



<http://portaildoc.univ-lyon1.fr>

Creative commons : Paternité - Pas d'Utilisation Commerciale -  
Pas de Modification 2.0 France (CC BY-NC-ND 2.0)



<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/fr>



**N° de mémoire 2307**

Mémoire d'Orthophonie

présenté pour l'obtention du

**Certificat de capacité d'orthophoniste**

Par

**AFONSO Bénédicte**

**Impact d'une intervention utilisant un code couleur pour  
différencier les rangs en numération arabe, sur la compréhension  
de la valeur positionnelle, chez une patiente ayant des difficultés en  
mathématiques : Étude de cas unique.**

Mémoire dirigé par

**GOIRAN Audrey**

Mémoire évalué par

**ALARIA Laura  
BARILARO Mélanie**

Année académique

**2022-2023**

**INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE READAPTATION**  
**DEPARTEMENT ORTHOPHONIE**

Directeur ISTR  
**Pr. Jacques LUAUTÉ**

**Équipe de direction du département d'orthophonie**

Directeur de formation  
**Solveig CHAPUIS**

Coordinateur de cycle 1  
**Claire GENTIL**

Coordinateur de cycle 2  
**Ségolène CHOPARD**

Responsables de l'enseignement clinique  
**Johanne BOUQUAND**  
**Ségolène CHOPARD**  
**Alice MICHEL-JOMBART**

Responsables des travaux de recherche  
**Mélanie CANAULT**  
**Floriane DELPHIN-COMBE**  
**Claire GENTIL**  
**Nicolas PETIT**

Responsable de la formation continue  
**Johanne BOUQUAND**

Responsable du pôle scolarité  
**Rachel BOUTARD**

Secrétariat de scolarité  
**Audran ARRAMBOURG**  
**Sigolène-Victoria CHEVALIER**  
**Danièle FEDERICI**

# UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON 1

Président  
**Pr. FLEURY Frédéric**

Vice-président CFVU  
**Mme BROCHIER Céline**

Vice-président CA  
**Pr. REVEL Didier**

Vice-président CR  
**M. HONNERAT Jérôme**  
Délégué de la Commission Recherche Secteur  
Santé

Directeur Général des Services  
**M. ROLLAND Pierre**

## **1 Secteur Santé**

U.F.R. de Médecine Lyon Est Doyen  
**Pr. RODE Gilles**

Institut des Sciences Pharmaceutiques et  
Biologiques  
**Pr. DUSSART Claude**

U.F.R. de Médecine et de maïeutique  
Lyon-Sud Charles Mérieux Doyenne  
**Pr. PAPAREL Philippe**

Institut des Sciences et Techniques de la  
Réadaptation (I.S.T.R.)  
**Pr LUAUTÉ Jacques**

U.F.R. d'Odontologie  
**Pr. MAURIN Jean-Christophe**

## **2 Secteur Sciences et Technologie**

U.F.R. Faculté des Sciences  
Directeur **M. ANDRIOLETTI Bruno**

Institut des Sciences Financières et  
d'Assurance (I.S.F.A.)  
Directeur **M. LEBOISNE Nicolas**

U.F.R. Biosciences  
Directrice **Mme GIESELER Kathrin**

Observatoire Astronomique de Lyon  
Directeur **M. GUIDERDONI Bruno**

U.F.R. de Sciences et Techniques des  
Activités Physiques et Sportives  
(S.T.A.P.S.)  
Directeur **M. BODET Guillaume**

POLYTECH LYON  
Directeur **M. PERRIN Emmanuel**

Institut National Supérieure du  
Professorat et de l'Éducation (INSPé)  
Directeur **M. CHAREYRON Pierre**

Institut Universitaire de Technologie de  
Lyon 1 (I.U.T. LYON 1)  
Directeur **M. MASSENZIO Michel**

## Résumé

La valeur positionnelle, autrement dit, le fait que chaque chiffre ait une valeur relative à sa position dans un nombre, est essentielle en numération arabe, notamment comme précurseur des compétences arithmétiques ultérieures. L'acquisition de ce concept est complexe, d'autant plus pour les enfants présentant des difficultés en mathématiques. Pour faciliter leur compréhension, l'appui d'un code couleur est souvent proposé pour différencier les rangs, ce qui reste peu questionné dans la littérature.

La présente étude, auprès d'une patiente de 11 ans 6 mois, s'intéresse à l'impact d'une intervention, utilisant un code couleur pour différencier les rangs, sur la compréhension de la valeur positionnelle. Le code couleur est proposé à toutes les étapes des quatre séances de l'intervention, autrement dit de la représentation analogique avec des blocs de base 10 jusqu'à la représentation arabe avec des cartes-symboles.

L'évaluation pré et post-intervention est centrée sur des épreuves de questions sur la valeur positionnelle et de comptage stratégique, avec des items en couleur et en noir, pour évaluer la compréhension de la valeur positionnelle, ainsi que des épreuves de comparaison de grandeurs. Les résultats obtenus en post-test immédiat ont mis en évidence une amélioration significative des scores à l'épreuve de questions sur la valeur positionnelle en couleur, et aux épreuves avec des items en noir. On peut donc supposer un effet positif de l'intervention sur celles-ci ainsi qu'un transfert aux épreuves monochromes. Les résultats obtenus n'ont pas mis en évidence de différence significative au niveau des temps de réponse. Un maintien des performances a été observé sur l'épreuve de comptage stratégique avec des items en noir.

L'impact de l'entraînement est donc discuté au regard de ces différents résultats notamment sur le fait qu'une intervention utilisant un code couleur puisse être aidante pour la compréhension de la valeur positionnelle dans la remédiation orthophonique.

**Mots-clés** : cognition mathématique – numération - valeur positionnelle – intervention - code couleur - étude de cas unique

## **Abstract**

Place value, which is the fact that each digit has a value relative of its position in a number, is essential in Arabic numeration, especially as a precursor to later arithmetic skills. The acquisition of this concept is complex, especially for children with mathematical difficulties. To facilitate their understanding, the support of a color coding is often proposed to differentiate the ranks, which remains little questioned in research.

The present study, with an 11 year 6 month old patient, is interested in the impact of an intervention, using a color coding to differentiate the ranks, on the understanding of the place value. The color coding is proposed at all steps of the four sessions of the intervention, from the analogical representation with base-10 blocks to the Arabic representation with symbol cards.

Pre- and post-intervention assessment focused on place value questions and strategic counting tasks with colored and black items to assess understanding of place value, as well as magnitude comparison tasks. The results obtained in the immediate post-test showed a significant improvement of the scores on the place value questions with colored items as well as on the tasks with black items. We can assume a positive effect of the intervention on these tasks and a transfer to the tests with black items. The results did not show any significant difference in response times. Performance was maintained on the strategic counting task with black items.

Therefore, the impact of this training is discussed, with these different results, particularly with regard to the fact that an intervention using a color coding may be helpful in place value understanding in speech and language therapy.

**Key words** : mathematical cognition – numeration – place-value – intervention – colored coding – single case study

## Remerciements

Je tiens à remercier, en premier lieu, ma directrice de mémoire, Audrey Goiran, pour m'avoir transmis son intérêt pour ce sujet, pour ses encouragements à chaque étape de ma réflexion et sa confiance dans l'élaboration de mon travail.

Je remercie les responsables recherche Nicolas Petit et Floriane Delphin-Combe pour leur implication au cours de cette année. Je remercie également Éric Chabanat pour ses conseils dans l'analyse statistique ainsi que Lise pour sa disponibilité et son aide précieuse dans ce domaine.

Je souhaite également remercier la patiente de mon étude qui a accepté avec enthousiasme de se lancer dans ce projet et a montré son investissement tout au long du travail effectué ensemble.

Je remercie Aurélie Marchand de m'avoir accueillie en stage et de m'avoir permis d'intervenir auprès de sa patiente. Merci pour ses précieux conseils, son regard clinique et son écoute attentive.

Je souhaite remercier mes amies et futures collègues, Louise et Catherine pour leur bienveillance et leur relecture attentive. Merci à Amandine pour sa présence et son amitié, au cours de ces cinq années. Je remercie également mes amies de longue date pour leur bonne humeur et leur soutien.

Enfin, je remercie ma famille pour sa patience sans faille et sa confiance durant cette période intense. Merci à vous de m'avoir toujours soutenue et encouragée durant mes années d'études.

## Sommaire

<b>I</b>	<b>Partie théorique</b> .....	<b>1</b>
1	Introduction.....	1
2	Le développement du concept de valeur positionnelle chez l'enfant .....	1
2.1	Définition de la valeur positionnelle.....	1
2.2	Développement de la compréhension de la valeur positionnelle .....	2
2.3	Évaluation de la valeur positionnelle .....	3
2.4	Influence des constructions linguistiques et des habiletés visuo-spatiales .....	4
3	La valeur positionnelle comme précurseur des compétences arithmétiques .....	4
3.1	Ce que disent les erreurs sur la compréhension de la valeur positionnelle .....	5
3.2	La valeur positionnelle comme précurseur des compétences arithmétiques .....	5
3.3	La valeur positionnelle chez des enfants avec des difficultés en mathématiques. ....	6
4	L'utilisation de matériel manipulable pour comprendre la valeur positionnelle.....	7
4.1	Une absence de consensus sur l'utilisation du matériel manipulable .....	7
4.2	Éléments favorisant l'efficacité du matériel manipulable .....	7
4.3	Blocs de base 10 et valeur positionnelle .....	9
5	La couleur comme facilitateur d'apprentissage .....	10
5.1	La couleur comme facilitateur dans la remédiation .....	10
5.2	La couleur dans la compréhension de la valeur positionnelle .....	10
6	Problématique et hypothèses.....	11
<b>II</b>	<b>Méthode</b> .....	<b>12</b>
1	Population.....	12
2	Matériel.....	12
2.1	Lignes de base .....	12
2.1.1	Mesure A : épreuves en couleur évaluant la valeur positionnelle .....	13
2.1.2	Mesure B : épreuves en noir visant le transfert. ....	14
2.1.3	Mesure C : épreuves de comparaison de grandeurs.....	14
2.1.4	Mesure D : épreuve de mesure contrôle. ....	15
2.2	Matériel utilisé pendant l'intervention .....	15
3	Procédure .....	16
4	Démarches administratives et éthiques .....	17
<b>III</b>	<b>Résultats</b> .....	<b>17</b>
1	Questions sur le ressenti de Léa.....	18
2	Hypothèse H1 : Effet sur les épreuves en couleur évaluant la valeur positionnelle ....	18
2.1	Questions sur la valeur positionnelle avec des items en couleur (épreuve M1)...	18
2.2	Comptage stratégique avec des items en couleur (épreuve M1').....	18

2.3	Évolution de la mesure contrôle (épreuve M4).....	19
3	Hypothèse H2 : Transfert aux épreuves en noir évaluant la valeur positionnelle.....	20
3.1	Questions sur la valeur positionnelle avec des items en noir (épreuve M2) .....	20
3.2	Comptage stratégique avec des items en noir (épreuve M2').....	20
4	Hypothèse H3 : Généralisation aux épreuves nécessitant d'autres compétences.....	21
4.1	Comparaison de grandeurs avec des items en couleur (épreuve M3).....	21
4.2	Comparaison de grandeurs avec des items en noir (épreuve M3') .....	21
5	Hypothèse H4 : Maintien dans le temps des effets de l'intervention.....	21
<b>IV</b>	<b>Discussion.....</b>	<b>23</b>
1	Synthèse des observations.....	24
1.1	Questions portant sur le ressenti de la patiente .....	24
1.2	Hypothèse H1 : Effet de l'intervention sur les épreuves évaluant la compréhension de la valeur positionnelle, avec des items en couleur .....	24
1.3	Hypothèse H2 : Transfert aux épreuves en noir évaluant la compréhension de la valeur positionnelle.....	25
1.4	Hypothèse H3 : Généralisation aux épreuves de comparaison de grandeurs .....	26
1.5	Hypothèse H4 : Maintien dans le temps des effets de l'intervention.....	27
2	Limites et modifications possibles de l'étude.....	27
2.1	Design de l'étude .....	27
2.2	Protocole expérimental .....	28
2.2.1	Lignes de base. ....	28
2.2.2	Durée de l'intervention.....	28
2.2.3	Étapes de l'intervention.....	29
3	Perspectives de l'étude et impact pour le métier d'orthophoniste .....	30
<b>V</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>31</b>
	<b>Références.....</b>	<b>32</b>
	<b>Annexes .....</b>	

## **I Partie théorique**

### **1 Introduction**

Comment un enfant parvient-il à comprendre que les deux 3 du nombre 33 ne représentent pas la même quantité, c'est-à-dire trois unités pour l'un, et trois dizaines pour l'autre, mais que leur valeur dépend de leur position ? (Flevarès et al., 2022). La compréhension du système de numération arabe en base 10 et la compréhension de la valeur positionnelle (VP) représentent un défi notamment pour les enfants avec des difficultés dans les apprentissages mathématiques (Chan et al., 2014 ; Lambert & Moeller, 2019). Pour autant, la maîtrise du concept de VP est essentielle, à la fois pour donner un sens aux nombres à plusieurs chiffres, chaque chiffre ayant une valeur de place dépendant de sa position dans le nombre (Chan et al., 2017), mais aussi car c'est un précurseur des compétences arithmétiques plus complexes (Moeller et al., 2011). Il est fréquent d'utiliser, dans l'enseignement ou dans la remédiation, un matériel manipulable pour rendre concret le concept de VP et en faciliter la compréhension (Chan et al., 2017). De même, il paraît instinctif d'utiliser un code couleur pour aider à différencier les rangs. Cependant, peu d'études se sont intéressées à l'impact d'un code couleur dans la compréhension du concept de VP. Ainsi, il paraît pertinent de s'interroger sur l'efficacité d'une intervention s'appuyant sur un code couleur, à toutes les étapes, pour faciliter la compréhension de la VP, à partir d'une étude de cas unique. Le code couleur sera proposé comme fil conducteur, de la représentation analogique (blocs de base 10), jusqu'à la représentation arabe (cartes-symboles).

Après avoir défini le concept de VP et son rôle de précurseur, nous nous intéresserons à l'utilisation du matériel manipulable, notamment les blocs de base 10, pour soutenir la compréhension de ce concept, avant de nous questionner sur l'impact de la couleur comme moyen facilitateur. Dans un deuxième temps, la méthodologie mise en place pour l'étude sera détaillée. Les résultats obtenus seront ensuite présentés et discutés au regard de la littérature pour expliquer notamment l'intérêt de cette intervention dans la pratique orthophonique.

### **2 Le développement du concept de valeur positionnelle chez l'enfant**

#### **2.1 Définition de la valeur positionnelle**

Le système de numération est un concept central dans l'apprentissage des mathématiques notamment pour le traitement des nombres à plusieurs chiffres. Le système de numération arabe peut être défini en s'appuyant sur la représentation arabe du modèle du triple code (Dehaene, 1992). Ce modèle admet comme postulat l'existence de trois types de représentations impliquées dans le traitement du nombre : analogique, verbale et arabe (Dehaene, 1992). La représentation analogique correspond à la sémantique des nombres, qui intervient notamment dans la comparaison de quantités (Fayol, 2018a). La représentation verbale renvoie à la connaissance des formes auditivo-verbales des quantités. Enfin, la représentation arabe, comporte une syntaxe basée sur la notation positionnelle, avec un code

de structure en base 10, s'appuyant sur un lexique de dix chiffres de 0 à 9 (Fayol, 2018a). Clayton et al. (2020) résumant le concept de numération arabe comme s'appuyant sur dix éléments, que sont les chiffres de 0 à 9, et un principe fondamental, celui de la VP.

La VP implique que la valeur de chaque chiffre d'un nombre dépend de sa place dans le nombre (Dietrich et al., 2016). Dans le système de numération arabe en base 10, chaque position représente une puissance de 10 donc a une valeur dix fois supérieure à celle de la position située à sa droite (Fayol, 2018b). Fayol (2018b) donne un exemple avec le chiffre 1 qui vaut 1 dans la colonne la plus à droite, celle des unités, mais qui vaut 10 dans la colonne des dizaines, qui est à sa gauche et ainsi de suite. Ainsi, « un même chiffre prendra des valeurs différentes suivant sa position dans le nombre » (Crahay et al., 2008, p.81). L'acquisition de la VP implique donc la maîtrise du système de numération en base 10 et de l'aspect positionnel propre au code arabe (Noël & Karagiannakis, 2020).

## **2.2 Développement de la compréhension de la valeur positionnelle**

Selon Fuson et al. (1997), le développement de la VP passe par plusieurs stratégies de comptage des nombres à plusieurs chiffres, regroupées dans le modèle UDSSI, le « unitary, decade, sequence, separate, integrated model » (Fuson et al., 1997, p.138). Au départ, avec la conception « unitary multidigit conception » (Fuson et al., 1997, p.140), les enfants considèrent le nombre à plusieurs chiffres comme une entité indivisible. Puis, dans un second temps, ils vont développer la séparation entre la dizaine et l'unité. Ensuite, la stratégie « sequence-tens and ones conception » (Fuson et al., 1997, p.141) permet de considérer le nombre comme une composition de groupes de dizaines, l'enfant va pouvoir compter par dizaines (Crahay et al., 2008). Enfin, les enfants conçoivent les dizaines et les unités de manière séparée, par exemple cinq dizaines et quatre unités vont constituer le nombre 54, jusqu'à arriver à une conception intégrée, l'enfant pouvant passer d'une conception à l'autre, c'est-à-dire que la dizaine peut être vue comme un groupe de dix unités ou comme une dizaine (Noël & Karagiannakis, 2020). Ainsi, ces étapes témoignent d'une connaissance croissante de la VP (Chan et al., 2014). Le développement de la compréhension de la VP passe donc d'une absence de sens à l'appréciation de la valeur représentée par chaque chiffre constituant un nombre (Fuson et al., 1997). Plutôt que de remplacer les conceptions plus anciennes, ce sont les nouvelles conceptions qui s'ajoutent à ces dernières (Crahay et al., 2008). Il faut par ailleurs établir des relations entre les mots-nombres, les symboles écrits et les quantités ce qui rend la compréhension de la VP complexe (Flevaris et al., 2022 ; Fuson et al., 1997).

Les connaissances précoces sur les nombres à plusieurs chiffres, bien qu'incomplètes, soutiennent la maîtrise ultérieure de la VP (Bower et al., 2022 ; Mix et al., 2022 ; Yuan et al., 2019). En effet, en demandant à des enfants de maternelle d'effectuer une tâche de comparaison de nombres, Yuan et al. (2019) ont mis en évidence plusieurs régularités structurelles auxquelles accèdent les enfants, comme le fait que le premier chiffre mentionné

corresponde au chiffre le plus à gauche. Bien qu'ils aient jusqu'alors rencontré peu de nombres à plusieurs chiffres, ces représentations implicites peuvent être un prérequis à la compréhension explicite de la VP (Yuan et al., 2019). De même, la lecture et l'écriture précoces de nombres à plusieurs chiffres en grande section de maternelle (GSM) sont aussi un point d'entrée vers les principes de base 10 et de VP (Bower et al., 2022). L'expertise en mathématiques se construit donc progressivement : les premières idées, partiellement correctes, sont des étapes importantes sur le chemin qui mène à une compréhension totale de la VP (Bower et al., 2022 ; Mix et al., 2022). Dans la même idée, Byrge et al. (2014) ont mesuré ce que les enfants en maternelle savent sur la VP à partir de leurs expériences informelles des nombres, à travers une tâche de dictée de nombres à trois chiffres. Les enfants effectuent un schéma d'erreur caractéristique, c'est-à-dire qu'ils écrivent les nombres dans l'ordre entendu en ajoutant des chiffres, par exemple, en écrivant 600402 pour 642. Cette erreur d'ajout de chiffres souligne leur tentative de faire correspondre une unité entendue à une unité écrite correspondante. Ainsi, les jeunes enfants utilisent cette première approche pour comprendre la notion de VP, ce qui peut finalement être un indicateur positif de leur engagement envers les nombres et dévoiler leur sensibilité aux régularités structurelles dans la notation des nombres (Byrge et al., 2014).

### **2.3 Évaluation de la valeur positionnelle**

Dietrich et al. (2016) ont montré que la tâche d'estimation de la position de nombres sur une ligne numérique fournit une évaluation de la compréhension de la VP pour des enfants en cours préparatoire (CP). Les tâches de comparaison de grandeurs (indiquer quel est le plus grand nombre entre deux nombres) et de transcodage (écrire ou lire des nombres à plusieurs chiffres) sont aussi utilisées pour l'évaluer (Bower et al., 2022 ; Dietrich et al., 2016). Pour la comparaison de grandeurs, il faut s'intéresser aux chiffres ayant la même position dans les deux nombres comparés, « en commençant par ceux qui font référence au plus grand groupement décimal » (Fénichel & Pfaff, 2005, p.63). Dans le cas des paires incompatibles, comme pour 47\_62, la compréhension de la VP est d'autant plus importante, car « le jugement de comparaison sur les chiffres des dizaines amène à une conclusion inverse de celle issue du jugement sur les chiffres des unités » (Noël & Karagiannakis, 2020, p.93).

Chan et al. (2014) proposent une tâche de comptage stratégique pour évaluer la connaissance de la VP, qui s'appuie sur l'utilisation de blocs de base 10 monochromes. Les unités sont symbolisées par des cubes, les dizaines par des barres, les centaines par des plaques, la taille des éléments étant proportionnelle à leurs quantités. Ainsi, le nombre 46 sera représenté par 4 barres correspondant aux 4 dizaines et 6 cubes pour les 6 unités. La tâche de comptage stratégique ne regroupe pas systématiquement les blocs de base 10 de manière canonique. En effet, face à une représentation non canonique, retenir que les chiffres de gauche sont représentés avec des barres et les chiffres de droite avec des cubes ne suffit pas. Les enfants

doivent réorganiser les ensembles en se basant sur leur compréhension réelle de la VP. Par exemple, face à une représentation non canonique comme 1 barre de dizaine et 25 blocs d'unités, l'enfant comprenant le principe de VP va d'abord regrouper les blocs d'unités en formant 2 groupes de dizaines et 5 groupes d'unités, puis il va échanger les 2 groupes de dizaines contre 2 barres ce qui donne finalement au total 3 barres de dizaines et 5 blocs d'unités, représentant le nombre 35. Selon Chan et al. (2014), la tâche de comptage stratégique permet donc d'évaluer la VP et est un prédicteur fiable et plus informatif des difficultés futures en mathématiques que les autres tâches.

#### **2.4 Influence des constructions linguistiques et des habiletés visuo-spatiales**

La connaissance de l'association entre les mots-nombres et les nombres arabes est un principe important pour permettre le développement de l'arithmétique formelle (Habermann et al., 2020). Cependant, la correspondance entre les mots-nombres et les nombres arabes n'est pas stricte, les constructions linguistiques influencent donc la compréhension de la VP (Bacquet & Gueritte-Hess, 2007 ; Moeller et al., 2011). En effet, le système numérique verbal se compose d'un lexique restreint, avec lequel les éléments peuvent être combinés selon une syntaxe additive ou multiplicative (Clayton et al., 2020). Le manque de compréhension de ces principes syntaxiques est à l'origine de nombreuses erreurs (Moeller et al., 2011). Dans les langues occidentales, le manque de transparence des mots-nombres par rapport au système de numération arabe, rend l'intégration des dizaines et des unités dans la structure de la VP particulièrement difficile (Clayton et al., 2020 ; Moeller et al., 2011), contrairement aux langues asiatiques (Barrouillet & Camos, 2006 ; Crahay et al., 2008). Cependant, les constructions linguistiques n'expliquent pas à elles seules les difficultés liées à la VP. En effet, même si la transparence du système chinois de dénomination des nombres a facilité la compréhension de la VP, Chan & Ho (2010) ont montré que les enfants chinois rencontrent, malgré tout, des difficultés dans la compréhension de celle-ci.

Les habiletés visuo-spatiales précoces des enfants de maternelle peuvent aussi contribuer à faciliter les performances ultérieures en mathématiques (Fung et al., 2020 ; Yang et al., 2021). Elles interviennent aussi « pour comprendre le système positionnel des nombres arabes » (Noël & Karagiannakis, 2020, p.17). En effet, il faut pouvoir intégrer que le repérage des chiffres s'effectue de droite à gauche, les unités étant positionnées à droite des dizaines dans le nombre (Crouail & Mazeau, 2009). Les habiletés visuo-spatiales déficitaires peuvent avoir un impact notamment dans le transcodage ou la comparaison de nombres, avec des difficultés à maîtriser l'écriture positionnelle (Geary & Hoard, 2005). Les habiletés visuo-spatiales peuvent donc influencer le développement de la VP.

### **3 La valeur positionnelle comme précurseur des compétences arithmétiques**

Il semble important d'analyser les erreurs effectuées par les enfants pour se rendre compte de leur traitement de la VP, étant donné qu'elle est un précurseur essentiel pour le

développement des compétences arithmétiques ultérieures (Dietrich et al., 2016 ; Lambert & Moeller, 2019 ; Moeller et al., 2011).

### **3.1 Ce que disent les erreurs sur la compréhension de la valeur positionnelle**

Chan et al. (2017) ont mis en évidence sept types d'erreurs à partir d'une tâche de comptage stratégique, chez des enfants en classe de CP. Parmi les erreurs rencontrées, les erreurs d'estimation et les erreurs de comptage lors du passage à la dizaine supérieure sont communes à tous les enfants et témoignent de la complexité de l'apprentissage de la VP. Vasilyeva et al. (2022) se sont intéressés aux erreurs lors de la lecture de nombres à plusieurs chiffres chez des enfants russes en maternelle. Ils ont relevé des erreurs lexicales (par exemple lire 21 au lieu de 51) et des erreurs syntaxiques (lire 5-1 pour 51, sans respecter ni utiliser les marqueurs de la VP). Ils ont alors démontré que la précision de la lecture de nombres augmente avec l'âge, ce qui se caractérise par une diminution des erreurs syntaxiques sur la base 10 et la VP.

Selon Moeller et al. (2011), l'erreur d'ajout de chiffres est associée à des difficultés en mathématiques chez les enfants en CP et indique une mauvaise compréhension de la VP. Les enfants germanophones qui commettaient le plus d'erreurs d'inversion sur les unités-dizaines en fin de CP, témoignant d'une mauvaise compréhension de la VP, faisaient significativement plus d'erreurs d'addition deux ans plus tard, notamment pour les additions avec retenue où l'intégration réussie de la VP est importante. Clayton et al. (2020) ajoutent que les enfants commettant des erreurs d'inversion dans le transcodage de nombres à deux chiffres en GSM ne sont pas encore sûrs de leurs connaissances sur la VP. Être attentif aux erreurs précoces sur les nombres à plusieurs chiffres peut être un indicateur du niveau de compréhension de la VP avant l'apprentissage formel (Byrge et al., 2014 ; Vasilyeva et al., 2022).

### **3.2 La valeur positionnelle comme précurseur des compétences arithmétiques**

La compréhension de la VP est, pour de nombreux auteurs, un précurseur essentiel dans le développement des compétences arithmétiques ultérieures (Dietrich et al., 2016 ; Lambert & Moeller, 2019 ; Moeller et al., 2011). Selon Habermann et al. (2020), la connaissance des chiffres arabes, notamment par le transcodage de nombres, à l'âge de quatre ans est le seul prédicteur longitudinal des compétences arithmétiques à six ans. D'après Moeller et al. (2011), maîtriser le concept de VP en CP est un précurseur fiable des capacités arithmétiques en CE2 (Cours Élémentaire 2ème année), notamment concernant la résolution d'additions avec retenue. Identifier les prédicteurs précoces du développement des compétences arithmétiques est donc nécessaire, car cela permet de mettre en place plus rapidement des programmes de prévention ou d'intervention (Dietrich et al., 2016).

Selon Wong (2019), la compréhension de la VP en CP est également un prédicteur significatif des résultats en fractions et en nombres décimaux en CM1 (Cours Moyen 1ère année). En effet, l'acquisition des nombres rationnels exige que les enfants maîtrisent de nouvelles règles

de position dans le système de numération arabe, en comprenant comment de nouvelles positions de chiffres véhiculent de nouvelles unités de mesure. La compréhension de la structure de la VP joue donc un rôle important dans celle des fractions et des nombres décimaux (Wong, 2019). Ainsi, la compréhension de la VP est un élément essentiel du système de numération arabe car elle se révèle être une aptitude numérique de base pour le développement des compétences arithmétiques ultérieures.

### **3.3 La valeur positionnelle chez des enfants avec des difficultés en mathématiques**

Étant donné que la compréhension de la VP est une étape essentielle dans l'apprentissage, il est important pour les orthophonistes de comprendre comment les enfants avec des difficultés en mathématiques s'approprient ce concept. Tout d'abord, ces derniers ont un traitement du nombre moins efficace (Landerl & Kölle, 2009) et ils présentent des difficultés pour traiter les informations relatives à la VP (Lambert & Moeller, 2019). Chan & Ho (2010) présentent le concept de VP comme un facteur significatif permettant de différencier les enfants avec ou sans difficultés en mathématiques. En effet, les performances des enfants avec des difficultés en mathématiques sont significativement plus faibles que celles des enfants tout-venants (Chan & Ho, 2010). Chan et al. (2017) confirment ce résultat : ce sont les enfants ayant les performances mathématiques les plus faibles qui ont fait le plus d'erreurs dans la tâche de comptage stratégique. Ils comptent les dizaines et les unités sans leur attribuer de valeurs différentes ce qui témoigne de la non-acquisition de la VP. Par exemple, 2 barres (représentant deux dizaines) et 1 cube (représentant une unité) vont être comptés 3 au lieu de 21, car l'enfant ajoute simplement les barres au cube. Les enfants peuvent posséder une certaine connaissance de la séquence de nombres mais ils ne mettent pas de sens sur ce que chaque nombre représente. Finalement, ils considèrent les nombres comme une séquence arbitraire de symboles sans intégrer la structure de la VP (Chan et al., 2017).

Lambert & Moeller (2019) ont comparé les performances d'enfants tout-venants et d'enfants avec des difficultés en mathématiques, sur une tâche de calcul additif dont des additions avec retenue pour des nombres à deux chiffres. Les résultats ont montré que les temps de réponse et les taux d'erreurs sont plus élevés chez les enfants en difficulté que chez les enfants tout-venants, notamment pour les additions avec retenue, ce qui confirme les résultats de Chan & Ho (2010). Ainsi, des déficits précoces dans la compréhension de la VP prédisent des déficits ultérieurs pour les additions avec retenue, ces dernières nécessitant un calcul sur la VP donc une intégration correcte des dizaines et des unités (Lambert & Moeller, 2011 ; Moeller et al., 2011). Cependant, ces résultats sont à nuancer, les difficultés dans les additions avec retenue ne s'expliquent pas uniquement par un manque de maîtrise de la VP mais aussi par l'influence de la mémoire de travail et des stratégies de résolution de problèmes (Chan & Ho, 2010 ; Lambert & Moeller, 2019). Ainsi, même si la VP n'est pas le seul facteur explicatif des difficultés, il semble nécessaire d'aider les enfants à mieux comprendre cette notion.

#### **4 L'utilisation de matériel manipulable pour comprendre la valeur positionnelle**

Le matériel manipulable est souvent utilisé pour soutenir la compréhension d'un concept mathématique abstrait et pour en favoriser l'apprentissage (Houdemont & Petitfour, 2020). Le matériel manipulable est considéré comme un « tremplin » pour mettre du sens sur un concept et être « support de l'action » (Bacquet & Gueritte-Hess, 2007, p.78). L'enfant est « placé dans une situation d'action » (Gardes & Courtier, 2018, p.96), avec comme idée que la matérialisation peut aider l'enfant à accéder à l'abstraction.

##### **4.1 Une absence de consensus sur l'utilisation du matériel manipulable**

Les résultats concernant l'efficacité du matériel manipulable dans l'apprentissage des concepts mathématiques ne font pas consensus (Houdemont & Petitfour, 2020 ; Laski et al., 2015). Corriveau & Jeannotte (2015) reconnaissent l'intérêt du matériel manipulable pour aborder des concepts mathématiques complexes mais indiquent que les manières de l'utiliser peuvent parfois le rendre inefficace. C'est ce que confirme la revue systématique de littérature de Lafay et al. (2019), en indiquant que l'utilisation de matériel manipulable peut être prometteuse pour les enfants avec des difficultés d'apprentissage en mathématiques, mais que les contextes d'enseignement souvent très variables nuancent cette hypothèse (Lafay et al., 2019). Lafay & Osana (2021) considèrent qu'utiliser un matériel manipulable n'est pas toujours plus efficace que de ne pas en utiliser. En effet, la manipulation de matériel concret n'est parfois pas suffisante pour accéder au concept visé, et son efficacité peut également dépendre de l'âge des enfants (Houdemont & Petitfour, 2020 ; Uribe-Flórez & Wilkins, 2017). Le matériel manipulable ne reste qu'une représentation physique d'un concept et pas le concept mathématique lui-même (Lafay & Osana, 2021 ; Laski et al., 2015).

Corriveau & Jeannotte (2015) apportent l'idée selon laquelle « l'utilisation d'un matériel dépasse l'idée de concrétiser les mathématiques » (p.45). Le matériel manipulable permet d'aborder différemment les notions liées à la numération sans pour autant servir uniquement à les concrétiser. En effet, l'enfant va réfléchir au concept mathématique par le matériel utilisé, mais les concepts abordés donnent aussi un sens au matériel manipulable (Corriveau & Jeannotte, 2015).

##### **4.2 Éléments favorisant l'efficacité du matériel manipulable**

Laski et al. (2015) détaillent quatre principes rendant plus probable l'efficacité du matériel manipulable pour l'apprentissage des concepts mathématiques, dont la compréhension de la VP. Le premier principe consiste à utiliser le matériel de façon cohérente sur une période suffisamment longue. En effet, les enfants ont besoin de temps pour établir des liens entre la représentation physique et le concept sous-jacent représenté. C'est ce que démontrent Uribe-Flórez & Wilkins (2017) à travers leur étude longitudinale de la maternelle au CM2 (Cours Moyen 2<sup>ème</sup> année). En effet, ils ont constaté une relation positive entre l'apprentissage des mathématiques chez l'enfant et l'utilisation à long terme du matériel de manipulation.

Le second principe s'intéresse à la transparence du matériel manipulable vis-à-vis du concept travaillé, pour mener à un meilleur apprentissage (Lafay & Osana, 2021 ; Laski et al. 2015). Lafay et al. (2022) se sont intéressés à cette question en jouant sur la transparence du matériel manipulable, pour représenter des nombres à deux ou trois chiffres. Les performances des enfants étaient moins bonnes s'ils utilisaient les objets peu transparents contrairement aux objets où les groupements de base 10 étaient transparents. Ils ont également noté que les enfants à risque en mathématiques, étaient d'autant plus désavantagés face au manque de transparence du matériel manipulable pour comprendre le concept de VP (Lafay et al., 2022). Ho & Cheng (1997) proposent une progression dans la transparence du matériel utilisé, à travers un entraînement sur la VP, pour des enfants chinois en CP présentant des difficultés en mathématiques. Les enfants ont, dans un premier temps, travaillé à partir de fagots de pailles sur le regroupement de dizaines. Ces activités de regroupement et d'échange, avec un matériel manipulable concret, avaient pour objectif de leur faire comprendre que 10 unités de 1, c'est-à-dire dix pailles individuelles, pouvaient être échangées contre un fagot de pailles, c'est-à-dire une dizaine, et inversement (Ho & Cheng, 1997). Dans un second temps, des cartes Montessori étaient proposées aux enfants en complément des pailles. Ces cartes, respectant un code couleur, permettent de composer le nombre par superposition : le nombre 23 est obtenu en superposant la carte bleue 3 sur la carte rouge 20, ceci permettant à l'enfant de lier la représentation analogique avec sa représentation arabe. En comparant les résultats des enfants avant et après intervention, Ho & Cheng (1997) ont constaté une amélioration significative de la compréhension de la VP dans le groupe expérimental par rapport au groupe contrôle n'ayant pas bénéficié de cet entraînement.

Le troisième principe explique qu'il faut éviter les matériaux manipulables ressemblant à des objets du quotidien ou ayant des caractéristiques distrayantes (Laski et al., 2015). Si le matériel manipulable est trop distrayant, l'enfant pourra avoir plus de difficulté à faire le lien entre le matériel manipulable et le concept mathématique. La neutralité perceptive n'aboutit cependant pas à un consensus, ceci dépendant notamment de l'âge et du concept mathématique visé (Lafay & Osana, 2021).

Enfin, le quatrième principe insiste sur la nécessité d'une explication claire de la relation entre le matériel de manipulation et le concept représenté (Laski et al., 2015). Lafay & Osana (2021) soulignent l'importance de laisser aux enfants l'opportunité de manipuler l'objet, pour que le concept soit aussi encodé au niveau moteur, mais reconnaissent l'importance de la guidance par l'adulte et de l'instruction explicite pour favoriser l'efficacité de l'intervention avec du matériel manipulable. En effet, par l'instruction explicite, l'enfant obtient une guidance étape par étape, avec une modélisation claire et des retours ciblés et immédiats sur ce qui a été fait pour éviter les erreurs d'apprentissage (Noël & Karagiannakis, 2020). Ces éléments sont donc à prendre en compte pour représenter le concept de VP.

### **4.3 Blocs de base 10 et valeur positionnelle**

Selon Chan et al. (2017), l'utilisation de blocs de base 10 est l'approche traditionnelle utilisée pour illustrer le concept de VP. En effet, pour les jeunes enfants n'ayant pas forcément la capacité cognitive de comprendre ce concept, le matériel concret semble utile pour les aider à l'intégrer (Chan et al., 2014 ; Chan et al., 2017).

Les blocs de base 10 s'appuient sur le système décimal et sont constitués de cubes symbolisant les unités, de barres représentant les dizaines, de plaques représentant les centaines, avec lesquels il est possible de représenter un nombre à plusieurs chiffres (Dietrich et al., 2016). Ils sont utilisés par plusieurs auteurs dans la compréhension du système décimal et de la VP (Mix et al., 2022 ; Zhang & Okamoto, 2017) , notamment avec la tâche de comptage stratégique (Chan et al., 2014).

Par exemple, Zhang & Okamoto (2017) ont proposé un entraînement constitué uniquement de deux sessions, à des enfants en classe de CP. L'intervention s'appuie sur l'utilisation de blocs de base 10 permettant de représenter des nombres à deux chiffres, afin d'améliorer l'estimation de la grandeur de ceux-ci. Trois conditions sont proposées : dans une condition, les enfants reçoivent plusieurs barres et plusieurs cubes, ils doivent sélectionner le nombre correct de barres et de cubes correspondant au nombre proposé. Dans une autre condition, ils ont uniquement une barre et plusieurs blocs d'unités et dans la dernière condition, ils peuvent utiliser uniquement des blocs d'unités. Les résultats de l'étude ont montré une amélioration de l'estimation du positionnement des nombres sur une ligne numérique de 0 à 100 entre le pré- test et le post-test, plus importante pour la première condition. Ainsi, un court entraînement a permis aux enfants utilisant des barres et des cubes de renforcer leur compréhension de la VP et de préciser leur estimation de la grandeur des nombres à deux chiffres (Zhang & Okamoto, 2017).

De même, Mix et al. (2017) ont montré, dans leur étude auprès d'enfants de 7 ans, que l'utilisation de blocs de base 10 est bénéfique dans leur apprentissage des mathématiques principalement pour les enfants avec un niveau plus faible de départ. Ils ont noté un avantage sur les mesures évaluant la compréhension de la structure en base 10 (Mix et al., 2017). L'utilisation de blocs de base 10, associée à un tableau de numération suivant un code couleur, pour illustrer le concept de VP, a également été mise en place dans le cadre d'une prise en soin en ergothérapie (Barray, 2013). La patiente présentait une dyspraxie visuo-spatiale et des difficultés en mathématiques, notamment dans la compréhension de la numération. L'évaluation des compétences mathématiques après l'intervention montre une amélioration notamment dans la compréhension de la VP par rapport à l'évaluation avant l'intervention. Ainsi, passer par la représentation analogique des quantités avec la manipulation, semble avoir facilité ensuite l'accès au symbolique avec le tableau de numération s'appuyant sur la couleur.

## **5 La couleur comme facilitateur d'apprentissage**

### **5.1 La couleur comme facilitateur dans la remédiation**

L'utilisation de la couleur est présentée comme « un facilitateur d'apprentissage », notamment en langage écrit (Cuge & Roller, 2017, p.16). Perçue comme « une aide à la discrimination visuelle », elle peut donc se révéler être un repère utile (Cuge & Roller, 2017, p.17). Cependant, peu de données scientifiques validées existent sur l'impact de la couleur en numération arabe et plus particulièrement sur la VP.

Chez l'adulte présentant des lésions acquises, une étude de cas s'appuyant sur l'utilisation de la couleur dans la remédiation mathématique, s'intéresse à un patient présentant une acalculie, c'est-à-dire un trouble acquis avec une perturbation de la compréhension du système numérique associée à des déficits spatiaux (Ardila & Rosselli, 2019). Pour faciliter son repérage visuel, une marque colorée est placée dans la marge gauche de la feuille. Le patient est alors invité à la trouver avant de commencer à lire. L'utilisation de cette technique a facilité son repérage pour la lecture de nombres jusqu'au point où le patient est capable de lire sans le support externe (Ardila & Rosselli, 2019). De plus, en ce qui concerne les faits de multiplication chez un patient au stade chronique après un traumatisme cérébral, la présentation en couleur des multiplications semble avoir facilité la récupération des faits de multiplications simples, en raison des associations établies avec succès entre les couleurs et les chiffres (Domahs et al., 2004). Les faits de multiplication dont le produit a le même chiffre final sont présentés dans la même couleur. Par exemple, le problème  $4 \times 3 = 12$  est présenté en jaune, car le deuxième chiffre de la solution est 2 qui est associé à la couleur jaune dans la légende présentée au patient. Ainsi, l'utilisation de la couleur comme indice visuel a permis d'améliorer la rapidité de la récupération des faits multiplicatifs chez ce patient. La couleur dans la remédiation chez l'adulte semble être admise comme étant aidante.

### **5.2 La couleur dans la compréhension de la valeur positionnelle**

Même si dans la littérature peu d'auteurs s'intéressent à la couleur dans l'apprentissage de la numération arabe, celle-ci semble malgré tout être une piste intéressante. Par exemple, un code couleur a été utilisé pour aider à la structuration spatiale en différenciant les rangs en numération arabe, chez deux collégiennes en enseignement spécialisé (Crouail & Mazeau, 2009). L'utilisation d'un code couleur sur les unités, dizaines et centaines (UDC) leur permet d'avoir un repère fiable et facilite la résolution de soustractions et d'additions posées. Le repère visuel par la couleur contribue à redonner confiance à l'enfant ou l'adolescent (Crouail & Mazeau, 2009). L'utilisation d'un code couleur pour différencier les rangs se retrouve également dans l'utilisation d'un tableau de numération représentant les UDC (Barry, 2013). De même, pour faciliter la comparaison de grandeurs et donner du sens à la VP, Daffaure & Guedin (2011) ont présenté à des adolescents cérébrolésés présentant un trouble des apprentissages en mathématiques, la manipulation de quantités différenciées par un code

couleur, avec les unités représentées par des allumettes bleues, les dizaines représentées par dix allumettes entourées d'un élastique orange, et les centaines représentées par des boîtes vertes, le code couleur faisant partie inhérente du matériel. La comparaison des grandeurs avec le matériel manipulable en couleur semble faciliter le repérage et vient souligner le concept de VP. Laski et al. (2015) font également référence, dans le cadre de la compréhension de la VP, à un code couleur sur un matériel constitué de perles, avec une couleur pour chaque position. Le même schéma de couleurs est utilisé de manière itérative pour représenter le système numérique en base 10 avec des grands nombres. Finalement, l'utilisation d'un code couleur semble présenter un réel intérêt. Cependant, les quelques études qui y font référence ne fondent pas leur questionnement sur celui-ci, son efficacité n'est donc pas réellement validée. Il semble pourtant que la couleur puisse avoir un impact notamment pour aider à la compréhension de la VP.

## **6 Problématique et hypothèses**

Le concept de VP dans le système de numération arabe en base 10 est central pour donner un sens aux nombres à plusieurs chiffres (Chan et al., 2017). La compréhension de la VP est un élément précurseur pour le développement des compétences arithmétiques ultérieures (Moeller et al., 2011 ; Wong, 2019). L'acquisition de ce concept se révèle plus complexe pour les enfants avec des difficultés en mathématiques (Chan et al., 2017). Ainsi, en faciliter la compréhension, que ce soit dans l'apprentissage ou dans la remédiation orthophonique est primordial. Pour cela, il est possible d'utiliser les blocs de base 10 (Chan et al., 2014), mais aussi de s'appuyer sur un code couleur, ce dernier point paraissant instinctif mais étant peu exploré. Il semble donc intéressant d'évaluer l'efficacité d'une intervention utilisant un même code couleur pour différencier les rangs en numération arabe, à toutes les étapes, c'est-à-dire de la manipulation du matériel à la représentation arabe. Le but de ce protocole est de savoir si ce type d'intervention permet de faciliter la compréhension de la valeur positionnelle chez des enfants ayant des difficultés en mathématiques. Pour répondre à cette problématique, une intervention de type pré-post a été proposée à une patiente de 11 ans 6 mois, présentant des difficultés en mathématiques, dans le cadre d'une étude de cas unique.

Nous supposons que l'intervention proposée améliorera les scores de la patiente aux épreuves de compréhension de la VP et que les temps de réponse seront plus rapides entre le pré-test et le post-test immédiat sur des items respectant le code couleur, ce qui démontrerait un effet positif de l'intervention (H1). Nous supposons également que l'intervention proposée permettra à la patiente de transférer ses connaissances sur la VP à des items en noir (H2). Nous espérons une généralisation de ses connaissances sur la VP à une tâche ne nécessitant pas uniquement la compréhension de la VP (H3). Enfin, nous supposons un maintien de ses performances à distance de l'intervention (H4).

## **II Méthode**

### **1 Population**

Le recrutement et la passation du protocole expérimental ont été réalisés sur le lieu de stage. Les critères d'inclusion sont d'être âgé entre 10 et 12 ans, de cette manière, les patients ne sont plus dans la phase d'apprentissage du système en base 10 et de la VP. Les participants doivent également avoir le français comme langue maternelle. Enfin, ils doivent présenter des difficultés en mathématiques mises en évidence par un bilan orthophonique initial avec un déficit pathologique en numération arabe. Présenter une déficience intellectuelle ou un déficit objectivé en compréhension orale constituent des critères d'exclusion pour cette étude.

Deux réponses positives ont été obtenues mais seulement une patiente correspondait aux critères précédemment cités. Ainsi, cette étude de cas unique permet d'observer l'évolution de la patiente par rapport à elle-même, qui sera nommée Léa, afin d'anonymiser les données. Léa est âgée de 11 ans 6 mois, en novembre 2022 au début de l'étude, et est en classe de 6<sup>ème</sup> SEGPA (section d'enseignement général et professionnel adapté) depuis septembre 2022. Elle bénéficie d'un suivi en langage écrit avec une autre orthophoniste pour une suspicion de trouble des apprentissages en langage écrit. Elle présente des difficultés scolaires ainsi qu'un contexte familial complexe, ce qui a contribué à son orientation en classe SEGPA. Elle se présente chez l'orthophoniste en juillet 2022, en fin de CM2, pour des difficultés dans les apprentissages mathématiques. Le bilan effectué avec les batteries B-LM Cycle II (Métral, 2008) et Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016) avec les normes de CM2, met en évidence un trouble du raisonnement logique touchant les structures logiques de combinatoire et d'inclusion. Au niveau du triple code, le code analogique semble préservé ainsi que les liens code analogique-code arabe et code analogique-code verbal. Cependant, on note une fragilité dans la construction de la ligne numérique mentale avec des scores pathologiques. De plus, la dictée de grands nombres est pathologique ce qui souligne la faiblesse du lien entre le code verbal et le code arabe. On observe des répercussions sur les apprentissages mathématiques avec un sens des opérations non acquis, des scores pathologiques en calcul, la division n'étant pas réalisable, et un déficit en numération. Léa peut donner les termes de dizaine et d'unité mais ne met pas de sens sur ceux-ci. Ainsi, elle a tendance à appliquer des procédures plaquées en numération arabe sans forcément comprendre les concepts sous-jacents, avec une absence de maîtrise de la VP.

### **2 Matériel**

#### **2.1 Lignes de base**

Nous avons utilisé le principe des lignes de base à trois reprises : une séance avant l'intervention, nommée pré-test, une séance après l'intervention, nommée post-test immédiat, et une séance à distance de l'intervention, nommée post-test différé. La comparaison des scores et des temps de Léa entre le pré-test et le post-test immédiat permet d'évaluer si elle

a progressé après l'intervention. Le post-test différé permet d'observer s'il y a un maintien de l'efficacité de l'intervention dans le temps. Le protocole expérimental est composé de quatre mesures dans lesquelles chaque épreuve est constituée de douze items, ce qui permet à la fois de considérer la fatigabilité de la patiente et de réaliser une analyse statistique des résultats obtenus. En plus des épreuves, deux questions sont posées à Léa lors de la passation des lignes de base pour avoir une idée du retentissement fonctionnel de l'intervention proposée. Les deux questions sont : « 1) Comment te sens-tu par rapport aux nombres ? 2) Est-ce que c'est facile pour toi de comprendre et manipuler comment sont construits les nombres ? »

Le détail des épreuves est présenté en annexe A. Les items des épreuves en pré-test sont les mêmes que ceux proposés dans les deux post-tests.

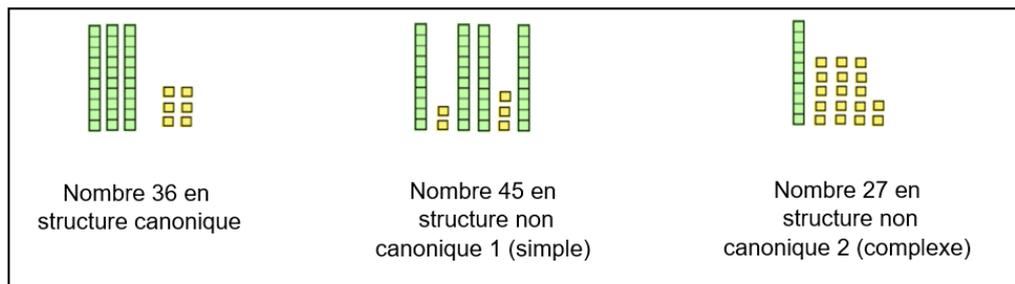
### **2.1.1 Mesure A : épreuves en couleur évaluant la valeur positionnelle.**

La mesure A correspond à la mesure-cible visant à évaluer la compréhension de la VP par deux épreuves où les items sont présentés en couleur. Le code couleur composé de trois couleurs, sera le même pendant l'intervention : jaune pour les unités, vert pour les dizaines, bleu pour les centaines en codant les UDC de façon itérative. La première épreuve, notée M1, comprend douze questions sur la compréhension de la VP, le score étant sur 12 points. Nous lui présentons des nombres écrits en couleur, respectant le code couleur choisi, qui ne sont pas lus pour rester dans le lien code analogique-code arabe. Nous proposons trois types de questions de difficulté croissante, inspirées des études de Flevares et al. (2022) et Mix et al. (2022) permettant de manipuler le concept de VP, avec quatre items par type de question : « Dans ce nombre (3451), 4 c'est le chiffre des... ? Dans ce nombre (342), combien y a-t-il d'unités en tout ? Le 4 représente combien d'unités dans ce nombre (6451) ? » Les nombres proposés ont entre deux et cinq chiffres, pour faire varier le niveau de difficulté, et sont appariés selon le type de question. Chaque réponse est chronométrée, un tour correspondant à l'intervalle de temps entre la question posée et la réponse de Léa.

La deuxième épreuve de la mesure A, notée M1', est inspirée de l'épreuve de comptage stratégique où des quantités sont représentées par des blocs de base 10 sur un dessin (Chan et al., 2014), avec douze items respectant le code couleur choisi, le score étant sur 12 points. Léa est chronométrée, elle doit dire et écrire le nombre représenté. Les deux modalités orale et écrite sont proposées pour vérifier que sa réponse est la même quelle que soit la modalité. Les items sont appariés, avec autant de nombres à deux chiffres qu'à trois chiffres, et sont également appariés en fonction de la structure utilisée. En effet, quatre items présentent une structure canonique, c'est-à-dire respectant l'ordre UDC, quatre items présentent une structure non canonique simple, où l'ordre UDC n'est pas respecté et quatre items présentent une structure non canonique complexe, Léa devant réorganiser les ensembles présentés en se basant sur sa compréhension de la VP comme l'indique la figure 1.

**Figure 1**

*Structures utilisées dans l'épreuve de comptage stratégique M1'*



### **2.1.2 Mesure B : épreuves en noir visant le transfert.**

La mesure B vise le transfert : les mêmes épreuves que celles de la mesure A sont présentées à Léa, avec la même consigne, mais les items sont en noir. Cette mesure vise l'impact fonctionnel étant donné qu'au quotidien, Léa est confrontée à des nombres monochromes.

La mesure B est constituée d'une épreuve, notée M2, comprenant douze questions sur la compréhension de la VP, avec un score sur 12 points. Les nombres sont présentés en noir, avec les trois types de questions proposées à l'épreuve M1. Là encore les items sont appariés et l'épreuve est chronométrée par item. La deuxième épreuve de la mesure B, notée M2', s'appuie sur l'épreuve de comptage stratégique de Chan et al. (2014). Les douze items sont proposés en noir et chronométrés. Ils sont appariés selon leur longueur et selon la structure présentée. Les items sont également contrebalancés entre la mesure A et la mesure B pour éviter un effet d'apprentissage. Par exemple, pour l'épreuve de questions sur la compréhension de la VP, les items ne sont pas proposés dans le même ordre entre les épreuves M1 et M2. Dans l'épreuve de comptage stratégique, les structures (canonique, non canonique simple ou complexe) ne sont pas proposées dans le même ordre entre les épreuves M1' et M2'.

### **2.1.3 Mesure C : épreuves de comparaison de grandeurs.**

La mesure C vise la généralisation c'est-à-dire qu'il est intéressant de voir si dans une tâche nécessitant d'autres compétences que la VP, cette dernière est suffisamment comprise pour ne pas pénaliser la tâche. La mesure C est constituée de deux épreuves de comparaison de grandeurs, l'épreuve M3 avec douze items en couleur respectant le même code couleur, et l'épreuve M3' avec douze items en noir. Le score est sur 12 points par épreuve, chaque épreuve étant chronométrée. La consigne pour chaque épreuve est la suivante : « Je vais te montrer deux nombres, indique le plus grand nombre avec ton doigt. » Les nombres proposés pour la comparaison de grandeurs sont constitués de deux à six chiffres, pour faire varier le niveau de difficulté au sein de la même épreuve. Le principe des paires compatibles et incompatibles est pris en compte, là encore pour faire varier le niveau de difficulté. En effet, il est plus rapide de comparer deux paires compatibles, comme 42\_57 (avec  $4 < 5$  et  $2 < 7$ , la

décision est dans le même sens) que deux paires incompatibles, comme 47\_62 (avec  $4 < 6$  mais  $7 > 2$ , la décision est inversée dans la comparaison des dizaines et des unités) comme l'expliquent Noël & Karagiannakis (2020). Les items proposés sont également choisis en prenant en compte l'effet de distance (il est plus facile de comparer des quantités très éloignées que très proches) et l'effet de taille (il est plus facile de comparer des petits nombres). Certains items comprennent un zéro, cela étant plus difficile chez les jeunes apprenants (Byrge et al. 2014) ou subissent des inversions. Nous avons veillé à proposer le plus grand nombre, soit à droite, soit à gauche, pour éviter qu'il soit toujours présenté de la même manière. Entre les épreuves M3 et M3', les items sont appariés selon ces critères et contrebalancés, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas présentés dans le même ordre, pour éviter un effet d'apprentissage.

#### **2.1.4 Mesure D : épreuve de mesure contrôlée.**

La mesure D correspond à la mesure contrôle pour s'assurer que l'intervention proposée est spécifique. Elle est constituée d'une épreuve chronométrée de calcul mental, notée M4, où douze divisions simples sont proposées avec comme consigne orale « Donne-moi à l'oral, le résultat du calcul que je vais te dire ». Cette épreuve, avec un score sur 12 points, est proposée car elle fait appel à des compétences mathématiques différentes de celles entraînées pendant l'intervention, et correspond à un concept non maîtrisé par la patiente.

## **2.2 Matériel utilisé pendant l'intervention**

Le matériel manipulable des blocs de base 10 a été utilisé pour travailler la représentation analogique. Il respecte le même code couleur que les épreuves des lignes de base, avec les unités symbolisées par des cubes jaunes, les dizaines par des barres vertes, les centaines par des plaques bleues et les unités de mille par des gros cubes jaunes. La taille des éléments est proportionnelle à leurs quantités. Le matériel manipulable est utilisé avec des maisons reprenant le même code couleur, allant de la maison des unités jusqu'à la maison des unités de mille, ce qui permet notamment de délimiter visuellement chaque rang. Elles sont inspirées du matériel proposé par le site Matabul (Thirion, 2019) pour les orthophonistes.

Pour lier la représentation analogique à la représentation arabe, des cartes-symboles ont été utilisées. Là encore, elles respectent le code couleur choisi, avec une répétition de celui-ci sur les grands nombres. Cet outil permet de constituer un nombre par superposition des cartes-symboles. La représentation analogique (par les blocs de base 10 et les maisons) et la représentation arabe (par les cartes-symboles) utilisent le même code couleur, ce qui est l'intérêt de l'intervention proposée. Enfin, un tableau de numération est présenté lors de la dernière séance, avec le même code couleur, pour amorcer la généralisation du concept de VP aux grands nombres. Il y a donc une imprégnation permanente du code couleur. Le matériel utilisé pendant l'intervention (matériel manipulable, maisons, cartes-symboles et tableau de numération) est présenté en annexe B.

### 3 Procédure

Les séances se déroulent tous les mardis du 08 novembre 2022 au 13 décembre 2022, sur l'horaire de la séance hebdomadaire de Léa au cabinet de son orthophoniste, ce qui permet d'éviter un biais de double prise en soin. Le protocole expérimental implique une séance de pré-test, quatre séances d'intervention suivies d'une séance de post-test immédiat. La séance de post-test différé est proposée le 31 janvier 2023, soit sept semaines après le post-test immédiat. Les épreuves lors du pré-test et des post-tests sont proposées selon l'ordre de passation suivant : M2, M3', M2', M4, M1, M3 et M1'. Pour visualiser la durée du protocole, un calendrier est proposé à Léa afin de faciliter son repérage dans le temps.

La première séance d'intervention permet d'introduire la maison des cubes avec le matériel manipulable des cubes de couleur jaune. Une fois arrivée à dix cubes, la patiente va être amenée à les assembler pour obtenir une barre. Elle va donc devoir la ranger dans une autre maison, celle des barres vertes. Pendant cette séance, la patiente introduit, avec notre aide, le lexique mathématique pour la maison des unités et la maison des dizaines, en correspondance avec le matériel qu'elle manipule en fonction de nos consignes. Nous proposons ensuite trois exemples. Lors des deux premiers exemples, nous lui donnons un nombre qu'elle doit représenter avec le matériel et écrire avec les cartes-symboles, ce qui lui permet de visualiser la conception du nombre, à la fois par la manipulation et par la superposition des cartes-symboles. À chaque manipulation, nous lui posons des questions comme : Combien y a-t-il de dizaines dans la maison des dizaines ? Combien y a-t-il d'unités en tout sur le bureau ? Combien y a-t-il d'unités dans la maison des dizaines ? Il lui est demandé à chaque question de nous montrer à la fois avec le matériel dans la maison correspondante et d'indiquer la réponse attendue sur les cartes-symboles, pour lier la représentation analogique à la représentation arabe. Ce type de questions est présent à chaque séance. Le dernier exemple se fait avec un cache placé devant Léa qui doit nous expliquer ce qu'il faut mettre dans les maisons, à quel endroit, sans le matériel sous ses yeux. Le passage par le cache (matériel non visible) est utilisé pour lui permettre de se créer une image mentale du nombre et de se détacher progressivement du matériel manipulable.

Lors de la deuxième séance, un rappel est effectué en lui demandant d'expliquer ce qui a été fait la fois précédente, avec notre étayage si besoin. Le rappel est effectué à chaque début de séance. La deuxième séance s'appuie à nouveau sur les unités et les dizaines, pour consolider ce qui a déjà été fait. En effet, il semble important d'ancrer le concept de VP sur des nombres à deux chiffres avant de continuer avec des plus grands nombres. Là encore trois exemples sont proposés, les deux premiers avec le matériel sous les yeux et le dernier avec un cache, avec uniquement l'appui des cartes-symboles.

Lors de la troisième séance, le passage à la maison des centaines est introduit, avec le matériel des plaques bleues. Les questions lors de la première séance sont posées de la

même manière sur les centaines, en s'appuyant sur le matériel manipulable et sur les cartes-symboles. La quatrième séance permet de repartir de la maison des centaines puis de travailler le passage aux unités de mille. Pour l'expliquer, les maisons des UDC sont regroupées en village par un fond marron, alors que la maison des unités de mille a un fond noir, pour visualiser ce changement de village tout en ayant en tête la réitération des UDC. Nous introduisons la généralisation aux grands nombres par un tableau de numération mettant en évidence la réitération des UDC. Le détail des séances d'intervention est disponible en annexe C. Finalement, lors des quatre séances, les mêmes étapes sont suivies, avec l'utilisation du matériel manipulable pour visualiser le concept de VP, puis un entraînement par l'échange lors du changement de maison. Le lien avec la représentation arabe est mis en place avec les cartes-symboles. Lors de la dernière séance, la généralisation est abordée avec le tableau de numération, ce qui suit les étapes de Noël & Karagiannakis (2020).

#### **4 Démarches administratives et éthiques**

Une notice d'information a été transmise à la patiente et à sa famille avant le début de l'expérimentation. Une convention de stage ainsi qu'une attestation d'étude de cas ont été nécessaires pour procéder à la passation du protocole expérimental.

### **III Résultats**

Dans un premier temps, les questions posées à Léa sur son ressenti sont analysées d'un point de vue qualitatif. Ensuite, étant donné le nombre limité d'items par épreuve et l'unique patiente de notre étude, des tests non paramétriques ont été utilisés pour mettre en évidence un éventuel effet de l'intervention sur ses performances. L'analyse statistique des scores obtenus a été effectuée avec le test exact de Fisher (Fisher, 1925) à l'aide du site BiostaTGV (BiostaTGV, 2000), permettant de comparer deux à deux les différentes phases de test (pré-test, post-test immédiat, post-test différé) sur des échantillons appariés. L'analyse statistique des temps de réponse a été effectuée par la recherche du Tau-U (Parker et al., 2011), avec le logiciel Single Case Research (Vannest et al., 2016) permettant de comparer les différentes phases de test par item. Les temps moyens sont présentés par la suite pour plus de clarté.

Les résultats sont considérés comme étant significatifs lorsque la valeur de  $p$  est inférieure à 0,05. Ils sont décrits ci-dessous en vue de tester les hypothèses initiales, à partir d'une analyse quantitative des scores et des temps obtenus aux épreuves, qui est parfois complétée d'une analyse qualitative à partir de nos observations lors de la passation. La première analyse s'intéresse à la progression après l'intervention au niveau des épreuves évaluant la compréhension de la VP à partir d'items suivant le code couleur utilisé. La seconde analyse s'intéresse aux épreuves évaluant la compréhension de la VP avec des items en noir, pour viser le transfert au quotidien. La troisième analyse s'intéresse aux épreuves de comparaison de grandeurs qui nécessitent d'autres compétences que la compréhension de la VP. Enfin, la dernière analyse vise à montrer si un maintien dans le temps est observé.

## **1 Questions sur le ressenti de Léa**

D'un point de vue qualitatif, deux questions sont posées à Léa en pré-test, post-test immédiat et post-test différé, pour connaître son ressenti par rapport à l'intervention proposée et s'interroger sur le retentissement fonctionnel. La première question est : « Comment te sens-tu par rapport aux nombres ? » En pré-test, Léa indique qu'elle se sent à l'aise avec les nombres, sauf les « très grands nombres au-delà de sept chiffres ». Sa réponse est assez similaire en post-test mais elle apporte une nuance en post-test différé « je comprenais déjà avant mais là je comprends mieux ». Concernant la deuxième question « Est-ce que c'est facile pour toi de comprendre et manipuler comment sont construits les nombres ? », elle répond simplement en pré-test « un nombre c'est un nombre », en post-test immédiat elle indique que ce n'est « ni facile, ni difficile » et en post-test différé, là encore elle apporte une précision « l'entraînement j'ai bien aimé, il m'a aidée ». En fin de post-test immédiat, elle ajoute spontanément « je sens que je m'en sors mieux que la première fois ». On note donc une évolution dans ses réponses, avant et après l'intervention.

## **2 Hypothèse H1 : Effet sur les épreuves en couleur évaluant la valeur positionnelle**

### **2.1 Questions sur la valeur positionnelle avec des items en couleur (épreuve M1)**

Pour l'épreuve de questions sur la VP en couleur, Léa obtient un score de 3/12 en pré-test puis de 11/12 en post-test immédiat. L'analyse des scores met en évidence une amélioration significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après le test exact de Fisher ( $p = 0,0027$ ). Sa seule erreur en post-test porte sur la question « le 3 représente combien d'unités dans ce nombre 83215 ? », qui fait partie du type de question de difficulté plus importante. À cette question, Léa a répondu 1000 au lieu de 3000.

Pour cette épreuve, Léa obtient un temps moyen de 106,54 s (secondes) en pré-test puis de 98,51 s en post-test immédiat. L'analyse des temps ne met pas en évidence de différence significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après la recherche du Tau-U ( $Tau-U = -0,139$ ,  $p = 0,56$ ).

### **2.2 Comptage stratégique avec des items en couleur (épreuve M1')**

Pour l'épreuve de comptage stratégique en couleur, Léa obtient un score de 11/12 en pré-test puis de 12/12 en post-test immédiat. L'analyse des scores ne met pas en évidence de différence significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après le test exact de Fisher ( $p = 1$ ). Sa seule erreur en pré-test porte sur une structure non canonique complexe, elle répond par le nombre 25 pour l'item correspondant à la quantité 27.

Lors de la passation du pré-test, l'épreuve de comptage stratégique en noir a déjà été proposée au cours de la séance. Lorsqu'arrive l'épreuve M1', Léa indique « Ah mais il faut compter ? » et elle répond alors aux questions en ne faisant qu'une seule erreur. Pour cette épreuve, Léa obtient un temps moyen de 208,52 s en pré-test puis de 151,87 s en post-test

immédiat. L'analyse des temps ne met pas en évidence de gain significatif entre le pré-test et le post-test immédiat d'après la recherche du Tau-U ( $Tau-U = -0,25, p = 0,29$ ).

Si le gain au niveau des temps de réponse de Léa concernant la compréhension de la VP entre le pré-test et le post-test immédiat n'est pas significatif, nous observons une amélioration significative des scores à l'épreuve de questions sur la VP mais pas à l'épreuve de comptage stratégique.

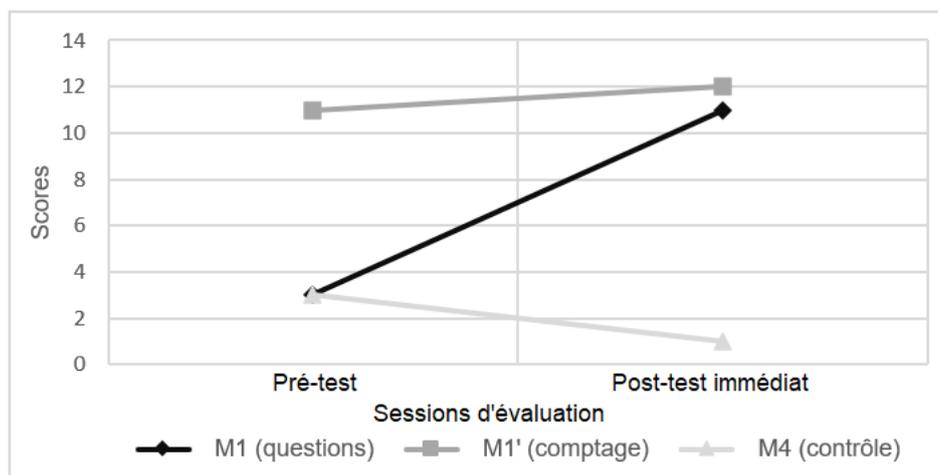
### 2.3 Évolution de la mesure contrôle (épreuve M4)

Pour s'assurer que l'évolution des performances observées peut être en lien avec l'intervention, autrement dit, pour vérifier la spécificité de l'intervention proposée, nous avons mis en place une mesure contrôle, avec l'épreuve M4, ne faisant pas appel aux compétences évaluées. Lors de l'épreuve de calcul mental de divisions simples, Léa obtient un score de 3/12 en pré-test, 1/12 en post-test immédiat et 0/12 en post-test différé. Léa ne met pas de sens sur le calcul de division, elle peut dire qu'elle ne sait pas, elle peut donner une réponse différente pour un même item entre le pré-test et les post-tests, ou elle peut donner un résultat plus grand que les deux nombres de la division proposée. Elle dit pendant la passation « de toute façon je dis au hasard ». L'analyse des scores à l'épreuve de calcul mental ne met pas en évidence d'évolution significative entre le pré-test et le post-test immédiat ( $p = 0,59$ ), ni entre le pré-test et le post-test différé ( $p = 0,22$ ) d'après le test exact de Fisher.

Les scores obtenus aux épreuves M1, M1' et M4 sont représentés dans la figure 2.

#### Figure 2

Scores obtenus aux épreuves évaluant la VP (items en couleur) et à l'épreuve contrôle



Au niveau des temps de réponse à l'épreuve M4, Léa obtient un temps moyen de 84,63 s en pré-test, un temps moyen de 96,07 s en post-test immédiat et un temps moyen de 109,73 s en post-test différé, ce qui ne met pas en évidence d'évolution significative entre le pré-test et le post-test immédiat ( $Tau-U = 0,19, p = 0,42$ ), entre le pré-test et le post-test différé ( $Tau-U = 0,35, p = 0,15$ ) d'après la recherche du Tau-U. À partir de l'analyse statistique des scores et des temps de la mesure M4, on peut donc conclure à une spécificité de l'intervention proposée.

### 3 Hypothèse H2 : Transfert aux épreuves en noir évaluant la valeur positionnelle

#### 3.1 Questions sur la valeur positionnelle avec des items en noir (épreuve M2)

Pour l'épreuve de questions sur la VP en noir, Léa obtient un score de 3/12 en pré-test puis de 10/12 en post-test immédiat. L'analyse des scores met en évidence une amélioration significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après le test exact de Fisher ( $p = 0,01$ ). En post-test, l'erreur sur le nombre 14765 semble être une erreur d'inattention car elle répond « dizaines de mille » à la question portant sur le nombre d'unités. Son autre erreur porte sur une question de difficulté plus importante. Pour cette même épreuve, Léa obtient un temps moyen de 114,43 s en pré-test puis de 126,17 s en post-test immédiat. L'analyse des temps ne met pas en évidence d'évolution significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après la recherche du Tau-U ( $Tau-U = -0,097$  ;  $p = 0,68$ ).

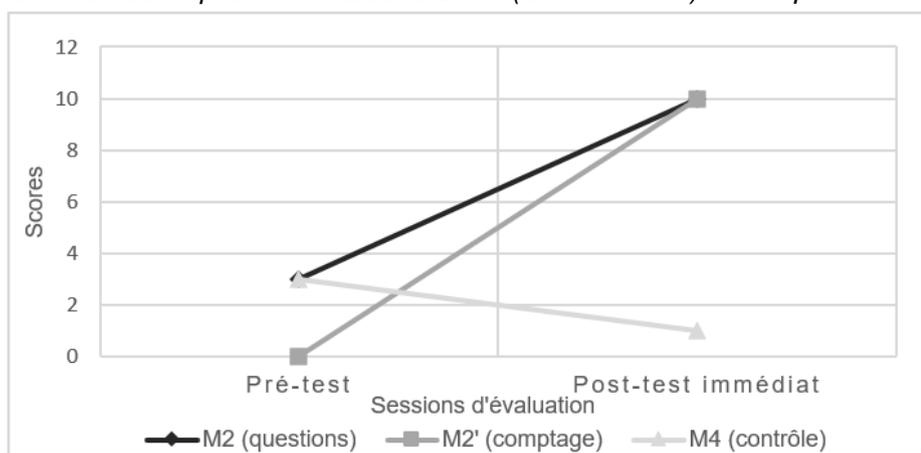
#### 3.2 Comptage stratégique avec des items en noir (épreuve M2')

Pour l'épreuve de comptage stratégique avec des items en noir, Léa obtient un score de 0/12 en pré-test puis de 10/12 en post-test immédiat. L'analyse des scores met en évidence une amélioration significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après le test exact de Fisher ( $p < 0,05$ ). Les deux erreurs en post-test portent sur un item de structure canonique représentant le nombre 18 pour lequel elle répond 20 et un item de structure non canonique simple représentant le nombre 145 pour lequel elle répond 45. Pour cette épreuve, Léa obtient un temps moyen de 100,57 s en pré-test puis de 138,89 s en post-test immédiat. L'analyse des temps met en évidence une évolution significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après la recherche du Tau-U ( $Tau-U = 0,63$  ;  $p = 0,009$ ).

Nous observons une amélioration significative au niveau des scores à l'épreuve de questions sur la VP et à l'épreuve de comptage stratégique, avec des items en noir, entre le pré-test et le post-test immédiat. C'est ce qu'indique la figure 3, qui rappelle également les scores obtenus à l'épreuve contrôle. L'augmentation du temps de réponse est significative pour l'épreuve de comptage stratégique, Léa a donc besoin de plus de temps pour répondre correctement.

#### Figure 3

Scores obtenus aux épreuves évaluant la VP (items en noir) et à l'épreuve contrôle



#### 4 Hypothèse H3 : Généralisation aux épreuves nécessitant d'autres compétences

Il semblait intéressant de savoir si la patiente a suffisamment intégré le concept de VP pour pouvoir l'utiliser dans une tâche nécessitant aussi d'autres compétences que la VP, d'où l'intérêt des épreuves de comparaison de grandeurs en couleur et en noir.

##### 4.1 Comparaison de grandeurs avec des items en couleur (épreuve M3)

Dans l'épreuve de comparaison de grandeurs avec des items en couleur, Léa obtient le score maximal de 12/12 à la fois en pré-test et en post-test immédiat. L'analyse des scores ne met pas en évidence de différence significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après le test exact de Fisher ( $p = 1$ ).

Concernant ses temps de réponse, Léa obtient un temps moyen de 84,63 s en pré-test puis de 96,07 s en post-test. L'analyse des temps ne met pas en évidence de différence significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après la recherche du Tau-U ( $Tau-U = 0, p = 1$ ).

##### 4.2 Comparaison de grandeurs avec des items en noir (épreuve M3')

Dans l'épreuve de comparaison de grandeurs avec des items en noir, Léa obtient un score de 11/12 en pré-test et de 12/12 en post-test immédiat. L'analyse des scores ne met pas en évidence de différence significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après le test exact de Fisher ( $p = 1$ ). Sa seule erreur en pré-test porte sur l'item comparant les nombres 11238\_111238, qui présente un effet de longueur. Concernant ses temps de réponse, Léa obtient un temps moyen de 87,33 s en pré-test puis de 77,22 s en post-test immédiat. L'analyse des temps ne met pas en évidence de différence significative entre le pré-test et le post-test immédiat d'après la recherche du Tau-U ( $Tau-U = -0,28 ; p = 0,25$ ).

On ne note pas de différence significative entre le pré-test et le post-test immédiat, pour les deux épreuves de comparaison de grandeurs, que ce soit au niveau des scores ou des temps.

#### 5 Hypothèse H4 : Maintien dans le temps des effets de l'intervention

Les scores de Léa en post-test différé, présentés dans le tableau 1, sont supérieurs aux scores obtenus en pré-test pour les épreuves M1 (score de 7/12 en post-test différé), M2 (score de 7/12 en post-test différé), M2' (score de 11/12 en post-test différé), et M3' (score de 12/12 en post-test différé).

**Tableau 1**

*Scores obtenus aux différentes épreuves en pré-test, post-test immédiat et post-test différé*

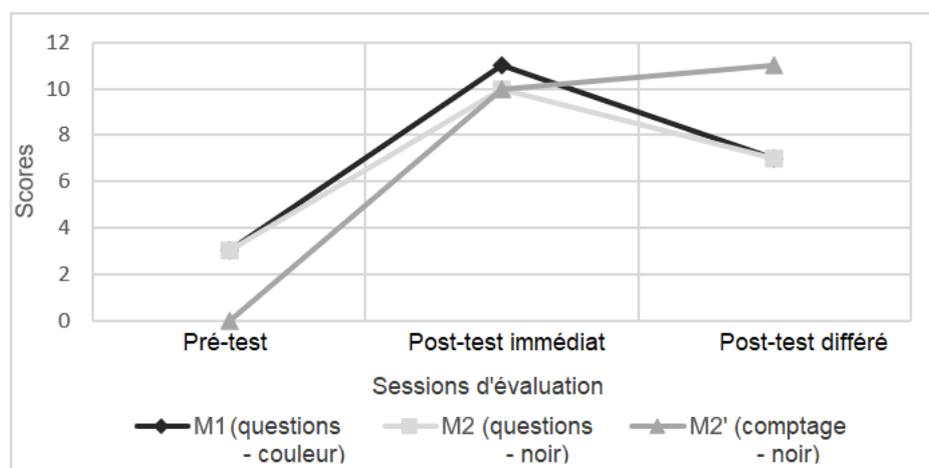
	Épreuve	Score Pré-test	Score Post-test immédiat	Score Post-test différé	p-value Pré-test / Post-test différé
Mesure 1	M1 (Questions) Couleur	3/12	11/12	7/12	$p = 0,21$
	M1' (Comptage) Couleur	11/12	12/12	10/12	$p = 1$
Mesure 2	M2 (Questions) Noir	3/12	10/12	7/12	$p = 0,21$

	M2' (Comptage) Noir	0/12	10/12	11/12	$p < 0,05^*$
Mesure 3	M3(Comparaison) Couleur	12/12	12/12	12/12	$p = 1$
	M3'(Comparaison) Noir	11/12	12/12	12/12	$p = 1$
Mesure 4	M4 (contrôle)	3/12	1/12	0/12	$p = 0,22$

Cependant, d'après les résultats concernant les épreuves exposées précédemment, seule l'amélioration des scores aux épreuves M1, M2 et M2' est significative, entre le pré-test et le post-test immédiat. Ces résultats sont présentés dans la figure 4.

**Figure 4**

*Maintien dans le temps de l'effet de l'intervention sur les scores aux épreuves M1, M2 et M2'*



Pour l'épreuve M1, Léa obtient un score en pré-test de 3/12, en post-test immédiat de 11/12 et en post-test différé de 7/12. L'analyse des scores ne met pas en évidence de différence significative entre le pré-test et le post-test différé d'après le test exact de Fisher ( $p = 0,21$ ). On ne peut donc pas conclure à un maintien dans le temps pour cette épreuve. Les erreurs en post-test différé portent sur une question sur les dizaines de mille dans un grand nombre pour lequel Léa répond par les unités de mille. Les autres erreurs portent sur les questions de difficulté plus importante de type « Le 4 représente combien d'unités dans ce nombre 6541 ? ».

Au niveau de l'épreuve M2, Léa obtient un score en pré-test de 3/12, en post-test immédiat de 10/12 et en post-test différé de 7/12. L'analyse des scores ne met pas en évidence de différence significative entre le pré-test et le post-test différé ( $p = 0,21$ ) d'après le test exact de Fisher. On ne peut donc pas conclure à un maintien dans le temps pour cette épreuve. Les erreurs observées en post-test différé portent encore une fois sur les quatre items de difficulté plus importante et sur un grand nombre.

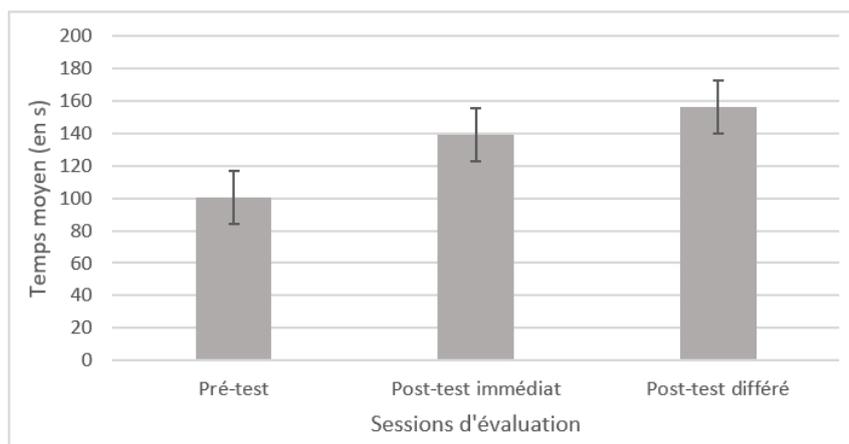
Concernant l'épreuve M2', Léa obtient un score en pré-test de 0/12, en post-test immédiat de 10/12 et en post-test différé de 11/12. L'analyse des scores met en évidence une différence significative entre le pré-test et le post-test différé d'après le test exact de Fisher ( $p < 0,05$ ). La

différence entre le post-test immédiat et le post-test différé n'est pas significative d'après le test exact de Fisher ( $p = 1$ ). La seule erreur de Léa porte sur l'item représentant le nombre 18 pour lequel elle répond par le nombre 20, comme en post-test immédiat. Un maintien dans le temps, au niveau des scores, peut donc être observé pour cette épreuve M2'.

Concernant les temps de réponse, nous n'observons aucune diminution significative sur toutes les épreuves entre le pré-test et le post-test immédiat. Cependant, sur l'épreuve M2', une augmentation significative du temps de réponse est observée entre le pré-test et le post-test immédiat. Léa obtient un temps moyen de 100,57 s au pré-test, 138,89 s au post-test immédiat et 156,2 s au post-test différé à l'épreuve M2'. L'analyse des temps met en évidence une augmentation significative entre le pré-test et le post-test différé ( $Tau-U = 0,55$ ,  $p = 0,02$ ) d'après la recherche du Tau-U. La différence entre le post-test immédiat et le post-test différé n'est pas significative ( $Tau-U = 0,11$ ,  $p = 0,64$ ). On peut donc conclure à un maintien dans le temps au niveau des temps de réponse, pour l'épreuve M2', ce qui est représenté dans la figure 5. Léa a donc besoin de plus de temps pour répondre correctement à cette épreuve.

### Figure 5

*Temps de réponse moyen à l'épreuve M2' au cours des trois sessions d'évaluation*



D'un point de vue qualitatif, qui n'entre donc pas dans la cotation, en fin de post-test différé, nous avons rappelé à Léa qu'elle pouvait s'appuyer sur l'entraînement des semaines précédentes en se représentant mentalement les maisons et le matériel manipulable en couleur. Nous lui avons ensuite reposé les questions de difficulté importante, non réussies au niveau de l'épreuve de questions sur la VP en noir, et elle a alors pu donner les réponses attendues. Les tableaux récapitulatifs des scores et des temps des différentes épreuves sont présentés en annexe D.

## IV Discussion

Le concept de VP est un élément essentiel du système de numération arabe en base 10 et est un précurseur pour le développement des compétences arithmétiques plus complexes (Wong, 2019). Un code couleur est souvent utilisé comme support d'apprentissage pour la compréhension de la VP, mais très peu d'études y font référence. Cette étude de cas unique

a pour objectif d'évaluer l'effet d'une intervention utilisant un code couleur pour différencier les rangs en numération arabe, à toutes les étapes de l'intervention, de la représentation analogique à la représentation arabe, dans le but de faciliter la compréhension de la VP chez une patiente de 11 ans 6 mois. Des épreuves évaluant la VP ont été proposées en pré-test puis en post-test immédiat, c'est-à-dire après les quatre semaines d'intervention, puis en post-test différé, à distance. Nous supposons une amélioration des scores et une diminution des temps de réponse aux épreuves évaluant la VP suivant un code couleur, avec un transfert aux épreuves s'appuyant sur des items en noir, une généralisation dans les épreuves de comparaison de grandeurs et un maintien des performances à distance de l'intervention.

## **1 Synthèse des observations**

### **1.1 Questions portant sur le ressenti de la patiente**

D'un point de vue qualitatif, une évolution est constatée dans les réponses de Léa aux deux questions posées sur son ressenti. En exprimant que l'entraînement l'a aidée, Léa semble avoir profité de l'intervention, ce qui lui a permis de se rendre compte d'elle-même de ses progrès. De cette manière, il est possible de supposer que l'intervention, s'appuyant sur un code couleur à chaque étape, a contribué à lui redonner confiance en elle dans la manipulation des quantités et des nombres, ce qui a donc un impact fonctionnel. L'intervention semble donc avoir un effet bénéfique sur le ressenti de la patiente, ce qui rejoint la constatation de Crouail & Mazeau (2009), pour qui le repère visuel donné par un code couleur peut contribuer à redonner confiance à l'adolescent. Malgré tout, ses réponses restent peu détaillées ce qui peut être mis en lien avec le fait que les questions posées sont très générales.

### **1.2 Hypothèse H1 : Effet de l'intervention sur les épreuves évaluant la compréhension de la valeur positionnelle, avec des items en couleur**

Léa a significativement amélioré ses scores entre le pré-test et le post-test immédiat à l'épreuve M1 (questions évaluant la compréhension de la VP), avec des items suivant le code couleur proposé. L'hypothèse H1 est donc partiellement validée, uniquement concernant l'amélioration des scores de Léa à l'épreuve M1. Elle n'est pas validée pour les temps de réponse concernant les deux épreuves de la mesure A. On note que Léa est plus rapide en post-test immédiat pour les deux épreuves mais la différence des temps de réponse entre le pré-test et le post-test n'est pas significative.

En post-test immédiat, Léa arrive donc à mieux manipuler le concept de VP en répondant plus facilement aux questions posées, notamment sur les plus grands nombres comme les dizaines de mille. De plus, par l'intervention, elle semble avoir mieux compris, en post-test, le concept de VP, c'est-à-dire que la valeur de chaque chiffre dépend de sa position dans le nombre (Chan et al., 2014) notamment en répondant correctement à trois items sur quatre avec le type de question « le 3 représente combien d'unités dans le nombre 32 ? ». Poser des questions

sur le concept de VP, qui est une épreuve de mesure syntaxique pour évaluer celui-ci, d'après Mix et al. (2022), prend donc tout son sens.

Concernant l'épreuve de comptage stratégique avec des items en couleur (épreuve M1'), Léa n'améliore pas significativement ses scores entre le pré-test et le post-test immédiat. Cependant, il est intéressant de noter que dès le pré-test, avec l'apport du code couleur, elle obtient directement un score de 11/12, ce qui explique la non-significativité relevée. Nous pouvons supposer que ce score élevé dès le pré-test peut indiquer que le code couleur, avant même qu'elle acquière une réelle compréhension du concept de VP, est un facilitateur d'apprentissage en aidant à la discrimination visuelle (Cuge & Roller, 2017) et est un indice visuel (Domahs et al., 2004) par rapport à l'épreuve M2' composée d'items en noir.

De plus, il est possible de faire également le lien avec l'influence des habiletés visuo-spatiales dans le développement de la VP (Noël & Karagiannakis, 2020). En effet, le code couleur peut aider à différencier les rangs, d'un point de vue visuo-spatial, dans cette épreuve de comptage stratégique par rapport à des items monochromes. Étant donné la dissociation observée, en pré-test, dans les scores entre l'épreuve M1 et l'épreuve M1' avec des items en couleur dans les deux épreuves, nous pouvons supposer que le code couleur est aidant dans l'épreuve de comptage stratégique en pré-test mais qu'il ne suffit pas pour l'épreuve de questions sur la VP. L'intervention, reprenant le code couleur à chaque étape, semble alors nécessaire pour accéder à la compréhension réelle de la VP. Le code couleur utilisé peut jouer son rôle de facilitateur d'apprentissage (Cuge & Roller, 2017) mais il doit être associé à une intervention passant de la représentation analogique à la représentation arabe (Bacquet & Gueritte-Hess, 2007 ; Ho & Cheng, 1997 ; Noël & Karagiannakis, 2020). Léa a une connaissance fragile de la VP avant l'intervention, avec des connaissances plaquées et imprécises (Bower et al., 2022 ; Mix et al., 2022). Il semble que l'intervention l'aide à acquérir une expertise progressive de la VP. Ainsi, on peut supposer qu'en post-test, après l'intervention, Léa arrive à une conception intégrée de la VP (Fuson et al., 1997) : elle peut manipuler par exemple la dizaine comme une dizaine en tant que telle ou comme un groupe de dix unités, à travers les épreuves évaluant la VP.

### **1.3 Hypothèse H2 : Transfert aux épreuves en noir évaluant la compréhension de la valeur positionnelle**

Léa a significativement amélioré ses scores aux épreuves de questions sur la VP et de comptage stratégique avec des items en noir, entre le pré-test et le post-test immédiat. L'hypothèse H2 peut donc être validée au niveau des scores. Dans l'épreuve de comptage stratégique, concernant son erreur sur l'item représentant le nombre 18, il est possible que Léa ait été influencée par l'item précédent, au niveau de la construction des carrés représentant les unités, qui sont organisés par cinq dans l'item précédent, et par quatre dans l'item échoué, ce qui a pu l'induire en erreur, en répondant de manière trop impulsive.

En pré-test, sans l'appui d'un code couleur, les épreuves de questions sur la VP et de comptage stratégique ne font pas sens. Dans l'épreuve de comptage stratégique en pré-test, Léa compte les UDC de la même manière sans leur attribuer de valeurs différentes, ce qui rejoint les résultats de Chan et al. (2017) sur cette même épreuve, chez les enfants ayant des performances mathématiques faibles. On peut supposer que l'intervention proposée avec l'utilisation d'un code couleur à toutes les étapes, lui a permis d'accéder à une compréhension plus fine du concept de VP. Outre sa compréhension avec des items en couleur pour les questions sur la VP, objectivée dans l'hypothèse H1, il semble donc qu'un transfert est possible aux items en noir sur les épreuves de questions sur la VP et de comptage stratégique. Comprendre le concept de VP même sans l'appui de la couleur semble possible, et peut donc indiquer qu'elle peut se détacher du code couleur pour transférer ses connaissances acquises sur la VP lorsque les items sont noirs. Il semble alors que Léa n'a pas simplement appris la correspondance entre une couleur et son rang car elle peut s'en détacher sur des items monochromes. C'est un peu le même principe retrouvé dans l'élaboration de la tâche de comptage stratégique (Chan et al., 2014), où des représentations pas nécessairement canoniques sont proposées, pour éviter un apprentissage par cœur à la place d'une réelle compréhension de la VP. Ces résultats semblent donc être le signe d'un impact fonctionnel, Léa faisant face à des items en noir au quotidien. Au niveau des temps de réponse, Léa met plus de temps en post-test immédiat pour répondre aux deux épreuves qu'en pré-test, mais la différence n'est significative que pour l'épreuve de comptage stratégique. Donc pour cette épreuve, les items en noir demandent plus de temps là où nous n'observons pas de différence significative sur les items en couleur. En post-test, Léa met du sens sur la consigne par rapport au pré-test, elle a donc besoin de plus de temps pour y répondre. Ainsi l'hypothèse H2 est validée au niveau des scores pour les deux épreuves, mais elle n'est pas validée au niveau des temps de réponse, nous ne constatons pas plus de rapidité après l'intervention.

#### **1.4 Hypothèse H3 : Généralisation aux épreuves de comparaison de grandeurs**

Aux épreuves de comparaison de grandeurs, avec des items en couleur ou en noir, Léa n'améliore pas significativement ni ses scores ni ses temps de réponse entre le pré-test et le post-test immédiat. En effet, les résultats en pré-test montrent un effet plafond avec les items choisis. Ainsi, il n'est pas possible de conclure à une généralisation de la compréhension du concept de VP dans une épreuve de comparaison de grandeurs. En ce sens, l'hypothèse H3 ne peut pas être validée. Pour autant, l'épreuve de comparaison de grandeurs est une tâche régulièrement utilisée pour évaluer la compréhension de la VP (Dietrich et al., 2016). Il aurait donc été intéressant de proposer cette épreuve en présentant de plus grands nombres à la patiente tout en respectant les critères utilisés pour leur construction.

L'épreuve de comparaison de grandeurs ne met pas uniquement en jeu la compréhension de la VP. En effet, elle peut aussi refléter un sens de la magnitude plutôt qu'une compréhension

de la VP. Les enfants peuvent répondre avec succès s'ils adoptent, par exemple, une stratégie utilisant le fait que les nombres avec plus de chiffres représentent des grandeurs plus importantes (Vasilyeva et al., 2022). Selon Mix et al. (2022), l'épreuve de comparaison de grandeurs nécessite une compréhension approximative de la VP, ce qui rejoint l'idée selon laquelle Léa posséderait des compétences approximatives de la VP avant l'intervention. Ceci peut expliquer sa réussite à cette épreuve dès le pré-test, en plus du fait que les items choisis ne sont pas forcément adaptés. En effet, avant l'intervention, elle réussit les épreuves où la compréhension approximative de la VP suffit mais elle est en difficulté, en pré-test, dans les épreuves s'appuyant sur des mesures syntaxiques comme l'épreuve de comptage stratégique et les questions sur la VP (Mix et al., 2022).

### **1.5 Hypothèse H4 : Maintien dans le temps des effets de l'intervention**

Une amélioration des scores est observable entre le pré-test et le post-test différé, pour les épreuves de questions sur la VP en couleur et en noir mais elle n'est pas significative. L'épreuve de comptage stratégique en noir a, quant à elle, mis en évidence une amélioration significative des scores. L'hypothèse H4 est donc validée partiellement, pour l'épreuve M2' de comptage stratégique au niveau des scores. Ainsi, les performances de Léa sont maintenues, à distance de l'intervention, pour l'épreuve M2'. Cependant, Léa a besoin de plus de temps pour réussir cette épreuve, ce qui ne permet pas de valider l'hypothèse H4 pour l'épreuve M2' au niveau des temps de réponse. Les résultats obtenus au niveau des scores concernant cette épreuve rejoignent l'affirmation de Chan et al. (2014), selon laquelle la tâche de comptage stratégique est un outil fiable pour évaluer la VP et est un prédicteur informatif des difficultés futures en mathématiques.

Nous pouvons supposer que la durée de l'intervention de quatre semaines n'était pas suffisante pour observer un maintien robuste dans le temps sur les autres épreuves évaluant la VP. Ceci rejoint le premier principe de Laski et al. (2015) indiquant que la période d'utilisation de matériel manipulable doit être suffisamment longue. Il est possible de transposer ce principe à l'intervention proposée. Il serait donc intéressant d'augmenter la durée de l'intervention pour espérer un maintien significatif dans le temps sur un plus grand nombre d'épreuves.

## **2 Limites et modifications possibles de l'étude**

### **2.1 Design de l'étude**

Malgré le soin porté à l'élaboration du protocole expérimental de cette étude, des limites sont à prendre en compte. Tout d'abord, cette étude s'est intéressée à une seule patiente du fait de contraintes temporelles et géographiques. Cette étude de cas unique permet donc d'ouvrir la réflexion mais n'est pas représentative de toute la population concernée et ne permet pas de généraliser les résultats obtenus. Malgré tout, Noël & Karagiannakis (2020) rappellent l'intérêt de cette démarche de cas unique en soulignant que les cliniciens doivent être conscients des différents besoins de leurs patients pour leur fournir une pratique adaptée.

Ensuite, nous avons constaté durant la deuxième séance de l'intervention une impulsivité de la part de la patiente dans ses réponses. Elle n'attendait pas toujours la fin de la question pour répondre, était moins attentive, ce qui a pu interférer dans la consolidation des bases de l'entraînement sur les unités et dizaines. De plus, le nombre limité d'items par épreuve, pour éviter une baisse de motivation ou une trop grande fatigabilité et pour respecter un temps raisonnable de passation n'a, a contrario, pas permis d'effectuer un traitement statistique plus élaboré.

## **2.2 Protocole expérimental**

### **2.2.1 Lignes de base.**

Les questions qualitatives sur son ressenti vis-à-vis des nombres et de l'intervention avaient pour objectif d'être des questions ouvertes pour permettre à Léa de s'exprimer comme elle le souhaitait. Cependant, ses réponses sont finalement peu détaillées. Il est possible qu'elle ait eu des difficultés à répondre aux questions proposées qui ne sont peut-être pas assez ciblées. Elles mériteraient donc d'être recentrées pour espérer une plus grande précision dans les réponses apportées sur son ressenti, à lier avec l'impact fonctionnel au quotidien.

De plus, l'évaluation de la compréhension de la VP dans les épreuves est inspirée de la littérature (Chan et al., 2014 ; Dietrich et al., 2016 ; Mix et al., 2022). Cependant, les épreuves de comparaison de grandeurs présentent un effet plafond dans notre étude, ce qui peut indiquer que les items proposés étaient trop faciles pour la patiente. Il pourrait donc être pertinent de proposer de plus grands nombres, la patiente ayant plus de difficulté avec ceux-ci, pour espérer voir une amélioration significative au niveau des scores et une plus grande rapidité dans les temps de réponse après l'intervention. Les épreuves de comparaison de grandeurs ont été choisies notamment car elles respectent le lien arabe-analogique au niveau du triple code (Dehaene, 1996). Cependant, il pourrait être pertinent d'ajouter une épreuve de transcodage comme épreuve se basant sur des connaissances approximatives de la VP (Mix et al., 2022), même si le lien arabe-analogique n'est plus le seul mis en jeu. Ensuite, dans la passation des lignes de base, les épreuves en noir étaient présentées avant celles en couleur, ce qui a pu entraîner un effet d'apprentissage entre les épreuves. Il serait alors intéressant de modifier l'ordre de passation entre le pré-test et les post-tests pour contrôler ce possible biais.

### **2.2.2 Durée de l'intervention.**

Une intervention courte sur quatre semaines a permis d'observer une amélioration significative pour certaines épreuves évaluant la compréhension de la VP en post-test immédiat. Zhang & Okamoto (2017) ont obtenu des résultats significatifs avec une intervention s'appuyant sur des blocs de base 10 en proposant uniquement deux sessions. Il est donc possible d'obtenir des résultats avec une durée d'intervention limitée mais ceci est à nuancer car l'objectif visé et le protocole utilisé ne sont pas tout à fait les mêmes que ceux de Zhang & Okamoto (2017). Il serait donc intéressant de proposer une durée d'intervention plus conséquente pour espérer

voir un maintien dans le temps des performances sur un plus grand nombre d'épreuves. De plus, il est possible que le post-test différé ait été proposé trop à distance de l'intervention. Il aurait pu être pertinent de demander à Léa en début de post-test différé ce dont elle se souvenait concernant l'entraînement pour réactiver ses souvenirs, comme le proposent Bacquet & Gueritte-Hess (2007). En effet, d'un point de vue qualitatif, en fin de post-test différé, nous lui avons rappelé succinctement l'entraînement en mentionnant le matériel manipulable associé au code couleur. Elle a alors pu donner la bonne réponse sur les épreuves de questions de la VP. Il est donc possible de supposer qu'un apprentissage s'est mis en place mais qu'il ne se reflète pas dans la réussite, à distance de l'intervention. L'apprentissage reflète un processus de changement au cours du temps, là où la réussite se base sur un instant t (Uribe-Flórez & Wilkins, 2017).

De même, la durée de l'entraînement n'a pas forcément permis une généralisation de l'apprentissage aux grands nombres. Seule la quatrième séance abordait les grands nombres notamment avec l'utilisation du tableau de numération en couleur, ce qui n'apparaît pas comme suffisant. De plus, l'utilisation de ce tableau ne fait pas consensus dans la littérature. Pour certains, il va permettre à l'enfant d'appliquer le concept de VP sans en mettre de sens (Bacquet & Gueritte-Hess, 2007). Le tableau de numération révèle « le fossé entre le savoir-faire et le comprendre ce que l'on fait » (Gueritte-Hess et al., 2005, p.191). Cependant, un tableau de numération associé à un code couleur peut être utilisé dans l'enseignement spécialisé pour le passage aux milliers (Daffaure & Guedin, 2011). Ainsi, l'utiliser après la manipulation, ce qui est également le cas dans notre étude, peut être un atout (Barray 2013). De cette manière, les patients peuvent mettre du sens sur le concept de VP avant d'utiliser le tableau de numération pour accéder à la représentation des plus grands nombres. En ce sens, cet outil reprenant le même code couleur semble pertinent.

### **2.2.3 Étapes de l'intervention.**

Estomper progressivement le caractère concret du concept de VP, pour aller vers la représentation arabe, plus abstraite, semble efficace pour la compréhension du système de VP, par rapport à une présentation simultanée des représentations concrètes et abstraites du nombre (Donovan & Fyfe, 2022). Dans notre intervention, chaque séance tentait d'appliquer ce principe mais il aurait peut-être été plus pertinent de l'établir non pas à chaque séance mais de séance en séance pour avoir un réel estompement de la concrétude.

De plus, dans l'intervention proposée, plusieurs ingrédients actifs sont présents, comme l'utilisation du matériel manipulable avec les maisons, les cartes-symboles, le tableau de numération et le code couleur. Même si le code couleur est repris dans chaque étape de l'intervention, il n'est pas le seul paramètre de l'étude ce qui rend difficile de conclure uniquement par rapport à son effet. La validation des hypothèses est alors possible en s'intéressant à la globalité de l'intervention avec le code couleur comme fil conducteur. Il paraît

cependant difficile, d'un point de vue expérimental, d'isoler totalement le code couleur. En effet, un code couleur fait partie intrinsèque d'un support, que ce soit du matériel manipulable ou des nombres (Daffaure & Guedin 2011 ; Laski et al., 2015). Dans le cadre de l'étude de Domahs et al. (2004), il s'applique aux multiplications proposées, donc à la représentation arabe. Dans l'intervention proposée dans notre étude, il semblait essentiel de proposer une intervention la plus fonctionnelle possible. Or, il semble important de rendre concret un concept abstrait, en passant notamment par la représentation analogique avant d'aborder la représentation arabe (Bacquet & Gueritte-Hess, 2007 ; Ho & Cheng, 1997 ; Noël & Karagiannakis, 2020). Ainsi, le code couleur n'est pas appliqué seulement à la représentation arabe du nombre mais dès la représentation analogique, pour plus de continuité.

### **3 Perspectives de l'étude et impact pour le métier d'orthophoniste**

Lafay & Osana (2021) rappellent l'importance d'évaluer son intervention pour ensuite procéder à des ajustements. Ainsi, en prenant en compte les limites citées, il serait intéressant de modifier certains aspects du protocole expérimental précédemment exposés pour le proposer à plusieurs patients, donc d'élaborer une étude de cas multiple. Ceci permettrait d'observer si une tendance se dessine au niveau des résultats obtenus chez les différents participants. Même si une mesure contrôle était présente pour s'assurer de la spécificité de l'intervention, il serait intéressant de proposer dans un second temps, pour limiter le biais lié aux différents ingrédients actifs de l'intervention, une étude avec deux groupes. Un groupe expérimental bénéficierait du protocole utilisant le code couleur et un groupe contrôle bénéficierait du même protocole sans l'appui de la couleur tout au long de l'intervention. Ce type de design pourrait notamment contribuer à objectiver des différences dans les temps de réponse.

Étant donné que les compétences visuo-spatiales semblent jouer un rôle dans le développement de la VP (Fung & al., 2020 ; Yang et al., 2021), il pourrait être intéressant de cibler des patients rencontrant des difficultés dans les apprentissages mathématiques et ayant des déficits visuo-spatiaux. En effet, la comorbidité des troubles des fonctions visuo-spatiales avec des difficultés en mathématiques est courante (Van Hout & Meljac, 2001).

L'intuition souvent observée dans la pratique orthophonique qui consiste à utiliser, en remédiation, un code couleur pour différencier les rangs en numération arabe semble se confirmer avec l'intervention proposée. En effet, proposer une intervention ayant comme fil conducteur un code couleur tout au long des étapes de l'intervention, c'est-à-dire de la représentation analogique à la représentation arabe, a permis une amélioration des scores après l'intervention pour certaines épreuves évaluant la VP. De plus, le format de l'intervention, applicable en remédiation orthophonique, et les perspectives apportées par cette étude peuvent présenter un intérêt clinique. Cette étude constitue donc une première approche qui pourrait être complétée et approfondie par de futures recherches.

## V Conclusion

La valeur positionnelle est un concept essentiel du système de numération en base 10 et est un élément précurseur des compétences arithmétiques ultérieures (Moeller et al., 2011 ; Wong 2019). La compréhension du concept de VP est plus difficile chez les enfants présentant des difficultés en mathématiques (Chan & Ho, 2010 ; Chan et al., 2017). La présente étude a donc pour objectif d'évaluer l'impact d'une intervention utilisant un code couleur, de la représentation analogique à la représentation arabe, soit à toutes les étapes de l'intervention, sur la compréhension du concept de VP. Cette étude de cas unique, auprès d'une patiente présentant des difficultés en mathématiques, a montré une amélioration de ses scores sur certaines épreuves évaluant la VP, après l'intervention, que ce soit sur des items respectant le code couleur, ou sur des items en noir. Nous pouvons donc supposer un effet positif de l'intervention sur ces épreuves et un transfert aux items en noir, ce qui est intéressant d'un point de vue fonctionnel. Il semble que l'intervention utilisant un code couleur à toutes les étapes de l'intervention a aidé la patiente à améliorer ses performances concernant la compréhension de la VP, ce qui est intéressant à prendre en compte dans la remédiation orthophonique.

Nous ne notons pas de diminution significative des temps de réponse après l'intervention, quelle que soit l'épreuve observée. La généralisation de la compréhension de la VP à des épreuves de comparaison de grandeurs n'a pas été mise en évidence après l'intervention. Enfin, concernant le maintien dans le temps des performances de la patiente, seule l'épreuve de comptage stratégique en noir présente un maintien significatif dans le temps, ce qui questionne notamment sur la durée de l'intervention et la date du post-test différé.

Même si la présente étude de cas unique présente des limites, l'apport d'un code couleur dans une intervention sur la compréhension de la VP semble être une piste intéressante, qui mériterait d'être encore explorée. Il serait intéressant de proposer l'intervention à un plus grand nombre de patients, lors d'une étude de cas multiple par exemple. Pour limiter certains biais, il pourrait être pertinent de proposer également une étude de plus grande envergure, avec un groupe contrôle ne bénéficiant pas du code couleur et un groupe expérimental bénéficiant d'une intervention utilisant un code couleur.

## Références

- Ardila, A., & Rosselli, M. (2019). Cognitive Rehabilitation of Acquired Calculation Disturbances. *Behavioural Neurology*, 2019, e3151092. <https://doi.org/10.1155/2019/3151092>
- Bacquet, M., & Gueritte-Hess, B. (2007). *Le nombre et la numération : Pratique de rééducation*. Editions du papyrus.
- Barray, V. (2013). Prise en charge des difficultés mathématiques des enfants porteurs de troubles spécifiques des apprentissages en ergothérapie. *Développements*, 16-17(3), 13-35. <https://doi.org/10.3917/devel.016.0013>
- Barrouillet, P., & Camos, V. (2006). *La cognition mathématique chez l'enfant*. Solal.
- BiostaTGV (2000). *Tests Statistiques en ligne : Test exact de Fisher*. BiostaTGV. <https://biostatgv.sentiweb.fr/?module=tests/fisher>
- Bower, C. A., Mix, K. S., Yuan, L., & Smith, L. B. (2022). A Network Analysis of Children's Emerging Place-Value Concepts. *Psychological Science*, 33(7), 1112-1127. <https://doi.org/10.1177/09567976211070242>
- Byrge, L., Smith, L. B., & Mix, K. S. (2014). Beginnings of Place Value : How Preschoolers Write Three-Digit Numbers. *Child Development*, 85(2), 437-443. <https://doi.org/10.1111/cdev.12162>
- Chan, B. M., & Ho, C. S. (2010). The cognitive profile of Chinese children with mathematics difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107(3), 260-279. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.04.016>
- Chan, W. W. L., Au, T. K., Lau, N. T. T., & Tang, J. (2017). Counting errors as a window onto children's place-value concept. *Contemporary Educational Psychology*, 51, 123-130. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.07.001>
- Chan, W. W. L., Au, T. K., & Tang, J. (2014). Strategic counting : A novel assessment of place-value understanding. *Learning and Instruction*, 29, 78-94. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.09.001>

- Clayton, F. J., Copper, C., Steiner, A. F., Banfi, C., Finke, S., Landerl, K., & Göbel, S. M. (2020). Two-digit number writing and arithmetic in Year 1 children : Does number word inversion matter ? *Cognitive Development*, 56, e100967. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2020.100967>
- Corriveau, C., & Jeannotte, D. (2015). L'utilisation du matériel en classe de mathématiques au primaire : Quelques réflexions sur les apports possibles. *Bulletin AMQ*, 55(3), 32-49.
- Crahay, M., Verschaffel, L., De Corte, E., & Fayol, M. (2008). *Enseignement et apprentissage des mathématiques : Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (2 e éd.). De Boeck université.
- Crouail, A., & Mazeau, M. (2009). *Rééduquer dyscalculie et dyspraxie : Méthode pratique pour l'enseignement des mathématiques*. Elsevier, Masson.
- Cuge, E., & Roller, T. (2017). *L'utilisation de la couleur à l'école maternelle*. [Mémoire de Sciences de l'Éducation, Université Aix-Marseille]. HAL. <https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01629278>
- Daffaure, V., & Guedin, N. (2011). *Construction et utilisation du nombre : Outils d'aide pour des élèves en difficulté d'apprentissage*. Solal.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1-42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Dietrich, J. F., Huber, S., Dackermann, T., Moeller, K., & Fischer, U. (2016). Place-value understanding in number line estimation predicts future arithmetic performance. *The British Journal of Developmental Psychology*, 34(4), 502-517. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12146>
- Domahs, F., Lochy, A., Eibl, G., & Delazer, M. (2004). Adding colour to multiplication : Rehabilitation of arithmetic fact retrieval in a case of traumatic brain injury. *Neuropsychological Rehabilitation*, 14(3), 303-328. <https://doi-org.docelec.univ-lyon1.fr/10.1080/09602010343000246>

- Donovan, A. M., & Fyfe, E. R. (2022). Connecting concrete objects and abstract symbols promotes children's place value knowledge. *Educational Psychology, 42*(8), 1008-1026. <https://doi.org/10.1080/01443410.2022.2077915>
- Fayol, M. (2018a). Introduction. In *L'acquisition du nombre* (p. 3-18). Presses universitaires de France.
- Fayol, M. (2018b). Chapitre premier. Représenter et manipuler symboliquement les quantités : les codes. In *L'acquisition du nombre* (p. 19-38). Presses universitaires de France.
- Fénichel, M., & Pfaff, N. (2005). *Donner du sens aux mathématiques*. Bordas.
- Fisher, R. A. (1925). *Statistical methods for research workers*. Oliver and Boyd.
- Flevaris, L. M., Perry, M., Beilstein, S. O., & Bajwa, N. P. (2022). Examining First-Graders' Developing Understanding of Place Value via Base-Ten Virtual Manipulatives. *Early Childhood Education Journal, 50*(3), 359-370. <https://doi.org/10.1007/s10643-021-01162-9>
- Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1997). Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(2), 130-162. <https://doi.org/10.2307/749759>
- Gardes, M.-L., & Courtier, P. (2018). Quelle manipulation, représentation et communication dans les ateliers Montessori de première numération ? *Grand N, (101)*, 83-105.
- Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning Disabilities in Arithmetic and Mathematics : Theoretical and Empirical Perspectives. In J. I. D. Campbell (Ed.) *The Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 253-268). Psychology Press.
- Gueritte-Hess, B., Causse-Mergui, I., & Romier, M.-C. (2005). *Les maths à toutes les sauces : Pour aider les enfants à apprivoiser les systèmes numérique et métrique*. Le Pommier.
- Habermann, S., Donlan, C., Göbel, S. M., & Hulme, C. (2020). The critical role of Arabic numeral knowledge as a longitudinal predictor of arithmetic development. *Journal of Experimental Child Psychology, 193*, e104794. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.104794>

- Ho, C. S.-H., & Cheng, F. S.-F. (1997). Training in Place-Value Concepts Improves Children's Addition Skills. *Contemporary Educational Psychology*, 22(4), 495-506.  
<https://doi.org/10.1006/ceps.1997.0947>
- Houdemont, C., & Petitfour, E. (2020). La manipulation dans l'enseignement spécialisé : Aide ou obstacle ? Une étude de cas autour de la numération décimale. *Recherches en didactique des mathématiques*, 40(2), 179-219.
- Lafay, A., & Helloin, M. C. (2016). Examath 8-15, batterie informatisée d'examen des habiletés mathématiques [Logiciel de bilan de la cognition mathématique]. HappyNeuron.  
<https://www.happyneuronpro.com/orthophonie/espace-evaluation/examath/>
- Lafay, A., & Osana, H. (2021, décembre). *Manipuler des objets permet-il toujours de développer la pensée mathématique de l'enfant ? XXIèmes Rencontres d'orthophonie*, Paris.
- Lafay, A., Osana, H., & Levin, J. (2022). Does Conceptual Transparency in Manipulatives Afford Place-Value Understanding in Children at Risk for Mathematics Learning Disabilities? *Learning Disability Quarterly*, 46(2), 92-105.  
<https://doi.org/10.1177/07319487221124088>
- Lafay, A., Osana, H. P., & Valat, M. (2019). Effects of Interventions with Manipulatives on Immediate Learning, Maintenance, and Transfer in Children with Mathematics Learning Disabilities : A Systematic Review. *Education Research International*, 2019, e2142948.  
<https://doi.org/10.1155/2019/2142948>
- Lambert, K., & Moeller, K. (2019). Place-value computation in children with mathematics difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 178, 214-225.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.008>
- Landerl, K., & Kölle, C. (2009). Typical and atypical development of basic numerical skills in elementary school. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 546-565.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.12.006>

- Laski, E. V., Jor'dan, J. R., Daoust, C., & Murray, A. K. (2015). What Makes Mathematics Manipulatives Effective? Lessons From Cognitive Science and Montessori Education. *SAGE Open*, 5(2). <https://doi.org/10.1177/2158244015589588>
- Métral, E. (2008). *B-LM Cycle II : Manuel d'utilisation*. Éditions du Grizzly.
- Mix, K. S., Bower, C. A., Hancock, G. R., Yuan, L., & Smith, L. B. (2022). The development of place value concepts : Approximation before principles. *Child Development*, 93(3), 778-793. <https://doi.org/10.1111/cdev.13724>
- Mix, K. S., Smith, L. B., Stockton, J. D., Cheng, Y.-L., & Barterian, J. A. (2017). Grounding the Symbols for Place Value : Evidence From Training and Long-Term Exposure to Base-10 Models. *Journal of Cognition and Development*, 18(1), 129-151. <https://doi.org/10.1080/15248372.2016.1180296>
- Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L., & Nuerk, H.-C. (2011). Early place-value understanding as a precursor for later arithmetic performance - A longitudinal study on numerical development. *Research in Developmental Disabilities*, 32(5), 1837-1851. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.03.012>
- Noël, M.-P., & Karagiannakis, G. (2020). *Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques : Guide pratique de prise en charge*. De Boeck Supérieur.
- Parker, R. I., Vannest, K. J., Davis, J. L., & Sauber, S. B. (2011). Combining Nonoverlap and Trend for Single-Case Research : Tau-U. *Behavior Therapy*, 42(2), 284-299. <https://doi.org/10.1016/j.beth.2010.08.006>
- Thirion, J.-B. (2019). *Matériel pour orthophonistes - Les maisons de Caro*. Matabul. <https://www.matabul.fr/nombre/product/19-les-maisons-de-caroline>
- Uribe-Flórez, L. J., & Wilkins, J. L. M. (2017). Manipulative Use and Elementary School Students' Mathematics Learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1541-1557. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9757-3>
- Van Hout, A., & Meljac, C. (2001). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. (2 e éd). Masson.

- Vannest, K.J., Parker, R. I., Gonen, O., & Adiguzel, T. (2016). Single Case Research : web based calculators for SCR analysis (Version 2.0) [Web-based application]. College Station, Texas A&M University. <http://singlecaseresearch.org/>
- Vasilyeva, M., Laski, E., Veraksa, A., & Bukhalenkova, D. (2022). What children's number naming errors tell us about early understanding of multidigit numbers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 224, e105510. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2022.105510>
- Wong, T. T.-Y. (2019). The roles of place-value understanding and non-symbolic ratio processing system in symbolic rational number processing. *The British Journal of Educational Psychology*, 89(4), 635-652. <https://doi.org/10.1111/bjep.12249>
- Yuan, L., Prather, R. W., Mix, K. S., & Smith, L. B. (2019). Preschoolers and multi-digit numbers : A path to mathematics through the symbols themselves. *Cognition*, 189, 89-104. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2019.03.013>
- Zhang, Y., & Okamoto, Y. (2017). Encoding "10ness" Improves First-Graders' Estimation of Numerical Magnitudes. *Journal of Numerical Cognition*, 2(3), 190-201. <https://doi.org/10.5964/jnc.v2i3.69>

## **Annexes**

<b>Annexe A</b> : Description des épreuves des lignes de base .....	<b>1</b>
<b>Annexe B</b> : Présentation du matériel utilisé pendant l'intervention .....	<b>5</b>
<b>Annexe C</b> : Déroulé des quatre séances d'intervention.....	<b>8</b>
<b>Annexe D</b> : Tableaux récapitulatifs des scores et des temps aux différentes épreuves.....	<b>15</b>

## Annexe A : Description des épreuves des lignes de base

### Mesure A : Épreuves évaluant la compréhension de la valeur positionnelle (items en couleur)

#### Épreuve M1 - Questions sur la compréhension de la VP :

Cette épreuve chronométrée comprend douze questions sur la compréhension de la VP. La consigne est la suivante : « Je vais te montrer des nombres et te poser des questions sur ces nombres. » Trois types de questions sont proposées, permettant de manipuler le concept de VP, avec quatre items par type de questions :

- Dans ce nombre (3451), 4 c'est le chiffre des... ?
- Dans ce nombre (342), combien y a-t-il d'unités en tout ?
- Le 4 représente combien d'unités dans ce nombre (6541) ?

**Tableau 1**

*Items correspondant aux questions posées en épreuve M1*

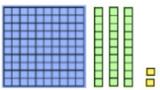
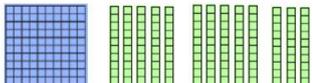
Dans ce nombre (3451), 4 c'est le chiffre des... ?	Dans (342), combien y a-t-il d'unités en tout ?	Le 4 représente combien d'unités dans ce nombre (6541) ?
Dans ce nombre (16987), 1 c'est le chiffre des... ?	Dans (25863), combien y a-t-il d'unités en tout ?	Le 9 représente combien d'unités dans ce nombre (967) ?
Dans ce nombre (2576), 6 c'est le chiffre des... ?	Dans (24), combien y a-t-il d'unités en tout ?	Le 3 représente combien d'unités dans ce nombre (83215) ?
Dans ce nombre (235), 3 c'est le chiffre des... ?	Dans (5427), combien y a-t-il d'unités en tout ?	Le 2 représente combien d'unités dans ce nombre (25) ?

#### Épreuve M1' - Comptage stratégique :

La deuxième épreuve de la mesure A, chronométrée, s'inspire de l'épreuve de comptage stratégique (Chan et al. 2014). Nous proposons douze items en couleur, avec le même code couleur que celui proposé dans l'intervention. La consigne est la suivante : « Un nombre est représenté par un ensemble de carrés, regroupés en carrés, en barres ou en plaques. Est-ce que tu peux me dire et écrire le nombre représenté, c'est-à-dire combien il y a de carrés en tout ? ».

**Tableau 2**

*Items du comptage stratégique en épreuve M1'*

Réponse attendue	Question	Structure	Réponse attendue	Question	Structure
1) 132		Structure canonique	7) 235		Structure non canonique 2

2) 45		Structure non canonique 1	8) 148		Structure non canonique 1
3) 36		Structure canonique	9) 43		Structure non canonique 2
4) 153		Structure non canonique 1	10) 234		Structure canonique
5) 27		Structure non canonique 2	11) 62		Structure non canonique 1
6) 15		Structure canonique	12) 321		Structure non canonique 2

### **Mesure B : Épreuves visant le transfert de la compréhension de la VP aux items en noir**

Les mêmes épreuves qu'en mesure A sont présentées à Léa, avec la même consigne, mais cette fois-ci les items sont en noir.

#### Épreuve M2 - Questions sur la compréhension de la VP :

Cette épreuve chronométrée comprend douze questions sur la compréhension de la VP. La consigne est la même que pour l'épreuve M1 : « Je vais te montrer des nombres et te poser des questions sur ces nombres. » Les items proposés sont appariés, selon le type de question et la grandeur du nombre (nombres entre 2 et 5 chiffres). Nous proposons trois types de questions permettant de manipuler le concept de VP, avec quatre items par type de questions :

- Dans ce nombre (325), 2 c'est le chiffre des... ?
- Dans ce nombre (6529), combien y a-t-il d'unités en tout ?
- Le 3 représente combien d'unités dans ce nombre (32) ?

#### **Tableau 3**

*Items correspondant aux questions posées en épreuve M2*

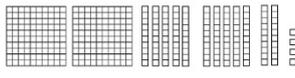
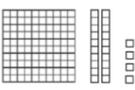
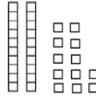
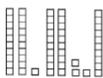
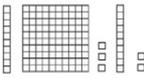
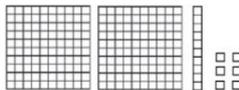
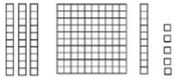
Dans ce nombre (325), 2 c'est le chiffre des... ?	Dans (6529), combien y a-t-il d'unités en tout ?	Le 3 représente combien d'unités dans ce nombre (32) ?
Dans ce nombre (4513), 5 c'est le chiffre des... ?	Dans (48), combien y a- t-il d'unités en tout ?	Le 5 représente combien d'unités dans ce nombre (7652) ?
Dans ce nombre (81796), 8 c'est le chiffre des... ?	Dans (14765), combien y a-t-il d'unités en tout ?	Le 8 représente combien d'unités dans ce nombre (863) ?
Dans ce nombre (6257), 7 c'est le chiffre des... ?	Dans (563), combien y a-t-il d'unités en tout ?	Le 4 représente combien d'unités dans ce nombre (64217) ?

Épreuve M2' - Comptage stratégique :

Comme pour l'épreuve M1', la consigne est la suivante pour les douze items en noir : « Un nombre est représenté par un ensemble de carrés, regroupés en carrés, en barres ou en plaques. Est-ce que tu peux me dire et écrire le nombre représenté, c'est-à-dire combien il y a de carrés en tout ? ».

**Tableau 4**

*Items du comptage stratégique en épreuve M2'*

Réponse attendue	Question	Structure	Réponse attendue	Question	Structure
1) 31		Structure canonique	7) 324		Structure non canonique 2
2) 124		Structure canonique	8) 32		Structure non canonique 2
3) 54		Structure non canonique 1	9) 125		Structure non canonique 1
4) 23		Structure non canonique 2	10) 41		Structure non canonique 1
5) 18		Structure canonique	11) 216		Structure canonique
6) 145		Structure non canonique 1	12) 421		Structure non canonique 2

**Mesure C : Épreuves visant la généralisation dans des tâches de comparaison de grandeurs**

La mesure C est constituée de deux épreuves de comparaison de grandeurs, l'épreuve M3 avec douze items en couleur respectant le même code couleur que celui de l'intervention, et l'épreuve M3' avec douze items en noir. La consigne pour chaque épreuve est la suivante : « Je vais te montrer deux nombres, indique le plus grand nombre avec ton doigt. » Les nombres proposés répondent à plusieurs critères :

- Ils sont constitués de deux à six chiffres, pour faire varier le niveau de difficulté au sein de la même épreuve et jouer parfois sur l'effet de longueur (exemple : 22479\_222479)
- Le principe des paires compatibles et incompatibles est également pris en compte, pour faire varier le niveau de difficulté (exemple : 36\_54 ; 42\_57).

- Les items proposés prennent en compte l'effet de distance, c'est-à-dire qu'il est plus facile de discriminer des nombres éloignés et l'effet de taille, c'est-à-dire qu'il est plus facile de comparer des petits nombres
- Certains items comprennent un zéro (exemple : 509\_590)
- Certains items jouent sur des inversions (exemple : 36\_63)

Épreuve M3 - Comparaison de grandeurs (items en couleur) :

**Tableau 5**

*Items de l'épreuve M3*

Question	Placement du plus grand nombre	Question	Placement du plus grand nombre
1) 36_54	D	7) 48_31	G
2) 687_435	G	8) 53702_53072	G
3) 374_437	D	9) 36_63	D
4) 22479_222479	D	10) 8542_8452	G
5) 76932_76329	G	11) 682_598	G
6) 3008_3080	D	12) 509_590	D

Épreuve M3' - Comparaison de grandeurs (items en noir) :

**Tableau 6**

*Items de l'épreuve M3'*

Question	Placement du plus grand nombre	Question	Placement du plus grand nombre
1) 42_57	D	7) 62_47	G
2) 578_424	G	8) 573_489	G
3) 46_64	D	9) 465_546	D
4) 11238_111238	D	10) 87942_87429	G
5) 7431_7341	G	11) 34601_34061	G
6) 206_260	D	12) 2009_2090	D

**Mesure D : Épreuve contrôle**

Épreuve M4 – Calcul mental de divisions simples :

La mesure D correspond à la mesure contrôle pour s'assurer que l'intervention proposée est spécifique. C'est une épreuve de calcul mental, constituée de douze items de divisions simples. La consigne est la suivante : « Donne-moi à l'oral, le résultat du calcul que je vais te dire ».

## Tableau 7

Items correspondant aux divisions pour l'épreuve M4

Division	
1) 8 / 2	7) 6 / 2
2) 3 / 3	8) 10 / 2
3) 8 / 4	9) 8 / 8
4) 7 / 1	10) 9 / 3
5) 6 / 3	11) 2 / 1
6) 5 / 1	12) 9 / 9

### Annexe B : Présentation du matériel utilisé pendant l'intervention

#### 1) Les blocs de base 10 et les maisons

Les blocs de base 10 respectent le même code couleur que les épreuves : les unités sont symbolisées par des cubes jaunes, les dizaines par des barres vertes, les centaines par des plaques bleues. La taille des éléments est proportionnelle à leurs quantités. Le code couleur est réitéré, c'est-à-dire qu'une unité de mille est symbolisée par un cube jaune proportionnel à la quantité représentée.

#### Figure 1

*Blocs de base-10 utilisés pendant l'intervention*



Les maisons, inspirées du site Matabul (Thirion, 2019), respectent également le code couleur utilisé. Pour faciliter la compréhension du système en base 10 et du concept de VP, les maisons des UDC ont un fond marron, tandis que la maison des unités de mille a un fond noir permettant de visualiser le changement de village (village des « rien » ; village des mille) tout en gardant en tête la réitération des UDC. La case rouge symbolise le passage à la maison suivante, c'est-à-dire le changement de rang. Ne pouvant pas poser du matériel sur cette case, la patiente visualise alors le passage à la maison des dizaines, à la maison des centaines ou à la maison des unités de mille.

**Figure 2**

*Maisons utilisées pendant l'intervention*

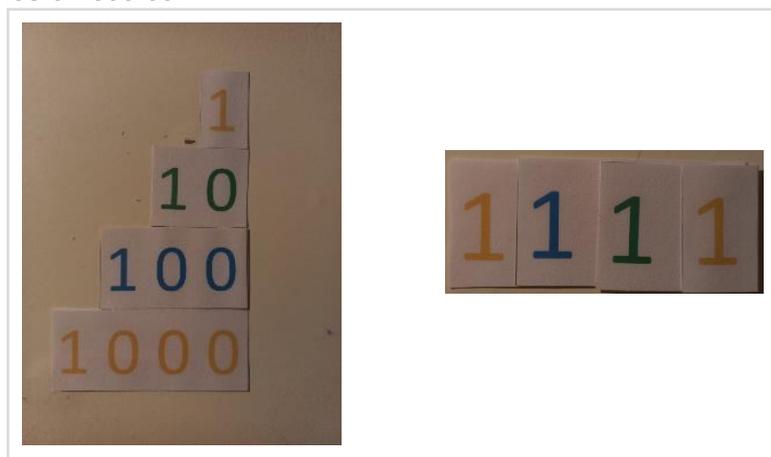


**2) Les cartes-symboles**

Les cartes-symboles ont été utilisées pendant l'intervention. Là encore, elles respectent le code couleur choisi, les unités étant en jaune, les dizaines en vert, les centaines en bleu, avec une répétition du code couleur. La patiente doit superposer les cartes-symboles pour constituer le nombre-cible, ceci lui permettant de visualiser la manière dont est construit le nombre.

**Figure 3**

*Cartes-symboles en couleur*



Par exemple, le nombre 26 est constitué de la carte-symbole 20 vert et de la carte-symbole 6 jaune. La patiente pourra donc voir que le nombre 26 est constitué de 6 unités et de 2 dizaines correspondant à 20 unités.

**Figure 4**

*Exemple pour le nombre 26 avec les cartes-symboles*

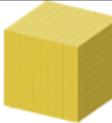


**3) Tableau de numération**

Un tableau de numération est présenté lors de la quatrième séance, permettant d'expliciter la réitération et de comprendre que la base UDC se retrouve aussi dans les grands nombres, avec l'appui du même code couleur. Le tableau de numération permet de lier la représentation analogique à la représentation arabe en reprenant le matériel utilisé, et le code couleur utilisé.

**Figure 5**

*Tableau de numération*

VILLAGE DES MILLIONS			VILLAGE DES MILLES			VILLAGE DES -----		
C	D	U	C	D	U	C	D	U
100 000 000	10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1
								

## **Annexe C : Déroulé des quatre séances d'intervention**

Les nombres utilisés dans l'entraînement ne sont pas ceux utilisés dans les lignes de base. Nos productions sont présentées entre guillemets et celles de la patiente en italique. En début de séance, le calendrier des séances est montré à Léa pour lui expliquer que nous ferons quatre séances d'entraînement, puis deux séances permettant de se rendre compte de ce qu'elle a appris et compris (correspondant aux post-tests immédiat et différé).

### **Séance 1**

#### **1. Introduction de la maison des cubes jaunes/unités**

« Aujourd'hui, nous allons travailler avec des cubes jaunes. Tu vas ranger les cubes jaunes dans cette maison. Comment peut-on appeler cette maison ? » *La maison des cubes.*  
« Attention, il y a une règle, il est interdit d'être sur le carré rouge. Quand tu arrives sur le rouge, tu sonnes. Au début, cela peut te paraître facile, mais c'est important de passer par toutes les étapes pour comprendre ensuite avec les grands nombres, plus difficiles pour toi. »  
« Je te donne un cube jaune, est-ce que tu peux le ranger ? Tu vas écrire avec les cartes-symboles combien tu as de cubes dans la maison des cubes. » *1.* « Ici c'est donc la maison des cubes jaunes. Est-ce que tu sais comment on peut l'appeler en mathématiques ? » *La maison des unités.* « Donc 1 cube jaune correspond à 1 unité. »

Exemple avec 9 cubes : « Je te les donne, qu'est-ce que tu fais ? » *Je les range dans la maison des cubes.* « Comment tu vas l'écrire avec les cartes-symboles ? » *9.* « Donc tu as combien d'unités dans la maison des unités ? » *9 cubes jaunes, donc 9 unités.*

#### **2. Passage à la maison des barres vertes/dizaines**

Après avoir enlevé les cubes de l'exemple précédent, je donne à Léa 10 cubes. « Maintenant, je te donne (10 cubes), qu'est-ce que tu fais ? » *Je les range dans la maison des cubes, et je sonne parce que le dernier cube est sur le rouge.* « Qu'est-ce que tu peux faire alors ? » *Je ne peux pas rester dans la maison des unités, alors je les regroupe.* « Qu'est-ce que tu as maintenant dans les mains ? » *Une barre.* « Est-ce qu'on peut la ranger dans la maison des cubes ? » *Non, il nous faut une nouvelle maison, la maison des barres.* « Donc une barre correspond à combien de cubes ? » *10 cubes.* « Donc en mathématiques, comment peut-on appeler la maison des barres ? » *La maison des dizaines.* « Dans une barre, il y a 10 cubes, ce qui veut dire que dans une dizaine il y a 10 unités. Comment tu vas l'écrire avec les cartes-symboles ? » *10.* « Il y a combien de cubes dans la maison des cubes ? » *0.* « Il y a combien de barres dans la maison des barres ? » *1 barre.* « On a combien de cubes en tout sur le bureau ? » *10.* « Il y a combien d'unités en tout ? » *10.*

À chaque question, je lui demande de me montrer dans les maisons « montre-moi avec le matériel » et je lui demande de me l'indiquer dans le nombre « c'est marqué où ? », pour lier la représentation analogique à la représentation arabe.

Observation : L'introduction des unités et des dizaines paraît facile pour Léa, ses réponses sont fluides et rapides.

### **3. Ancrer l'entraînement par trois exemples**

1) Avec le matériel sous les yeux : Exemples (13, 54)

Exemple avec 1 barre et 3 cubes : « Je te les donne, je te laisse les placer où il faut et écrire le nombre avec les cartes-symboles. » Je lui pose ensuite les questions suivantes, qui seront posées à chaque exemple, à toutes les séances :

- Combien y a-t-il de dizaines dans la maison des dizaines ?
- Combien y a-t-il d'unités dans la maison des unités ?
- Combien y a-t-il d'unités en tout sur le bureau ? Je reformule ensuite : Donc dans le nombre 13, il y a 13 unités en tout.
- Combien y a-t-il d'unités dans la maison des dizaines ?
- Le 1 représente combien d'unités ?

Lorsqu'elle n'arrive pas à répondre, je pose la question par rapport au matériel, car il est visible devant elle, et elle peut s'y référer (exemple : Combien y a-t-il de barres dans la maison des barres ? Donc combien y a-t-il de dizaines dans la maison des dizaines ?). Je lui demande toujours de justifier ses réponses « montre-moi avec le matériel », « où est-ce marqué avec les cartes-symboles ».

Spontanément, Léa veut proposer elle-même un exemple, je la laisse faire volontiers et lui pose le même type de questions que précédemment. Puis, nous faisons un autre exemple avec le nombre 54.

2) Sans le matériel sous les yeux : Exemple (26)

Je place un cache devant Léa, ce qui fait qu'elle ne voit plus les maisons, ni le matériel, dans le but de l'aider à se détacher progressivement du matériel et d'aller vers la généralisation.

« Maintenant c'est toi qui vas me dire ce que je dois mettre. Regarde, tu as le nombre 26, est-ce que tu peux l'écrire avec les cartes-symboles ? Quelle maison j'installe derrière le cache ? » *La maison des unités, par-là, et la maison des dizaines par-là* (les maisons sont placées dans le sens de Léa). « J'utilise quel matériel ? » *Tu mets 6 cubes jaunes dans la maison des cubes et 2 barres vertes dans la maison des barres.*

Je lui montre ensuite le résultat en lui demandant si ce qu'elle a fait lui convient. Je remets le cache puis je lui pose les questions précédemment citées. Lorsqu'elle se trompe, je lui repose la question une fois puis je lui redemande avec le matériel sous les yeux.

## Séance 2

Observation : Pendant la séance, Léa se montre peu attentive, elle touche le matériel sans raison. Je lui donne donc la règle suivante qui est peu respectée durant la séance : Une fois que le matériel est placé dans les maisons, il n'est plus possible de le toucher. De plus, elle est très impulsive dans ses réponses, n'attend pas la fin des questions ce qui conduit à de nombreuses erreurs.

### 1. Rappel de la séance précédente

« Est-ce que tu peux me rappeler ce qu'on a fait la dernière fois ? » *On a utilisé des maisons, des cubes jaunes et des barres vertes, pour travailler les nombres.* Je sors le matériel au fur et à mesure, puis je lui demande de l'installer. Léa place alors correctement la maison des unités et la maison des dizaines sur le bureau. « Pourquoi tu as placé les maisons de cette manière ? » Ce n'est pas facile pour Léa de l'expliquer mais elle finit par y arriver avec mon étayage. Je lui donne ensuite les étiquettes « Maison des unités » et « Maison des dizaines » qu'elle place au-dessus des maisons.

« Par rapport à la dernière fois, est-ce que tu peux me dire combien y a-t-il de cubes dans une barre ? » *10.* « Donc combien d'unités dans une dizaine ? » *10.*

### 2. Ancrer l'entraînement avec trois exemples

#### 1) Avec le matériel sous les yeux : Exemples (65, passage de 38 à 52)

Le déroulement est le même que pour les exemples de la première séance. Nous commençons avec le nombre 65, en posant les mêmes questions qu'en séance 1, avec le matériel visible. Léa n'attend pas la fin des questions, ce qui l'induit en erreur, mais lorsque je les lui repropose, elle fait peu d'erreurs.

Puis nous faisons un exemple avec le nombre 38. Je commence avec le cache, mais avec ses difficultés de concentration, nous continuons avec le matériel visible. « Maintenant, je te donne (3 barres vertes et 8 cubes jaunes), je te laisse les placer où il faut et écrire le nombre avec les cartes-symboles. » Je lui pose ensuite les mêmes questions que précédemment, en lui demandant à chaque fois de me montrer avec le matériel et dans le nombre avec les cartes-symboles.

En gardant le matériel dans la maison, je lui donne alors une barre verte et quatre cubes jaunes. « Place-les au bon endroit dans les maisons ». *Je place les quatre cubes jaunes dans la maison des cubes, je sonne parce que je suis sur le carré rouge. J'échange mes dix cubes jaunes contre une barre verte.* « Qu'est-ce que tu as maintenant dans les maisons ? » *J'ai deux cubes jaunes dans la maison des cubes et cinq barres vertes dans la maison des barres, donc c'est 52.* « Je te laisse l'écrire avec les cartes-symboles. Donc finalement, en mathématiques qu'est-ce que tu as ? » *J'ai deux unités dans la maison des unités et cinq*

*dizaines dans la maison des dizaines.* Je lui pose alors les questions sur le nombre, comme précédemment.

## 2) Sans le matériel sous les yeux : Exemple (31).

« Maintenant c'est toi qui vas me dire ce que je dois mettre. Regarde, tu as le nombre 31, est-ce que tu peux l'écrire avec les cartes-symboles ? Quelle maison j'installe derrière le cache, que dois-je faire ? » *La maison des unités, par-là, et la maison des dizaines par-là* (les maisons sont placées dans le sens de Léa). « J'utilise quel matériel ? » *Tu mets 1 cube jaune dans la maison des unités et 3 barres vertes dans la maison des dizaines.*

Je lui montre ensuite le résultat en lui demandant si ce qu'elle a fait lui convient. Je remets le cache puis je lui pose les questions précédemment citées.

Observation : La séance est assez laborieuse, ce qui ne permet pas de commencer à aborder le passage aux centaines. Nous réexpliquons à Léa l'intérêt du protocole, l'importance qu'elle soit attentive pendant les séances pour lui permettre de l'aider dans sa compréhension des nombres.

## Séance 3

Observation : Les règles et l'intérêt du protocole sont rappelés à Léa, qui se mobilise et est attentive pendant toute la séance.

### 1. Rappel de la séance précédente

« Est-ce que tu peux me rappeler ce qu'on a fait la dernière fois ? » *On a utilisé des maisons, des cubes jaunes et des barres vertes, pour travailler les unités et les dizaines.* Je sors le matériel au fur et à mesure, les étiquettes des maisons puis je lui demande de tout installer.  
« Par rapport à la dernière fois, est-ce que tu peux me dire combien y a-t-il d'unités dans une dizaine ? » *10.*

### 2. Passage à la maison des centaines

Je lui donne **9 cubes jaunes** et **9 barres vertes**. « Je te laisse les placer où il faut et écrire le nombre avec les cartes-symboles. » Je lui pose ensuite les questions suivantes en lui demandant de me montrer avec le matériel et avec les cartes-symboles :

- Combien y a-t-il d'unités dans la maison des unités ?
- Combien y a-t-il de dizaines dans la maison des dizaines ?
- Combien y a-t-il d'unités dans la maison des dizaines ?
- Le **9** vert représente combien d'unités ?
- Combien y a-t-il de cubes/d'unités en tout sur le bureau ? Donc dans 99, il y a 99 unités.

« Je te donne **1 cube jaune** supplémentaire, qu'est-ce que tu fais (avec étayage) ? » *Le cube jaune est sur le carré rouge, donc je sonne. Alors, j'échange dix cubes jaunes avec une barre verte, que je place dans la maison des dizaines. Je n'ai pas d'unités dans la maison des unités.*

*Dans la maison des dizaines, la barre est sur le rouge donc je sonne. J'assemble les barres vertes. « Comment peux-tu appeler l'assemblage des barres vertes ? » Une plaque, donc il me faut une nouvelle maison pour ranger la plaque. Je lui donne alors la maison des plaques bleues : « Tu te souviens pour quelle raison on avait appelé la maison des barres, la maison des dizaines ? » Il y a 10 unités dans une dizaine. « Et combien y a-t-il de cubes/unités dans cette plaque bleue ? » Il y a 100 cubes donc c'est la maison des centaines. « Tu peux l'écrire avec les cartes-symboles. »*

Je lui pose ensuite des questions sur les UDC, de la même manière que les séances précédentes, en alternant entre le matériel et le vocabulaire mathématique :

- Combien y a-t-il d'unités/cubes dans la maison des unités ?
- Combien y a-t-il de dizaines/barres dans la maison des dizaines ?
- Combien y a-t-il de centaines/plaques bleues dans la maison des centaines ?
- Combien y a-t-il d'unités dans la maison des centaines ?
- Combien y a-t-il d'unités dans la maison des dizaines ?
- Combien y a-t-il de cubes/d'unités en tout sur le bureau ? Donc dans 100, il y a 100 unités.
- Le 1 bleu représente combien d'unités ?

Les questions lui demandent un temps de réflexion, Léa prend le temps, elle se réfère au matériel si besoin ou je repose la question en insistant sur les mots importants.

### **3. Ancrer l'entraînement avec trois exemples**

#### **1) Avec le matériel sous les yeux :** Exemples (354, 236)

Le déroulement est le même que pour les exemples des séances précédentes. Nous commençons avec le nombre 354, en posant les mêmes questions qu'aux séances précédentes, cette fois jusqu'aux centaines, avec le matériel visible. Puis nous proposons un exemple avec le nombre 236.

#### **2) Sans le matériel sous les yeux :** Exemple (569).

« Maintenant c'est toi qui vas me dire ce que je dois mettre. Regarde, tu as le nombre 569, est-ce que tu peux l'écrire avec les cartes-symboles ? » 569. « Quelle maison j'installe derrière le cache, que dois-je faire ? » *La maison des unités, par-là, la maison des dizaines par-là, et la maison des centaines par-là* (les maisons sont placées dans le sens de Léa). « J'utilise quel matériel ? » *Tu mets 9 cubes jaunes dans la maison des unités, 6 barres vertes dans la maison des dizaines et 5 plaques bleues dans la maison des centaines.* Je lui montre ensuite le résultat en lui demandant si ce qu'elle a fait lui convient. Je remets le cache puis je lui pose les questions précédemment citées.

## Séance 4

### 1. Rappel de la séance précédente

« Est-ce que tu peux me rappeler ce qu'on a fait la dernière fois ? » *On a utilisé des maisons, des cubes jaunes, des barres vertes, des plaques bleues pour travailler les UDC. Je sors le matériel au fur et à mesure, les étiquettes des maisons puis je lui demande de tout installer.*

« Par rapport à la dernière fois, est-ce que tu peux me dire combien y a-t-il d'unités dans une dizaine ? » *10.* « Combien y a-t-il d'unités dans une centaine ? » *100.* Nous faisons un exemple avec le nombre 521, sans le matériel dans les maisons, uniquement les cartes-symboles donc en représentation mentale, avec étayage.

« Donc devant toi, tu as la maison des unités, la maison des dizaines et la maison des centaines. On peut dire qu'ils forment un village. Donc dans ce village, on a la maison des UDC uniquement. On le voit parce que les trois maisons ont un fond marron. Dans chaque village il y a trois maisons. »

### 2. Passage à la maison des unités de mille

Je lui donne *9 cubes jaunes, 9 barres vertes et 9 plaques bleues.* « Je te laisse les placer où il faut et écrire le nombre avec les cartes-symboles. » Je lui pose ensuite les mêmes questions que les séances précédentes en lui demandant de me montrer avec le matériel et avec les cartes-symboles.

« Je te donne *1 cube jaune* supplémentaire, qu'est-ce que tu fais (avec étayage) ? » *Le cube jaune est sur le carré rouge, donc je sonne. Alors, j'échange dix cubes jaunes avec une barre verte, que je place dans la maison des dizaines. Je n'ai pas d'unités dans la maison des unités. Dans la maison des dizaines, la barre est sur le rouge donc je sonne. Alors, j'échange dix barres avec une plaque bleue, que je place dans la maison des centaines. Dans la maison des centaines, la plaque bleue est sur le carré rouge donc je sonne. J'assemble les plaques bleues.* « Comment peux-tu appeler l'assemblage des plaques ? » *Un gros cube, donc il me faut une nouvelle maison pour ranger le gros cube.* Je lui donne alors la maison des gros cubes jaunes. « Tu vois, on change de village. Tu te souviens il y a trois maisons par village. Ici, le fond de la maison des gros cubes jaunes est noir, on commence un nouveau village. Le gros cube jaune correspond à quel nombre ? » *1000.* « Tu peux l'écrire avec les cartes-symboles ». « Il y a combien de petits cubes jaunes dans ce gros cube jaune ? » *Il y en a 1000.* « A ton avis, comment on va appeler la maison des gros cubes jaunes alors ? » *La maison des unités de mille (avec étayage).*

« Donc il y a le village des « rien » avec la maison des unités, la maison des dizaines et la maison des centaines. Et on commence le village des « mille » avec la maison des unités de mille. À ton avis, il y aura combien de maisons dans le village des « mille » ? » *Il y en aura 3.* « Lesquelles ? » *Les unités de mille, les dizaines de mille et les centaines de mille (avec*

étayage). « Donc tu vois, ce que tu as appris sur les UDC, tu peux aussi l'appliquer sur des plus grands nombres, dans le village des mille. »

« Je te pose des questions sur le nombre que tu as trouvé et écrit (1000) » :

- Combien y a-t-il d'unités dans la maison des unités ?
- Combien y a-t-il de dizaines dans la maison des dizaines ?
- Combien y a-t-il de centaines dans la maison des centaines ?
- Combien y a-t-il d'unités de mille/de gros cubes jaunes dans la maison des unités de mille ?
- Le 1 jaune représente combien d'unités/de petits cubes jaunes ?
- Combien y a-t-il de cubes en tout sur le bureau ? Donc dans 1000, il y a 1000 unités.

### **3. Ancrer l'entraînement avec un exemple**

Observation : Nous faisons un seul exemple, matériel devant les yeux, par manque de temps. Nous faisons un exemple avec le nombre 1348, de la même manière que les séances précédentes, avec les questions posées sur ce nombre.

### **4. Généralisation aux grands nombres avec le tableau de numération**

« Tu as vu qu'il existait des villages, le village des « rien » et le village des « mille ». Rappelle-moi les maisons de ces villages. » *Dans le village des « rien », il y a la maison des unités, la maison des dizaines et la maison des centaines. Et dans le village des « mille », il y a la maison des unités de mille, la maison des dizaines de mille et la maison des centaines de mille.* Léa s'aide d'un geste pour se déplacer dans l'espace lorsqu'elle cite les différentes maisons non représentées.

« A ton avis, quel village arrive après le village des « mille » ? » *Le village des millions.* « Dans ce village, tu auras combien de maisons ? » *Il y en aura 3, la maison des unités de millions, la maison des dizaines de millions et la maison des centaines de millions (avec étayage).* « Tu vois, avec le matériel, on représente les maisons jusqu'à celle des unités de mille, mais après cela devient difficile de représenter les autres maisons, pour les grands nombres. Pour s'aider, il est possible d'utiliser un tableau de numération, qui représente les grands nombres. » Je lui présente ensuite le tableau de numération, mais nous n'avons pas le temps de le manipuler.

## Annexe D : Tableaux récapitulatifs des scores et des temps aux différentes épreuves

### 1) Au niveau des scores

**Tableau 8**

*Scores bruts obtenus aux différentes épreuves*

	Épreuve	Score Pré-test	Score Post-test immédiat	Score Post-test différé
Mesure 1	M1 (Questions) <i>Couleur</i>	3/12	11/12	7/12
	M1' (Comptage stratégique) <i>Couleur</i>	11/12	12/12	10/12
Mesure 2	M2 (Questions) <i>Noir</i>	3/12	10/12	7/12
	M2' (Comptage stratégique) <i>Noir</i>	0/12	10/12	11/12
Mesure 3	M3 (Comparaison) <i>Couleur</i>	12/12	12/12	12/12
	M3' (Comparaison) <i>Noir</i>	11/12	12/12	12/12
Mesure 4	M4 (contrôle)	3/12	1/12	0/12

**Tableau 9**

*Analyse statistique des scores par rapport aux sessions d'évaluation*

	Épreuve	p-value Pré-test / Post-test immédiat	p-value Pré-test / Post-test différé	p-value Post-test immédiat / Post-test différé
Mesure 1	M1 (Questions) <i>Couleur</i>	<b>p = 0,0027*</b>	p = 0,21	p = 0,15
	M1' (Comptage) <i>Couleur</i>	p = 1	p = 1	p = 0,59
Mesure 2	M2 (Questions) <i>Noir</i>	<b>p = 0,01*</b>	p = 0,21	p = 0,37
	M2' (Comptage) <i>Noir</i>	<b>p = 0,000067*</b>	<b>p = 0,000009*</b>	<b>p = 1</b>
Mesure 3	M3(Comparaison) <i>Couleur</i>	p = 1	p = 1	p = 1
	M3'(Comparaison) <i>Noir</i>	p = 1	p = 1	p = 1
Mesure 4	M4 (contrôle)	p = 0,59	p = 0,22	p = 1

L'astérisque \* indique les résultats pour lesquels la différence observée est significative avec le test exact de Fisher.

## 2) Au niveau des temps de réponse

Les temps de réponse aux différentes épreuves sont présentés à travers les temps moyens, et non pas item par item, dans un souci de clarté et de concision.

**Tableau 10**

*Temps moyens (en secondes) obtenus aux différentes épreuves*

	Épreuve	Temps moyen Pré-test	Temps moyen Post-test immédiat	Temps moyen Post-test différé
Mesure 1	M1 (Questions) <i>Couleur</i>	106,54	98,51	85,89
	M1' (Comptage) <i>Couleur</i>	208,52	151,87	152,83
Mesure 2	M2 (Questions) <i>Noir</i>	114,43	126,17	95,7
	M2' (Comptage) <i>Noir</i>	100,57	136,89	156,2
Mesure 3	M3(Comparaison) <i>Couleur</i>	79,49	76,25	80,4
	M3'(Comparaison) <i>Noir</i>	87,33	77,22	73,58
Mesure 4	M4 (contrôle)	84,63	96,07	109,73

**Tableau 11**

*Analyse statistique des temps de réponse par rapport aux sessions d'évaluation*

	Épreuve	p-value Pré-test / Post-test immédiat	p-value Pré-test / Post-test différé	p-value Post-test immédiat / Post-test différé
Mesure 1	M1 (Questions) <i>Couleur</i>	p = 0,56	p = 0,14	p = 0,23
	M1' (Comptage) <i>Couleur</i>	p = 0,29	p = 0,27	p = 1
Mesure 2	M2 (Questions) <i>Noir</i>	p = 0,68	p = 0,29	p = 0,40
	M2' (Comptage) <i>Noir</i>	<b>p = 0,009*</b>	<b>p = 0,02 *</b>	<b>p = 0,64</b>
Mesure 3	M3(Comparaison) <i>Couleur</i>	p = 1	p = 0,86	p = 0,97
	M3'(Comparaison) <i>Noir</i>	p = 0,25	p = 0,11	p = 0,54
Mesure 4	M4 (contrôle)	p = 0,42	p = 0,15	p = 0,64

L'astérisque \* indique les résultats pour lesquels la différence observée est significative par la recherche du Tau-U (qui s'effectue en comparant item par item entre deux sessions d'évaluation).