème de Maclaurin. Ce même produit, double, comme on voit, de celui donné par l'expérience n° 1, fut le plus grand que l'on obtint à égalité de surface. Il suit de là, *que lorsque le vent agit sur une surface concave, il résulte de cette disposition un avantage pour la puissance de l'aile considérée dans toute son étendue, quoique chacune de ses parties, prise séparément, ne soit pas elle-même disposée de la manière la plus avantageuse* (*).

Ayant déterminé, comme on vient de le voir, la position la plus avantageuse des ailes, ou, comme le disent les constructeurs, la meilleure manière de les *airer*, il s'agissait de chercher l'avantage qui pouvait résulter d'une augmentation de surface, la longueur des ailes restant la même. Pour cet effet, les ailes mises en expérience furent *airées* de la même manière que celles des expériences comprises du n° 8 au n° 13, en ajoutant le long de chacune une voile triangulaire de la même longueur et d'une base égale à la demi-largeur de l'aile. Par cette disposition, la surface ainsi aug-

(*) J'ai trouvé par différentes expériences faites en grand, que l'on obtenait des résultats aussi avantageux que possible, en inclinant les élémens des ailes suivant les angles indiqués ci-dessous. Le rayon est divisé en 6 parties et $\frac{4}{6}$. Le premier élément, en comptant du centre, est désigné par 1, et celui correspondant à l'extrémité de l'aile est désigné par 6.

Numéros des élémens.	Angle fait avec l'axe.	Angle fait avec le plan du mouvement.	
1	72°	18°	
2	71	19	
3	72	18	Milieu de l'aile.
4	74	16	
5	77 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	
6	83	7	Extrémité.

mentée était à la première dans le rapport de 5 à 4. Ces ailes furent placées en quatre différentes positions, indiquées dans les n^{os} 14, 15, 16 et 17, et l'on reconnut que la plus avantageuse avait lieu lorsque chaque élément transversal de l'aile faisait avec le plan du mouvement un angle de 2 degrés $\frac{1}{2}$ plus grand que celui qu'on avait trouvé le plus avantageux pour l'élément correspondant, avant l'addition de la voile triangulaire. Cela suit de l'expérience n° 15, où le produit, qui est de 820, excède celui exprimé par 639, au-delà du rapport de 5 à 4, qui est celui des surfaces de l'aile dans les deux cas.

Il suit de là, *qu'une aile plus large doit être inclinée sous un angle plus grand, et que lorsqu'elle est plus large à son extrémité que près du centre, elle présente une forme plus avantageuse que si elle était parallélogrammique* (*).

Quelques personnes ont imaginé que plus les ailes présentent de surface, plus la machine offre d'avantages. Elles ont proposé, en conséquence, de couvrir de voiles la surface entière comprise entre les rayons des ailes, de manière qu'en faisant de chacune un secteur d'ellipse, suivant la proposition de M. Parent, le cylindre de vent qui agit sur les ailes fût entièrement intercepté, et devînt ainsi capable de produire le plus grand effet possible.

Nous nous sommes donc occupés de rechercher, par les expériences indiquées sous les n^{os} 18 et 19, jusqu'à quel point l'effet peut être augmenté par l'accroissement de la surface des ailes. A la vérité, les surfaces de ces nouvelles ailes n'étaient point planes et ne faisaient point avec l'axe un angle de 35 degrés, comme M. Parent le proposait, parce que l'expérience n° 1 nous a appris que cette inclinaison n'a aucune influence pour rendre l'effet le plus grand

---

(*) La figure et la disposition des ailes élargies, qui m'ont paru le mieux réussir en grand, sont représentées dans la planche 3^e. Le barreau de l'extrémité de l'aile est égal au tiers de la longueur du rayon ou du *fouet*, comme l'appellent les ouvriers. Ce barreau extrême est divisé par le *fouet*, dans le rapport de 3 à 5; la voile triangulaire est couverte de planches depuis son extrémité inférieure jusqu'au tiers de sa longueur. Le reste est couvert de toile, à l'ordinaire. Les angles de l'*airage*, indiqués dans la note précédente, sont aussi ceux qui conviennent le mieux pour les ailes élargies. Mais la pratique fait voir qu'il est généralement plus avantageux de donner plutôt moins que plus d'*airage*.

possible; mais nous les avons inclinées sous l'angle que les expériences précédentes nous avaient indiqué, c'est-à-dire sous un angle de 12 degrés à l'extrémité de l'aile, et sous celui de 22 degrés pour la tranche la plus inclinée.

L'expérience n° 18 nous a donné le produit 1059 plus grand que celui de l'expérience n° 15, dans le rapport de 9 à 7; mais alors l'augmentation de la surface des voiles est dans le rapport de 12 à 7.

L'expérience n° 19 donne le produit 1165, plus grand que le produit du n° 15, dans le rapport de 10 à 7; mais la surface de la voile augmente à peu près dans le rapport de 16 à 7.

Par conséquent la même quantité de toile que dans l'expérience n° 18 étant disposée comme dans l'expérience n° 15, aurait donné pour produit 1386 au lieu de 1059.

Et la même surface de toile que dans le n° 19 aurait produit 1860 au lieu de 1165, ainsi que nous aurons occasion de le faire voir plus au long dans la suite de ce Mémoire.

Il suit de là, qu'au-delà d'une certaine limite, plus la surface de l'aile est grande, et moindre est l'effet de la machine, proportionnellement à cette surface; et en effet, poussant mes expériences plus loin, je trouvai que quoique dans le n° 19 la surface de toutes les ailes prises ensemble ne fût pas plus grande que les $\frac{7}{8}$ de l'aire du cercle dans lequel elles étaient inscrites, cependant, par l'augmentation de cette surface, l'effet diminuait plutôt qu'il n'augmentait; *de sorte que dans le cas où le cylindre de vent est totalement intercepté par les ailes, il ne produit pas le plus grand effet, parce qu'il manque d'issues convenables pour s'échapper après avoir exercé son action.*

Il est certainement à desirer que les ailes des moulins à vent soient aussi courtes que possible; mais, en même temps, on doit faire ensorte de n'employer que la moindre quantité de toile, afin d'éviter les dommages que des rafales de vent peuvent occasionner. La meilleure construction pour les moulins, est donc celle où la quantité de voiles est la plus grande dans un cercle donné, d'après la condition que l'effet se soutienne en proportion avec la quantité de voiles; car autrement l'effet pourrait être augmenté à un certain degré, par un moindre accroissement de voiles sur un plus grand rayon, qu'il n'arriverait, si cet accroissement de voilure avait lieu le rayon restant le même. La forme des ailes la plus avantageuse pour la pratique, est donc celle employée dans les expériences 9 et 10, ainsi qu'on a eu occasion de s'en assurer sur des moulins exécutés en grand.

TABLE IV,

Contenant les résultats de six séries d'expériences faites pour assigner la différence des effets produits relativement aux différentes vîtesses du vent.

N. B. Les ailes étaient de la même espèce et posées dans la même situation que dans les nos 10, 11 et 12 de la Table III. La durée de chaque expérience était d'une minute.

Numéros.	Angle à l'extrém.	Vîtesse du vent en une seconde.	Nombre de révolutions des ailes non chargées.	Nombre de Révolutions des ailes chargées au *maximum* d'effet.	Charge correspond. au *maximum* d'effet.	Plus grande charge.	Produits.	Maximum de charge pour la moitié de la vîtesse.	Nombre de révolutions des ailes.	Produit de la plus petite charge et de la plus grande vîtesse.	Rapport des deux produits.	Rapport de la plus grande vîtesse à la vîtesse au *maximum* d'effet.	Rapport de la plus grande charge à la charge au *maximum*.
		pi. po.			liv.	liv.		liv.					
1	5°	$4\ 4\frac{1}{2}$	96	66	4,47	5,37	295	....	....	.....	....	10 : 6,9	10 : 8,3
2	5	8 9	207	122	16,42	18,06	2003	4,47	180	805	10:27,3	10 : 5,9	10 : 9,1
3	$7\frac{1}{2}$	$4\ 4\frac{1}{2}$	....	65	4,62	.....	300	....	....	.....	....	....	....
4	$7\frac{1}{2}$	8 9	....	130	17,52	.....	2278	4,62	180	832	10:27,8	....	....
5	10	$4\ 4\frac{1}{2}$	91	61	5,03	5,87	307	....	....	.....	....	10 : 6,7	10 : 8,5
6	10	8 9	178	110	18,61	21,34	2047	5,03	158	795	10:26	10 : 6,2	10 : 8,7
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

II. *Observation sur le rapport qui existe entre la vîtesse des ailes, lorsqu'elles ne sont point chargées, et leur vîtesse quand elles sont chargées du poids correspondant au* maximum *d'effet.*

Ces rapports, tels qu'on les a obtenus d'expériences faites sur des ailes de différente construction et diversement inclinées, la vîtesse du vent restant la même, sont consignés dans la 10e colonne de la Table III, où l'on voit que les rapports dont il s'agit varient depuis celui de 10 à 7,7 jusqu'à celui de 10 à 5,8; mais *le plus général entre tous est celui de 3 à 2, à très-peu près.*

Ce même rapport se retrouve encore dans les expériences où l'on a fait varier la vîtesse du vent. On voit, en effet, dans la 13e colonne de la Table IV, que ce rapport est compris entre ceux de 10 à 6,9 et de 10 à 5,9. Il paraît cependant, en général, que la puissance devenant plus grande, soit par l'accroissement de la surface des ailes, soit par l'accroissement de la vîtesse du vent, le second terme du rapport précédent diminue.

III. *Observation sur le rapport entre la plus grande charge que les ailes peuvent soutenir sans s'arrêter, ou, ce qui est la même chose, entre le moindre poids capable de les arrêter, et la charge correspondante au* maximum *d'effet.*

Ces rapports, pour différentes espèces d'ailes et différens degrés d'inclinaison, sont rassemblés dans la 11e colonne de la Table III, où l'on voit qu'ils varient depuis celui de 10 à 6 jusqu'à celui de 10 à 9,2; mais si l'on se borne dans le choix de ces expériences, à celles où les ailes ont été disposées de la manière la plus avantageuse, on remarque que le rapport dont il s'agit a été renfermé entre ceux de 10 à 8 et de 10 à 9, ce qui donne pour un résultat moyen le rapport de 10 à 8,3 ou de 6 à 5. Ce dernier s'accorde à peu près avec ceux de la colonne 14e de la Table IV. Cependant il paraît qu'en général le dernier terme de ce rapport devient moindre lorsque la surface des ailes et leur inclinaison sur le plan du mouvement sont plus grandes.

IV. *Observation sur les effets des ailes, suivant les différentes vîtesses du vent.*

RÈGLE PREMIÈRE.

La vîtesse des ailes d'un moulin non chargé, ou chargé au maximum *d'effet, est proportionnelle à la vîtesse du vent, la figure des ailes et leur inclinaison étant les mêmes.*

Cela est prouvé par la comparaison des nombres portés dans les colonnes 4 et 5 de la Table IV, où les nombres correspondans aux nos 2, 4 et 6 devraient être doubles de ceux correspondans aux nos 1, 3 et 5; mais comme la déviation de ce rapport ne s'élève pas au-delà de celle qui peut être attribuée à l'inexactitude des expériences elles-mêmes, et que ce rapport est rigoureusement exact entre les nos 3 et 4, qui offrent des résultats tirés de deux séries d'expériences faites et répétées le même jour avec beaucoup de soin, résultats qui par cela même, méritent le plus de confiance, on est fondé à en conclure la vérité de la règle qui vient d'être donnée.

RÈGLE DEUXIÈME.

Le poids correspondant au maximum *d'effet est un peu moindre que proportionnel au quarré de la vîtesse du vent, la forme et la position des ailes restant les mêmes.*

Cela paraît en comparant entre eux les nombres de la colonne 6 de la Table IV, où les nos 2, 4 et 6, attendu qu'ils correspondent à une vîtesse double, devraient être quadruples des nos 1, 3 et 5. Au lieu de cela, le no 2 est moindre d'$\frac{1}{14}$; le no 4 moindre d'$\frac{1}{19}$, et le no 6 moindre d'$\frac{1}{13}$. Le plus grand de ces écarts ne s'élève pas au-dessus de celui qu'on peut attribuer à des erreurs inévitables dans ces sortes d'expériences. Mais comme ces expériences, et celles relatives au plus grand poids que la machine peut soutenir, fournissent des résultats qui s'écartent entre eux de la même manière, et qui coïncident d'ailleurs avec des observations dont je dois la communication à M. Rouse, sur la résistance des plans, je suis conduit à supposer une petite déviation par suite de laquelle la charge diffère en moins d'une quantité proportionnelle au quarré de la vîtesse; et puisque les expériences nos 3 et 4 sont celles sur lesquelles on peut compter le plus, on doit conclure qu'en supposant la vîtesse double, la charge correspondante au *maximum* d'effet est moindre d'$\frac{1}{19}$, ou, en nombre rond, d'$\frac{1}{20}$, qu'elle ne serait suivant le rapport précité.

RÈGLE TROISIÈME.

Les effets des mêmes ailes, lorsqu'elles produisent le maximum *d'effet, sont un peu moindres que proportionnels au cube de la vîtesse du vent.*

On a déjà prouvé (règle 1ere) que la vîtesse des ailes au *maximum* d'effet était à peu près proportionnelle à la vîtesse du vent; et, par la règle 2e, que le *maximum* de charge était à peu près comme le quarré de la même vîtesse.

Si ces deux rapports avaient lieu exactement, il s'ensuivrait que l'effet de la machine, qui est le produit de la vîtesse des ailes par le poids dont elles sont chargées, serait en raison triplée de la vîtesse du vent.

Pour savoir comment cette proposition s'accorde avec l'expérience, il faut comparer entre eux les produits consignés dans la 8e colonne de la Table IV. On voit que ceux qui appartiennent aux expériences nos 2, 4 et 6, où la vîtesse du vent était double, devraient être octuples des produits correspondans aux expériences nos 1, 3 et 5, tandis qu'ils se trouvent dans des rapports moindres, savoir : le no 2, moindre d'$\frac{1}{7}$; le no 4, moindre d'$\frac{1}{20}$; le no 6, moindre d'$\frac{1}{6}$ de chacun des produits totaux correspondans.

Maintenant, si l'on s'appuie sur la comparaison des expériences nos 3 et 4, comme le nombre de tours des ailes est proportionnel à la vîtesse du vent, et que la charge correspondante au *maximum* d'effet est, à environ $\frac{1}{20}$ près, proportionnelle au quarré de cette vîtesse, le produit du nombre de tours par la charge, doit se trouver aussi, à $\frac{1}{20}$ près, proportionnel au cube de la vîtesse du vent.

RÈGLE QUATRIÈME.

La charge des mêmes ailes correspondante au maximum *d'effet, est à peu près comme le quarré, et leur effet, comme le cube du nombre de leurs révolutions dans un temps donné.*

Cette règle peut être regardée comme une conséquence des trois précédentes. En effet, si le nombre des révolutions des ailes est comme la vîtesse du vent, toutes quantités qui seront avec cette vîtesse dans un rapport donné, seront dans le même rapport avec le nombre de révolution des ailes : donc si la charge au *maximum* est proportionnelle au quarré, et l'effet au cube de la vîtesse du vent, à $\frac{1}{20}$ près, lorsque la charge est double ; la charge au *maximum* sera aussi comme le quarré, et l'effet comme le cube du nombre de tours des ailes, à $\frac{1}{20}$ près, dans un temps donné, si le nombre de tours est double dans le même temps. Si nous comparons ici les charges correspondantes au *maximum*, colonne 6ᵉ, avec le quarré du nombre des révolutions des expériences 1 et 2, 5 et 6, consignées dans la colonne 5ᵉ, ou bien les produits de ces mêmes nombres, colonne 8ᵉ, avec les cubes du nombre des révolutions, les rapports des quantités comparées, au lieu d'être, comme dans les expériences 3 et 4, au-dessous du rapport, se trouveront au-dessus ; mais, attendu que les séries d'expériences désignées sous les nᵒˢ 1, 2, 5 et 6, ne doivent point obtenir le même degré de confiance que les séries nᵒˢ 3 et 4, nous devons réduire les conséquences qu'on en peut tirer, à celles-ci, savoir : *que dans l'estimation en gros des résultats des grandes machines, la proportion directe des quarrés et des cubes du nombre des révolutions avec la charge au* maximum *et l'effet correspondant, aura lieu aussi exactement que les effets eux-mêmes peuvent être observés ;* et par conséquent, que la règle donnée peut être appliquée à la pratique sans aucune restriction.

RÈGLE CINQUIÈME.

Quand les ailes sont chargées de manière à donner un maximum *d'effet sous une vîtesse donnée, et que celle du vent vient à augmenter, la charge restant la même, 1°. l'accroissement d'effet, celui de la vîtesse étant supposé faible, sera à peu près comme le quarré de cette vîtesse ; 2°. quand la vîtesse du vent sera double, les effets seront à peu près comme 10 à 27 $\frac{1}{2}$; 3°. quand les vîtesses comparées seront plus que doubles de celle sous laquelle le poids donné produit un* maximum, *les effets croîtront à peu près dans le rapport simple de la vîtesse du vent.*

On a déjà prouvé, par les règles 1ʳᵉ et 2ᵉ, que la vîtesse du vent, augmentant, le nombre des révolutions des ailes augmente dans le même rapport, même lorsqu'elles sont chargées d'un poids proportionnel au quarré de leur vîtesse. Donc, si la charge n'est point augmentée de manière à ce qu'elle soit proportionnelle au quarré de la vîtesse, le nombre de révolutions des ailes augmentera de nouveau dans la proportion simple de la vîtesse du vent; c'est-à-dire que la charge continuant d'être la même, le nombre de tours dans un temps donné, sera comme le quarré de la vîtesse du vent, et l'effet produit étant, dans ce cas, proportionnel au nombre de révolutions des ailes, sera aussi comme le quarré de la vîtesse du vent: mais ceci ne doit s'entendre que pour les premiers accroissemens de cette vîtesse.

En second lieu, comme les ailes n'acquerraient jamais au-delà d'une vîtesse donnée, relativement à celle du vent, quoique le poids fût réduit à rien; il s'ensuit que la charge continuant d'être la même, plus la vîtesse du vent augmente, plus, malgré son augmentation progressive, l'effet produit s'écartera d'être proportionnel au quarré de cette vîtesse; de sorte que la vîtesse du vent étant supposée double, les effets, au lieu d'augmenter dans le rapport de 1 à 4, c'est-à-dire, dans le rapport des quarrés des vîtesses, se trouve de 10 à $27\frac{1}{2}$, comme l'expérience le prouve.

Dans la colonne 9e de la Table IV, les charges des expériences nos 2, 4 et 6 sont les mêmes que les charges au *maximum* des expériences nos 1, 3 et 5 dans la colonne 6e. Le nombre de révolutions des ailes chargées des mêmes poids quand la vîtesse du vent est double, est indiqué dans la colonne 10e, et les produits de leur multiplication dans la colonne 11e. Ces produits comparés avec ceux des nos 1, 3 et 5 de la colonne 8e donnent les rapports portés dans la colonne 12e, qui, en tenant compte convenablement des expériences nos 3 et 4, se réduisent moyennement à celui de 10 à $27\frac{1}{2}$.

Enfin la charge continuant d'être la même, perd de plus en plus de son influence, relativement à la puissance du vent, à mesure qu'il acquiert plus de vîtesse; de manière que le nombre de tours des ailes approche de plus en plus de coïncider avec le nombre de tours des ailes non chargées, c'est-à-dire, approche de plus en plus d'être en rapport direct avec la vîtesse du vent. Lorsque la vîtesse du vent est double, le nombre de révolutions des ailes chargées au *maximum* sera double aussi; mais, non chargées, ce nombre de révolutions ne sera pas plus que triple, en vertu de la 2e observation. Le produit ne croîtra donc pas au-delà du rapport de 10 à 30 (au lieu de 10 à $27\frac{1}{2}$), et cela en supposant même que les ailes n'aient point été retardées en élevant le *maximum* de charge par une vitesse soudouble.

On voit par là que quand la vitesse du vent excède le double de celle avec laquelle une charge constante produit un *maximum* d'effet, l'accroissement d'effet qui suit l'accroissement de la vitesse des ailes sera à très-peu près proportionnel à la vitesse du vent; et, enfin, précisément dans ce rapport. On voit aussi par là que les moulins à vent, semblables aux autres espèces de machines employées pour élever l'eau, pour les arrosemens, etc., etc., perdent beaucoup de leur effet entier lorsqu'ils ont à vaincre une résistance invariable.

V. *Observation sur les effets des voiles de différentes grandeurs, leur figure et leur situation étant semblables, et la vitesse du vent étant supposée la même.*

RÈGLE SIXIÈME.

Lorsque les ailes sont semblables de figure et de position, le nombre de leurs révolutions en un temps donné, est réciproquement proportionnel à leur longueur.

Le barreau extrême ayant la même inclinaison sur le plan de son mouvement et la direction du vent, sa vitesse au *maximum* sera toujours dans un rapport donné avec la vitesse du vent; et, par conséquent, quel que soit le rayon ou la longueur de l'aile, la vitesse absolue de son extrémité sera la même, ce qui aura lieu également pour les autres barreaux dont l'inclinaison est la même à des distances proportionnelles de l'axe de rotation; d'où il suit que les extrémités de toutes les ailes semblables, poussées par le même vent, auront la même vitesse absolue, et par conséquent emploieront, pour achever leur révolution, un espace de temps proportionnel à leur longueur, ou, ce qui est la même chose, le nombre de leurs révolutions, dans un temps donné, sera réciproquement proportionnel à cette longueur.

RÈGLE SEPTIÈME.

La charge au maximum *d'effet que des ailes semblables de figure et de position sont capables de supporter à une distance donnée du centre de mouvement, sera comme le cube du rayon.*

La géométrie nous apprend que, dans les figures semblables, les surfaces sont comme les quarrés des côtés homologues; en conséquence, dans les ailes dont il s'agit, la quantité de la voilure sera comme le quarré du rayon. De même, la figure et la position étant supposées semblables, l'impulsion du vent sur chaque partie semblable de la voilure sera proportionnelle à la surface de cette section; et par conséquent l'impulsion sur la surface entière de la voilure sera proportionnelle à cette surface. Mais comme la distance de chaque portion semblable de l'aile au centre de mouvement, est proportionnelle au rayon, la distance du centre d'application de la puissance à ce centre sera aussi proportionnelle à ce rayon; c'est-à-dire que le levier à l'extrémité duquel la puissance agit, sera comme le rayon: donc l'impulsion du vent, eu égard à la surface de la voilure sur laquelle elle est exercée, est proportionnelle au quarré du rayon; et, eu égard au bras de levier à l'extrémité duquel elle est appliquée, est proportionnelle au rayon simple: d'où il suit que la charge au *maximum* que les ailes peuvent supporter à une distance donnée de l'axe, est comme le cube de leur longueur.

RÈGLE HUITIÈME.

L'effet des ailes de position et de figure semblables, est proportionnel au quarré du rayon.

Il est prouvé par la règle 6ᵉ, que le nombre de révolutions faites dans un temps donné, est en raison inverse du rayon. Il suit de la règle 7ᵉ, que la longueur du levier à l'extrémité duquel la puissance agit, lui est directement proportionnelle. Ces rapports égaux et opposés se détruisent donc l'un l'autre. Mais, dans les figures semblables, les quantités de voilures étant comme le quarré du rayon, et l'action du vent proportionnelle à cette quantité de voilures, suivant la règle 7ᵉ, il s'ensuit que l'effet est comme le quarré du rayon.

COROLLAIRE Ier.

Il suit aussi de là qu'en augmentant la longueur de l'aile sans augmenter la quantité de voilure, on n'augmente point la puissance, parce que ce qui est gagné par l'excès de longueur du levier est perdu par la diminution de sa vîtesse de rotation.

COROLLAIRE II.

Si l'on augmente la longueur des ailes, leur largeur restant la même, l'effet croîtra comme le rayon.

VI. *Observation sur la vîtesse de l'extrémité des ailes des moulins, comparée à la vîtesse du vent.*

RÈGLE NEUVIÈME.

La vîtesse de l'extrémité des ailes hollandaises, *ainsi que des ailes* élargies, *soit qu'on les suppose non chargées ou chargées au* maximum *d'effet, est considérablement plus rapide que la vîtesse du vent.*

Des ailes hollandaises non chargées, comme on le voit dans la colonne 8e de la Table III, ont fait 120 révolutions en 52″. Le diamètre de ces ailes étant de 3 pieds 6 pouces, leur vîtesse à leurs extrémités était de 25,4 pieds par seconde. Mais la vîtesse du vent qui met la machine en mouvement étant de 6 pieds dans le même temps, nous aurons cette proportion :

$$6 : 25,4 :: 1 : 4,2.$$

La vîtesse de l'extrémité des ailes était donc, dans ce cas, 4 fois $\frac{2}{10}$ plus grande que celle du vent.

On trouvera de la même manière, que la vîtesse du vent, comparée à celle de l'extrémité des ailes chargées au *maximum* et faisant 93 révolutions en 52″, est dans le rapport de 1 à 3,3, c'est-à-dire que l'extrémité des ailes se meut 3 fois $\frac{3}{10}$ plus vîte.

La Table suivante contient six exemples d'ailes *hollandaises*, et quatre exemples d'ailes *élargies*, diversement posées, mais soumises à l'action d'un vent constant ayant 6 pieds de vîtesse par seconde.

Ces exemples sont tirés de la Table III. Elle contient en outre six autres exemples d'ailes hollandaises placées en différentes positions, et dans des circonstances où la vîtesse du vent est différente; ces exemples sont tirés de la Table IV.

TABLE V,

Contenant les rapports de la vîtesse des extrémités des ailes à la vîtesse du vent.

Numéros.	Numéros des Tables III et IV.	Angles à l'extrémité.	Vîtesse du vent par seconde.	Rapport de la vîtesse du vent à la vîtesse de l'extrémité des ailes		
				non chargées.	chargées.	
1	8	0°	6 pieds 0	1 : 4,2	1 : 3,3	
2	9	3	6 0	1 : 4,2	1 : 2,8	
3	10	5	6 0	....	1 : 2,75	
4	11	7	6 0	1 : 4,	1 : 2,7	
5	12	10	6 0	1 : 3,8	1 : 2,6	
6	13	12	6 0	1 : 3,5	1 : 2,3	De la Table III.
7	14	$7\frac{1}{2}$	6 0	1 : 4,3	1 : 2,6	
8	15	10	6 0	1 : 4,1	1 : 2,6	
9	16	12	6 0	1 : 4,	1 : 2,3	
10	17	15	6 0	1 : 3,35	1 : 2,2	
11	1	5	4 $4\frac{1}{2}$	1 : 4,	1 : 2,8	
12	2	5	8 9	1 : 4,3	1 : 2,6	
13	3	$7\frac{1}{2}$	4 $4\frac{1}{2}$	....	1 : 2,8	
14	4	$7\frac{1}{2}$	8 9	....	1 : 2,7	De la Table IV.
15	5	10	4 $4\frac{1}{2}$	1 : 3,8	1 : 2,6	
16	6	10	8 9	1 : 3,4	1 : 2,3	
1	2	3	4	5	6	

On voit par cette suite d'exemples, que quand les extrémités des ailes hollandaises sont parallèles au plan de rotation, ou placées à angles droits sur la direction du vent et de l'axe, comme on le pratique ordinairement en Angleterre, leur vîtesse, en ne les supposant point chargées, est au-delà de 4 fois, et, en les supposant chargées au *maximum*, au-delà de 3 fois plus grande que la vîtesse du vent; tandis que la vîtesse aux extrémités des ailes hollandaises disposées de la manière la plus avantageuse est, lorsqu'elles ne soutiennent aucune charge et lorsqu'elles sont chargées au *maximum*, 4 fois plus grande que la vîtesse du vent, dans le premier cas, et 2 fois $\frac{7}{10}$ plus grande dans le second. Quant aux ailes élargies, la vîtesse de leurs extrémités est de 2 fois $\frac{6}{10}$ plus grande que la vîtesse du vent.

Nous tirons de là une méthode pour déterminer la vîtesse du vent par l'observation de la vîtesse des ailes des moulins. Car, la longueur de ces ailes étant connue, ainsi que le nombre de leurs révolutions par minute, nous aurons la vîtesse de leurs extrémités, qui, divisée par les nombres suivans, donnera la vîtesse du vent.

Ailes hollandaises dans leur position ordinaire	non chargées	4,2.
	chargées	3,3.
Ailes holland. dans leur position la plus avantageuse	non chargées	4,0.
	chargées	2,7.
Ailes élargies dans leur position la plus avantageuse	non chargées	4,0.
	chargées	2,6.

L'application de ces divisions fournit les résultats suivans :

Si l'on suppose la longueur des ailes de 30 pieds, ce qui est leur longueur ordinaire en Angleterre, et leur charge correspondante au *maximum* d'effet, ce qui est le cas le plus général des moulins à blé, on trouvera : *Lorsque les ailes hollandaises, dans leur position ordinaire, feront* 3 *tours par minute, que la vîtesse du vent sera de* 2 *milles par heure.*

Lorsque, dans leur position la plus avantageuse, elles feront 4 *tours par minute, la vîtesse du vent sera de* 4 *milles par heure.*

Enfin, *lorsque des ailes* élargies, *placées dans la position la plus avantageuse, feront* 6 *tours par minute, la vîtesse du vent sera de* 5 *milles par heure.*

La Table suivante m'a été communiquée par mon ami M. Rouse; elle paraît avoir été construite avec beaucoup de soin, d'après un nombre considérable de faits et d'expériences relatifs à l'objet de ce Mémoire. Je l'insère ici telle qu'il me l'a envoyée. Mais je dois observer que les expériences dans lesquelles la vîtesse du vent excède celle de 50 milles par heure, ne méritent pas le même degré de confiance que les expériences où la vîtesse du vent n'est que de 50 milles par heure, et au-dessous.

On doit observer aussi que les nombres portés dans la colonne 3^e représentent la force du vent calculée en la supposant proportionnelle au quarré de sa vîtesse, ce qui, pour les vîtesses modérées, s'accorde à très-peu près, comme nous l'avons vu, avec les résultats de l'expérience.

TABLE VI,

Contenant les vîtesses et forces du vent, suivant les différens noms dont il est appelé.

Vîtesse du vent. Milles par heure.	Vîtesse du vent. Pieds par seconde.	Force perpendiculaire sur une surface d'un pied superficiel, en livres *avoir du poids*.	Désignation vulgaire de la force du vent.
1	1,47	liv. ,005	A peine sensible.
2	2,93	,020	Brise légère.
3	4,40	,044	
4	5,87	,079	Vent frais.
5	7,33	,123	
10	14,67	,492	Vent bon frais.
15	22,00	1,107	
20	29,34	1,968	Forte brise.
25	36,67	3,075	
30	44,01	4,429	Vent impétueux.
35	51,34	6,027	
40	58,68	7,873	Rafale.
45	66,01	9,963	
50	73,35	12,300	Tempête.
60	88,02	17,715	Grande tempête.
80	117,36	31,490	Ouragan.
100	146,70	49,200	Ouragan qui déracine les arbres, renverse les maisons, etc.
1	2	3	

VII. *Observation sur l'effet absolu produit par une vîtesse de vent donnée sur des ailes de grandeur et de position déterminées.*

Les praticiens ont observé que quand des ailes hollandaises, placées à l'ordinaire, faisaient 13 révolutions par minute, les moulins auxquels elles étaient appliquées effectuaient un travail moyen, et alors, par une conséquence de l'article précédent, la vîtesse du vent est de 8 milles $\frac{2}{3}$ par heure, ou de 12 pieds $\frac{2}{3}$ par seconde, ce qu'on appelle communément *vent bon frais*.

Les expériences présentées dans la Table IV, sous le n° 4, ont été faites avec un vent dont la vitesse était de $8^{\text{pieds}}\frac{3}{4}$ par seconde. Si donc elles eussent été faites avec un vent de $12^{\text{pieds}}\frac{2}{3}$ de vîtesse par seconde, l'effet, d'après la règle 3ᵉ, aurait été 3 fois plus grand, parce que le cube de 12 $\frac{2}{3}$ est 3 fois plus grand que le cube de 8 $\frac{3}{4}$.

Nous avons trouvé par ces expériences, n° 4, Table IV, que la vîtesse du vent étant de $8^{\text{pieds}}\frac{3}{4}$ par seconde, les ailes faisaient 130 révolutions en une minute, avec une charge de $17^{\text{liv.}}$,52. Or par les observations qui précèdent la série d'expériences dont il s'agit, nous avions trouvé que 20 révolutions de ces ailes élevaient le plateau et le poids dont il était chargé, à la hauteur de 11 pouces $\frac{3}{10}$: 130 révolutions l'éleveront donc à 73 pouces $\frac{45}{100}$, hauteur qui, multipliée par $17{,}53^{\text{lb}}$, donne un produit de 1287 pour l'effet des ailes hollandaises dans leur position la plus avantageuse, quand la vîtesse du vent est de $8^{\text{pieds}}\frac{3}{4}$ par seconde. Ainsi ce produit étant multiplié par 3, donnera 3861 pour l'effet des mêmes ailes, quand la vîtesse du vent est de 12 fois $\frac{1}{3}$ par seconde.

Suivant Desaguliers, la force d'un homme, travaillant pendant plusieurs heures de suite, équivaut à la force nécessaire pour élever un muid d'eau à la hauteur de 10 pieds dans l'espace d'une minute (*). Maintenant un muid (*hogshead*) contenant 63 *gallons*, étant réduit en livres *avoir du poids*, et l'élévation en pouces, on aura, pour le produit de ce poids par la hauteur de son ascension, le nombre 76800, qui est 19 fois plus grand que la force des ailes ci-dessus mentionnées, soumises à l'action d'un vent de 12 pieds $\frac{1}{2}$ par seconde. Si donc, suivant la règle 8ᵉ, nous multiplions la racine quarrée de 19, ou 4,46 par 21 pouces, longueur de l'aile qui produit l'effet 3861, nous aurons 93,66 pouces, ou $7^{\text{pieds}}\,9^{\text{pouces}}\,\frac{1}{2}$ pour le rayon de l'aile hollandaise, qui, placée dans la position la plus avantageuse, produit un effet égal à celui de la puissance moyenne de l'homme. Mais si elles sont placées comme on les dispose or-

---

(*) Les mesures dont il s'agit ici sont des mesures anglaises, dont il est aisé de faire la réduction en mesures métriques. Voyez ci-dessus, pages 4 et 11.

dinairement, leur longueur doit être augmentée dans le rapport de la racine quarrée de 442 à celle de 639, ainsi que nous allons le faire voir.

Les produits correspondans au *maximum* d'effet dans les expériences 8 et 11 de la Table III, sont entre eux comme 442 : 639 $\frac{1}{2}$. Mais par la règle 8ᵉ, les effets des ailes de différens rayons sont comme les quarrés de ces rayons; par conséquent les racines quarrées des produits ou effets sont dans le rapport simple de ces rayons: donc la racine quarrée de 442 est à la racine quarrée de 639 comme 93,66 : 112,66 = $9^{\text{pieds}}\,4^{\text{pouces}}\,\frac{2}{3}$.

Si les ailes sont élargies, nous aurons, d'après les expériences 11 et 15 de la Table III, la racine quarrée de 820 est à celle de 639 :: 93,66 : 82,8 = $6^{\text{pieds}}\,10^{\text{pouces}}\,\frac{3}{4}$; de sorte que nous aurons en nombres ronds le rayon d'une aile de moulin de figure semblable aux différens modèles mis en expérience, dont la puissance moyenne sera égale à celle de l'homme, savoir :

Le rayon des ailes hollandaises, dans leur position ordinaire, sera de.................................. $9^{\text{pieds}}\,\frac{1}{2}$.

Dans leur position la plus avantageuse, il sera de... 8 ».

Celui des ailes élargies, dans leur meilleure position, sera de.. 7 ».

Supposons maintenant que le rayon des ailes soit de 30 pieds, et qu'elles soient élargies conformément au modèle des expériences 14 et 15 de la Table III: divisant 30 par 7, nous aurons 4,28, dont le quarré est 18,3; ce sera, suivant la règle 7ᵉ, la puissance d'une aile de 30 pieds, relativement à celle d'une aile de 7, c'est-à-dire qu'en supposant un travail moyen, la puissance d'une aile de 30 pieds sera égale à celle de 18 hommes $\frac{3}{10}$, ou de 3 chevaux $\frac{2}{3}$, le travail de cinq hommes compté comme équivalant à celui d'un cheval.

Comme l'effet des ailes hollandaises, dans leur position ordinaire, est moindre, à longueur égale, dans le rapport de 820 à 442, l'effet de ces ailes équivaudra à peine à la puissance de 10 hommes ou de 2 chevaux.

J'ai eu occasion de vérifier que ces calculs ne sont pas purement spéculatifs, et sont susceptibles d'être appliqués avantageusement à la pratique. En effet, dans un moulin à huile dont les ailes élargies avaient 30 pieds de rayon et faisaient tourner deux meules verticales qui écrasaient de la graine de navette, j'ai observé que quand les ailes faisaient 11 révolutions par minute, cas dans lequel, suivant l'observation VI, page 59, la vîtesse du vent était d'environ 13 pieds par seconde; les meules faisaient 7 tours par minute, tandis que deux chevaux employés pour les faire mouvoir ne leur faisaient faire à peine que 3 tours $\frac{1}{2}$ dans le même temps. Enfin on s'est assuré de la supériorité réelle des ailes élargies sur les ailes hollandaises ordinaires, non-seulement dans les circonstances où elles ont été appliquées à des moulins neufs, mais encore dans les circonstances où elles ont été substituées à des ailes d'ancienne construction.

VIII. *Observation sur les moulins à vent horizontaux, et sur les roues à eau avec des palettes obliques.*

Quelques personnes, en observant les effets des moulins à vent ordinaires avec des ailes obliques, ont été conduites à imaginer que si ces ailes étaient disposées de manière à recevoir l'impulsion directe du vent comme un vaisseau cinglant vent arrière, ce serait, sous le rapport de l'augmentation de la puissance, un perfectionnement considérable. D'autres personnes, considérant au contraire les effets extraordinaires et souvent inattendus des ailes obliques des moulins à vent, ont été conduites à penser que des palettes obliques, appliquées aux moulins à eau, les rendraient capables de produire des effets qui l'emporteraient autant sur les effets des moulins à eau ordinaires, que les moulins à vent verticaux ont été trouvés l'emporter sur tous les moulins à vent horizontaux que l'on a essayé d'établir. Ces deux considérations, et spécialement la première, paraissent si plausibles, qu'aucune des dernières années ne s'est écoulée sans qu'on ait vu quelqu'un assidument occupé de mettre à exécution un projet de cette nature. Il n'est donc point hors de notre propos d'essayer ici d'éclaircir cette matière.

Soit (Planche III, fig. 2e.) *ab* la section d'un plan sur lequel le vent souffle dans la direction *cd*, avec une vîtesse capable de parcourir l'espace *be*, dans un temps donné, dans une seconde, par exemple. Que l'on conçoive le plan *ab* mu parallèlement à lui-même dans la direction *cd;* maintenant si ce plan se meut avec la même vîtesse que le vent, c'est-à-dire si le point *b* parcourt l'espace *be* dans le même temps qu'une particule d'air parcourrait le même espace, il est évident que dans ce cas il n'y a ni pression, ni impulsion du vent sur le plan. Mais si le plan se meut dans la même direction avec une vîtesse moindre que celle du vent, de manière que le point *b* de ce plan parvienne en *f* dans le même temps qu'une particule d'air partant au même instant du point *b* parvient en *e*, alors la ligne *bf* exprimera la vîtesse du plan, et la vîtesse relative du vent par rapport à celle-ci sera représentée par la ligne *fe*. Supposons que le rapport de *fe* à *be* soit donné, et celui de 2 à 3, par exemple; représentons par la ligne *ab* l'impulsion du vent sur le plan *ab*, quand il agit avec sa vîtesse entière *be*; mais, quand il agit avec sa vîtesse relative *fe*, que cette impulsion soit représentée par quelque partie aliquote de *ab*, telle par exemple, que les $\frac{4}{9}$ de cette ligne, alors les $\frac{4}{9}$ du parallélogramme *af* représenteront la puissance mécanique du plan, c'est-à-dire, $\frac{4}{9}\,ab \times \frac{1}{3}\,be$.

Soit, en second lieu, la section *in* du plan choqué, inclinée de telle manière que la base *ik* du triangle rectangle *ikn* soit égale à *ab*, et la perpendiculaire $nk = be$. Supposons que le vent frappe le plan *in* suivant la direction *lm* perpendiculaire à *ik*; alors, suivant les règles connues des forces obliques, l'impulsion du vent sur le plan *in* qui tend à le mouvoir dans la direction *lm* ou *nk*, sera représentée par la base *ik*, tandis que la partie de l'impulsion qui tend à mouvoir le plan dans la direction *ik* sera exprimée par la perpendiculaire *nk*. Supposons que le plan ne soit mobile que dans la direction *ik* seulement, c'est-à-dire le point *i* suivant la ligne *ik*, et le point *n* suivant la ligne *nq* parallèles entre elles. Il est évident maintenant que si le point *i* parcourt la ligne *ik* dans le même temps qu'une particule d'air partant du point *n* parcourt la ligne *nk*, cette particule d'air et le point *i* arriveront simultanément au point *k*, et par conséquent, dans ce cas aussi, il n'y a ni pression, ni choc de l'air sur le plan *in*. Soit *io* à *ik* comme *bf* à *be*, et que le plan *in* se meuve de manière que le point *i* arrive en o et que in prenne la position oq dans le même temps qu'une particule de vent traverse l'espace nk; comme oq est parallèle à in, la ligne nk sera, par les propriétés des triangles semblables, coupée en p, de manière que l'on aura $np=bf$ et $pk=fe$. D'où l'on voit que le plan in, en prenant la position oq, se soustrait lui-même à l'action du vent, de la même quantité np que le plan ab se soustrait à la même action en prenant la position fg. Donc, les lignes pk et fe étant égales entre elles, l'impulsion relative du vent pk sur le plan oq sera égale à l'impulsion relative du vent fe sur le plan fg; et puisque l'impulsion du vent sur ab, avec la vîtesse relative fe dans la direction be, est représentée par $\frac{4}{9}$ de ab, l'impulsion relative du vent sur le plan in, dans la direction de nk, sera semblablement représentée par $\frac{4}{9}$ de ik, et l'impulsion du vent sur le plan in, avec la vîtesse relative pk, dans la direction ik, sera représentée par $\frac{4}{9}$ de nk. La puissance mécanique du plan in, dans la direction ik, sera donc les $\frac{4}{9}$ du parallélogramme iq, c'est-à-dire, $\frac{1}{3} ik \times \frac{4}{9} nk$: ou, à cause de $ik=ab$ et de $nk=be$, nous aurons $\frac{4}{9} iq = \frac{1}{3} ab \times \frac{4}{9} be = \frac{4}{9} ab \times \frac{1}{3} be = \frac{4}{9}$ de la superficie du parallélogramme af. De là nous déduirons la proposition suivante :

THÉORÈME GÉNÉRAL.

Tous les plans qui, situés d'une manière quelconque, interceptent la même section du vent et ont la même vîtesse relative par rapport à celle du vent, l'une et l'autre étant estimées dans la même direction, ont une puissance égale pour produire des effets mécaniques.

En effet, ce qui est perdu par l'obliquité de l'impulsion est gagné par la vîtesse du mouvement imprimé.

Il suit de là qu'une voile oblique comparée à une voile directe, n'éprouve aucun désavantage sous le rapport de la puissance, excepté celui qui provient de la diminution de sa largeur, comparée à la section du vent, la largeur in étant, par l'effet de l'obliquité, réduite à la largeur ik.

Le désavantage des moulins horizontaux ne consiste donc point en ce que chaque voile exposée directement au vent, est capable d'une puissance moindre qu'une voile oblique des mêmes dimensions, mais en ce que, dans un moulin à vent horizontal, il n'y a qu'un peu plus d'une voile sur laquelle le vent agisse, tandis que dans les moulins à vent ordinaires, le vent agit contre les quatre ailes en même temps. Supposant donc chaque aile d'un moulin à vent horizontal des mêmes dimensions que chacune des ailes d'un moulin à vent vertical, il est manifeste que la puissance d'un de ces derniers, composé de quatre ailes, sera quatre fois plus grande que la puissance d'un moulin horizontal, quel que soit le nombre de ses ailes. Ce désavantage dérive de la nature même de la chose. Mais si nous en considérons un plus éloigné, celui qui provient de la difficulté qu'éprouvent les ailes postérieures à se mouvoir contre le vent, nous ne serons point surpris de trouver que la puissance de cette espèce de moulins n'est réellement que la 8ᵉ ou la 10ᵉ partie de la puissance des moulins ordinaires, ce dont on est assuré par quelques tentatives qui ont été faites sur cet objet.

On doit s'attendre à retirer aussi peu d'avantage des palettes obliques appliquées aux moulins à eau. En effet, la puissance de la même section d'un courant d'eau n'est pas plus grande quand ce courant agit sur une aile oblique, que lorsque ce courant agit directement sur cette aile; l'avantage que l'on peut obtenir en interceptant une plus grande section, et que l'on peut rechercher quelquefois dans le cas d'une rivière ouverte, sera contre-balancé par l'excès de résistance que ces ailes rencontreront à se mouvoir dans une direction perpendiculaire à celle du courant, tandis que les palettes ordinaires des roues à aubes se meuvent à peu près dans la même direction que le courant.

La démonstration géométrique que nous venons de donner étant générale, et prouvant qu'un angle d'obliquité quelconque présente le même avantage, on est fondé à demander ici, pourquoi nous avons trouvé par nos expériences, qu'un certain angle d'inclinaison du plan des ailes était préférable à tous les autres? On doit observer que si la largeur de la voile *in* est donnée, plus l'angle *kin* sera grand, plus la base *ik* qui représente la section d'air interceptée sera petite: d'un autre côté, plus l'angle *kin* sera aigu, plus la perpendiculaire *kn* sera petite; c'est-à-dire, l'impulsion du vent dans la direction *ik* étant moindre, et la vitesse de l'aile plus grande, la résistance du milieu sera plus grande également. Il suit de là que, comme il y a d'un côté diminution de la section de vent interceptée, et de l'autre côté, un accroissement de résistance, il existe un angle d'inclinaison sous lequel le désavantage produit par la réunion de ces deux causes est le moindre de tous. Mais comme l'obstacle au mouvement que présente la résistance de l'air dérive plutôt d'une considération physique que d'une considération géométrique, c'est par l'observation que l'on doit assigner l'angle dont il s'agit.

Scholie.

En faisant les expériences contenues dans les Tables III et IV, les gravités spécifiques de l'air, qui sont différentes en différens temps, firent varier proportionnellement la charge de la machine, quoique la vitesse du vent demeurât la même. Or une certaine variation dans le poids de l'air ne provient point seulement de la variation du poids de chacune des colonnes de l'atmosphère, mais encore de la différence de leur température, et peut-être de quelques autres causes. Quoi qu'il en soit, les irrégularités occasionnées par les variations de la pesanteur de l'air furent jugées trop petites pour qu'on jugeât nécessaire d'en tenir compte avant d'avoir fait les principales expériences, et d'en avoir comparé les résultats. Ces résultats et les expériences qui suivirent donnèrent lieu d'observer que les variations de pesanteur dont il s'agit, étaient capables de produire des effets sensibles. Cependant, comme toutes les expériences que nous avons rapportées furent faites en été, dans le courant de la journée, et à couvert, nous pouvons supposer que la principale source d'anomalie était la variation du poids des colonnes de l'atmosphère en différens temps. Mais, comme cette variation s'élève rarement au-dessus d'un 15^e du poids total de ces colonnes, et que toutes les conséquences que nous avons déduites de nos expériences sont le résultat moyen d'un grand nombre d'épreuves dont plusieurs ont été faites dans des circonstances différentes, on est fondé à présumer que ces conclusions approchent de la vérité, et suffisent pour fournir des règles pratiques propres à perfectionner les constructions des machines de ce genre, objet que nous nous sommes principalement proposé.

EXAMEN EXPÉRIMENTAL

De la quantité et de la proportion de la puissance mécanique nécessaire pour imprimer différens degrés de vîtesse aux corps graves passant du repos au mouvement.

Par M. John SMÉATON.

Isaac Newton publia, pour la première fois, ses principes de la philosophie naturelle vers l'année 1686; et, conformément au langage reçu par les Mathématiciens de ce temps, il appela quantité de mouvement le produit de la vîtesse par la masse. Bientôt après, l'exactitude de cette définition fut contestée par quelques philosophes, qui prétendirent que la quantité de mouvement devait se mesurer par le produit de la masse et du quarré de la vîtesse. Il est certain que des forces ou impulsions égales, agissant pendant des intervalles de temps égaux, impriment à des corps mobiles des accroissemens égaux de vîtesse, quand le milieu où ils se meuvent ne présente point de résistance. Ainsi la gravité imprime à un corps qui obéit à son impulsion pendant une seconde, une vîtesse capable de faire parcourir uniformément à ce corps un espace de 32 pieds 2 pouces. En continuant son action pendant 2 secondes, elle imprimera à ce mobile une vîtesse uniforme précisément double de la première; c'est-à-dire, de 64 pieds 4 pouces par seconde. Maintenant si, en conséquence de cet accroissement égal de vîtesse en des temps égaux, produit par l'action continuée de la même force, nous appelons *quantité double de mouvement*, le mouvement qui est engendré dans une masse donnée de matière par l'action d'une même force exercée pendant un temps double, cette définition s'accordera avec celle de Newton rappelée ci-dessus ; tandis qu'il résulte des expériences entreprises sur l'action des corps en mouvement, que toutes les fois qu'un mobile est animé d'une force quelconque, l'impression qu'il produit sur un milieu uniformément résistant, ou sur des obstacles successifs uniformément disposés, est proportionnelle au produit de sa masse par le quarré de sa vîtesse. La question se réduit donc à savoir si ces expressions : *quantité de mouvement, momens des corps en mouvement*, que l'on a regardées comme synonimes, doivent, pour parler plus exactement, désigner des quantités égales, doubles ou triples, produites par l'effet d'une impulsion uniforme, agissant pendant un temps égal, double ou triple ; ou si ces expressions doivent s'appliquer à des effets égaux, doubles ou triples, produits en surmontant les résistances qui peuvent être opposées à un corps en mouvement. Car, selon que l'on entendra ces expressions dans l'un ou l'autre sens, il s'ensuivra nécessairement que les momens de mobiles égaux seront comme leurs vîtesses, ou comme les quarrés de leurs vîtesses : et quelque définition que l'on adopte pour l'expression *quantité de mouvement*, il est certain qu'en ayant convenablement égard aux circonstances qui particularisent l'application qu'on fait de cette expression, le calcul doit toujours conduire au même résultat.

Je n'aurais donc pas cru cette matière digne d'occuper la Société royale, si je n'avais pas reconnu que non-seulement quelques praticiens et moi, mais encore quelques-uns des écrivains les plus estimés, ont été exposés à tomber dans l'erreur, en appliquant ces notions à la construction des machines ; parce qu'ils ont oublié quelquefois, ou négligé de faire entrer en considération les circonstances particulières à la question. Ces erreurs, déjà importantes par elles-mêmes, sont encore d'une grande conséquence pour le public, en ce qu'elles tendent à éloigner les mécaniciens du but qu'ils se proposent dans des ouvrages plus ou moins dispendieux, dont l'exécution se présente tous les jours.

Desaguliers, dans son second volume de la Philosophie expérimentale, traitant la question de la force des corps en mouvement, après avoir pris beaucoup de peine pour montrer que la dispute à laquelle cette question avait donné lieu pendant 50 ans, se réduisait à une dispute sur la signification des mots, et que l'on parvenait au même résultat quand les choses étaient entendues convenablement dans l'ancienne et la nouvelle opinion, ainsi qu'il les distingue l'une de l'autre; nous dit, entre autres choses, que ces deux opinions peuvent se concilier aisément dans ce cas-ci; savoir: que la roue d'un moulin à eau, frappée par dessous, est capable de produire un travail quadruple, au lieu d'un travail double seulement, quand la vîtesse de l'eau est double: « parce que, dit-il, » l'ouverture de la vanne étant la même, nous trouvons que, » comme la vîtesse de l'eau est double, il y a un nombre double » de particules d'eau qui sortent de cette ouverture; ainsi la palette » est frappée par une quantité double de matière qui se meut avec » une vîtesse double; d'où il suit que l'effet total doit être qua- » druple, quoique le choc instantané de chaque particule de fluide » croisse seulement dans le rapport simple de la vîtesse. » (Voyez le volume 2^e, notes sur la leçon 6^e, page 92.)

Il nous dit de plus dans le même volume, leçon 12^e, page 424, en rappelant ce qui précède: « La connaissance des particularités » que l'on vient d'exposer est absolument nécessaire pour faire » agir une roue à aubes; mais l'avantage que l'on peut en retirer » serait encore ignoré, et nous serions encore à trouver la limite » du travail qu'elle peut exécuter, si on ne connaissait pas l'ingé- » nieuse proposition par laquelle M. Parent, membre de l'Académie » des sciences, nous a appris quel était le *maximum* en ce cas, » proposition d'où il résulte, qu'une roue à aubes peut produire » le plus grand effet, quand sa vîtesse est le tiers de la vîtesse de » l'eau qui la frappe, etc.; parce qu'alors les deux tiers de l'eau » sont employés à frapper les aubes de la roue avec une force » proportionnelle au quarré de sa vîtesse: si nous multiplions la » surface de l'ajutage ou de l'ouverture de la vanne par la hauteur » de l'eau, nous aurons la colonne d'eau qui met la roue en mou- » vement. La roue, animée de ce mouvement, soutiendra une » charge égale aux $\frac{4}{9}$ de celle qui la tiendra en équilibre; mais le » poids qu'elle peut mouvoir avec la vîtesse dont elle est animée, » sera le tiers du poids capable de lui faire équilibre; c'est-à-dire, » les $\frac{4}{27}$ de celui de la première colonne, etc.: c'est le plus grand » effet que l'on puisse en attendre. »

La même conclusion a été également adoptée par M. *Maclaurin*, dans l'article 907, page 728 de son Traité des Fluxions, où, rapportant le calcul relatif à la proposition de M. Parent, il dit : « Que » si A représente le poids qui ferait équilibre à la force du cou- » rant, quand sa vîtesse est a, et que V représente la vîtesse uni- » forme de la partie de la machine frappée par le courant, etc. » Cette machine produira le *maximum* d'effet lorsque V sera égal » à $\frac{a}{3}$; c'est-à-dire, si le poids élevé par la machine est moindre » que le poids qui ferait équilibre à la puissance, dans la propor- » tion de 4 à 9, le moment de la charge correspondante au *maximum* » sera $\frac{4Aa}{27}$. »

Trouvant que ces conclusions s'écartaient beaucoup de la vérité, et voyant par plusieurs autres circonstances que les règles pratiques suivies dans la construction des moulins à eau et des moulins à vent, n'étaient exposées qu'imparfaitement par tous les auteurs que j'avais eu l'occasion de consulter (*) ; je commençai en 1751, une suite d'expériences sur cette matière. Ces expériences, ainsi que les conséquences que j'en tirai, ont déjà été communiquées à cette

(*) Bélidor, dans son Architecture hydraulique, tome Ier, page 286, préfère beaucoup les roues mues par-dessous, aux roues mues par-dessus, et essaie de démontrer que l'action de l'eau appliquée aux premières produit un effet six fois plus considérable que lorsqu'elle est appliquée aux secondes. Desaguliers, au contraire, s'efforce de combattre les propositions de Bélidor, et préfère les roues à pots aux roues à aubes. Il dit (Note sur la leçon 12e, vol. 2, p. 532), que d'après sa propre expérience, « un moulin à augets bien exécuté pourra » moudre la même quantité de bled dans le même temps, avec dix fois moins » d'eau qu'un moulin à aubes. Ainsi l'on voit que les résultats donnés par Bélidor et Desaguliers varient entre eux dans un rapport qui n'est pas moindre que celui de 60 à 1.

De plus, Bélidor avance, tome 2, page 72, que le centre de gravité de chacune des ailes d'un moulin à vent se meut dans le cercle qu'il décrit avec une vîtesse qui est égale au tiers de la vîtesse du vent; de sorte qu'en supposant de 20 pieds la distance de ce centre de gravité au centre de rotation (*Ibid.* p. 58, art. 849.), la circonférence décrite sera de plus de 126 pieds anglais. Par conséquent, lorsqu'un moulin fait 20 révolutions par minute, ce qui arrive fréquemment par un vent frais, et toutes les ailes étant déployées, il faudrait que la vîtesse du vent fût de plus de 18 mille par heure, c'est-à-dire, égale à celle du vent lors des ouragans les plus forts que nous éprouvions dans ce climat.

Société, qui les a publiées dans le 21^e volume de ses Transactions pour l'année 1759. La communication que j'en donnai me procura l'honneur de recevoir de notre digne président, le feu comte de *Macclesfied*, la médaille annuelle fondée par M. *Godefroy Copley*. Ces observations et les conséquences que j'en déduisis n'ont été jusqu'à présent, du moins que je sache, contestées par personne. Ayant été depuis cette époque employé à diriger la construction d'un grand nombre de moulins, qui tous ont été exécutés conformément aux principes tirés de ces expériences, j'ai eu plusieurs occasions de comparer les effets produits avec ceux que le calcul avait annoncés; et l'accord que j'ai toujours trouvé entre ces effets me paraît devoir établir pleinement la vérité des règles d'après lesquelles les constructions ont été dirigées, soit que l'application de ces règles ait été faite à des machines en grand, ou à des modèles exécutés sur une échelle plus petite.

Quant à l'explication donnée par *Désaguliers*, dans le premier exemple rapporté ci-dessus, explication que je trouve généralement adoptée, on a vu dans la Théorie des Machines, page 20, I^{re} partie, règle IV de mon premier essai, que lorsque la vitesse de l'eau est double, l'ouverture de la vanne restant la même, l'effet est trois fois plus grand; c'est-à-dire proportionnel, non pas au quarré, mais au cube de la vitesse. On a trouvé la même chose en recherchant l'influence de la vitesse du vent sur la puissance dont il est capable. 3^e Partie, règle IV.

La règle de M. Parent, citée dans le second exemple, et adoptée par *Désaguliers* et *Maclaurin*, ne s'écarte pas moins de la vérité que l'explication précédente. Car, si cette règle était vraie, les $\frac{4}{27}$ seulement de l'eau dépensée pourraient être élevés à la hauteur du réservoir d'où elle serait descendue, et cela, abstraction faite de toutes les espèces de frottement, etc., qui diminueraient encore ce produit; c'est-à-dire, qui le réduiraient à moins de la 7^e partie de l'eau dépensée; tandis que nous avons vu, table I^{re} de notre I^{er} essai, que, dans quelques-unes des expériences qui y sont relatées, quoique faites sur de petits modèles, l'effet produit était équivalent au travail nécessaire pour élever à la hauteur du réservoir le quart de l'eau dépensée : effet qui, dans les machines en grand, est encore plus considérable, et approche de la moitié de cette dépense, ce qui semble être la limite de l'effet des roues à aubes, comme la totalité de l'eau dépensée serait la limite de l'effet des roues à godets, s'il était possible de les débarrasser de toute espèce de frottement, de la résistance de l'air, etc., page 29.

La vitesse de la roue qui, suivant la détermination de M. Parent, adoptée par *Désaguliers* et *Maclaurin*, ne devrait pas être au-dessus du tiers de la vitesse de l'eau, varie lors du *maximum* d'effet dans les expériences de la table I^re^, entre le tiers et la moitié. Mais dans tous les cas qui y sont rapportés où, comparativement à l'eau dépensée, le *maximum* d'effet a lieu, cas qui se rapprochent davantage de celui d'une machine exécutée en grand, le *maximum* de vitesse de la roue est plus près de la moitié que du tiers de la vitesse de l'eau. La moitié semble donc être le véritable *maximum*, si rien n'était perdu par la résistance de l'air et la dispersion de l'eau que la force centrifuge fait jaillir au-dessus de la roue, etc.; toutes circonstances qui tendent à atténuer le *maximum*, et qui exercent ici une plus grande influence que lorsque le mouvement de la machine est plus lent.

Ayant trouvé que les opinions et les calculs de plusieurs auteurs, sur ces matières, s'accordaient aussi peu avec l'expérience, et que les erreurs dans lesquelles ils étaient tombés, provenaient de ce qu'en raisonnant d'après la définition de Newton, ils avaient négligé de faire attention aux circonstances particulières et accessoires de la question; je pensai qu'il serait utile, notamment pour les praticiens, d'employer un raisonnement qui rendît les erreurs moins faciles à commettre. Afin d'éclaircir parfaitement cette matière, tant pour moi que pour les autres, s'il était possible, je résolus donc d'entreprendre une suite d'expériences à l'aide desquelles on pourrait déterminer la quantité de puissance mécanique qui est dépensée pour imprimer au même corps différens degrés de vitesse. Ce projet fut mis à exécution en 1759; je fis part de mes expériences à plusieurs de mes amis, et notamment à M. *William Russel*.

Dans mes Recherches expérimentales sur la puissance de l'eau et du vent, j'ai défini, I^re^ partie, page 6, ce que j'entendais par le mot *puissance* appliquée à la mécanique pratique, c'est-à-dire, ce que j'appelle maintenant *puissance mécanique*; cette dernière expression, en termes synonymes de ceux que j'employai alors, signifie le produit obtenu en multipliant le poids d'un corps par la hauteur verticale d'où il peut descendre. Ainsi le poids descendant d'une hauteur double est capable de produire un effet mécanique double, et est par conséquent une *puissance mécanique double*. Un poids double descendant de la même hauteur est aussi une puissance double, parce qu'il est également capable de produire un effet double. Un corps donné descendant d'une hauteur verticale donnée, représente la même puissance qu'un corps double descendant de la moitié de la même hauteur; car, en faisant usage de leviers convenables, ces puissances se contrebalanceront réciproquement, conformément aux lois connues de la Mécanique. On doit cependant toujours entendre qu'un corps qui descend verticalement est, en tant qu'on l'emploie à mesurer la puissance mécanique, supposé descendre lentement, comme le contre-poids d'une horloge : car s'il descendait rapidement, il serait sensiblement soumis à une autre loi, celle de l'accélération des graves.

Description de l'Appareil.

AB (planche IV), est la base de cet appareil placé sur une table.

AC. Pilier ou support vertical.

CD. Traverse horizontale, à l'extrémité de laquelle est fixée une plaque *fg* qui est vue ici de profil. Cette plaque est percée d'une petite ouverture destinée à recevoir un pivot *e* fixe au sommet de l'axe vertical *e*B. L'extrémité inférieure de cet axe forme un cône qui s'appuie sur une petite plaque d'acier poli, placée en B.

HI. Cylindre de bois de sapin passant à travers de l'axe, et qui y est fixé. Sur les deux branches de ce cylindre peuvent glisser deux poids de plomb, égaux entre eux, susceptibles d'être retenus sur les deux branches du cylindre HI en un point quelconque de leur longueur, à partir de l'axe vertical jusqu'à leurs extrémités. Les deux poids étant placés à égale distance du centre, et l'axe de rotation B*e* étant vertical, tout le système sera en équilibre sur le point B, et pourra être mis en mouvement par une force d'impulsion avec très-peu de frottemens.

La partie supérieure de l'axe de rotation présente la forme de deux cylindres ou tambours concentriques M, N; le premier ayant un diamètre double de celui du second. Ils portent chacun une petite cheville implantée en o et p sur l'un de leurs côtés.

Q est une pièce de bois susceptible de glisser verticalement sur le montant AC.

Elle porte une petite poulie R, d'environ trois pouces de diamètre, supportée par un axe d'acier mobile sur deux pivots. Le plan de la poulie ne passe point par le milieu de l'axe de rotation vertical Be, mais latéralement à cet axe, de manière à couper à peu près par le milieu l'intervalle compris entre la surface du plus grand cylindre et la surface du plus petit.

S est un léger plateau de balance, destiné à recevoir des poids, il est suspendu à une petite corde qui passe sur la poulie, et se termine par son autre bout à l'un ou l'autre des cylindres M ou N. La pièce mobile Q se place plus haut ou plus bas, afin que la corde, en passant de la poulie sur les tambours M ou N, demeure à peu près horizontale. L'extrémité de la corde opposée à celle qui soutient le plateau, porte un œil qui s'accroche à la cheville o ou p, suivant que l'on fait usage du gros ou du petit cylindre.

Maintenant, ayant enveloppé le tambour d'un certain nombre de révolutions de la corde, et ayant placé un poids dans le plateau S, il est clair que ce poids imprimera un mouvement de rotation à l'axe vertical Be, qui entraînera le levier transversal et les deux poids qui y sont fixés. Ces poids sont les deux corps pesans qu'il s'agit de mettre en mouvement, par l'impulsion de la charge placée dans le plateau. Or, quand le fil est déroulé jusqu'à la cheville o ou p, il s'en dégage, le plateau tombe, cesse d'accélérer le mouvement des corps pesans, et les laisse tourner uniformément avec la vitesse qu'ils ont acquise, jusqu'à ce que cette vitesse s'affaiblisse par le frottement de la machine et la résistance de l'air; et, comme l'un et l'autre sont peu considérables, les corps K et L continuent de se mouvoir pendant quelque temps, sans que leur vitesse éprouve une diminution apparente.

Dimensions de quelques-unes des parties de l'Appareil.

Diamètre des cylindres de plomb ou des corps pesans,	2 pouces	,57.
Longueur des cylindres........................	1	,56.
Diamètre du trou qui les traverse................	0	,72.

Poids de chaque cylindre, 3 livres *avoir du poids*.

Plus grande distance du centre de chacun de ces corps au centre de l'axe de rotation.............................. $8^{\text{pouces}},25$.

Plus petite distance.............................. $3\quad ,92$.

10 révolutions du petit tambour et 5 du grand élèvent le plateau de $25^{\text{pouces}},25$.

Quand les corps sont placés à la plus petite distance du centre de rotation, spécifiée ci-dessus, ils sont alors en effet à la moitié de la plus grande distance de cet axe; car, puisque l'axe lui-même et les leviers cylindriques de bois sont à une distance invariable du centre de rotation, les corps eux-mêmes doivent être rapprochés plus que de la moitié de leur première distance, afin que combinés avec les parties fixes de l'appareil, le centre de gravité des corps se trouve placé précisément à une distance sous-double. Pour déterminer cette distance sous-double, j'implantai sur l'axe un levier du même bois, mais qui ne faisait que le traverser sans passer du côté opposé. Un des corps ayant été placé à l'extrémité de ce levier, à la distance de $8^{\text{pouces}},25$, tout l'appareil fut incliné jusqu'à ce que le levier et le corps devinssent une espèce de pendule, et fit 92 oscillations par minute; et comme un pendule d'une longueur sous-double doit osciller plus promptement, dans la proportion de $\sqrt{1}$ à $\sqrt{2}$, c'est-à-dire dans le rapport de 92 à 130 à peu près, on laissa l'appareil dans le même état d'inclinaison, et l'on fit mouvoir le poids sur le levier jusqu'à ce que le nombre des oscillations fût de 130 par minute.

La distance du poids à l'axe de rotation fut trouvée de $3^{\text{pouces}},92$; ce qui est à peu près de $\frac{1}{10}$ de pouce moindre que la moitié de la plus grande distance.

Cela fait, le double levier fut placé dans l'axe vertical, et les corps pesans ayant été montés dessus, le tout fut disposé convenablement. On fit avec cet appareil les expériences suivantes, chacune desquelles fut répétée assez de fois pour que les résultats en fussent pleinement satisfaisans.

TABLE D'EXPÉRIENCES.

Numéros.	Onces *avoir du poids* mises dans le plateau.	M désigne le plus grand tambour, N le plus petit.	W désigne le grand levier, H le levier réduit à moitié.	Nombre des révolutions du fil autour du tambour.	Temps de la descente du poids mis dans le plateau.	Temps employé à faire 20 révolutions d'un mouvement uniforme.
1	8	M	W	5	14 $\frac{1}{4}$	29″
2	8	N	W	10	28 $\frac{1}{4}$	29 $\frac{1}{4}$
3	8	N	W	2 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{3}{4}$	58 $\frac{1}{2}$
4	32	M	W	5	7	14
5	32	N	W	10	14	14 $\frac{3}{4}$
6	32	N	W	2 $\frac{1}{2}$	7	28 $\frac{3}{4}$
7	8	M	H	5	7	14 $\frac{3}{4}$
8	8	N	H	10	14	15
9	8	N	H	2 $\frac{1}{2}$	7	30 $\frac{1}{4}$
1	2	3	4	5	6	7

Les 58″ $\frac{1}{2}$ indiquées au n° 3 de la 7ᵉ colonne, furent conclues de ce que le corps employa 29″ $\frac{1}{4}$ à faire 10 révolutions d'un mouvement uniforme, et cela afin d'éviter le retardement sensible qui aurait pu survenir et affecter l'observation, si le mouvement avait été continué aussi lentement pendant 20 révolutions.

Nouvelles définitions.

J'ai déjà dit ce que j'entendais par puissance mécanique; mais avant d'aller plus loin, il est nécessaire aussi de définir les expressions suivantes.

J'entends par *impulsion*, *force ou puissance impulsive*, l'effet qu'un corps exerce sur un autre pour le mettre en mouvement, soit que le mouvement ait lieu ou non. La quantité de cette force impulsive peut être mesurée ou par son propre poids, si elle est elle-même un corps pesant, ou par le poids capable de lui faire équilibre. Cette force peut aussi agir immédiatement sur le corps qui doit être mu de manière qu'animée de la même vîtesse, elle reste en contact avec lui, ou lui soit attachée par une corde ou une verge : ou bien elle peut exercer son action par l'intermède d'un levier ou d'un autre instrument mécanique qui imprime au mobile une vîtesse très-différente de la vîtesse du moteur. Mais en comparant ces vîtesses entre elles, celles de la force impulsive doit être ramenée à celle du corps mis en mouvement; c'est-à-dire, que leurs bras de levier respectifs doivent être réduits à une longueur commune : telle est la méthode que nous avons employée dans les conclusions tirées des expériences qui précèdent. Une puissance impulsive d'un poids double, ou qui ne peut être contre-balancée que par un poids double quand son action est transmise par le moyen de leviers égaux, est donc une puissance impulsive de double intensité.

OBSERVATIONS ET CONSÉQUENCES DÉDUITES DES EXPÉRIENCES PRÉCÉDENTES.

1°. On voit par la première expérience que la puissance mécanique employée, consistant en un poids de 8 onces mis dans le plateau, et descendant librement d'une hauteur verticale de 25 pouces $\frac{1}{4}$, représentera la puissance mécanique capable de procurer à deux corps graves, partant de l'état de repos, une vîtesse telle, qu'ils parcourent uniformément l'espace circulaire qu'ils décrivent dans l'espace de 29″. Le temps pendant lequel la puissance mécanique a agi pour produire cet effet, a été de 14″ $\frac{1}{4}$: comme il paraît par la 6ᵉ colonne. Cette puissance mécanique est exprimée par le nombre 202, produit du nombre d'onces mis dans le plateau par le nombre de pouces indiquant la hauteur de laquelle ce poids est descendu; car $8 \times 25\frac{1}{4} = 202$.

2°. Dix révolutions du petit tambour étant égales à cinq révolutions du plus grand, il suit de la seconde expérience que la même puissance mécanique, ou 202, agissant sur les mêmes corps graves pour accélérer leur mouvement, produit absolument le même effet pour engendrer le mouvement des deux corps graves que la puissance mécanique de la première expérience; c'est-à-dire, 20 révolutions en 29″ $\frac{1}{4}$. La petite différence d'un quart de seconde ne s'élevant pas au-dessus de ce qui peut être attribué raisonnablement aux erreurs inévitables provenant du frottement des différentes parties de la machine, de l'imperfection de leurs mesures, de la résistance de l'air, et de l'inexactitude même des observations. Or, comme la puissance impulsive agit ici par un levier dont la longueur est sous-double, eu égard aux corps mis en mouvement; cette puissance impulsive emploie précisément le double de temps pour engendrer la même vitesse.

Conclusion.

Il suit de là que la même puissance mécanique est capable d'imprimer la même vitesse à un corps donné, soit qu'elle agisse pendant un temps plus long ou plus court; mais que le temps employé à produire une action continuée uniformément, est simplement en raison inverse de l'intensité de la puissance impulsive.

3°. La troisième expérience ayant été faite avec deux tours $\frac{1}{2}$ seulement du plus petit tambour, le même poids de 8 onces mis dans le plateau, n'est descendu que de la 4e partie de la première hauteur verticale, et la puissance mécanique employée n'a été que le quart de la première, c'est-à-dire 50 $\frac{1}{2}$. Mais comme un quart de la première puissance mécanique produit la moitié de la première vitesse dans les corps graves mis en mouvement, puisqu'ils font 20 révolutions en 58″ $\frac{1}{2}$, ou à peu près 10 révolutions en 29″, nous pouvons en conclure que la puissance mécanique employée à produire le mouvement du corps, est comme le quarré de la vitesse de ce corps; tandis que cette vitesse est proportionnelle au temps pendant lequel une puissance impulsive de même intensité continue son action : ce que prouve la concordance des nos 2 et 3 de la colonne 6e.

4°. L'appareil de la 4e expérience est le même que celui de la première, avec cette différence, que le poids mis dans le plateau est de 32 onces; c'est-à-dire, que la puissance impulsive est quadruple de celle de la première expérience. Les corps ont ici une vitesse double, car ils font 20 révolutions en 14″, ce qui est un peu moins que la moitié du temps employé à faire 20 révolutions lors de la première expérience. Il paraît aussi que la vitesse acquise est simplement, comme la puissance impulsive, combinée avec la durée de son action : car une impulsion quadruple s'exerçant pendant 7″, au lieu de 14″, engendre une vitesse double, tandis que la puissance mécanique employée à l'engendrer est quadruple, puisque $32 \times 25\frac{1}{3} = 808$. Et, dans ce cas, la puissance mécanique employée étant quatre fois plus grande que la première, il arrive aussi que cette puissance est comme le quarré de la vitesse engendrée; c'est-à-dire dans le même rapport qu'indique la 3ᵉ expérience où la puissance mécanique employée n'est que le quart de la première.

5°. Les cinquième et sixième expériences furent faites avec une puissance mécanique quatre fois plus grande que celles employées dans les 2ᵉ et 3ᵉ expériences respectivement; et, puisqu'elles fournissent les mêmes conséquences que celles que l'on a tirées des expériences 2ᵉ et 3ᵉ, c'est une nouvelle confirmation de ces conséquences et de celle de l'article précédent.

6°. Dans la 7ᵉ expérience, l'appareil a été le même que dans la première, avec cette différence seulement, que les corps sont placés sur les bras du levier à une distance sous-double de l'axe. Cette expérience prouve encore que la même puissance mécanique engendre la même vitesse dans les mêmes corps : car, quoique 20 révolutions soient achevées en 14″ $\frac{3}{4}$ (voyez la colonne 7ᵉ), ce qui est à peu près la moitié du temps employé à achever 20 révolutions dans la première expérience; cependant, puisque les cercles que les corps décrivent dans la 7ᵉ expérience sont la moitié de ceux que décrivent les mobiles dans la première, il est clair que les vitesses absolues acquises par les deux corps, dans les deux cas, sont égales. Mais on voit dans la 6ᵉ colonne que le temps employé pour engendrer cette vitesse est sous-double de celui employé pour engendrer la vitesse de la première expérience, ce qui coïncide avec nos premières conclusions, si l'on a égard à l'intensité de la puissance mécanique.

En effet, quoique le tambour fût le même, et fit le même nombre de tours que dans la première expérience, et par conséquent que la puissance impulsive agit par le même levier, cependant, comme les corps sur lesquels cette puissance agissait étaient placés à une distance sous-double du centre de rotation, la même puissance impulsive exerçant son action sur le premier levier, l'exerçait sur le second avec une intensité double, suivant les lois connues de la mécanique; c'est-à-dire, qu'il faudrait opposer aux mobiles un poids double pour en empêcher le mouvement et leur faire équilibre. Donc une puissance impulsive double, agissant pendant un temps sous-double, produit le même effet pour engendrer le mouvement, qu'une puissance impulsive d'une intensité sous-double agissant pendant le temps entier.

7°. La huitième et la neuvième expérience fournissent les mêmes conséquences, relativement à la 7e, que la cinquième et la sixième, relativement à la 4e, et que la 2e et la 3e, relativement à la 1re.

Je conclus de cet accord entre toutes ces expériences, où l'on a eu égard aux circonstances qui ont pu influer sur leurs résultats et aux petites irrégularités qui proviennent de la puissance mécanique perdue par la variation du mouvement que la gravité imprime au poids mis dans le plateau; je conclus, dis-je, de cet accord entre les résultats d'expériences où les puissances mécaniques ont varié dans le rapport de 1 à 16, que considérant d'une part la faculté qu'ont les corps en mouvement de produire des effets mécaniques, et d'autre part la quantité de puissance mécanique qui doit être employée pour engendrer différentes vîtesses, les mobiles étant supposés égaux en masse, c'est une loi de la nature que les puissances mécaniques dépensées soient comme les quarrés des vîtesses à produire, et *vice versâ*, et que les simples vîtesses engendrées soient comme les puissances impulsives multipliées par la durée de leur action, et *vice versâ*.

Nous donnerons peut-être une idée encore plus claire de la relation existante entre les vîtesses produites et la quantité de puissance mécanique requise pour les produire, ainsi que des circonstances accessoires par lesquelles les deux propositions que nous venons d'énoncer, et qui paraissent d'abord différentes, se réduisent en effet à une seule, en présentant ici l'explication suivante, ce fut la première idée que je conçus, en réfléchissant sur cette matière; et lorsque j'entrepris de la soumettre à l'épreuve, cette idée me conduisit à imaginer l'appareil décrit ci-dessus, et les expériences dont je viens de rendre compte.

Supposons un globe de fer de 10 pieds de diamètre, parfaitement sphérique, placé sur un plan du même métal parfaitement dressé. Si maintenant un homme entreprend de pousser ce globe, il trouvera que le corps oppose d'abord une grande résistance à son mouvement; mais en continuant l'impulsion, il le mettra en mouvement par degrés; n'éprouvant plus enfin que la résistance de l'air, il parviendra à le faire rouler aussi vîte que lui-même peut courir.

Supposons que pendant la première minute cet homme fasse parcourir à ce globe l'espace d'une verge (*). En vertu de ce mouvement, qui commence à l'état de repos (de même que celui d'un corps grave abandonné à lui-même), le globe continuerait de rouler en avant, à raison de 2 verges par minute, sans le secours d'une nouvelle impulsion. Mais l'action du moteur, continuant de s'exercer jusqu'à la fin d'une seconde minute, il aura imprimé au globe, après ce nouvel intervalle de temps, une vîtesse capable de lui faire parcourir un espace de deux verges de plus, et cette vîtesse, ajoutée à celle dont jouissait le mobile à la fin de la première minute, en donne une de 4 verges par minute à la fin de la 2e. A la fin de la 3e, le moteur a de nouveau ajouté un égal accroissement de vîtesse, en le faisant marcher à raison de 6 verges par minute; et ainsi de suite, en augmentant la vîtesse du mobile de 2 verges par minute. L'homme exerce donc, pendant la durée de chacun de ces intervalles de temps, une impulsion égale sur le globe, et engendre un accroissement égal de mouvement, conformément à la définition de Newton. Voyons maintenant ce qui arrive : l'homme, dans la première minute, n'a parcouru qu'une verge, en comptant de son point de départ. Mais, pendant la seconde minute, il doit parcourir deux verges de plus pour se maintenir auprès du globe mobile; et comme il exerçait sur lui une impulsion telle, qu'à la

(*) La verge (*yard*) est de 3 piés anglais, c'est-à-dire de 0m,914076.

fin de la seconde minute il aurait imprimé une vîtesse additionnelle de deux verges, il doit aussi, dans le même temps, avoir changé sa propre vîtesse dans le rapport de deux verges à quatre ; et l'espace qu'il sera en conséquence obligé de parcourir dans la seconde minute sera de 3 verges, en prenant une vîtesse moyenne entre celles qui correspondent au commencement et à la fin de cette 2ᵉ minute ; de sorte que la distance du point de départ au point d'arrivée étant d'une verge au commencement de la 2ᵉ minute, la somme des espaces parcourus à la fin de cette seconde minute sera de 4 verges, à compter du point de départ.

Maintenant, comme le moteur a imprimé au globe une vîtesse de 4 verges par minute, il doit, au commencement de la 3ᵉ, parcourir 4 verges pour suivre le mobile, et une verge de plus pour accroître la vîtesse de deux verges. Ainsi, dans la 3ᵉ minute il faut qu'il parcoure 5 verges pour exercer la même impulsion qu'il a exercée pendant la première minute. Ces 5 verges, parcourues dans la 3ᵉ minute, ajoutées aux 4 verges parcourues dans les 2 minutes précédentes, forment ainsi un espace de 9 verges, lequel a été parcouru depuis le point de départ; il a alors imprimé au globe une vîtesse capable de lui faire parcourir uniformément un espace de 6 verges par minute, ainsi que nous l'avons dit ci-dessus.

Nous pouvons nous dispenser de pousser plus loin ces proportions, et voir comment le calcul s'établit. Dans la première minute le moteur a engendré une vîtesse de 2 verges, dont le quarré est de 4 verges, ce moteur n'était alors éloigné que d'une verge de sa place.

Il avait engendré une vîtesse de 6 verges par minute, le quarré desquelles est 36 à la fin de la 3ᵉ minute, quand il avait parcouru 9 verges.

Maintenant, puisque le quarré de la vîtesse engendrée à la fin de la première minute, est au quarré de la vîtesse engendrée à la fin de la troisième :: 4 : 36, c'est-à-dire comme 1 : 9; et puisque les espaces parcourus par le moteur pour communiquer ces vîtesses sont aussi comme 1 : 9, il s'ensuit que les espaces que le moteur doit parcourir pour communiquer ces vîtesses respectives (en supposant la force d'impulsion constante), doivent être comme les quarrés des vitesses imprimées au globe. En effet, si le moteur devait être reporté en arrière à son point de départ, par une puissance mécanique qui agirait uniformément pour vaincre la résistance uniforme qu'il oppose, cette puissance mécanique serait la mesure de la force qui aurait été dépensée pour mettre le globe en mouvement : d'où il suit, conformément à ce qu'on a déduit de l'expérience, que la puissance mécanique capable d'imprimer différens degrés de vitesse au même corps, doit être comme le quarré de cette vitesse ; or si la proposition inverse n'avait point lieu, c'est-à-dire, si un corps en mouvement, étant arrêté tout-à-coup, ne produisait pas un effet mécanique égal ou proportionnel au quarré de sa vitesse ou à la puissance mécanique employée pour la produire, l'effet ne correspondrait point à sa cause.

Ainsi les résultats d'un mouvement engendré sur un plan de niveau, correspondent exactement avec ceux d'un mouvement engendré par la gravité : c'est-à-dire, que quoiqu'en deux secondes l'action uniforme de la gravité imprime à un corps deux fois la même vitesse qu'elle lui imprime en une seule, cependant les circonstances de ce mouvement sont telles, qu'à la fin d'un temps double, et par l'effet de la vitesse acquise dans la première moitié de ce temps, le corps est tombé verticalement d'une hauteur quadruple de celle parcourue dans la première seconde. C'est pourquoi, quoique la vitesse soit seulement doublée, cependant la quantité de puissance mécanique employée pour la produire est quadruple, de même que cela devrait être, pour faire remonter le corps au point d'où il est tombé.

Les disputes qui se sont élevées et les erreurs que l'on a commises dans l'application des différentes définitions de la quantité de mouvement, paraissent donc provenir de ce que ceux qui ont adopté la définition de Newton, en reprochant à leurs adversaires de n'avoir point égard au temps pendant lequel les effets étaient produits, ne tenaient pas toujours eux-mêmes compte de l'espace que la puissance impulsive est obligée de parcourir pour engendrer différens degrés de vitesse. Il paraît donc qu'en faisant abstraction soit du temps, soit de l'espace, les expressions : *quantité de mou-*

vement, *momentum*, et *force des corps en mouvement*, sont absolument indéfinies, et qu'elles ne peuvent être aisément, distinctement et parfaitement comparées, qu'en ayant recours à leur mesure commune, c'est-à-dire à la puissance mécanique.

Il suit de la recherche précédente, qu'à proprement parler le temps n'entre pour rien dans la production de la puissance mécanique, sinon que, par son écoulement uniforme, il devient une sorte de mesure commune; quelqu'effet qui doive être produit en un temps donné, la continuité uniforme de l'action de la même puissance mécanique produira dans un temps double deux effets égaux, ou deux fois le même effet. Une puissance mécanique est donc, strictement parlant, mesurée par la totalité de l'effet qui en résulte; que cet effet soit produit dans un temps plus long ou plus court. Ainsi, ayant ramassé 1000 tonneaux d'eau, que l'on peut laisser tomber d'une hauteur de 20 pieds sur la roue à augets d'un moulin, cette puissance, appliquée à des machines appropriées, produira un certain effet, c'est-à-dire, par exemple, écrasera une certaine quantité de blé; et, suivant une certaine manière de dépenser cette force, ce blé pourra être écrasé en une heure. Mais en supposant que le moulin soit tellement disposé, qu'il produise un effet proportionnel par l'application d'une puissance impulsive plus grande, aussi bien que par une plus petite, alors, si nous faisons tomber l'eau sur la roue avec une vîtesse double, le blé sera écrasé deux fois plus vîte; l'eau sera dépensée, et le blé écrasé en une demi-heure. Ici, le même effet mécanique, c'est-à-dire, la mouture d'une quantité de blé donnée, est produit par la même puissance mécanique, ou par 1000 tonneaux d'eau tombant d'une hauteur verticale de 20 pieds; et cependant cet effet est, dans le second cas, produit en moitié moins de temps que dans le premier. L'influence du temps consiste donc en ce que l'effet produit, quel qu'il soit, étant supposé uniforme, et connu par l'observation pour un temps déterminé, un effet double sera produit dans le double du temps, si la même puissance mécanique peut continuer le même travail; ainsi, 1000 tonneaux d'eau descendant d'une hauteur verticale de 20 pieds, étant, comme on l'a fait voir, une puissance mécanique donnée, qu'on les dépense comme on voudra dans l'espace d'une heure, si, quand ils sont dépensés, on est obligé d'attendre une autre heure pour qu'ils soient remplacés par le courant d'une rivière, il est évident qu'alors on peut seulement dépenser 12 fois cette quantité de force en 24 heures.

Mais si, tandis que l'on dépense 1000 tonneaux en une heure, le courant se renouvelle à chaque instant, la même quantité de force pourra être employée 24 fois en 24 heures, c'est-à-dire que la machine pourra continuer d'agir uniformément, et son produit ou son effet sera proportionnel au temps qui en devient une mesure commune.

Or, il est évident que la puissance mécanique engendrée par le courant des deux rivières est double, dans le second cas, de ce qu'elle est dans le premier, quoique chacune de ces rivières fasse agir un moulin capable de moudre la même quantité de blé en une heure.

EXPÉRIENCES

SUR LA COLLISION DES CORPS (*).

Il est généralement reconnu que les principes fondamentaux de la science ne peuvent être examinés avec trop de soin pour être établis solidement ; ce qui doit s'entendre surtout des principes qui servent de base aux opérations pratiques de la mécanique.

La conviction de cette vérité a donné lieu au Mémoire que j'ai publié sur *la puissance mécanique*. Les expériences dont il me reste à rendre compte, doivent être regardées comme un supplément à ce Mémoire, que je ne pus rendre complet à cette époque, tant par le défaut de loisir, que pour éviter de le rendre trop long et ne point tomber dans l'inconvénient de considérer trop d'objets à-la-fois.

Celui que je me propose aujourd'hui est de faire voir que la théorie de la collision des corps dépend des mêmes principes que la théorie de la génération graduée du mouvement qui commence à l'état de repos ; ou, ce qui revient au même, que le mouvement ou la somme des mouvemens produits ont le même rapport avec la puissance mécanique nécessaire pour les produire, soit que les mobiles, partant de l'état de repos, acquièrent une vîtesse déterminée par un mouvement uniformément accéléré, soit que le mouvement soit communiqué instantanément aux mobiles par le choc d'un autre corps.

J'ai voulu revenir sur cet objet pour faire reconnaître les erreurs capitales que plusieurs savans ont commises dans l'adoption d'un

(*) Mémoire lu à la Société royale, le 18 avril 1782.

faux principe qu'ils ont regardé comme une vérité incontestable.

Je n'entreprendrai point d'indiquer les cas particuliers où ces erreurs ont été commises, parce que cela me mènerait trop loin. Je me contenterai d'observer que les lois de la collision, qui ont été l'objet des recherches des mathématiciens, s'exercent sur trois espèces de corps; savoir, sur les corps parfaitement élastiques, sur les corps non élastiques et parfaitement mous, et enfin sur les corps non élastiques et parfaitement durs. Pour éviter la prolixité, je considérerai dans l'examen de chacune de ces lois, le seul cas de deux corps de même figure et de même masse qui se choquent l'un l'autre.

On convient généralement que les corps doués d'une élasticité parfaite ne perdent aucune partie de leur mouvement dans leur choc, et que, dans tous les cas, ce qui est perdu par l'un est acquis par l'autre; d'où il suit que si un corps élastique en mouvement en frappe un autre en repos, le premier s'arrêtera après le choc à la place du second, tandis que celui-ci se mettra en mouvement avec la vitesse de celui-là.

De même, si un corps *non élastique et mou* en frappe un autre de même nature en repos, ni l'un ni l'autre ne s'arrêtera après la collision, mais tous les deux marcheront ensemble avec une vitesse égale qui est précisément la moitié de celle dont le corps choquant était animé à l'instant du choc. Cette proposition est généralement admise comme vraie, et toutes les expériences faites sur ce sujet l'ont pleinement confirmée.

Il n'en est pas de même de la troisième espèce de corps, de ceux *non élastiques et parfaitement durs*; les lois de mouvement qui leur sont relatives ont été admises par les uns et rejetées par les autres : ceux-ci alléguaient qu'il n'existe dans la nature aucun corps de ce genre que l'on puisse soumettre à l'expérience, tandis que ceux-là qui ont donné la théorie des corps non élastiques et durs (s'il s'en trouve de tels), s'accordent à dire que quand un corps de ce genre en frappe un autre en repos, ni l'un ni l'autre ne s'arrête, mais que tous les deux se meuvent, après leur rencontre, avec une vitesse commune, qui est précisément la moitié de celle du corps choquant avant le choc : en un mot, ils posent, comme règle générale, applicable à tous les corps non élastiques, mous ou durs, que leur vitesse est la même après le choc, et précisément la moitié de celle dont le corps choquant était animé.

On adopte donc ici un principe qui n'est réellement ni confirmé par l'expérience, ni déduit d'aucune raison plausible que je connaisse ; savoir : que la vitesse, après le choc de deux corps *non élastiques et durs*, doit être la même que celle de deux corps *non élastiques et mous*. La question consiste à savoir si cette proposition est vraie ou non.

On peut demander ici quels inconvéniens peuvent résulter pour les praticiens, des erreurs commises par les philosophes, lorsque les raisonnemens de ceux-ci portent sur des corps imaginaires, puisque de tels corps ne peuvent servir d'objet aux travaux des premiers ? On répond à cela, que l'erreur de ceux qui supposent l'existence des mêmes lois de mouvement dans le choc des deux espèces de corps, peut être partagée par les praticiens dans leurs raisonnemens et les conséquences qu'ils en tirent sur les corps mous non élastiques, parmi lesquels il faut ranger l'eau qui joue un si grand rôle dans leurs opérations journalières.

Avant d'avoir entrepris mes expériences sur les moulins, je n'avais jamais douté que, conformément à la doctrine reçue, le choc des deux espèces de corps non élastiques, mous et durs, ne suivît la même loi; mais ces expériences me conduisirent à reconnaître, sinon la fausseté de cette doctrine, du moins son incertitude. En effet, je n'attendais ni de l'une, ni de l'autre espèce de corps le résultat que j'obtins, et l'expérience indiqua pourquoi ce résultat, qui devait avoir lieu dans un des deux cas, était impossible dans l'autre : car, s'il en eût été ainsi, les corps n'auraient point été parfaitement durs, ce qui aurait été contraire à l'hypothèse. J'ai fait mention de cette conclusion dans mon Traité des Moulins, page 30 : *c'est pourquoi les effets des roues à augets, etc.*

On peut demander encore pourquoi, n'ayant pas de corps parfaitement élastiques, ni parfaitement mous sans élasticité, nous aurions des corps non élastiques et parfaitement durs ? Pourquoi les effets de l'expérience ne sont pas tels qu'ils devraient résulter de la supposition d'une manière d'être en même temps *imparfaitement élastiques et imparfaitement durs*. Mais ici nous devons observer que cette hypothèse paraît impliquer contradiction.

Nous avons des corps qui approchent tellement d'être parfaitement élastiques, qu'ils peuvent servir très-bien à déduire et à confirmer les lois de la collision ; ce que l'on peut obtenir également des corps non élastiques et mous. Quant aux corps d'une nature mixte, qui forment le plus grand nombre ; en tant qu'ils sont dénués d'élasticité, ils sont *mous*, et comme tels ils se brisent, cèdent ou reçoivent une impression par l'effet du choc ; en tant qu'ils ne sont point parfaitement mous, ils sont *élastiques*, et suivent, dans la collision, une loi mixte relative à chacune de ces propriétés. Mais les corps imparfaitement élastiques et imparfaitement durs sont compris réellement dans la même série que les premiers corps mixtes ; car, en tant qu'ils sont imparfaitement durs, ils sont *mous*, et comme tels ils se brisent, cèdent, ou reçoivent une impression lors du choc ; et en tant que leur élasticité est imparfaite, ils sont *non élastiques*, c'est-à-dire, qu'ils sont imparfaitement *élastiques* et imparfaitement *mous* ; et en effet, je n'ai jamais rencontré de corps auxquels cette définition ne convînt.

Il semble donc que les corps, considérés sous le rapport de leur dureté spécifique, diffèrent entre eux selon qu'ils ont un plus grand degré de tenacité ou de cohésion ; c'est-à-dire, selon qu'ils sont éloignés d'être imparfaitement mous, et que les ressorts élastiques qui les composent conservent plus ou moins de rigidité lors de leur extension. De là, nous pouvons conclure que la même puissance mécanique nécessaire pour changer *légérement* la figure de ces corps que l'on appelle vulgairement corps durs, changerait à un haut degré la figure de ceux qui, par leur peu de ténacité et de cohésion, rentrent dans la classe des corps mous. Nous pouvons ranger dans la première classe la fonte de fer la plus dure, et dans la seconde l'argile humectée.

Tandis que les philosophes étaient divisés entre eux sur l'*ancienne* et la *nouvelle* opinion, ainsi qu'ils les désignaient, sur la puissance des corps en mouvement, eu égard à leurs vitesses respectives : ceux qui tenaient pour l'ancienne opinion, admettant que la puissance des corps en mouvement était simplement proportionnelle à leur vitesse, demandaient à ceux qui soutenaient la nouvelle, comment, d'après leurs principes, ils expliqueraient les conséquences déduites de la doctrine des corps non élastiques et parfaitement durs; ceux-ci répliquaient qu'on ne trouve point de corps semblables dans la nature, qu'ainsi ils ne s'en embarrassaient pas. Les partisans de la nouvelle opinion demandaient à leur tour aux partisans de l'ancienne, comment ils expliqueraient le cas des corps non élastiques et mous, où, suivant eux, la totalité du mouvement perdu par le corps choquant était conservée dans les deux corps après le choc (tous les deux se mouvant ensemble avec une vîtesse commune égale à la moitié de la vîtesse du corps choquant). Pour répondre à cette objection, les partisans de l'ancienne opinion essayèrent sérieusement de prouver que les corps pouvaient changer de figure, sans que par l'effet du choc aucun des deux corps éprouvât quelque perte de mouvement.

Ces réponses ne m'ont paru satisfaisantes ni les unes ni les autres, surtout depuis mes expériences sur les moulins; en effet, il semble, qu'on ne peut répondre à une objection tirée d'une idée abstraite, en lui opposant l'impossibilité de trouver une matière propre à faire une expérience.

D'un autre côté, si la figure d'un corps pouvait être changée, sans qu'il fût nécessaire, pour opérer ce changement, d'employer l'action d'une puissance quelconque, il s'ensuivrait, en vertu de la même loi, que l'on pourrait faire travailler un marteau de forge sur une masse de fer doux, sans employer d'autre force que celle indispensable pour vaincre le frottement, la résistance et la force d'inertie de toutes les parties de la machine mise en mouvement; car aucun mouvement progressif n'étant imprimé par le marteau à la masse de fer, puisqu'elle est supportée par l'enclume, il n'y aurait de ce côté aucune perte de force; et si le marteau n'en perd lui-même aucune en changeant la figure de la masse de fer, changement qui est le seul effet produit, alors toute la puissance doit demeurer dans le marteau, et il rejaillirait vers le point d'où il serait tombé, précisément de la même manière que s'il était tombé sur un corps parfaitement élastique, sur lequel l'effet du choc serait réellement tel qu'on le suppose ici. La puissance nécessaire pour faire agir le marteau serait donc la même, soit qu'il tombât sur un corps élastique ou sur un corps non élastique; conclusion tellement contraire à l'expérience et aux notions les plus simples, qu'il me suffit de l'exposer pour la faire rejeter, au simple apperçu, par les philosophes et les artistes ordinaires.

Cependant, comme rien n'est plus propre à convaincre l'esprit que des expériences qui frappent les sens, je desirai en entreprendre quelques-unes sur ce point; et comme je désespérais de trouver une matière propre à faire des expériences directes, je m'appliquai à la recherche d'un appareil convenable pour en faire d'indirectes, assez précises cependant pour prouver incontestablement que les résultats du choc de deux corps non élastiques parfaitement durs et les résultats du choc de deux corps non élastiques parfaitement mous, ne seraient point les mêmes; s'il peut être prouvé, par exemple, qu'une moitié de la puissance originaire est perdue dans le choc des corps mous par leur changement de figure, ainsi que les expériences sur les moulins donnent lieu de le présumer fortement, alors, puisqu'une perte semblable n'a pas lieu dans la collision des corps parfaitement durs, il s'ensuivra que les conséquences du choc dans ces deux espèces de corps doivent être différentes.

Les résultats du choc des corps parfaitement durs dépourvus d'élasticité, ne peuvent être les mêmes que ceux du choc des corps parfaitement élastiques. Ainsi un corps non élastique, supposé en repos, ne peut être mis en mouvement avec la vitesse même du corps dont il reçoit le choc; car cet effet résulte de l'action réciproque des ressorts les uns sur les autres, comme les expériences le feront voir. Le corps choquant, supposé d'une dureté parfaite, ne s'arrêtera donc pas; et puisque le mouvement qu'il perd doit être communiqué au corps choqué, en vertu de l'égalité entre l'action et la réaction, ils se mouvront ensemble avec une vitesse égale, comme cela arrive dans le cas des corps non élastiques et mous. La question qui reste à résoudre consiste donc à savoir quelle doit être cette vitesse; elle doit être plus grande que celle des corps non élastiques et mous, parce qu'il n'y a aucune puissance mécanique perdue dans le choc; elle doit être moindre que celle du corps choquant, parce que si elle était égale, au lieu d'une perte de mouvement par la collision, la quantité de mouvement serait doublée : si donc des corps non élastiques et mous perdent la moitié de leur mouvement ou de leur puissance mécanique en changeant de figure par le choc, et cependant marchent ensemble avec une vitesse commune égale à la moitié de vitesse du corps choquant, et si les corps durs non élastiques n'éprouvent aucune perte de mouvement quelconque ; alors, comme ils se meuvent ensemble, leur vitesse doit être telle qu'ils conservent, sans altération après le choc, la puissance mécanique telle qu'elle était avant le choc.

Soit, par exemple, la vitesse du corps choquant avant le choc, représentée par 20, et sa masse représentée par 8 ; alors, suivant la règle déduite des expériences qui ont été rapportées dans le Traité de la Puissance mécanique (*voy.* les expériences 3 et 4), cette puissance sera exprimée par $20 \times 20 = 400$, nombre qui, multiplié par $8 = 3200$. Si maintenant la moitié de cette puissance mécanique est perdue dans le choc des corps mous non élastiques, elle sera réduite à 1600. Or 16 représentant la masse des deux corps, on aura 100 pour le quarré de leur vitesse après le choc ; par conséquent leur vitesse commune sera représentée par 10, précisément égale à la moitié de la vitesse primitive, ce que l'expérience confirme constamment. Mais aucune puissance n'étant perdue dans le choc des corps durs non élastiques, la puissance mécanique restera, après le choc, la même qu'elle était auparavant, c'est-à-dire qu'elle sera toujours représentée par 3200. Divisant ce produit par 16 ou par la masse de deux corps, le quotient 200 représentera le quarré de la vitesse commune : cette vitesse, après le choc, sera donc exprimée par 14,14, nombre qui est à 10 vitesse des corps mous non élastiques après le choc, comme la racine quarrée de 2 est à 1, ou comme la diagonale est au côté du quarré.

Il reste maintenant à prouver que précisément la moitié de la puissance mécanique est perdue dans la collision des corps non élastiques ; et en considérant cet objet, les réflexions suivantes m'ont été suggérées. Quoique dans la collision des corps élastiques l'effet soit en apparence instantané, il est cependant produit successivement : les ressorts naturels qui résident dans le corps choquant, et qui le constituent corps élastique, sont pliés, pendant la durée de l'action, jusqu'à ce que le mouvement soit divisé entre lui et le corps en repos, et dans ce cas les deux corps se meuvent ensemble comme s'ils existaient non élastiques et mous ; mais comme tous les ressorts se restituent de suite dans un temps égal, avec le même degré de force impulsive qui les avait pliés, le mouvement qui restait au corps choquant sera totalement détruit dans cette réaction, et l'action totale des deux ressorts communiquée au corps qui était primitivement en repos, l'obligera de se mouvoir avec la même vitesse que celle du mobile par lequel il avait été frappé. Si, d'après cette idée, nous composons deux corps de telle manière qu'ils puissent agir l'un sur l'autre ou comme parfaitement élastiques, ou comme formés de ressorts dont l'action puisse être suspendue à volonté, lorsqu'ils ont acquis la plus grande tension ; et si dans cette dernière hypothèse il arrive que les corps dont il s'agit suivent les lois de la collision des corps mous non élastiques ; alors il sera prouvé pour ceux-ci, qu'une moitié de la puissance mécanique qui réside dans le corps choquant est perdue dans l'acte même de la collision. En effet, la force impulsive qui provient de la restitution des ressorts, est précisément égale à celle qui en a occasionné la tension ; et comme cette force de restitution n'a pas lieu dans le corps composé, et reste en quelque sorte renfermée dans le ressort comprimé, il s'ensuit qu'une moitié de la force impulsive est perdue dans le choc des corps naturels non élastiques et mous.

D'un autre côté, quelle que soit la puissance impulsive des ressorts, depuis le premier jusqu'au dernier, comme la durée de la réaction se trouve réduite à moitié, il s'ensuit aussi qu'une moitié de la puissance mécanique est détruite, ou plutôt enfermée en quelque sorte dans les ressorts où elle demeure capable de s'exercer aussitôt que ces ressorts seront mis de nouveau en liberté pour produire un effet équivalent à la puissance mécanique de deux corps non élastiques et mous après leur collision.

De là nous devons inférer que la quantité de puissance mécanique dépensée pour déplacer les parties intégrantes des corps mous dans la collision, est exactement la même que celle qui est dépensée pour tendre les ressorts d'un corps parfaitement élastique. Mais le résultat des phénomènes présente cette différence, que dans les corps non élastiques la puissance employée à déplacer les parties est totalement perdue et détruite, et qu'il faudrait faire agir une puissance mécanique égale, dans une direction contraire pour les remettre en place, tandis que dans le cas des corps élastiques une moitié de la puissance mécanique est, comme on l'a déjà observé, seulement suspendue et capable d'être exercée de nouveau sans le secours ultérieur d'aucune autre force. Les expériences faites sur la machine décrite dans mon Traité de la Puissance mécanique, me suggérèrent ces réflexions que je communiquai à mon ami, M. William Russel, lorsque je lui fis voir ces expériences en 1759; c'est depuis cette époque que j'ai imaginé le moyen de soumettre cette matière à des épreuves rigoureuses; et quoique j'eusse déjà fait quelques essais grossiers avant d'offrir à la Société royale, en 1776, mon Mémoire sur la Puissance mécanique, cependant je n'ai eu que dans ces derniers temps le loisir de terminer mon appareil d'une manière satisfaisante, ce que je rappelle ici pour justifier le retard que la publication de ces Recherches a éprouvé.

Description de l'appareil employé pour les expériences sur la collision.

La figure première, planche V, fait voir l'élévation de la machine en repos, et prête à être employée.

A est la base de l'appareil, et AB une colonne qui le soutient; CD sont deux corps composés, du poids d'environ une livre chacun, lesquels sont, autant que possible, égaux entre eux. La composition de ces corps est telle que la montre plus en détail la fig. 2; ils sont suspendus au moyen de deux tiges de bois blanc, d'environ un demi-pouce de diamètre, *ef* et *gh*, qui ont environ 4 pieds de longueur depuis le point de suspension jusqu'au centre des corps: ces tiges sont suspendues sur la traverse de bois *ii*, dans la largeur de laquelle est pratiquée une mortaise qui laisse passer librement les deux tiges *ef*, *gh*; ces tiges sont suspendues sur deux petites plaques qui traversent le haut des tiges, et qui sont taillées en couteau à leur partie inférieure.

Les tranchans de ces couteaux étant placés dans une petite entaille pratiquée de chaque côté de la mortaise, les tiges ont la liberté de se mouvoir librement et de vibrer sur leurs points de suspension *K* et *L*.

MN est un arc mince de bois blanc que l'on peut couvrir de papier, afin de rendre plus apparentes les marques qui peuvent y être tracées.

La traverse II est en saillie sur la colonne ou montant AB, afin que les corps puissent osciller sans toucher le montant.

L'arc MN est aussi placé de manière à leur laisser précisément le jeu nécessaire pour se mouvoir librement.

La figure seconde représente un des corps composés, dessiné, de grandeur naturelle. AB est un bloc de bois prismatique, dont l'épaisseur est égale à la hauteur; le prisme est percé d'un trou à travers lequel passe la verge CC qui y est fixée. Une plaque de plomb DB, épaisse d'environ $\frac{3}{8}$ de pouce, est fixée sur le prisme de bois, au moyen de deux vis, afin de donner à cette pièce la pesanteur convenable. *d*B*efg* représentent un ressort de cuivre écroui, de $\frac{5}{8}$ de pouce de largeur, et épais d'un 20e de pouce; il est fixé sur le bloc de bois par son extrémité *d*B, au moyen d'une plaque dont on apperçoit le bout en *hi*; cette plaque, est arrêtée de chaque côté du ressort, par des vis au moyen desquelles on peut retirer le ressort à volonté, et l'ajuster convenablement. *kl* est une lame de métal mince, dont le bord inférieur est dentelé comme une scie ou une crémaillère; elle est attachée au ressort *fg* par une goupille *k* qui la traverse, ainsi qu'une espèce de talon en saillie sur la partie postérieure du ressort: la lame *kl* est mobile sur cette goupille comme sur un centre; *mn* est une petite plaque ou cheville vue de profil, élevée verticalement sur la pièce *hi*; la lame dentelée passe dans une entaille pratiquée à travers cette cheville; la partie inférieure de cette entaille est également dentelée pour recevoir les dents de la crémaillère et les retenir, ainsi que le ressort, à quelque degré qu'il soit tendu. Pour remplir cet objet, la lame *lk* est pressée doucement à sa partie postérieure, au moyen d'un fil de métal élastique *opq* qui se retourne sur lui-même à son extrémité *o*, enveloppe entre ses deux branches la verge CC, parvient en *p*, et est fixé à ses deux extrémités en *q* sur le prisme de bois AB. Cependant, pour le jeu de la crémaillère qui se trouve nécessairement au milieu des deux branches de ce ressort, aussi bien que la verge, celle-ci est fendue convenablement; le prisme AB est aussi fendu assez profondément pour rendre le point e du ressort principal libre de tous les obstacles qui pourraient en empêcher le jeu, à partir du point B. La portion fg paraît plus épaisse que le reste du ressort, parce qu'elle est couverte d'une bande de cuir fin cousue avec force; le tout afin de prévenir un certain frémissement qui aurait lieu, sans cette précaution, lors de la mesure de la force du ressort pendant la collision.

Revenons à la figure I^re^. Les lignes tracées sur l'arc MN, sont placées ainsi qu'il suit : op est un arc de cercle décrit du centre l, et qr est un arc de cercle décrit du centre k; ces deux arcs se coupent l'un et l'autre en S; la ligne verticale BS divise en deux parties égales l'espace compris entre les verticales $tlvk$ menées par les centres l et k des arcs qr, op; ainsi, lorsque chaque corps est suspendu librement sans porter sur l'autre, la verge ef couvre la marque t, et la verge gh couvre la marque v. Maintenant, que l'on prenne de part et d'autre du point S sur les arcs Sp et Sq, des longueurs respectivement égales, qui donneront les points w v; que l'on détermine sur l'arc Sp le milieu y de l'intervalle w, v, et sur l'arc Sq le milieu z de l'intervalle Sq; ensuite, que l'on porte de part et d'autre de y et de z, les distances sv et st en a, b et c, d, et que des centres l et k on tire des lignes droites qui passent par ces points, elles traceront sur l'arc MN, les marques a, b, c et d, et la machine se trouvera ainsi disposée pour les expériences.

Expériences sur les corps élastiques.

On enlevera d'abord les crémaillères lk (fig. 2) et les chevilles qui les attachent au ressort dont chacun des deux mobiles est armé; ces ressorts se trouvant alors en liberté, on élevera de la main droite, à l'aide d'un petit cylindre de bois, la verge gh (fig. 1^re^), jusqu'à ce qu'elle recouvre la marque w sur l'arc MN. On tiendra de la main gauche le corps C parfaitement immobile, de manière que la verge ef recouvre la marque t: on retirera ensuite vivement le cylindre qui soutient la verge gh; le ressort du corps D frappant celui du corps C, ils seront tendus l'un et l'autre et restitués de suite; le corps C s'échappera et s'élevera jusqu'à ce que la verge ef couvre la marque x : la verge qui soutient le corps choquant D, demeurera sur la marque v, jusqu'à ce que le corps C revenant sur ses pas, le corps D s'élève de la même manière : les deux corps se réfléchiront ainsi un certain nombre de fois, et perdront à chaque oscillation une certaine partie de leur mouvement ; mais les résultats de l'expérience diffèrent si peu de ceux de la théorie du choc des corps élastiques, qu'en se contentant de soulever la verge gh au-dessus de la marque w, de la simple épaisseur du petit cylindre de bois qui l'appuie momentanément, elle se trouvera assez élevée pour que le corps en repos C remonte complètement jusqu'à la marque x.

On peut, au moyen de cet appareil, faire plusieurs autres expériences à l'appui de la théorie du choc des corps élastiques; mais ces experiences deviennent superflues, parce que la théorie dont il s'agit est connue et admise généralement. Quant à l'application de cet appareil aux corps non élastiques et mous, il est beaucoup plus difficile de trouver des substances propres à ce genre d'expériences, qu'il ne l'est d'en trouver de propres à faire des expériences sur les corps supposés parfaitement élastiques ; cependant on peut obtenir dans les deux cas des résultats également certains.

Expériences sur les corps mous non élastiques.

Pour exécuter les expériences dont il nous reste à parler sur le choc des corps mous non élastiques, il faut d'abord que la petite lame de scie ou crémaillère lk soit disposée comme on l'a dit plus haut, et que les deux ressorts soient mis en liberté. Cette préparation faite, on élevera le corps jusqu'au point w de l'arc de cercle wS ; on l'abandonnera à lui-même, et il viendra frapper le second corps C en repos : leurs ressorts respectifs se tendront, mais ils seront retenus accrochés par les dents de la crémaillère, d'où il arrivera, après le choc, que les deux corps se mouvront l'un et l'autre dans le même sens, vers l'extrémité M de l'arc NM, à partir de leurs points de repos t et v. Or s'ils se mouvaient ensemble, et que la verge ef couvrît la marque c, et la verge gh couvrît la marque d à l'extrémité de leur course respective ; alors il obéiraient l'un et l'autre aux lois du choc des corps mous non élastiques, parce que leur ascension moyenne serait indiquée par la division z, qui est précisément placée au milieu de l'amplitude totale désignée par l'arc tx; mais dans cet appareil, quoique le ressort soit retenu par les dents de la crémaillère, cependant comme chacune de ses parties, ainsi que la matière des différentes pièces auxquelles il est fixé, ont un certain degré, ou, pour parler plus exactement, une certaine amplitude d'élasticité parfaite qui n'occasionne aucune perte de mouvement, nous ne devons pas espérer que les deux corps composés se mouvront après le choc, sans se séparer l'un de l'autre, comme cela aurait lieu s'ils étaient véritablement non élastiques et mous; mais par l'effet du degré d'élasticité dont ils sont doués, ils se sépareront, en se réfléchissant d'un autre côté. Cette élasticité étant parfaite, elle ne peut occasionner de perte de mouvement à la somme des deux corps; de sorte que si le corps C s'élève autant au-dessus de la marque c, que le corps D reste en arrière de la marque d, il s'ensuivra que leur ascension moyenne sera encore indiquée par la division z, comme cela aurait eu lieu, s'ils eussent été véritablement non élastiques et mous: or c'est précisément ce qui arrive dans le cas de l'expérience, aussi exactement, du moins, qu'il est possible de le discerner.

Après un petit nombre de vibrations, les deux corps s'arrêtent par l'effet du frottement des deux ressorts l'un contre l'autre, et ils resteraient toujours dans cet état de repos, s'ils étaient véritablement, parfaitement non élastiques et mous; mais ici une moitié de la puissance mécanique du premier moteur est dépensée par le changement de figure et de situation des parties composantes du système, tandis que l'autre moitié de la puissance mécanique reste comme suspendue et disposée à s'exercer de nouveau, aussitôt que la faculté de s'exercer lui sera rendue. Or cette quantité de puissance mécanique, suspendue momentanément, ne peut être véritablement, ni plus grande, ni moindre que la moitié de la puissance totale, ce qui est la suite nécessaire de ce principe simple et incontestable; savoir, que la puissance de se restituer dont jouit un ressort parfait, est exactement égale à la puissance qui le comprime, principe dont l'expérience fournirait la démonstration si l'on avait besoin de cette preuve. En effet, les deux corps C et D étant supposés en repos après la dernière expérience, que l'on attache l'une à l'autre par un fil, les deux verges *ef* et *gh* à leur extrémité ; que dans cet état de choses, on enlève les deux crémaillères ; enfin que l'on coupe le fil avec une paire de ciseaux, les deux corps rebondiront, savoir, le premier C vers le point M, et le second D vers le point N ; et s'ils se réfléchissent respectivement jusqu'aux divisions *z* et *y*, la puissance mécanique exercée sera la même qu'elle était après le choc, quand leur ascension moyenne correspondait à la division *z*; mais ceci ne doit point avoir lieu, tant parce que l'on doit faire déduction du mouvement perdu par le frottement des crémaillères, puisqu'il produit l'effet d'un défaut d'élasticité réel, que parce que l'élasticité qui les tenait séparés après le choc, se perd dans leurs oscillations successives. Cependant, avec tous ces désavantages de l'appareil (pourvu qu'il ne soit pas absolument mal exécuté), la verge *ef* remontera en *d* et la verge *gh* en *a* : de là je conclus, comme une vérité positive, que dans la collision des corps mous non élastiques, une moitié de la puissance mécanique du corps choquant est perdue dans le choc.

Quant aux corps non élastiques et parfaitement durs, nous devons inférer que l'on adopte quelque hypothèse qui implique contradiction, puisque la conclusion à laquelle on est inévitablement conduit, contredit une vérité généralement admise comme susceptible de la démonstration la plus rigoureuse ; savoir, que la vîtesse du centre de gravité d'un système quelconque de corps ne peut être changée par leurs chocs réciproques. Toutes les règles établies soit pour les corps parfaitement élastiques, soit pour les corps non élastiques et mous, s'accordent avec ce principe; mais elles s'en écartent pour les corps non élastiques et durs, si leur vîtesse, après le choc, est à la vîtesse du corps choquant comme 1 à $\sqrt{2}$; car alors le centre de gravité des deux corps acquiert par le choc une vîtesse plus grande dans cette proportion, que celle dont le centre de gravité des deux corps était animé avant le choc, ce qui peut se prouver ainsi : à l'instant où le corps choquant commence à se mouvoir, le centre de gravité des deux corps se trouve exactement placé au milieu de la distance qui les sépare l'un de l'autre, et au moment où ils se rencontrent, ce centre aura parcouru cet intervalle, de sorte que la vîtesse du centre de gravité du système avant le contact, sera précisément sous-double de la vitesse du corps choquant. Si donc cette vitesse est 2, celle du centre de gravité des deux corps sera 1 après le choc : comme les deux corps sont supposés se mouvoir ensemble, la vitesse de leur centre de gravité sera la même que celle des deux corps ; et comme on prouve que leur vitesse est égale à la racine quarrée de 2, la vitesse de leur centre de gravité croîtra dans le rapport de 1 à $\sqrt{2}$, c'est-à-dire de 1 à 1,414, etc. La conséquence naturelle que l'on tire de ces propositions, est que l'idée d'un corps non élastique et parfaitement dur implique contradiction. En effet, pour que cette idée s'accorde avec les conclusions qui dérivent de chacune de ces deux propositions, nous serons obligés de supposer, d'une part, que les corps durs non élastiques peuvent dans leur choc ne perdre aucune partie de leur puissance mécanique, parce qu'il n'existe d'autre impression que la communication du mouvement, et d'autre part, qu'il doit se perdre une certaine quantité de mouvement dans la collision, parce que si cette perte n'avait pas lieu, le centre commun de gravité du système acquerrait, ainsi qu'on l'a montré ci-dessus, une augmentation de vitesse par l'effet du choc des deux corps l'un sur l'autre.

C'est ainsi que l'idée d'un mouvement perpétuel peut, à la première vue, ne pas sembler impliquer de contradiction; cependant quand on recherche les conditions nécessaires pour mettre ce mouvement à exécution, on est contraint d'avouer que l'idée de ce mouvement comporte celle de corps tellement constitués, que leur poids absolu soit moindre lorsqu'ils montent dans une direction contraire à celle de la pesanteur, et plus grand quand ils descendent de la même hauteur dans le sens même de la gravité, ce qui répugne à toutes les notions que nous avons sur les corps naturels.

FIN.

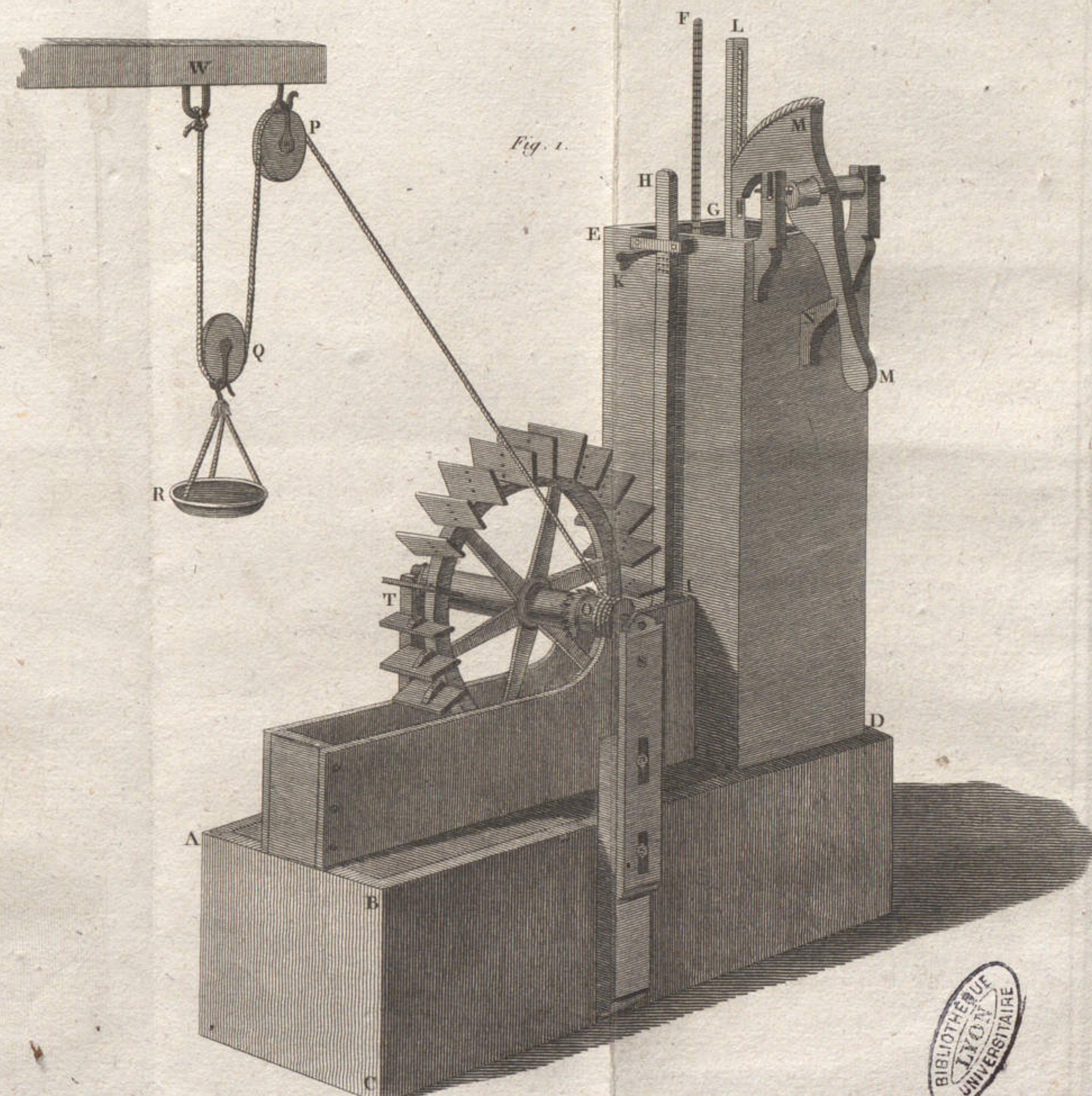
TABLE.

ERRATUM.

Page 44, ligne 16, $\sqrt{2+\frac{9cc}{aa}+\frac{5c}{2a}}$, *lisez* $\sqrt{2+\frac{9cc}{aa}}+\frac{5c}{2a}$.

Pl. 1ère

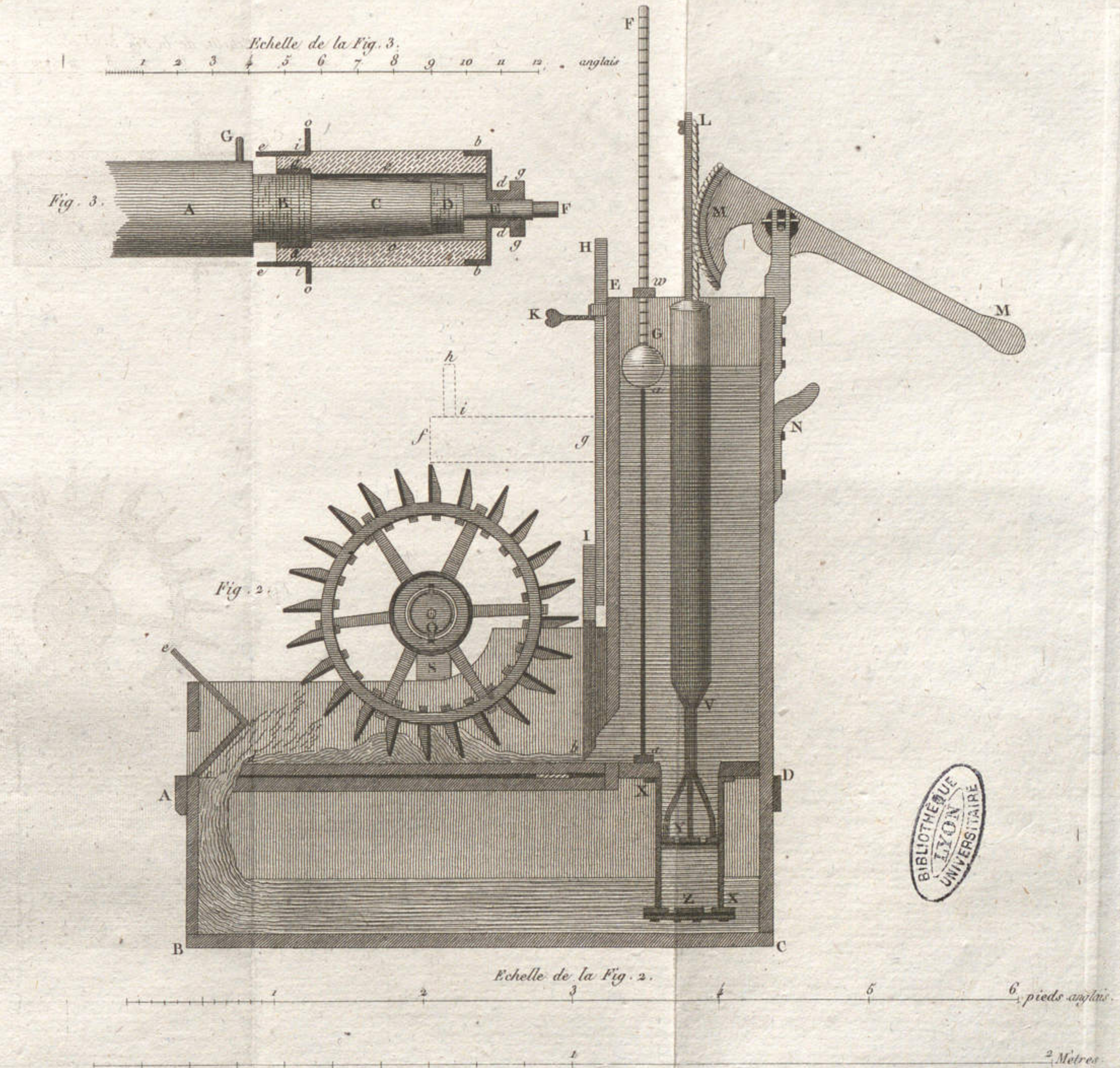
Fig. 1.



Gravé par N. L. Rousseau.

Pl. II.

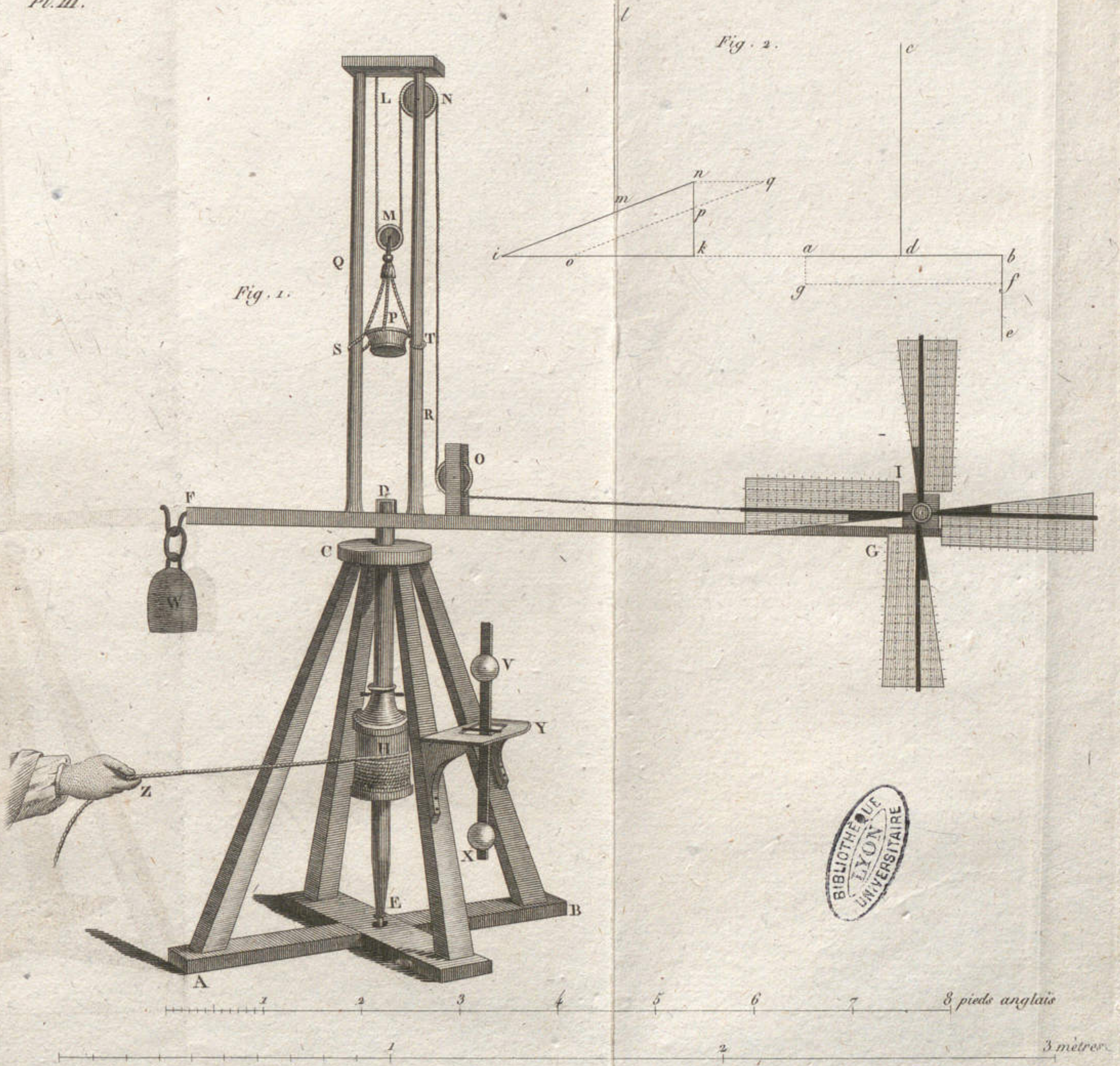
Echelle de la Fig. 3.



Pl. III.

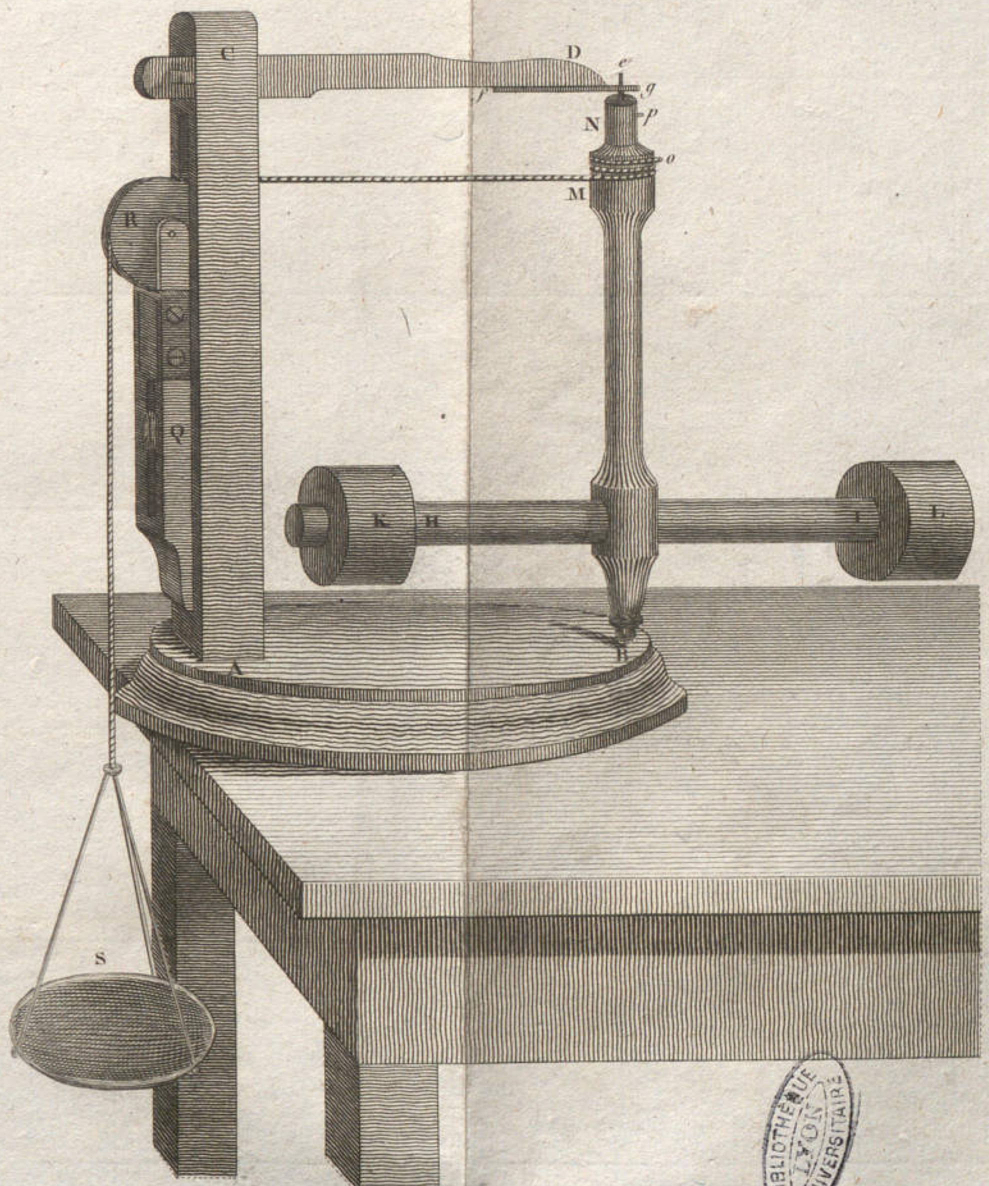
Fig. 2.

Fig. 1.



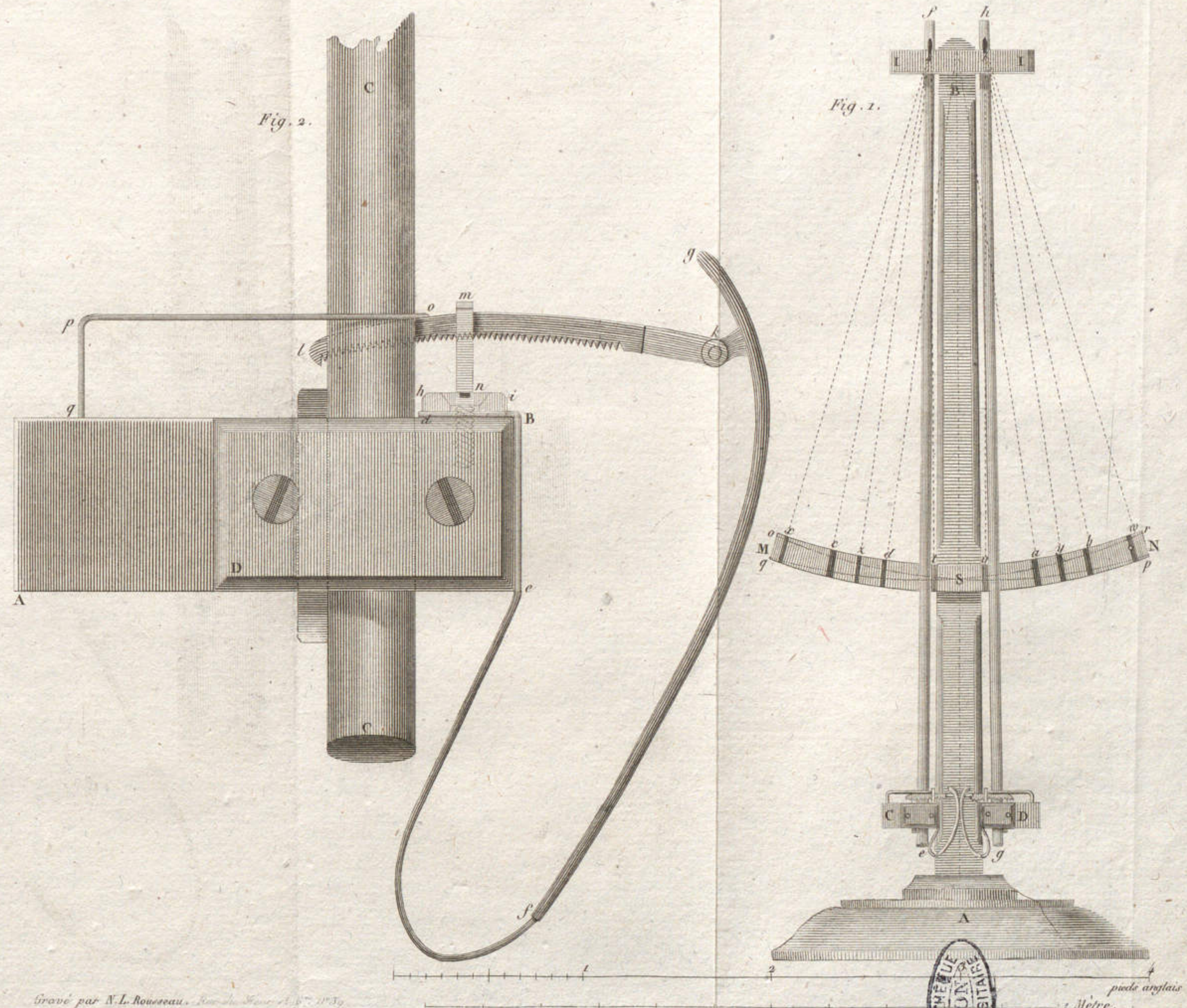
Gravé par N.L. Rousseau

Pl. IV. Expériences pour déterminer la vitesse des corps, page 69.



Gravé par N. L. Rousseau

Pl. V.



Gravé par N.L. Rousseau.