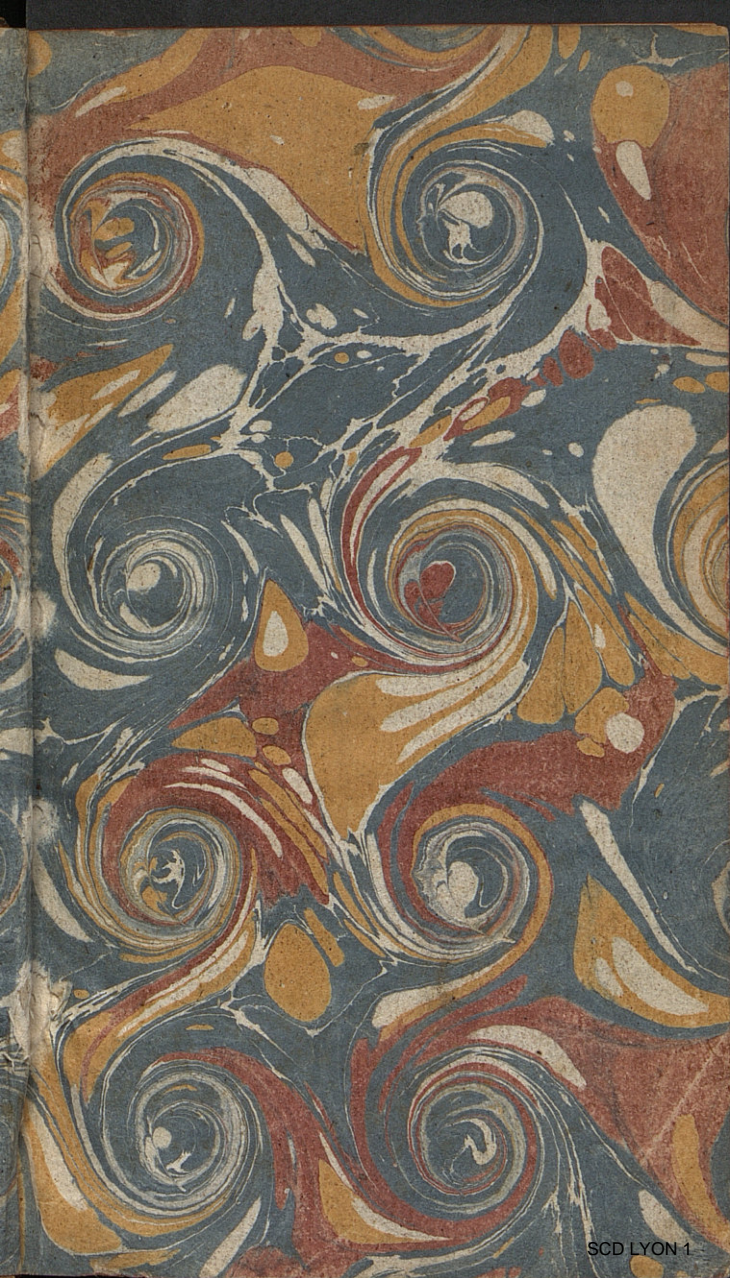


SCD LYON 1





10+

79

J. ITARD
6, Avenue Paul-Appel
PARIS - XIV^e

ITARD 158

SCD LYON 1

U S A G E
DU COMPAS
DE
PROPORTION,
ET DE
L'INSTRUMENT
UNIVERSEL.

*Pour résoudre promptement & très-exactement
les Problèmes de la Géométrie-pratique, tant
sur le papier que sur le terrain, sans aucun
calcul.*

Avec un Traité de la Division des Champs,
Par M. OZANAM, de l'Académie
Royale des Sciences.

NOUVELLE EDITION.

Enrichie de Figures en Taille-douce.



A P A R I S,

Chez CHARLES-ANT. JOMBERT, Libraire du Roi pour
l'Artillerie & le Génie, à l'Image Notre-Dame,
rue Dauphine.

M. DCC. XLVIII.

Avec Approbation & Privilège du Roi.

SCD Lyon 7

Mathématiques

AVERTISSEMENT.

L'Estime particulière & l'empressement que le public a toujours témoigné pour les Ouvrages de M. Ozanam, m'engagent, ami lecteur, à vous donner aujourd'hui une nouvelle édition de son Traité de l'Usage du compas de proportion, que j'ai réduit à une forme plus portative, ce qui m'a obligé de faire graver en cuivre les figures de cet Ouvrage, qui n'étoient qu'en bois dans les éditions précédentes.

Les usages du Compas de proportion étant en très-grand nombre, on s'est proposé de donner seulement ici ceux qui ont paru les plus utiles & les plus généraux, afin que par leur moyen on puisse trouver facilement les autres de soi-même, ce qui deviendra fort aisé quand on aura bien compris les démonstrations de ceux que l'on enseigne dans ce Traité. Dans cette intention l'on s'est

a ij

iiiij *AVERTISSEMENT.*

contenté de placer sur cet instrument ; d'un côté , la ligne des parties égales , pour pouvoir diviser une ligne selon une raison donnée : la ligne des plans , qui sert à augmenter ou à diminuer un plan à volonté : & celle des polygones , pour pouvoir inscrire dans un cercle un polygone régulier de tel nombre de côtés qu'on voudra. De l'autre côté du compas de proportion on a tracé la ligne des cordes , pour la mesure des angles : la ligne des solides , pour pouvoir augmenter ou diminuer un solide selon une raison donnée ; & la ligne des métaux , pour connoître la proportion que les six métaux ont entr'eux. On a ajouté à cette édition , d'un côté , la ligne du poids des boulets ; & de l'autre , celle du calibre des pieces , qui manquoient aux anciennes éditions , aussi-bien que la ligne des métaux , & que l'on a inférées dans celle-ci pour n'y rien laisser à désirer ; c'est aussi pour cette raison qu'on a ajouté des démonstrations dans le cou-

AVERTISSEMENT. V

rant du livre aux endroits où l'on a jugé qu'elles étoient nécessaires.

Comme ce Traité de l'usage du Compas de proportion formeroit tout seul un trop petit volume, j'ai cru faire plaisir aux curieux d'y joindre un petit livre assez rare du même Auteur, qui a pour titre, *Usage de l'Instrument universel*, ces deux Ouvrages ayant également pour objet de résoudre promptement & sans calcul les Problèmes les plus ordinaires de la Géométrie pratique.

Ceux qui ont parlé de l'Instrument universel avant M. Ozanam, l'avoient fait si légèrement, qu'il dit dans sa préface que cet Instrument peut désormais passer pour nouveau, parce qu'on n'en avoit enseigné l'usage que pour lever un plan, au lieu que notre Auteur l'a rendu universel pour toutes les opérations de la Géométrie pratique. Il est vrai que la difficulté d'avoir ces Instrumens bien justes l'avoit fait négliger de son tems; mais M. Ozanam en ayant

vj *AVERTISSEMENT.*

fait exécuter par d'habiles Ouvriers, les diverses expériences qu'il a fait ensuite avec ceux-ci, lui ont si bien réussi, qu'il assure que cet Instrument est le plus exact de tous ceux qui ont été inventés jusqu'à présent pour travailler sur le terrain, & qu'il est même plus commode que les autres, en ce qu'il ne faut sçavoir ni Trigonométrie, ni Arithmétique pour s'en servir.

Il est bon cependant d'avertir ici, que non-seulement l'Instrument universel demande à être travaillé avec une grande exactitude, mais encore qu'on doit être très-soigneux à le placer avec précision au point marqué: autrement on s'exposeroit à commettre des erreurs considérables, surtout si l'on n'étoit pas beaucoup éloigné de l'objet que l'on veut viser par les pinnules, ou par la lunette, quand il y en a. C'est ce qui a fait abandonner l'usage de cet Instrument à bien des personnes, qui ont conclu trop légèrement qu'il ne pouvoit

AVERTISSEMENT. vij

pas être parfaitement juste, quoiqu'il seroit facile de prouver le contraire, en ce qu'on n'est pas obligé ici de connoître la quantité des angles visuels, comme il arrive en se servant du demicercle; (ce qu'il n'est jamais possible de sçavoir au vrai) au lieu qu'avec l'Instrument universel, la chose que l'on veut exécuter se trouve toute tracée sur sa surface, ainsi qu'on le verra dans l'explication de ses usages. D'autres se sont imaginés que cet Instrument n'étoit autre chose que la planchette; parce que tous les rayons visuels se tracent dessus, pour avoir ce que l'on cherche sur le terrain ou en l'air, réduit en petit sur la surface de l'Instrument; mais il y a bien de la différence de l'un à l'autre, comme il sera aisé à chacun de s'en appercevoir quand on sçaura de quelle maniere on se sert de la planchette, & de notre Instrument universel.

Ce volume est terminé par un Traité
a iiij

vii] *AVERTISSEMENT.*

de la division des Champs, que M. Ozanam avoit joint à celui de l'usage du compas de proportion, & qui a toujours depuis été imprimé à la suite de cet Ouvrage dans les différentes éditions qui en ont été faites. L'utilité de ce dernier Traité est trop connue & trop fréquente dans la Géométrie pratique & dans l'arpentage, pour qu'il soit nécessaire de s'étendre davantage là-dessus; c'est pourquoi je terminerai cet avertissement par la table des Chapitres & des Problèmes contenus dans ces trois Traités.





TABLE

Des Chapitres & des Problèmes contenus
dans ce Volume

USAGE DU COMPAS DE PROPORTION.

- C**HAPITRE PREMIER. *Construction du compas de proportion,*
Page 2
- Table du nombre des parties des côtés homologues de tous les plans semblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, ou du plus grand de 1000 parties,* 7
- Tables des côtés des polygones réguliers depuis le quarré jusqu'au dodécagone,*
II
- Tables des parties des côtés homologues de de tous les solides semblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, & du plus grand de 1000 parties,* 16

| | |
|--|----|
| <i>Table des poids & des diametres des métaux ,</i> | 21 |
| <i>Preuve des divisions du compas ,</i> | 21 |
| <i>CHAP. II. Usage de la ligne des parties égales ,</i> | 30 |
| <i>PROBLEME I. Diviser une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra</i> | 31 |
| <i>Probl. II. Couper une ligne donnée selon une raison donnée ,</i> | 34 |
| <i>Probl. III. Etant données deux lignes , & les parties égales de l'une , trouver les parties égales de l'autre ,</i> | 38 |
| <i>Probl. IV. Etant donnée une ligne & le nombre des parties égales qu'elle contient , en retrancher tel nombre que l'on voudra de ces parties ,</i> | 40 |
| <i>Probl. V. Trouver une ligne égale à la circonférence d'un cercle donné ,</i> | 43 |
| <i>Probl. VI. Ouvrir le compas de proportion, en sorte que l'angle des deux lignes des parties égales soit droit ,</i> | 44 |
| <i>Probl. VII. A trois lignes données trouver une quatrième proportionnelle ,</i> | 46 |
| <i>Probl. VIII. Trouver géométriquement à deux lignes données une troisième proportionnelle , & à trois lignes une quatrième ,</i> | 51 |
| <i>Probl. IX. Diviser une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra ,</i> | 54 |

T A B L E. xj

| | |
|--|----|
| CHAP. III. Usage de la ligne des Plans, 55 | 55 |
| Probl. I. Etant donné un triangle, trouver un autre triangle semblable en raison donnée, 56 | 56 |
| Probl. II. Trouver la raison de deux plans semblables donnés 60 | 60 |
| Probl. III. Ouvrir le compas de proportion, en sorte que les deux lignes des plans fassent un angle droit, 64 | 64 |
| Probl. IV. Trouver un plan semblable & égal à deux plans semblables donnés, 65 | 65 |
| Probl. V. Entre deux lignes données trouver une moyenne proportionnelle, 68 | 68 |
| Probl. VI. Trouver géométriquement entre deux lignes données une moyenne proportionnelle, 72 | 72 |
| CHAP. IV. Usage de la ligne des polygones, 76 | 76 |
| Probl. I. Décrire un polygone régulier dans un cercle donné, 77 | 77 |
| Probl. II. Décrire sur une ligne donnée un polygone régulier, 79 | 79 |
| Probl. III. Couper une ligne donnée dans la moyenne & extrême raison, 82 | 82 |
| Probl. IV. Décrire sur une base donnée un triangle isocèle, dont l'un des deux angles à la base soit double de l'angle au sommet, 85 | 85 |
| Probl. V. Ouvrir le compas de proportion, en sorte que les deux lignes des | |

- polygones fassent un angle droit, 87
- CHAP. V. Usage de la ligne des cordes, 88
- Probl. I. Prendre sur la circonférence d'un cercle donné un arc d'autant de degrés que l'on voudra, 89
- Probl. II. Ouvrir le compas de proportion de maniere que l'angle des deux lignes des cordes soit d'autant de degrés qu'on voudra, 93
- Probl. III. Trouver le demi-diametre d'un arc de cercle donné, dont on connoît les degrés, 96
- CHAP. VI. Usage de la ligne des solides, 98
- Probl. I. Etant donnée une pyramide trouver une pyramide semblable en raison donnée, 99
- Probl. II. Trouver la raison de deux solides semblables donnés, 103
- Probl. III. Ouvrir le compas de proportion de façon que l'angle des deux lignes des solides soit un angle droit, 107
- Probl. IV. Trouver un solide semblable & égal à deux solides semblables donnés, 108
- Lemme. Si de quatre lignes les trois premières sont proportionnelles, & que le cube de la troisieme soit égal au solide sous la premiere & le quarré de la quatrieme, ces quatre lignes seront proportionnelles,

- Probl. V. *Entre deux lignes données trouver deux moyennes proportionnelles,*
114
- Probl. VI. *Trouver géométriquement entre deux lignes données deux moyennes proportionnelles,*
117
- Probl. VII. *Trouver sans le secours du compas de proportion, & d'une façon plus mécanique entre deux lignes données, deux moyennes proportionnelles,*
120
- Probl. VIII. *Trouver le côté d'un cube égal au parallépipede HBC, dans lequel H signifie sa hauteur, & B, C, les diametres de sa base,*
123
- CHAP. VII. *Usage de la ligne des métaux,*
124
- Probl. I. *Etant donné le diametre d'une sphere quelconque faite de l'un de six métaux, par exemple, d'argent, trouver le diametre d'une sphere d'or de même poids,*
ibid.
- Probl. II. *Trouver le rapport spécifique des six métaux, par exemple, de l'argent à l'or,*
125
- Probl. III. *Ayant un corps fait de l'un des six métaux, comme d'étain, d'un poids, par exemple, de 36 livres, trouver le poids d'un corps d'argent qui seroit de même volume que celui d'étain,*
127

- Probl. IV. *Trouver le rapport du poids de deux corps semblables dont l'un soit, par exemple, d'étain, & l'autre d'argent, leur diametre étant donné,* 128
- Probl. V. *Le diametre d'une sphere de cuivre & son poids de dix livres étant donné, trouver le diametre d'une sphere d'or pesant 15 livres,* 129

USAGE DE L'INSTRUMENT

UNIVERSEL.

- Usage de cet Instrument,* 131
- Construction de l'Instrument universel,* 132
- PROBL. I. *Mesurer un angle accessible sur la terre,* 135
- Probl. II. *Mesurer un angle inaccessible sur la terre,* 136
- Probl. III. *Faire à un point donné d'une ligne donnée sur la terre un angle d'autant de degrés que l'on voudra,* 138
- Probl. IV. *Diviser un angle donné inaccessible sur la terre en deux également,* 139
- Probl. V. *Diviser une ligne donnée inaccessible sur la terre en deux également,* 142
- Probl. VI. *Retrancher d'une ligne donnée inaccessible sur la terre, une partie d'une grandeur donnée,* 145

| | |
|---|-------|
| Probl. VII. Prolonger une ligne donnée sur la terre quand il se trouve quelque empêchement , | 147 |
| Probl. VIII. Tirer par un point donné sur la terre à une ligne donnée accessible d'un côté, une parallèle , | 150 |
| Probl. IX. Tirer par un point donné sur la terre à une ligne donnée inaccessible, une parallèle , | 152 |
| Probl. X. Tirer par un point donné sur une ligne donnée accessible sur la terre, une perpendiculaire , | 154 |
| Probl. XI. Tirer par un point donné hors d'une ligne donnée accessible sur la terre, une perpendiculaire , | ibid. |
| Probl. XII. Tirer par un point donné hors d'une ligne donnée inaccessible sur la terre, une perpendiculaire , | 155 |
| Probl. XIII. Mesurer une ligne sur la terre, accessible des deux côtés , | 157 |
| Probl. XIV. Mesurer une ligne sur la terre accessible d'un côté , | 159 |
| Probl. XV. Mesurer une ligne inaccessible sur la terre , | 161 |
| Probl. XVI. Mesurer sur la terre une ligne accessible inclinée à l'horison , | 166 |
| Probl. XVII. Mesurer une hauteur accessible , | 168 |
| Probl. XVIII. Mesurer une hauteur inaccessible , | 170 |

| | |
|--|----|
| Probl. XIX. Mesurer d'en haut une ligne inaccessible, | 17 |
| Probl. XX. Mesurer d'en haut une hauteur inaccessible, | 17 |
| Probl. XXI. Mesurer une profondeur, | 18 |
| Probl. XXII. Tracer un plan sur la terre | 18 |
| Probl. XXIII. Lever le plan d'une place accessible sur la terre, | 18 |
| Probl. XIV. Lever le plan d'une place inaccessible sur la terre, | 18 |

T R A I T É D E L A D I V I S I O N
D E S C H A M P S.

| | |
|---|----|
| CHAP. I. De la division des triangles. | |
| Probl. I. Diviser le triangle donné ABC en autant de parties égales qu'on voudra par des lignes tirées de l'angle donné A | 19 |
| Probl. II. Diviser le triangle donné ABC en autant de parties égales qu'on voudra par des lignes parallèles au côté BC , | 19 |
| Probl. III. Diviser en deux également le triangle ABC par une ligne perpendiculaire au côté AB , | 19 |
| Probl. IV. Diviser le triangle donné ABC en deux également par une ligne tirée du point donné D sur le côté BC , | 19 |
| Probl. V. Diviser le triangle donné ABC en | |

T A B L E.

xvij

- en autant de parties égales que l'on voudra, par des lignes tirées du point donné *D* sur le côté donné *BC*. 196
- Probl. VI. Tirer du point donné *D* au dedans du triangle donné *ABC* trois lignes, en sorte que l'une passe par l'angle donné *A*, & que les trois divisent le triangle donné *ABC* en trois parties égales. 198
- Probl. VII. Diviser le triangle donné *ABC* en trois parties égales, par trois lignes tirées aux trois angles *A*, *B*, *C*. 199
- Probl. VIII. Retrancher du triangle donné *ABC* un triangle égal au donné *CDE* & ayant un angle égal à l'un de ceux du triangle donné *ABC*. 200
- Probl. IX. Retrancher du triangle donné *ABC* un triangle égal au donné *CDE*, par une ligne tirée de l'angle donné *B*. 201
- Probl. X. Retrancher du triangle donné *ABC* un triangle égal au donné *CDE*, par une ligne tirée par le point *I* donné sur le côté *BC*. 202
- Probl. XI. Retrancher du triangle donné *ABC* un triangle égal au donné *CDE* par une ligne parallèle au côté donné *BC*. 203
- CHAP. II. De la division des quadrilatères.
- Probl. I. Diviser le parallélogramme donné *ABCD* en autant de parties égales qu'on

b

- voudra , par des lignes paralleles au côté donné AD ou BC . 206
- Probl. II. Diviser le parallelogramme donné $ABCD$ en trois parties égales , en commençant par l'angle donné A . 207
- Probl. III. Diviser le parallelogramme donné $ABCD$ en trois parties égales , en commençant par le point E donné sur le côté AB . 208
- Probl. IV. Diviser le parallelogramme donné $ABCD$ en trois parties égales , par deux lignes tirées de l'angle donné A . 209
- Probl. V. Diviser le parallelogramme donné $ABCD$ en trois parties égales , par deux lignes tirées du point donné E sur le côté donné AB . 210
- Probl. VI. Diviser le trapezoïde donné $ABCD$ en autant de parties égales qu'on voudra , 211
- Probl. VII. Diviser le trapeze donné $ABCD$ en deux également , par une ligne droite tirée de l'angle donné D . ibid
- Probl. VIII. Diviser le trapeze donné $ABCD$ en deux également , par une ligne droite tirée du point E milieu du côté AB . 211
- Probl. IX. Diviser le trapeze donné $ABCD$ en deux également , par une ligne droite tirée du point E donné sur le côté CD . 212

T A B L E. xix

- Probl. X. Diviser le trapeze donné $AB-CD$ en deux également, par une ligne parallèle au point donné AD . 216
- Probl. XI. Diviser le trapeze donné $AB-CD$ en trois parties égales par deux lignes tirées de l'angle donné D . 222
- Probl. XII. Diviser le trapeze donné $AB-CD$ en trois parties égales, par deux lignes tirées du point E donné sur le côté CD . ibid.
- Probl. XIII. Diviser le trapeze donné $AB-CD$ en deux parties égales, par deux lignes parallèles au côté donné AD . 224
- Probl. XIV. Diviser le trapeze donné $AB-CD$ en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux angles opposés $B D$. 225
- Probl. XV. Diviser le trapeze donné $AB-CD$ en deux parties, dont la raison soit égale à celle des deux lignes données AG, GH , 226
- Probl. XVI. Retrancher d'un trapeze donné une figure égale à une autre figure donnée. 228
- CHAP. III. De la division des Polygones.
- Probl. I. Diviser un polygone régulier en deux également par une ligne tirée du milieu de l'un de ses côtés. 229
- Lemme. Réduire un polygone proposé en triangle. 230

b ij

- Probl. II. *Diviser un polygone régulier en deux également, par une ligne parallèle à l'un de ses côtés.* 231
- Probl. III. *Diviser un polygone régulier en deux également par deux lignes perpendiculaires entr'elles,* 233
- Probl. IV. *Diviser un polygone régulier en deux également, par une ligne tirée d'un point donné sur l'un de ses côtés,* 235
- Probl. V. *Diviser le polygone donné $AB-CDE$ en trois parties égales, par deux lignes tirées du point donné O , sur le côté CD .* 236
- Probl. VI. *Diviser en trois parties égales le polygone donné $ABCDE$, par deux lignes tirées de l'angle donné D .* 237
- Probl. VII. *Diviser le polygone donné $AB-CDE$ en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux points O, F , donnés sur le côté CD .* 238
- Probl. VIII. *Diviser le polygone donné $ABCDE$ en deux parties dans la raison des deux lignes données AI, IL par une ligne tirée de l'angle D .* 239

Fin de la Table des Chapitres & Problèmes contenus dans ces trois Traités.

A P P R O B A T I O N.

*De M. BELIDOR, Censeur Royal, ancien
Professeur de Mathématique aux Eco-
les d'Artillerie de la Fère, &c.*

J'AI lû par ordre de Monseigneur le Chan-
celier les **Œuvres** de M. Ozanam, contenant
le Dictionnaire, le Cours & les Récréations Ma-
thématiques, un Traité de l'Arpentage, la Géomé-
trie-pratique, l'Usage du Compas de propor-
tion, la Méthode pour lever les Plans, & les
Elémens d'Euclides.

Les Ouvrages de M. Ozanam ayant servi jus-
qu'ici d'école à presque tous ceux qui se sont
appliqués aux Mathématiques, depuis qu'elles
ont été regardées en Europe comme la base de
toutes les Sciences : il y a apparence que cette
nouvelle Edition de ses **Œuvres** fera aussi-bien
reçue du Public, que l'ont été les précédentes.
A Paris le 24 Février 1746. BELIDOR.

P R I V I L E G E D U R O I.

L O U I S, par la grace de Dieu, Roi de Fran-
ce & de Navarre : A nos amés & féaux Con-
seillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement,
Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel,
Grand-Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Séné-
chaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos
Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Notre bien
amé CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire à

Paris , nous ayant fait remontrer qu'il désireroit faire réimprimer & donner au Public des livres qui ont pour titre : *Œuvres de Mathématique de feu M. Oxanam de l'Académie des Sciences , Secrets des Arts & Métiers , le Teinturier parfait , l'Art de la Verrerie , l'Art de tourner du Pere Plumier.* S'il nous plaisoit lui accorder de nos Lettres de Privilege sur ce nécessaires. A CES CAUSES , voulant favorablement traiter l'Exposant , nous lui avons permis & permettons par ces Présentes de faire réimprimer lesdits livres en un ou plusieurs volumes , & autant de fois que bon lui semblera , & de les vendre , faire vendre , débiter par tout notre Royaume , pendant le tems de neuf années consécutives , à compter du jour de la date desdites Présentes ; faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient , d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance ; comme aussi à tous Libraires & Imprimeurs , d'imprimer , faire imprimer , vendre , faire vendre , débiter , ni contrefaire lesdits livres en tout ni en partie , ni d'en faire aucuns Extraits sous quelque prétexte que ce soit , d'augmentations , corrections & autres , sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant , ou de ceux qui auront droit de lui , à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits , de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans , dont un tiers à nous , un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris , l'autre tiers audit Exposant , ou à celui qui aura droit de lui , & de tous dépens , dommages & intérêts ; à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris , dans trois mois de la date

d'icelles ; que la réimpression desdits livres sera faite dans notre Royaume , & non ailleurs , en bon papier & beaux caractères , conformément à la feuille imprimée , attachée pour modèle sous le contre-scel des Présentes ; que l'Impétrant se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie , & notamment à celui du 10 Avril 1725 ; & qu'avant de les exposer en vente , les Manuscrits & Imprimés qui auront servi de copie à la réimpression desdits livres seront remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le sieur Daguesseau , Chancelier de France , Commandeur de nos Ordres , & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique , un dans celle de notre Château du Louvre , & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Daguesseau , Chancelier de France , Commandeur de nos Ordres , le tout à peine de nullité des présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Exposant ou ses ayans cause , pleinement & paisiblement , sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desdits livres , soit tenue pour dûement signifiée , & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secrétaires , foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent sur ce requis , de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & nécessaires , sans demander autre permission , & nonobstant clameur de Haro , Charte Normande , & Lettres à ce contraires : CAR tel est notre plaisir.
DONNÉ à Paris le vingt-deuxième jour du

mois de Juillet l'an de grace mil sept cens qua-
rante-six, & de notre Regne le trente-unieme.
Par le Roi en son Conseil.

SAINSON.

Registré sur le Registre II. de la Chambre Roya-
le des Libraires-Imprimeurs, N°. 615. fol. 543.
conformément aux anciens Réglemens confirmés
par celui du 28. l'èvrier 1733. A Paris le 5 Mai
1746.

VINCENT, Syndic.

USAGE



U S A G E
D U
C O M P A S
D E
P R O P O R T I O N .

LE Compas de proportion est un Instrument de Mathématique dont on peut se servir très - commodément pour résoudre promptement & facilement les Problèmes les plus utiles & les plus nécessaires dans toutes les parties des Mathématiques, & principalement dans la Géométrie pratique, tant sur le papier que sur le terrain.

Quoique la construction de cet Instrument ne soit pas inconnue aux ouvriers qui travaillent aux instrumens de Mathématique, néanmoins je ne laisserai pas de l'enseigner ici brièvement pour les li-

A

gnes que nous nous sommes proposés d'y mettre ; sçavoir pour les Lignes des Parties égales , des Plans , des Polygones , des Cordes , des Solides , & des Métaux ; étant facile à leur imitation d'y ajouter les autres lignes dont on peut avoir besoin dans la pratique , comme la Ligne des Tangentes , pour la description des Cadrans Solaires , &c.

CHAPITRE PREMIER.

Construction du Compas de proportion.

Planché premiere.

AYANT déterminé la longueur du Compas de proportion que vous voulez construire , comme de six pouces , ce qui est le plus ordinaire , & la largeur , comme de six lignes ; préparez deux regles de laiton , ou de quelqu'autre matière solide , ayant cette même longueur & cette même largeur , pour les jambes de votre compas , lesquelles doivent être mobiles à l'entour de leurs extrémités , que l'on doit pour cette fin joindre ensemble par le moyen d'une charniere , en sorte que le Compas de proportion se puisse fermer & ouvrir comme l'on voudra par un mouvement qui soit autant égal & uniforme qu'il sera

possible, pour s'en pouvoir servir plus commodément.

Le centre de cette charniere fera pris *Planch.* pour le centre du Compas de propor- *premie-* tion, comme A, duquel on doit tirer *re.* sur chaque jambe, de côté & d'autre, toutes les lignes qu'on veut ajouter au Compas de proportion, pour son usage, est premierement *la ligne des parties égales*, ainsi appellée, parce qu'elle est divisée en un certain nombre de parties égales, tel que l'on veut, & le plus grand fera le meilleur, afin que l'usage en soit plus universel. Ce nombre est ordinairement 200, dans une longueur de six pouces; & quoique la division de cette ligne en 200 parties égales soit facile, néanmoins pour ne rien laisser à deviner, je dirai ici en peu de mots la maniere de faire cette division.

La longueur de votre ligne étant dé- terminée sur chaque jambe, divisez-la *Ligne des parties égales.* depuis le centre du Compas de propor- tion jusqu'à son extrêmité, en deux par- ties égales, dont chacune vaudra 100. Divisez encore chacune de ces deux parties égales en deux autres parties égales, dont chacune vaudra 50. Divisez ensuite chacune de ces parties égales en deux autres parties égales, & chacune de ces nou-

A ij

Pl. 1. velles parties égales en cinq parties égales, & enfin chacune de ces dernières parties égales encore en cinq parties égales, & la ligne proposée se trouvera divisée en ses 200 parties égales, que vous séparerez de cinq en cinq par de petites lignes, auxquelles vous ajouterez des chiffres de 10 en 10 seulement, en les comptant depuis le centre A, jusqu'à l'autre extrémité, où le nombre de 200 se trouvera.

*Ligne
des
Plans.*

Proche la ligne des parties égales, on pourra ajouter sur la même surface du Compas de proportion *la ligne des plans*, ainsi appelée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtés homologues d'un certain nombre de plans semblables, multiples du premier & plus petit par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre est ordinairement 64, dans une longueur de six pouces, telle que nous l'avons ici supposée, de sorte que l'extrémité de cette ligne représente le côté du 64^e plan, c'est-à-dire, d'un plan 64 fois plus grand qu'un autre plan semblable, dont le côté homologue est égal à la 8^e partie de toute la ligne des plans, parce que la racine quarrée de 64 est 8, & c'est pour cela qu'on a choisi ce nombre quarré 64, afin que sa racine quarrée 8 étant exacte, on ait aussi exactement

le côté homologue du premier & du plus petit plan semblable, parce que ce côté est égal à la 8^e partie du côté homologue du 64^e plan, puisque la racine quarrée de 64 est 8, & que les plans semblables sont entr'eux comme les quarrés de leurs côtés homologues. (Par la 20 du 6.)

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit plan, & par son moyen les côtés homologues de tous les autres plans semblables, doubles, triples, quadruples, & ainsi de suite jusqu'au 64^e & plus grand plan; divisez à part le côté de ce plus grand plan, ou la ligne des plans, en un certain nombre de parties égales, qui soit divisible par la racine quarrée 8 du plus grand plan 64, & le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 1000 parties égales, ce qui sera facile dans une longueur de six pouces; & divisez ce nombre 1000, par la même racine quarrée 8 du plus grand plan 64, & le quotient donnera exactement 125 parties pour la quantité du côté du premier plan. C'est pourquoi si l'on porte 125 parties sur la ligne des plans depuis le centre A, on aura un point qui terminera la longueur du côté homologue du premier plan, par le

A iij

Pl. I. moyen duquel on trouvera aisément les longueurs des côtés homologues des autres plans semblables multiples ; comme si on veut trouver le côté homologue d'un plan double, on multipliera par 2, le quarré 15625 ; du nombre 125 de parties du côté du premier plan, & on prendra la racine quarrée du produit 31250, laquelle donnera environ 177 parties pour le côté homologue du plan double : c'est pourquoi si on porte 177 parties sur la ligne des plans depuis le centre A, on aura un second point qui terminera la longueur du côté du second plan ; ainsi des autres. C'est de cette maniere que nous avons supputé la Table suivante.



T A B L E du nombre des parties
des côtés homologues de tous les
plans semblables, doubles, triples,
quadruples, &c. à l'égard du plus
petit côté de 125, ou du plus grand
de 1000 parties.

| | | | | | | | |
|----|-----|----|-----|----|-----|----|------|
| 1 | 125 | 17 | 515 | 33 | 718 | 49 | 875 |
| 2 | 177 | 18 | 530 | 34 | 729 | 50 | 884 |
| 3 | 216 | 19 | 545 | 35 | 739 | 51 | 892 |
| 4 | 250 | 20 | 559 | 36 | 750 | 52 | 901 |
| 5 | 279 | 21 | 573 | 37 | 760 | 53 | 910 |
| 6 | 306 | 22 | 586 | 38 | 770 | 54 | 918 |
| 7 | 330 | 23 | 599 | 39 | 780 | 55 | 927 |
| 8 | 353 | 24 | 612 | 40 | 790 | 56 | 935 |
| 9 | 375 | 25 | 625 | 41 | 800 | 57 | 944 |
| 10 | 395 | 26 | 637 | 42 | 810 | 58 | 952 |
| 11 | 414 | 27 | 650 | 43 | 819 | 59 | 960 |
| 12 | 433 | 28 | 661 | 44 | 829 | 60 | 968 |
| 13 | 450 | 29 | 673 | 45 | 839 | 61 | 976 |
| 14 | 467 | 30 | 684 | 46 | 848 | 62 | 984 |
| 15 | 484 | 31 | 696 | 47 | 857 | 63 | 992 |
| 16 | 500 | 32 | 707 | 48 | 866 | 64 | 1000 |

Cette Table se peut supputer par une
autre manière qui est plus facile que la
précédente, parce qu'elle peut servir de
la même façon pour un autre nombre du
plus grand plan que 64, lorsque ce nombre

A iiiij

ne fera pas carré, & qu'il ne divisera pas exactement le carré du nombre des parties du côté du même plus grand Plan, ce qui empêchera le côté du premier Plan d'être exact, & de pouvoir s'en servir pour trouver commodément les côtés homologues des Plans semblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtés plus facilement en cette sorte.

Faites une Règle de trois directe, dont le premier terme soit le plus grand Plan, comme ici 64, le second soit le Plan semblable dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5 pour un Plan quintuple du plus petit, & le troisième soit le carré du nombre des parties du côté du plus grand Plan, comme ici 1000000; la Racine carrée du quatrième terme 78155, donnera environ 279 parties pour le côté homologue du plan quintuple, (comme il est évident par la 20 du 6.); ainsi des autres.

*Ligne
des po-
ligones.
Pl. 1.*

Enfin proche la ligne des Plans, on pourra ajouter *la ligne des Polygones*, ainsi appelée parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtés d'un certain nombre de Polygones réguliers inscrits dans un même cercle, le Carré y étant compris, & non le Triangle, pour n'être pas d'un grand usage. Ce nombre est

ordinairement 8, en commençant depuis Pl. I.
 le *Quarré* jusqu'au *Dodecagone*, les autres
 Polygones n'étant pas d'un si grand usage,
 parce que les Polygones réguliers ne ser-
 vent ordinairement que pour la fortifica-
 tion des Places régulières, & qu'il se trou-
 ve rarement une place régulière de plus
 de douze Bastions.

Puisque les côtés des Polygones régu-
 liers inscrits dans un même cercle dimi-
 nuent à mesure qu'ils ont plus de côtés,
 il s'ensuit que le côté du *Quarré* est le
 plus grand de tous, & que par consé-
 quent on le doit faire égal à la longueur
 de la ligne des Polygones que nous avons
 supposée de six pouces, en la prenant de-
 puis le centre A.

Ayant ainsi déterminé la longueur du
 côté du *Quarré*, on le divisera en tel
 nombre de parties égales que l'on vou-
 dra, & le plus grand sera le meilleur,
 comme en 1000, pour trouver dans ces
 parties la valeur des côtés des autres Po-
 lygones, & premièrement le côté de
 l'*Exagone*, ou le rayon du cercle com-
 mun à tous ces Polygones, ce qui sera
 facile, parce que ce rayon est le côté
 d'un triangle isoscele rectangle dont l'hi-
 potenuse est égale au côté du *quarré*. C'est
 pourquoi si on multiplie ce côté, que nous

avons supposé de 1000 parties, par lui-même, on aura 1000000 pour son quarré, dont la moitié 500000 fera par conséquent le quarré du rayon. (Par 47. 1.) C'est pourquoi si on prend la racine quarrée de cette moitié 500000, on aura 707 parties pour le rayon, ou pour le côté de l'Exagone, que l'on pourra aussi trouver par cette analogie.

Comme le Sinus total - - - - 10000

Au côté du Quarré - - - - - 100

Ainsi le Sinus de 45 degrés 7071

Au côté de l'Exagone - - - 70

Par le moyen du côté de l'Exagone ainsi trouvé, on trouvera les côtés de tout autre Polygone qu'on voudra, par cette analogie.

Comme le Sinus total,

Au double du côté de l'Exagone ;

Ainsi le Sinus de la moitié de l'angle

centre du Polygone,

Au côté du Polygone qu'on cherche.

C'est de cette maniere que nous avons construit la Table suivante, qui montre la quantité des côtés des Polygones réguliers depuis le Quarré jusqu'au Dodecagone, & il sera facile de la prolonger autant que l'on voudra, pour les Polygones de plus de côtés, & par son moyen de marquer les côtés sur la ligne des Po

lygones, en portant les parties qu'ils contiennent depuis le centre A sur la même ligne des Polygones. Cela est trop clair, sans qu'il soit besoin d'en donner un exemple particulier, & c'est pour cela aussi que nous ne nous sommes pas arrêté à donner la démonstration des deux analogies précédentes.

TABLE des côtés des Polygones réguliers, depuis le Carré jusqu'au Décagone.

| Polygones. | côtés. |
|-------------|--------|
| Quarré. | 1000 |
| Pentagone. | 831 |
| Exagone. | 707 |
| Eptagone. | 613 |
| Octogone. | 540 |
| Enneagone. | 484 |
| Décagone. | 437 |
| Endecagone. | 398 |
| Dodecagone. | 366 |

Il ne reste plus qu'à vous enseigner la maniere de mettre de l'autre côté, c'est

Pl. 1. à-dire, sur l'autre surface de chaque jambe du Compas de proportion, les lignes des cordes, des Solides & des Métaux, & premierement *la ligne des cordes* en cette sorte.

*Ligne
des cor-
des.*

Ayant tiré du centre A, sur chaque jambe du Compas de proportion, la ligne des cordes, ainsi appellée parce qu'elle comprend les cordes de tous les degrés du demi-cercle, qui a pour diamètre la longueur de cette ligne, laquelle doit être égale de côté & d'autre; portez les cordes de tous les degrés de ce demi-cercle divisé exactement en ses 180 degrés, en les prenant depuis l'une des deux extrémités du diamètre, depuis le centre A, sur chaque ligne des cordes, & y marquez autant de points, qui représenteront les degrés du demi-cercle: séparez ces points ou degrés de 5 en 5 par de petites lignes, pour les pouvoir compter plus facilement, & y ajoutez les chiffres de 10 en 10, en commençant à compter depuis le centre A, jusqu'à l'extrémité du Compas de proportion, où le 180^e degré se trouvera.

On pourroit aussi marquer les degrés sur cette ligne des cordes par le moyen d'une Table qui supposeroit la longueur de la ligne des cordes divisée en 1000

parties égales ; mais comme cette manie- Pl. I.
re ne me semble pas si simple , ni si exac-
te que la précédente , je n'en parlerai pas
davantage.

Proche la ligne des cordes , on pour- *Ligne*
ra mettre *la ligne des Solides* , ainsi ap- *des so-*
pellée parce qu'elle comprend les côtés *lides.*
homologues d'un certain nombre de so-
lides semblables multiples du premier &
plus petit , par les nombres naturels 2 ,
3 , 4 , &c. Ce nombre est ordinairement
64 , dans une longueur de six pouces , telle
que nous l'avons ici supposée , de sorte
que l'extrémité de cette ligne représente
le côté du 64^e Solide , c'est-à-dire , d'un
Solide 64 fois plus grand qu'un autre So-
lide semblable , dont le côté homologue
est égal à la 4^e partie de toute la ligne
des Solides , parce que la racine cubique
de 64 est 4 , & c'est pour cela que l'on a
choisi ce nombre cubique 64 , afin que
sa racine cubique 4 étant exacte , on ait
aussi exactement le côté homologue du
premier & plus petit Solide semblable ,
parce que ce côté est égal à la 4^e partie
du côté homologue du 64^e Solide , puis-
que la racine cubique de 64 est 4 , & que
les Solides semblables sont comme les
cubes de leurs côtés homologues. (Par 23.
11.)

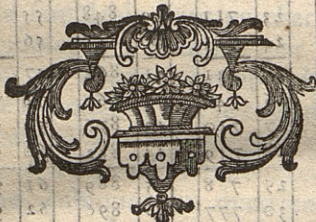
Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Solide, & par son moyen les côtés homologues de tous les autres Solides semblables, doubles, triples, quadruples, & ainsi de suite jusques au 64^e & plus grand Solide; divisez la part le côté de ce plus grand Solide, ou la ligne des Solides, en un certain nombre de parties égales, qui soit divisible par la racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 1000 parties égales, & divisez ce nombre 1000, par la même racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le quotient donnera exactement 250 parties pour la quantité du côté du premier Solide. C'est pourquoi si l'on porte 250 parties sur la ligne des Solides depuis le centre A, on aura un point qui terminera la longueur du côté homologue du premier Solide, par le moyen duquel on trouvera aisément les longueurs des côtés homologues des autres Solides semblables multiples; comme si on veut trouver le côté homologue d'un Solide double, on multipliera par 2 le cube 1562500 du nombre 250 des parties du côté du premier Solide, & on prendra la Racine cubique du produit 3125000, laquelle donnera environ 315 parties pour le côté

homologue du Solide double. C'est pour-
 quoi si on porte 315 parties sur la ligne
 des Solides depuis le centre A, on aura
 un second point qui terminera le côté
 du second Solide. Ainsi des autres.

C'est de cette maniere que l'on a sup-
 puté la Table suivante.

TABLE DE LA
 1000 PARTIES

| | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 |
| 999 | 999 | 999 | 999 | 999 | 999 | 999 |
| 998 | 998 | 998 | 998 | 998 | 998 | 998 |
| 997 | 997 | 997 | 997 | 997 | 997 | 997 |
| 996 | 996 | 996 | 996 | 996 | 996 | 996 |
| 995 | 995 | 995 | 995 | 995 | 995 | 995 |
| 994 | 994 | 994 | 994 | 994 | 994 | 994 |
| 993 | 993 | 993 | 993 | 993 | 993 | 993 |
| 992 | 992 | 992 | 992 | 992 | 992 | 992 |
| 991 | 991 | 991 | 991 | 991 | 991 | 991 |
| 990 | 990 | 990 | 990 | 990 | 990 | 990 |
| 989 | 989 | 989 | 989 | 989 | 989 | 989 |
| 988 | 988 | 988 | 988 | 988 | 988 | 988 |
| 987 | 987 | 987 | 987 | 987 | 987 | 987 |
| 986 | 986 | 986 | 986 | 986 | 986 | 986 |
| 985 | 985 | 985 | 985 | 985 | 985 | 985 |
| 984 | 984 | 984 | 984 | 984 | 984 | 984 |
| 983 | 983 | 983 | 983 | 983 | 983 | 983 |
| 982 | 982 | 982 | 982 | 982 | 982 | 982 |
| 981 | 981 | 981 | 981 | 981 | 981 | 981 |
| 980 | 980 | 980 | 980 | 980 | 980 | 980 |
| 979 | 979 | 979 | 979 | 979 | 979 | 979 |
| 978 | 978 | 978 | 978 | 978 | 978 | 978 |
| 977 | 977 | 977 | 977 | 977 | 977 | 977 |
| 976 | 976 | 976 | 976 | 976 | 976 | 976 |
| 975 | 975 | 975 | 975 | 975 | 975 | 975 |
| 974 | 974 | 974 | 974 | 974 | 974 | 974 |
| 973 | 973 | 973 | 973 | 973 | 973 | 973 |
| 972 | 972 | 972 | 972 | 972 | 972 | 972 |
| 971 | 971 | 971 | 971 | 971 | 971 | 971 |
| 970 | 970 | 970 | 970 | 970 | 970 | 970 |
| 969 | 969 | 969 | 969 | 969 | 969 | 969 |
| 968 | 968 | 968 | 968 | 968 | 968 | 968 |
| 967 | 967 | 967 | 967 | 967 | 967 | 967 |
| 966 | 966 | 966 | 966 | 966 | 966 | 966 |
| 965 | 965 | 965 | 965 | 965 | 965 | 965 |
| 964 | 964 | 964 | 964 | 964 | 964 | 964 |
| 963 | 963 | 963 | 963 | 963 | 963 | 963 |
| 962 | 962 | 962 | 962 | 962 | 962 | 962 |
| 961 | 961 | 961 | 961 | 961 | 961 | 961 |
| 960 | 960 | 960 | 960 | 960 | 960 | 960 |
| 959 | 959 | 959 | 959 | 959 | 959 | 959 |
| 958 | 958 | 958 | 958 | 958 | 958 | 958 |
| 957 | 957 | 957 | 957 | 957 | 957 | 957 |
| 956 | 956 | 956 | 956 | 956 | 956 | 956 |
| 955 | 955 | 955 | 955 | 955 | 955 | 955 |
| 954 | 954 | 954 | 954 | 954 | 954 | 954 |
| 953 | 953 | 953 | 953 | 953 | 953 | 953 |
| 952 | 952 | 952 | 952 | 952 | 952 | 952 |
| 951 | 951 | 951 | 951 | 951 | 951 | 951 |
| 950 | 950 | 950 | 950 | 950 | 950 | 950 |
| 949 | 949 | 949 | 949 | 949 | 949 | 949 |
| 948 | 948 | 948 | 948 | 948 | 948 | 948 |
| 947 | 947 | 947 | 947 | 947 | 947 | 947 |
| 946 | 946 | 946 | 946 | 946 | 946 | 946 |
| 945 | 945 | 945 | 945 | 945 | 945 | 945 |
| 944 | 944 | 944 | 944 | 944 | 944 | 944 |
| 943 | 943 | 943 | 943 | 943 | 943 | 943 |
| 942 | 942 | 942 | 942 | 942 | 942 | 942 |
| 941 | 941 | 941 | 941 | 941 | 941 | 941 |
| 940 | 940 | 940 | 940 | 940 | 940 | 940 |
| 939 | 939 | 939 | 939 | 939 | 939 | 939 |
| 938 | 938 | 938 | 938 | 938 | 938 | 938 |
| 937 | 937 | 937 | 937 | 937 | 937 | 937 |
| 936 | 936 | 936 | 936 | 936 | 936 | 936 |
| 935 | 935 | 935 | 935 | 935 | 935 | 935 |
| 934 | 934 | 934 | 934 | 934 | 934 | 934 |
| 933 | 933 | 933 | 933 | 933 | 933 | 933 |
| 932 | 932 | 932 | 932 | 932 | 932 | 932 |
| 931 | 931 | 931 | 931 | 931 | 931 | 931 |
| 930 | 930 | 930 | 930 | 930 | 930 | 930 |
| 929 | 929 | 929 | 929 | 929 | 929 | 929 |
| 928 | 928 | 928 | 928 | 928 | 928 | 928 |
| 927 | 927 | 927 | 927 | 927 | 927 | 927 |
| 926 | 926 | 926 | 926 | 926 | 926 | 926 |
| 925 | 925 | 925 | 925 | 925 | 925 | 925 |
| 924 | 924 | 924 | 924 | 924 | 924 | 924 |
| 923 | 923 | 923 | 923 | 923 | 923 | 923 |
| 922 | 922 | 922 | 922 | 922 | 922 | 922 |
| 921 | 921 | 921 | 921 | 921 | 921 | 921 |
| 920 | 920 | 920 | 920 | 920 | 920 | 920 |
| 919 | 919 | 919 | 919 | 919 | 919 | 919 |
| 918 | 918 | 918 | 918 | 918 | 918 | 918 |
| 917 | 917 | 917 | 917 | 917 | 917 | 917 |
| 916 | 916 | 916 | 916 | 916 | 916 | 916 |
| 915 | 915 | 915 | 915 | 915 | 915 | 915 |
| 914 | 914 | 914 | 914 | 914 | 914 | 914 |
| 913 | 913 | 913 | 913 | 913 | 913 | 913 |
| 912 | 912 | 912 | 912 | 912 | 912 | 912 |
| 911 | 911 | 911 | 911 | 911 | 911 | 911 |
| 910 | 910 | 910 | 910 | 910 | 910 | 910 |
| 909 | 909 | 909 | 909 | 909 | 909 | 909 |
| 908 | 908 | 908 | 908 | 908 | 908 | 908 |
| 907 | 907 | 907 | 907 | 907 | 907 | 907 |
| 906 | 906 | 906 | 906 | 906 | 906 | 906 |
| 905 | 905 | 905 | 905 | 905 | 905 | 905 |
| 904 | 904 | 904 | 904 | 904 | 904 | 904 |
| 903 | 903 | 903 | 903 | 903 | 903 | 903 |
| 902 | 902 | 902 | 902 | 902 | 902 | 902 |
| 901 | 901 | 901 | 901 | 901 | 901 | 901 |
| 900 | 900 | 900 | 900 | 900 | 900 | 900 |



Cette Table se peut employer par une
 autre maniere par un plus facile que la
 précédente & par ce qu'elle peut servir de
 la même façon pour un autre nombre de
 plus grand Solide que de 315, lorsque ce
 nombre

T A B L E des parties des côtés homologues de tous les solides semblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, & du plus grand de 1000 parties.

| | | | | | | | |
|----|-----|----|-----|----|-----|----|------|
| 1 | 250 | 17 | 643 | 33 | 802 | 49 | 914 |
| 2 | 315 | 18 | 655 | 34 | 810 | 50 | 921 |
| 3 | 360 | 19 | 667 | 35 | 818 | 51 | 927 |
| 4 | 397 | 20 | 678 | 36 | 825 | 52 | 933 |
| 5 | 427 | 21 | 689 | 37 | 833 | 53 | 939 |
| 6 | 454 | 22 | 700 | 38 | 840 | 54 | 945 |
| 7 | 478 | 23 | 711 | 39 | 848 | 55 | 951 |
| 8 | 500 | 24 | 721 | 40 | 855 | 56 | 956 |
| 9 | 520 | 25 | 731 | 41 | 862 | 57 | 962 |
| 10 | 538 | 26 | 740 | 42 | 869 | 58 | 967 |
| 11 | 556 | 27 | 750 | 43 | 876 | 59 | 973 |
| 12 | 572 | 28 | 759 | 44 | 882 | 60 | 978 |
| 13 | 588 | 29 | 768 | 45 | 889 | 61 | 984 |
| 14 | 602 | 30 | 777 | 46 | 896 | 62 | 989 |
| 15 | 616 | 31 | 785 | 47 | 902 | 63 | 995 |
| 16 | 630 | 32 | 794 | 48 | 908 | 64 | 1000 |

Cette Table se peut supputer par une autre maniere qui est plus facile que la précédente, parce qu'elle peut servir de la même façon pour un autre nombre du plus grand Solide que 64, lorsque ce nombre

nombre n'è sera pas cubique, & qu'il ne divisera pas exactement le cube du nombre des parties du côté du même plus grand Solide, ce qui empêchera le côté du premier Solide d'être exact & de pouvoir s'en servir pour trouver commodément les côtés homologues des Solides semblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtés plus facilement en cette sorte.

Faites une Regle de trois directe dont le premier terme soit le plus grand Solide, comme ici 64, le second soit le Solide semblable dont on cherche le côté homologue, comme, par exemple, 5 pour un Solide quintuple du plus petit, & le troisieme soit le cube du nombre des parties du côté du plus grand Solide, comme ici 1000000000, & la Racine cubique du quatrieme terme 78125000, donnera environ 427 parties, pour le côté homologue du Solide quintuple. (Comme il est évident par 23, 11); ainsi des autres.

A côté de la ligne des Solides, l'on marque sur les jambes du Compas de proportion *la ligne des Métaux*: on les représente par des caracteres chymiques, comme on le verra ci-après. La division de cette ligne se fait ainsi: l'étain, le

B

Pl. I. moins pesant des six Métaux, se place au bout de chaque jambe du Compas, à une distance du centre égal à la longueur de toute l'Echelle de 1000 parties; les autres Métaux se marquent ensuite en se rapprochant du centre, chacun suivant le nombre des parties qui leur convient, pris sur la même Echelle.

Définition.

La grandeur d'un corps, ou l'espace qu'il occupe, s'appelle le volume de ce corps.

Théoreme.

Le poids d'un corps est au poids d'un autre corps, comme le produit de son volume par la pesanteur spécifique, est au produit du volume & de la pesanteur spécifique de l'autre; c'est-à-dire, que si les deux corps sont A & B, que le poids du premier soit P, son volume v , & sa pesanteur spécifique m , & que le poids du second soit D, son volume h , & sa pesanteur spécifique n , que l'on aura toujours $P, D :: um, hn$.



Démonstration.

Si le corps A est trois fois plus gros que le corps B, l'on pourra faire avec A trois corps de même volume que B, & si la matiere qui compose le corps A est trois ou quatre fois plus pesante que la pesanteur spécifique de celle qui compose B; chacun des trois volumes que A a produit, sera trois ou quatre fois plus pesant que B; & les trois ensemble, c'est-à-dire A, seront par conséquent neuf fois ou douze fois plus pesant que B: d'où il est clair que la pesanteur de A est à celle de B, comme le produit de son volume, par sa pesanteur spécifique, est au produit du volume de B, par sa gravité spécifique: donc que $P, D :: um, hn.$

Corollaire.

Il suit de-là premierement: 1^o. Que si les volumes sont égaux, l'on aura $P, D :: m, n$; d'où l'on voit que pour avoir le rapport des pesanteurs spécifiques des deux corps, il faut les peser dans l'état de l'égalité de volume. Secondement, 2^o. Que si les gravités spécifiques de ces corps sont les mêmes, c'est-à-dire si $m = n$

B ij.

on aura $P, D :: u, h$, ce qui montre qu'alors les poids sont comme les volumes. Troisièmement, 3°. Que si $P=D$, um fera égal à hn , par conséquent nous aurons toujours dans ce cas de l'égalité de volume de deux corps, que leurs gravités spécifiques sont en raison réciproque de leurs volumes : d'où il suit que connoissant le rapport de la pesanteur spécifique de deux corps & le volume de l'un, que l'on trouvera le volume de l'autre, étant le quatrième terme d'une proportion : Par exemple, si l'on veut sçavoir le volume d'un corps de fer égal en pesanteur à un corps d'étain dont on connoît le volume ou le diamètre, que nous supposons de 1000 parties, & que l'on sçache que leurs gravités spécifiques sont entr'elles comme 558 liv. est à 516 liv. 2 onces, l'on fera cette proportion, 558 liv., 516 liv. 2 onces :: le cube de 1000, est à un quatrième terme, qui sera le cube du diamètre du corps de fer, que l'on trouvera, en extrayant la racine cubique de 974 parties, ou un peu moins de celle dont est formé le diamètre de la boule d'étain.

La division de la ligne des Métaux est fondée sur le Corollaire précédent, comme on le verra ; c'est ce qui en fera la dé-

monstration : elle se trace à côté de celle Pl. 23
des Solides ; elle contient six Métaux que
les Chymistes désignent par des caracteres
comme il est ici marqué : sçavoir ;

| | | |
|------------------|---|-------------------|
| OR, par. | ☉ | <i>le Soleil.</i> |
| PLOMB. | ♄ | <i>Saturne.</i> |
| ARGENT. | ☾ | <i>la Lune.</i> |
| CUIVRE. | ♀ | <i>Venus.</i> |
| FER. | ♂ | <i>Mars.</i> |
| ÉTAIN. | ♃ | <i>Jupiter.</i> |

Comme l'étain est le moins pesant des
six Métaux , il est clair que de tous les
corps semblables que l'on feroit de ces
différens Métaux , celui d'étain auroit le
plus grand volume , & par conséquent le
plus grand diamètre , s'ils sont supposés
sphériques ; c'est pour cela qu'il est dési-
gné au 64^e solide : d'où l'on voit que
son diamètre est exprimé par la longueur
d'une des branches du Compas de pro-
portion , & qu'il est de 1000 parties ,
ayant pour les solides divisé ainsi cette
branche. Cela posé , il sera aisé en se ser-
vant des rapports spécifiques des cinq
autres Métaux à l'étain (que l'on a trou-
vé en pesant des volumes égaux de cha-
cun de ces six Métaux , conformément
au N^o. 1. du corollaire précédent , ainsi

qu'ils font ci-après marqués) & du cube de 1000 parties, diamètre de l'étain qui exprime le volume, de trouver les diamètres des cinq autres Métaux de même poids que celui d'étain, en agissant comme au N°. 3. du même corollaire. C'est ainsi que l'on a trouvé les diamètres de ces Métaux dans la Table suivante.

| <i>Poids d'un pied cube de chacun des six Métaux.</i> | | D I A M E T R E. | |
|---|-------------|--|-----------------------|
| <i>Métaux.</i> | | En petites parties des Corps de même poids faites de six Métaux. | |
| | <i>liv.</i> | <i>onc.</i> | |
| Or, . . . | 1326. | 4 | Or, 730 |
| Plomb, . . . | 802. | 2 | Plomb, 863 |
| Argent, . . . | 720. | 12 | Argent, 898 |
| Cuivre, . . . | 627. | 12 | Cuivre, 937 |
| Fer, | 558. | 0 | Fer, 974 |
| Etain, | 516. | 2 | Etain, 1000 |

Si l'on veut éviter la peine de tirer la racine cube en cherchant les diamètres des corps de même poids, il faudra au lieu de se servir comme on a fait (N°. 3. du corollaire précédent) du cube de 1000, se servir du 64^e solide pour troisieme terme de la proportion, & dire 558 liv. est à 516 liv. 2 onces, comme 64 est à un quatrieme terme qui sera le 59^e fo-

lidé avec un petit reste ; ensuite chercher pl. 14 son diamètre dans la Table des Solides qui est de 973 parties, au lieu duquel l'on prendra 974 à cause du petit reste.

La démonstration de ceci paroîtra évidente si l'on fait attention que les solides 64. & 59 sont en même raison que le cube de 1000 avec le cube que l'on trouve, (par le N°. 3. du coroll. ci-dessus) à cause que 1000 est le diamètre du 64^e solide.

Si l'on prend maintenant sur une Echelle divisée en 1000 parties égales & de la longueur d'une des branches du Compas de proportion, les longueurs des diamètres marqués ci-dessus des six Métaux, & que l'on les place, à compter du centre de la charniere sur la ligne des Métaux avec leur caractère, il est clair que cette ligne sera divisée comme elle doit l'être.

La ligne du poids des Boulets se trace *De la*
 sur le compas de proportion comme on *ligne*
 la voit marquée sur cette Planche. Sa *qui con-*
 division se fait en l'ouvrant de trois pou- *tient le*
 ces au point où se trouve marqué le 4^e *poids*
 solide, l'expérience ayant fait connoître *des bou-*
 qu'un boulet de fer fondu de 3 pouces de *lets.*
 diamètre pese quatre livres. Les lignes
 du Compas de proportion étant ainsi ou-
 vertes, si l'on prend toutes les ouvertu-

Pl. 1. res des solides depuis 1 jusqu'à 64, & qu'on les place sur la ligne dont il s'agit, à compter toujours de l'une de ses extrémités, & que l'on y marque pour la 1^e la 2^e, la 3^e ouverture, & ainsi de suite, 1, 2, 3 liv. &c. cette ligne se trouvera divisée, à la réserve des parties de la livre que l'on y marquera en transportant (après avoir fermé le compas de proportion en sorte que l'ouverture de solide 4 soit égal au diamètre du boulet d'une livre) l'ouverture du premier solide pour $\frac{1}{4}$ de livre, celle du second pour $\frac{1}{2}$, & celle du troisieme pour $\frac{3}{4}$.

De la ligne qui sert à connaître le calibre des pieces de canon. Voici la maniere de tracer la ligne de calibre des pieces.

Si l'on ajoute aux divisions de la ligne du poids des boulets, pour le vent selon qu'ils sont plus pesans, une ligne à celle de six liv. 2 à celle de 12, & 3 ou 4, à celle de 24, &c. & que l'on place toutes les longueurs de ces divisions ainsi augmentées sur la ligne du calibre des pieces, à compter de l'une de ses extrémités, & que l'on y marque les chiffres 1, 2, 3 & 4, jusqu'à 64, elle se trouvera divisée.

La démonstration de la division de ces lignes fera évidente si l'on fait attention qu'ayant ouvert le compas de proportion

tion

tion de 3 pouces au quatrieme solide, Pl. 1.
 toutes les ouvertures que l'on a prises
 sont en même raison que les diametres
 des solides ; par conséquent elles sont
 aussi des diametres de solides ou de bou-
 lets depuis 1 jusqu'à 64 ; & comme l'ou-
 verture au quatrieme solide est le diame-
 tre d'un boulet de 4 livres, il s'ensuit que
 les autres ouvertures sont des diametres
 de boulets de 5, 6, 7 livres, &c.

L'on peut encore trouver, en faisant
 une proportion, les diametres des bou-
 lets : par exemple, si l'on veut avoir ce-
 lui de 32 livres, il faut dire 4 livres est à
 32 livres comme 27 pouces cubes, dia-
 metres du boulet de 4 livres, est à un qua-
 trieme terme, dont la racine cube, qui sera
 de 6 pouces, donnera le diametre que
 l'on cherche ; ce qui est évident par le
 n°. 1. du corollaire précédent.

*Preuve des divisions du compas de pro-
 portion.*

Pour connoître premierement si la li- *Parties*
 gne des parties égales est bien divisée, *égales.*
 il n'y a qu'à y prendre avec un compas
 ordinaire un nombre tel que l'on voudra
 de ces parties égales, en commençant
 par où l'on jugera à propos, & portet
 l'ouverture du compas ainsi ouvert sur la

C

Pl. I. même ligne des parties égales, en mettant une pointe du compas sur tel point de division que l'on voudra : car si cette ligne des parties égales est bien divisée, l'autre pointe du compas étant tournée de part & d'autre tombera précisément sur un autre point de division, & les deux pointes du compas comprendront le même nombre de parties égales.

Cordes. On ne peut pas appliquer la même maniere aux divisions de la ligne des cordes, parce que ces divisions ne sont pas égales, étant plus serrées vers la fin que vers le commencement, c'est-à-dire, que vers le centre du compas de proportion, ce que la nature du cercle ne permet pas d'être autrement. Ainsi pour connoître si la ligne des cordes est bien divisée, faites ainsi.

Choisissez à volonté sur la ligne des cordes deux points également éloignés du point marqué 120, l'un au dessus, & l'autre au dessous; par exemple, les deux points marqués 100 & 140, qui en sont éloignés chacun de 20 degrés, le premier par défaut, & le deuxième par excès; & prenez avec un compas commun la distance de ces deux points, laquelle, si la ligne des cordes est bien divisée, sera égale à la corde de 20 de-

grés, ou à la distance du point marqué 20 sur la ligne des cordes au centre du compas de proportion.

Pl. I.

C'est de la même façon que l'on connoitra que la distance des deux points marqués 150, 90, sur la même ligne des cordes, est égale à la corde de 30 degrés, par lesquels 150 & 90 différent de 120; & que pareillement la distance des deux points 155 & 85 est égale à la corde de 35 degrés, par lesquels 155 & 85 différent de 120, ainsi des autres, jusqu'aux deux points marqués 180 & 60.

Cette pratique est fondée sur un théorème que j'ai démontré ailleurs, sçavoir que *la différence des sinus de deux arcs également éloignés de 60 degrés, est égale au sinus de la différence entre l'un de ces deux arcs & 60 degrés.* D'où il suit, en doublant, que *la différence des cordes de deux arcs également éloignés de 120 degrés, est égale à la corde de la distance de l'un de ces deux arcs à 120 degrés.*

On peut par d'autres théorèmes examiner autrement la division des cordes. Ainsi pour connoître si les cordes de 60, 80, 100, & 160 degrés, sont bien marquées, on se servira de cet autre théorème qui nous apprend que *ces quatre cordes sont proportionnelles*, parce que

Cij

Pl. I. les sinus de 30, 40, 50, & 80 degrés sont aussi proportionnels, comme je l'ai démontré pareillement ailleurs.

Plans. Pour connoître si la ligne des plans est bien divisée, prenez avec un compas ordinaire la distance de quelque point que ce soit de cette ligne au centre du compas de proportion; & portez cette distance depuis le même point de division de l'autre côté sur la même ligne des plans; & si la division en est juste, vous rencontrerez un nombre de plans quatre fois plus grand que celui qui a été pris auparavant depuis le centre: & si l'on porte encore une fois la même ouverture du compas, on tombera sur un nombre de plans neuf fois plus grand que celui qui a été pris au commencement, parce que les plans semblables sont en raison doublée de celle de leurs côtés homologues (*par 20. 6*).

Solides. De même, pour connoître si la ligne des solides est bien divisée, l'on doit avec un compas commun prendre la distance d'un point quelconque de division de cette ligne au centre du compas de proportion, & porter cette distance depuis le même point vers l'autre côté sur la même ligne des solides; car si elle est bien divisée, l'on rencontrera un nom-

bre de solides huit fois plus grand que Pl. 13
celui qui aura été pris, parce que les
solides semblables sont en raison triplée
de celle de leurs côtés homologues. (par
33. 11.)

Enfin pour connoître si la ligne des *Poly-*
polygones est bien divisée, l'on prendra *gones.*
sur cette ligne avec un compas ordinaire
la distance du centre du compas de pro-
portion au point marqué 6, qui appar-
tient à l'exagone, dont l'angle du centre
est de 60 degrés, & l'on portera cette
distance ou rayon de l'exagone depuis
le point marqué 60 sur une ligne des
cordes, à l'autre point marqué 60 sur
l'autre ligne des cordes, en ouvrant pour
cela les deux jambes du compas de pro-
portion de telle façon que la distance de
ces deux points marqués 60 soit égale
au rayon de l'exagone, c'est-à-dire à la
partie de la ligne des cordes entre le cen-
tre du compas de proportion & le point
marqué 6.

Le compas de proportion demeurant
ainsi ouvert, prenez avec un compas
commun sur chaque ligne des cordes
la distance des deux points marqués 90,
& la portez sur la ligne des polygones,
en mettant une pointe du compas au
centre du compas de proportion; & si

cette ligne des polygones est bien divisée, l'autre pointe du compas tombera précisément sur le point marqué 4, qui appartient au carré, dont l'angle du centre est de 90 degrés, c'est-à-dire que cette distance de 90 à 90 sera égale au rayon du carré.

De même prenez avec un compas commun sur chaque ligne des cordes la distance des deux points marqués 72, & la portez sur la ligne des polygones, en commençant depuis le centre du compas de proportion : car si cette ligne des polygones est bien divisée, l'on rencontrera sur la même ligne le point marqué 5, qui appartient au pentagone régulier, où l'angle du centre est de 72 degrés. Ainsi des autres.

C H A P I T R E II.

Usage de la ligne des parties égales.

LA ligne des parties égales sert pour diviser une ligne droite d'une grandeur donnée en parties égales, pour lui ajouter ou pour en retrancher telle partie que l'on voudra, pour tracer un plan sur le papier, pour servir d'échelle à ce plan,

& y connoître la mesure de toutes ses parties par rapport à une ligne connue : ce qui est d'une très-grande utilité dans la Fortification , où l'on peut connoître sans trigonométrie , & sans aucune échelle particulière , la quantité d'une courtine , d'une face , d'un flanc , &c. le côté intérieur du polygone , ou bien la ligne de défense étant supposée d'une grandeur connue , laquelle est d'environ 120 toises dans un Fort Royal.

PROBLEME I.

Diviser une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra. Pl. II. Fig. 1.

POur diviser une ligne donnée en un nombre donné de parties égales , il en faut porter la longueur sur la ligne des parties égales du compas de proportion à un nombre , de part & d'autre , qui soit divisible par le nombre donné ; en sorte que le compas de proportion soit ouvert d'une telle manière que la distance de ce nombre dans chaque ligne des parties égales soit égale à la ligne donnée. Après quoi , le compas de proportion demeurant ainsi ouvert , on prendra avec le compas commun de côté & d'autre sur la même ligne des parties égales la dis-

C iiij

tance du nombre qui viendra en divisant, par le nombre donné, le nombre auquel on a appliqué la longueur de la ligne donnée sur les parties égales, & cette distance divisera la ligne donnée en autant de parties égales qu'il a été proposé.

Exemple.

Pl. II. Qu'il faille diviser, par exemple, en cinq parties égales la ligne donnée FG. Supposons que les deux ligne AB, AC, soient chacune la ligne des parties égales du compas de proportion, en sorte que A soit le centre, & les extrémités B, C, les points 200; parce que ce nombre 200 est divisible par 5, il pourra servir pour la division de la ligne proposée FG en cinq parties égales, sçavoir en ouvrant le compas de proportion en sorte que la distance BC de 200 à 200 soit égale à la ligne proposée FG, & en prenant la distance DE de 40 à 40, qui est la cinquieme partie de 200; (car je suppose que la marque 40 est en D & en E) cette ouverture DE divisera la ligne proposée FG en cinq parties égales, comme il étoit proposé, c'est-à-dire que la ligne DE sera la cinquieme partie de la ligne donnée FG ou de son égale BC.

Démonstration.

Car, à cause que les deux triangles isocèles ABC, ADC, sont semblables (par la 6 du 6.), on connoît (par 4. 6.) que les quatre lignes AD, AB, DE, BC, sont proportionnelles. D'où il suit que comme AD est la cinquième partie de AB, parce que AD est de 40 parties, & AB de 200, aussi la ligne DE est la cinquième partie de la ligne BC ou FG, son égale. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Au lieu d'appliquer la longueur de la ligne donnée FG de 200 à 200, on l'auroit pû appliquer de 100 à 100, qui est un nombre divisible par 5, & alors on auroit pris la distance de 20 à 20, qui est la cinquième partie de 100, pour avoir aussi la cinquième partie de la ligne proposée FG; mais il auroit fallu ouvrir davantage le compas de proportion, ce qui est moins commode dans la pratique, & c'est pour cela que nous nous sommes servi du nombre 200, lequel étant plus éloigné du centre A ne demande pas une si grande ouverture du compas de proportion.

Si on ne peut pas appliquer sur la ligne des parties égales la longueur de la ligne donnée FG, pour être trop grande, on en appliquera seulement la moitié ou le tiers, pour en trouver la cinquième partie, comme il a été enseigné, & le double ou le triple de cette partie sera la cinquième partie de toute la ligne proposée FG. Il peut arriver d'autres cas, lesquels n'étant pas de grande conséquence ne méritent pas que nous en parlions ici de plus en avant.

PROBLEME II.

Couper une ligne donnée selon une raison donnée. Pl. II. Fig. 2.

Appliquez la ligne donnée sur la ligne des parties égales de part & d'autre en sorte que le compas de proportion soit tellement ouvert que la distance du nombre égal à la somme des deux termes de la raison donnée, pris de côté & d'autre sur la ligne des parties égales, soit égale à la ligne donnée; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez avec le compas commun sur chaque ligne des parties égales la distance du nombre égal à l'un des deux termes de la raison donnée, pour la porter ensuite sur

la ligne proposée depuis l'une de ses deux extrémités, & cette ligne se trouvera coupée selon la raison donnée.

Exemple.

Qu'il faille diviser la ligne donnée FG Pl. II. en deux parties, dont la raison soit égale Fig. 2. à celle des deux nombres donnés 50, 90. Supposons que les lignes AB, AC, soient chacune la ligne des parties égales du compas de proportion, que le centre soit A, que les deux points B, C, également éloignés du centre A, soient les points marqués 140, qui est la somme des deux termes 50, 90, de la raison donnée, & que les deux points D, E, aussi également éloignés du centre A, soient les points marqués 50, qui est l'un des deux nombres de la raison donnée. Ayant ouvert le compas de proportion en sorte que la distance BC, de 140 à 140, soit égale à la ligne donnée FG, prenez la distance DE de 50 à 50, & la portez sur la ligne donnée FG depuis son extrémité F en H, & les deux parties FH, GH, seront dans la raison des deux nombres donnés 50, 90.

Démonstration

Car si l'on tire par le point D , à la ligne AC, la parallele DI , on aura CI égale à DE , & par conséquent à FH, parce que l'on a fait FH égale à DE, & à cause de BC égale à FG par la construction , on aura BI égale à GH, & parce que AD est de 50 parties , & AB de 140 , & par conséquent DB de 90, & que (par 2. 6.) la raison des lignes CI , BI, est égale à celle des deux AD, DB, 50, 90, il s'enfuit que la raison des deux lignes FH, GH, égales aux deux CI, BI, est égale aussi à celle des deux nombres donnés 50, 90. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les deux nombres donnés sont trop petits, on les multipliera chacun par un même nombre tel qu'on voudra pour avoir leurs équitriples, lesquels étant en même raison que les deux nombres donnés, pourront servir pour la solution du problème , pourvu que leur somme ne soit pas plus grande que 200, parce que le plus grand nombre des parties égales ne passe pas 200.

On fera tout le contraire quand les

deux nombres donnés seront trop grands, c'est-à-dire qu'on les divisera chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pour avoir deux autres nombres plus petits, dont on pourra se servir à la place des deux donnés, puisqu'ils seront dans la même raison, comme étant semblables parties aliquotes des deux nombres donnés.

Il est évident que s'il falloit couper la ligne FG en parties proportionnelles à plus que de deux nombres donnés, il faudroit ajouter ensemble tous ces nombres donnés pour avoir leur somme, & travailler comme il vient d'être enseigné.

Si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de diverse espece, on les réduira en d'autres fractions de même dénomination; & en négligeant le dénominateur commun, on se servira des numérateurs à la place des fractions proposées.

Enfin si les deux termes de la raison donnée sont des nombres irrationnels, par exemple $\sqrt{5}$ & $\sqrt{3}$, on prendra par approximation les racines de ces deux nombres irrationnels, sçavoir 223 & 173, qui serviront pour les deux termes de la raison donnée.

PROBLEME III.

Etant données deux lignes & les parties égales de l'une , trouver les parties égales de l'autre. Pl. II. Fig. 3.

SI l'on applique la longueur de la ligne dont les parties égales sont connues de côté & d'autre au nombre de ces parties sur la ligne des parties égales du compas de proportion , & que l'on porte la longueur de l'autre ligne sur la même ligne de ces parties égales , sans changer l'ouverture du compas de proportion enforte que cette longueur s'accorde de part & d'autre à un même nombre ; ce nombre sera celui des parties égales qu'on cherche.

Exemple.

Pl. II. Que la ligne FG soit, par exemple, Fig. 3. côté intérieur d'un polygone fortifié, & que ce côté étant supposé de 120 parties égales ou de 120 toises, il faille trouver dans ces mêmes parties la quantité de la demi-gorge FH. Supposons comme à l'ordinaire que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des parties égales du compas de proportion, que le centre soit A, & que les deux points B, C

soient les points marqués 120. Ayant ouvert le compas de proportion, en sorte que la distance BC, de 120 à 120, soit égale à la ligne donnée FG, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez avec le compas commun la longueur de l'autre ligne donnée FH, sur la ligne des parties égales, en sorte que cette longueur réponde de côté & d'autre en deux points également éloignés du centre A, c'est-à-dire d'un même nombre des parties égales, comme D, E; & si ce nombre se rencontre, par exemple 26; c'est-à-dire, si chacune des deux lignes égales AD, AE, se trouve de 26 parties, on conclura que la ligne FH contient 26 parties semblables à celles dont FG en comprend 120.

Pl. II:
Fig. 3.

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles ABC, ADE, on connoît (par 4. 6.) que la raison des deux lignes, BC, DE, ou de leurs égales FG, FH, est égale à celle des deux AB, AD, ou des deux nombres 120, 26. C'est pourquoi la ligne FG étant de 120 parties égales, il est de nécessité que la ligne FH contienne 26 de ces mêmes parties. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Pl. II. On pourra connoître de la même façon
 Fig. 3. la quantité d'une face, d'un flanc, d'une
 courtine, & de toutes les autres lignes
 d'un polygone fortifié. Mais si la ligne
 FG se trouve trop grande pour pouvoir
 être appliquée sur ligne des parties éga-
 les, on se servira de sa moitié ou de son
 tiers, en prenant pareillement la moitié
 ou le tiers du nombre de la ligne DE
 pour la ligne FH. Et si le nombre de
 parties supposées de la ligne FG est trop
 grand, on se servira aussi de la moitié ou
 du tiers de ce nombre, après quoi on
 prendra le double ou le triple du nom-
 bre des parties égales que l'on trouvera
 pour la ligne FH, pour avoir en ce dou-
 ble ou ce triple le véritable nombre
 des parties égales de la même ligne FH.

P R O B L E M E I V.

*Étant donnée une ligne, & le nombre de
 parties égales qu'elle contient, en re-
 trancher tel nombre que l'on voudra de
 ces parties. Planche II. Figure 3.*

Ayant appliqué la longueur de la li-
 gne donnée de côté & d'autre à
 nombre

nombre des parties égales qu'elle contient, sur la ligne des parties égales du compas de proportion, portez la distance du nombre des parties égales qu'on veut retrancher, prise de part & d'autre sur la même ligne des parties égales du compas de proportion ainsi ouvert, sur la ligne proposée depuis l'une de ses extrémités vers l'autre extrémité, & le problème sera résolu.

Exemple.

Reprenons la figure précédente, & qu'il faille retrancher du côté intérieur FG, que nous supposons de 120 toises, la ligne FH de 26 toises, telle que doit être la demi-gorge dans l'exagone, selon notre méthode nouvelle de fortifier, qui convient parfaitement bien aux meilleures maximes de la Fortification. Appliquez la ligne donné FG sur chaque ligne des parties égales AB, AC, du compas de proportion, de 120 à 120, en sorte que la distance BC de 120 à 120 soit égale à ligne proposée FG; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la distance DE de 26 à 26 sur la ligne donnée FG, depuis son extrémité F en H, & la ligne FH sera de 26 parties égales, dont la

Pl. II.
Fig. 3.

D

ligne FG en comprend 120 ; la démonstration est tout-à-fait la même que celle du problème précédent.

Remarque.

Vous voyez par la pratique de ce problème & du précédent que la ligne des parties égales du compas de proportion peut très-commodément servir d'échelle pour quelque plan que ce soit, pourvû que l'on sçache la quantité d'un de ses côtés, & que l'on peut aisément tracer un plan sur le papier, & le réduire en un volume plus grand ou plus petit de la manière que l'on voudra. Cela est trop clair pour en parler davantage.

Je dirai seulement que si la ligne FG est trop grande, on se servira de sa moitié ou de son tiers, & on prendra le double ou le triple du nombre donné pour la ligne FH ; & que si le nombre des parties supposées de la ligne FG est trop grand, on se servira aussi de la moitié ou du tiers de ce nombre, en prenant pareillement la moitié ou le tiers du nombre donné pour la ligne FH.

PROBLEME V.

*Trouver une ligne égale à la circonférence
d'un cercle donné.*

Puisque le diamètre d'un cercle est à sa circonférence environ comme 100 est à 314, ou comme 50 est à 157, comme nous l'avons démontré dans notre *Géométrie Pratique* : Il s'ensuit que si on applique le diamètre du cercle donné de 50 à 50, sur la ligne des parties égales du compas de proportion, & que le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, on prenne sur la même ligne des parties égales la distance de 157 à 157, on aura la longueur de la circonférence qu'on cherche.

Remarque.

Si on ne peut pas ouvrir commodément le compas de proportion, en portant la longueur du diamètre du cercle donné de 50 à 50, pour être trop grande, on le portera de 100 à 100, & alors la distance de 157 à 157 donnera seulement la moitié de la circonférence du cercle proposé.

Si tout au contraire, en connoissant la circonférence d'un cercle, on vouloit

Dij

trouver son diamètre, il faudroit appliquer la longueur de cette circonférence de 157 à 157 sur la ligne des parties égales du compas de proportion, & prendre la distance de 50 à 50 sur la même ligne des parties égales du compas de proportion ainsi ouvert, pour avoir le diamètre qu'on cherche.

P R O B L E M E VI.

Ouvrir le compas de proportion en sorte que l'angle des deux lignes des parties égales soit droit.

FOrmez de deux nombres quelconques, comme de 6, 12, ce triangle 180, 144, 108, & ayant pris sur la ligne des parties égales depuis le centre du compas de proportion 180 parties, appliquez cette longueur sur la même ligne des parties égales, de part & d'autre, de 108 à 144, & le compas de proportion se trouvera ouvert à un angle de 90 degrés, à l'égard de la ligne des parties égales; (comme il est évident par 47. 1.)

Remarque.

Si les nombres du triangle rectangle sont trop petits, on se servira de leurs

doubles ou de leur triples , comme il faudroit se servir de leurs moitiés ou de leurs tiers , s'ils étoient trop grands : mais pour empêcher que cela n'arrive , il faut que les deux nombres générateurs soient tels que la somme de leurs quarrés ne passe pas 200 , parce que la ligne des parties égales ne contient pas plus de 200 parties.

Pour former un triangle rectangle de deux nombres donnés , on prendra la somme de leurs quarrés pour l'hypoténuse , la différence des mêmes quarrés pour un côté , & le double du produit de ces deux mêmes nombres pour l'autre côté.

Ce problème se peut proposer & résoudre plus généralement , en faisant que l'angle des deux lignes des parties égales soit égal à un angle donné , en cette sorte.

Ayant pris depuis le centre du compas de proportion , sur la ligne des parties égales , le nombre des parties que contient le sinus de la moitié de l'angle proposé pour un sinus total de 200 parties ; appliquez cette longueur sur la même ligne des parties égales , de côté & d'autre , toujours de 100 à 100 , & les deux lignes des parties égales feront un angle égal au proposé.

Lorsque les deux lignes des parties égales font un angle droit, cela peut servir pour ajouter ensemble deux quarrés, ou bien deux autres plans semblables entre eux, par une méthode qui est tout-à-fait semblable à celle que nous enseignerons au IV^e problème du Chapitre troisième.

P R O B L E M E V I I.

A trois lignes données trouver une quatrième proportionnelle. Pl. II. Fig. 4.

Ayant porté la longueur des deux premières lignes données, chacune sur la ligne des parties égales du compas de proportion, qu'il ne sera pas nécessaire d'ouvrir, parce que cette transposition se doit faire depuis le centre; pour sçavoir combien chacune de ces deux lignes contient de parties égales, écrivez sur chacune le nombre des parties égales qu'elle comprendra, pour vous en souvenir; & ayant appliqué la longueur de la troisième ligne donnée de part & d'autre sur la ligne des parties égales du compas de proportion, à un nombre égal à celui des parties égales de la première ligne donnée; & le compas de proportion demeurant ainsi ou-

vert, prenez sur la même ligne des parties égales la distance de côté & d'autre du nombre égal à celui des parties égales de la seconde ligne donnée, & cette distance donnera la longueur de la quatrième ligne proportionnelle qu'on cherche.

Exemple.

Comme s'il faut trouver aux trois li- Pl. II.
gnes données HI, KL, MN, une qua- Fig. 4.
trieme proportionnelle; en portant la longueur HI de la première ligne donnée sur la ligne AB ou AC, des parties égales, du compas de proportion, depuis le centre A en D ou en E, on trouve que ce point D ou E est 15: par exemple, on marquera 15 sur la ligne HI; & pareillement en portant la longueur de la seconde ligne donnée KL sur la même ligne AB ou AC des parties égales, depuis le centre A en B ou en C, on trouve que ce point B ou C est par exemple 20, on écrira 20 sur la seconde ligne KL. Après cela ouvrez le compas de proportion, en sorte que la distance DE, de 15 à 15 sur la ligne des parties égales, soit égale à la troisième ligne donnée MN, & alors la distance BC de 20 à 20 fera la quatrième proportionnelle

Pl. II. qu'on cherche, c'est-à-dire que les quatre lignes HI, KL, MN, BC seront proportionnelles.

Démonstration.

Car on connoît (par la 4. du 6.) dans les deux triangles isosceles semblables ABC, ADE que les quatre lignes AD, AB, DE, BC, sont proportionnelles; & parce que les trois premières AD, AB, DE, sont égales aux trois données HI, KL, MN, il est de nécessité que les quatre lignes HI, KL, MN, BC soient aussi proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

Il est évident (par la 16. du 5.) qu'on peut prendre la troisième ligne donnée MN pour la seconde KL, & celle-ci pour celle-là, ce qui peut en quelque rencontre faciliter la pratique de ce problème.

Si les deux premières lignes données sont plus longues que le compas de proportion, on en portera la longueur sur une échelle plus grande, divisée exactement en parties égales, pour pouvoir connoître le nombre des parties égales qu'elles contiennent, ou bien on pourra en

en leur place porter sur la ligne des parties égales du compas de proportion leurs moitiés ou leurs tiers, pour avoir le nombre de leurs parties égales, qui sera pris pour celui des deux lignes proposées; parce qu'ainsi on trouvera toujours la même ligne quatrième proportionnelle, (comme il est évident par 11. 5.)

Si la troisième ligne donnée est aussi trop grande pour pouvoir être appliquée sur le compas de proportion, on en appliquera seulement la moitié ou le tiers; & alors le double ou le triple de la quatrième proportionnelle qu'on trouvera, sera la quatrième ligne proportionnelle qu'on cherche; ou bien on se servira de la moitié ou du tiers de la première & de cette troisième, & la quatrième proportionnelle qu'on trouvera, sera celle qu'on cherche.

Corollaire.

Par le moyen de ce problème, on peut aisément trouver à deux lignes données une troisième proportionnelle, sçavoir en ajoutant aux deux lignes données une troisième égale à la deuxième, & en cherchant à ces trois lignes une quatrième proportionnelle, comme il vient d'être enseigné.

On pourra aussi facilement trouver à

E

trois figures semblables données une quatrième figure semblable proportionnelle, sçavoir en cherchant aux côtés homologues des trois figures données une quatrième ligne proportionnelle, qui fera le côté homologue de la figure qu'on cherche; & pareillement à trois cercles donnés ou à trois sphères données, un quatrième cercle ou une quatrième sphère proportionnelle, sçavoir en cherchant à leurs trois diamètres un quatrième diamètre proportionnel.

Enfin on peut aisément sur une ligne donnée décrire un plan semblable à un plan donné, augmenter ou diminuer une ligne donnée, selon une raison donnée, & résoudre plusieurs autres problèmes dont la construction sera facile à inventer à celui qui aura bien compris la théorie & la pratique de ce problème & des précédens.

Or comme les lignes proportionnelles sont d'un fréquent usage dans la Géométrie, j'enseignerai ici en passant une manière prompte & facile pour les trouver géométriquement.

PROBLEME VIII.

Trouver géométriquement à deux lignes données une troisième proportionnelle, & à trois, une quatrième. Pl. II. Fig. 5. & 6.

P Remierement pour trouver aux deux Pl. II: lignes données AC , AD une troi- Fig. 5. sième proportionnelle, inscrivez dans le demi-cercle ABF , décrit de l'extrémité C , par l'autre extrémité A , de la première ligne donnée AC , la droite AB , égale à l'autre ligne donnée AD , & décrivez du centre B , par la même extrémité A , une circonférence de cercle AEG , qui rencontre ici la première ligne donnée AC , prolongée au point E , & termine la ligne AE , qui sera troisième proportionnelle aux deux données AC , AD .

Démonstration.

Car si on prolonge l'arc AE jusqu'à ce qu'il coupe la ligne AB , prolongée en G , & qu'on tire les droites EG , BF , on aura dans les deux triangles rectangles semblables ABF , AEG , cette analogie, AF , $AG :: AB$, AE ; & si à la place des deux premiers termes AF , AG , on

E ij

met leurs moitiés AC , AB , on aura celle-ci, AC , $AB :: AB$, AE , où l'on voit qu'à cause de AB , égale à AD , par la construction, la ligne AE est troisième proportionnelle aux deux données AC , AD . *Ce qu'il falloit démontrer.*

Si la seconde ligne donnée AD , se trouve trop grande pour pouvoir être inscrite dans le demi-cercle ABF , on n'y inscrira que sa moitié ou que son tiers, & alors le double ou le triple de la ligne AE sera la troisième proportionnelle qu'on cherche.

Pl. II. Fig. 6. Secondement, pour trouver une quatrième proportionnelle aux trois lignes données AB , AC , AD , qui doivent être mises d'un même côté en ligne droite & partir d'un même point, tel qu'est ici le point A , décrivez par ce point commun A , des extrémités B , C , de la première & de la seconde ligne donnée AB , AC , les deux arcs AEG , AFH , & inscrivez dans le premier AEC , la droite AE , égale à la troisième ligne donnée AD , & cette ligne AE étant prolongée jusqu'à la circonférence du second arc AFH , donnera la longueur AF de la quatrième ligne proportionnelle qu'on cherche, de sorte que les quatre lignes AB , AC , AD , AF , seront proportionnelles.

Démonstration.

Car si on acheve les demi-cercles AEG, AFH, & qu'on tire les droites EG, FH, on aura dans les deux triangles rectangles semblables AEG, AFH, cette analogie, AG, AH :: AE, AF; & si à la place des deux premiers termes AG, AH, on met leurs moitiés AB, AC; & au lieu de la ligne AE, son égale AD, on aura cette autre analogie, AB, AC :: AD, AF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Si la troisième ligne donnée AD est trop grande pour pouvoir être inscrite dans le premier demi-cercle AEG, il y faut inscrire la seconde AC, si elle est plus petite; & au lieu de décrire le second demi-cercle AFH du centre C, on le décrira du centre D: car ainsi on trouvera toujours la même quatrième proportionnelle AF, parce que (par 11. 5.) il est permis de changer de place aux deux dernières lignes données AC, AD.

Ou bien n'inscrivez dans le premier demi-cercle AEG, que la moitié ou que le tiers de la ligne trop grande AD, & alors la moitié ou le tiers de la ligne AF terminée par le second demi-cercle AFH,

décrit du centre C, fera la quatrième proportionnelle qu'on cherche.

On pourra par le même principe trouver à deux lignes données une troisième proportionnelle, en ajoutant aux deux lignes données une troisième égale à la seconde, comme nous avons déjà dit ailleurs.

Mais on peut aussi, par le même principe, diviser une ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra, comme vous allez voir.

PROBLEME IX.

Diviser une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra.

Pl. II. Fig. 7.

Pl. II. **P** Arcourez sur la ligne indéfinie AF Fig. 7. cinq parties égales d'une grandeur volontaire aux points A, B, C, D, E, F, si vous voulez diviser la ligne donnée en cinq parties égales, & décrivez des centres B, C, D, E, F, par le même point A, autant de circonférences de cercle. Après cela appliquez la ligne donnée sur le plus grand cercle, en commençant depuis A, laquelle, par exemple, soit AG, & cette ligne AG se trouvera divisée par les autres circonférences de cer-

cle en cinq parties égales aux points H, I, K, L, comme il est aisé à démontrer.

Demonstration.

Car imaginant avoir tiré les lignes droites LC & KE, on aura deux triangles rectangles en L & en K, leurs angles étant renfermés dans les demi-cercles ALC & AKE, & étant clair que les demi-circonferences AL & AK passeront la premiere par C, & la seconde par E: de plus ces deux triangles sont semblables, ayant l'angle A commun; ainsi AC, AE :: AL, AK; & AB, AC :: AC, AE étant les moitiés: donc AB, AC :: AL, AK. Donc les lignes droites que l'on imaginera tirées de L en B & de K en C, &c. seront paralleles, & par conséquent la ligne AG donnée sera divisée en même nombre de parties égales que AF.

CHAPITRE III.

Usage de la ligne des plans.

LA ligne des plans sert pour trouver avec facilité un plan multiple ou

E iij

fou-multiple d'un plan semblable donné; augmenter ou diminuer un plan selon une raison donnée; pour trouver entre deux lignes données une moyenne proportionnelle, & pour résoudre plusieurs autres problêmes de Géometrie, entre lesquels nous choisirons ici seulement ceux qui sont les plus nécessaires, & qui se rencontrent le plus dans la pratique, parce que les autres étant d'une théorie plus profonde & d'une pratique moins ordinaire, doivent être résolus d'une maniere aussi plus géométrique & plus scientifique.

PROBLEME I.

Etant donné un triangle, trouver un autre triangle semblable en raison donnée.

Pl. III. Fig. 8.

A Ppliquez la longueur d'un côté du triangle donné sur la ligne des plans du compas de proportion, à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raison donnée; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des plans la distance de côté & d'autre du nombre égal au second terme de la raison donnée, pour avoir la longueur du côté homologue du triangle qu'on cherche. C'est de la même

façon que l'on trouvera les côtés homologues aux deux autres côtés du triangle proposé.

Exemple.

Soit donné le triangle FGH, & qu'il Pl. III.
lui faille trouver un autre triangle sembla- Fig. 8.
ble, enforte que le triangle FGH soit à celui qu'on cherche, par exemple, comme 3 à 4.

Supposons que les lignes AB, AC, soient chacune la ligne des plans du compas de proportion, que le centre soit A, que les points marqués 4 ou du quatrième plan, soient B, C, & que les points marqués 3 ou du troisième plan, soient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtés du triangle donné FGH, comme au côté FG, portez la longueur de ce côté FG sur la ligne des plans AB, AC, de côté & d'autre de 3 à 3, enforte que la distance DE de 3 à 3 soit égale au même côté FG; alors la distance BC de 4 à 4, fera le côté IK homologue au côté FG. On trouvera de la même façon le côté IL homologue au côté FH, & le côté KL homologue au côté GH, & le triangle IKL sera celui qu'on cherche, c'est-à-dire qu'il sera semblable au trian-

gle donné FGH , & que ce triangle FGH fera au triangle IKL , comme 3 à 4.

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles semblables, ABC , ADE , on connoît (par 4. 6.) que les quatre lignes DE , BC , AD , AB , sont proportionnelles, & (par 22. 6.) que leurs quarrés sont aussi proportionnels; & parce que les deux quarrés AD , AB , sont entr'eux comme 3 à 4 (par la construction de la ligne des plans) les deux quarrés DE , BC , ou FG , IK , seront aussi entr'eux comme 3 à 4; & l'on connoîtra de la même façon que les deux quarrés FH , IL , sont aussi dans la raison de 3 à 4, aussi-bien que les deux GH , KL ; d'où il suit (par 11. 5.) que les trois quarrés FG , FH , GH , sont proportionnels aux trois quarrés IK , IL , KL , & (par 22. 6.) que les trois côtés du triangle FGH sont proportionnels aux trois côtés du triangle IKL . C'est pourquoi (par 5. 6.) ces deux triangles seront semblables, & (par 19. 6.) le triangle FGH sera au triangle IKL , comme 3 à 4. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les deux termes de la raison donnée sont trop grands, on prendra leurs sou-multiples, en les divisant chacun par un même nombre tel que l'on voudra ; & s'ils sont trop petits, on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvu que le plus grand nombre qui viendra ne surpasse pas 64, parce que dans le compas de proportion le plus grand plan n'est que 64.

Si les deux termes de la raison donnée ont leurs racines quarrées précises, on se servira de ces racines quarrées ; mais au lieu de travailler sur la ligne des plans, on travaillera sur la ligne des parties égales : car ainsi les côtés homologues des deux triangles semblables feront dans la raison de ces racines quarrées, & (par 19. 6.) les deux triangles feront dans la raison des deux nombres donnés.

Enfin si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de différente espece, on les réduira en deux autres fractions de même dénomination ; & en négligeant le dénominateur commun, on se servira des deux numérateurs à la place des deux fractions proposées, pour

travailler sur la ligne des plans, comme il a été enseigné.

Corollaire.

On pourra de la même façon à un cercle donné trouver un autre cercle en raison donnée, en travaillant par le diamètre du cercle donné pour avoir le diamètre du cercle qu'on cherche; & pareillement à un polygone donné trouver un autre polygone semblable en raison donnée, en réduisant le polygone donné en triangles par une ou plusieurs diagonales, & en cherchant autant de triangles semblables dans la raison donnée, lesquels étant joints ensemble donneront le polygone qu'on cherche.

Ainsi vous voyez qu'on peut, à l'aide de ce problème, augmenter & diminuer un polygone donné ou un cercle donné, selon une raison donnée, parce que cette raison peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

Trouver la raison de deux plans semblables donnés. Pl. III. Fig. 8.

POrtez la longueur d'un des côtés du plus petit des polygones donnés sur la

ligne des plans du compas de proportion à un même nombre de part & d'autre, tel que l'on voudra; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez sur la même ligne des plans la longueur du côté homologue de l'autre plan donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond: & ce second nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier plan donné, seront les deux termes de la raison qu'on cherche.

Exemple.

Reprenons la figure précédente, & qu'il Pl. III.
faile trouver la raison des deux triangles Fig. 8.
semblables donnés FGH, IKL. Supposons que les deux lignes AB, AC, soient chacune la ligne des plans du compas de proportion, & que le centre soit A. Ayant porté la longueur du côté FG de côté & d'autre sur la ligne des plans au nombre 3, par exemple, en sorte que la distance DE, de 3 à 3, soit égale au côté FG, laissez le compas de proportion ainsi ouvert, & portez la longueur du côté IK, homologue au côté FG, sur la même ligne des plans, à un même nombre de part & d'autre, comme de B en C, où soit, par exemple, le nombre 4. Cela étant, je dis que

le plan FGH est au plan IKL, comme 3 à 4, dont la démonstration est tout-à-fait la même que celle du problème précédent.

Remarque.

Si le côté du plus grand plan donné est trop grand pour pouvoir être appliqué sur le compas de proportion, qui seroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit plan donné sur un même nombre de la ligne des plans, le plus proche du centre qu'il sera possible, afin que le compas de proportion étant ainsi plus ouvert, on puisse y porter la longueur du côté homologue du plus grand plan donné.

Mais si le côté du plus petit plan donné se trouve trop grand pour pouvoir être appliqué sur la ligne des plans à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre sur la même ligne des plans, & aussi le côté homologue du plus grand plan donné, pour avoir les deux nombres des côtés homologues des deux plans donnés, & ces deux nombres en exprimeront la raison.

Que si ces deux côtés homologues se trouvent encore trop grands, on se servira de leurs moitiés ou de leurs tiers : & pour

ne pas tomber dans cette difficulté, si l'on peut, on se servira dans chaque plan donné des deux plus petits côtés homologues, lorsque les deux plans donnés seront irréguliers.

Ce problème se peut aussi résoudre assez facilement par le moyen de la ligne des parties égales du compas de proportion, sçavoir en cherchant à deux côtés homologues des deux plans donnés une troisième ligne proportionnelle, comme il a été enseigné au *Problème VI.* du chapitre précédent : parce que (par la 20. du 6.) les nombres des parties égales que contiendront la première & la troisième proportionnelle, seront les deux termes de la raison qu'on cherche.

Corollaire.

Comme les cercles sont dans la raison des quarrés de leurs diamètres, (par 2. 12.) on voit aisément que l'on peut par le moyen de ce problème trouver avec la même facilité la raison de deux cercles donnés en se servant de leurs diamètres, comme de deux cotés homologues, &c.

PROBLEME III.

Ouvrir le compas de proportion enforte que les deux lignes des plans fassent un angle droit. Pl. III. Fig. 9.

Ayant pris avec le compas commun sur la ligne des plans, depuis le centre du compas de proportion, la longueur d'un nombre de plans tel que l'on voudra, appliquez cette longueur sur la même ligne des plans, de part & d'autre, à un même nombre égal à la moitié du précédent, & alors les deux lignes des plans feront au centre un angle droit.

Exemple.

Pl. III. Fig. 9. Supposons que les lignes AB, AC, soient chacune la ligne des plans du compas de proportion, dont le centre sera par conséquent en A. Supposons encore que les points B, C, soient chacun les points du 32^e plan, par exemple, & que les points D, E, soient chacun le point du 16^e plan, moitié du premier 32. Je dis que si vous ouvrez le compas de proportion, enforte que la distance DE de 16 à 16 soit égale à AB ou à AC, l'angle A sera droit.

Démonstration.

Démonstration.

Car puisque AB ou DE est 32, & que AD est 16, moitié de 32, le quarré DE fera, par la construction de la ligne des plans, double du quarré AD ou AE, & par conséquent égal aux deux quarrés AD, AE; d'où il suit (par 48. 1.) que l'angle A est droit. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire.

Il suit évidemment de la pratique de ce problême, que si la ligne DE est plus grande en puissance que le double de la ligne AD, c'est-à-dire que si le plan AB, égal à DE, est plus grand que le double du plan AD, l'angle A sera obtus, & aigu si le plan AB est moindre que le double du plan AD.

PROBLEME IV.

Trouver un plan semblable & égal à deux plans semblables donnés.

Pl. III. Fig. 10.

AYant porté deux côtés homologues tels que l'on voudra des deux plans donnés sur la ligne des plans du compas de proportion, en commençant depuis
F

le centre, pour connoître le nombre des plans de chacun, & ayant ouvert le compas de proportion à angle droit par le problème précédent, la distance des deux nombres trouvés, prise de côté & d'autre sur la ligne des plans, donnera le côté homologue d'un plan semblable & égal aux deux donnés.

Exemple.

Pl. III. Qu'il faille trouver le côté homologue
 Fig. 10. d'un plan semblable & égal à deux plans semblables donnés, dont deux côtés homologues sont les lignes DE, FG. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des plans du compas de proportion dont le centre est A, que le côté DE étant porté sur la ligne des plans AB depuis le centre A en B, ce point B soit le 4^e plan, & que l'autre côté FG étant pareillement porté sur l'autre ligne des plans AC depuis le centre A en C, que ce point C soit le 9^e plan. Cela étant supposé, le compas de proportion étant ouvert à angle droit, en sorte que l'angle A soit droit, la distance BC de 4 à 9, prise de côté & d'autre sur la ligne des plans, sera le côté homologue d'un plan semblable & égal aux deux donnés, dont DE, FG sont deux côtés homologues.

Démonstration.

Car (par la 47. du 1.) le quarré BC étant égal aux deux quarrés AB, AC, ou DE, FG, la ligne BC fera (par 31. 6.) le côté homologue d'un plan semblable & égal aux deux donnés, dont DE, FG sont deux côtés homologues. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les côtés DE, FG ne peuvent pas être portés sur la ligne des plans, pour être trop grands, on en portera seulement la moitié ou le tiers; & alors le double ou le triple de la distance BC fera le côté homologue qu'on cherche.

Ce problème se peut aussi résoudre sans qu'il soit besoin d'ouvrir à angle droit le compas de proportion, comme vous le verrez au problème IV. du fixieme chapitre, dans la méthode que nous enseignerons pour ajouter ensemble deux solides semblables, par le moyen de la ligne des solides, cette méthode étant la même pour les plans, excepté qu'on doit se servir de la ligne des plans.

Corollaire.

Par le moyen de ce problème on peut
F ij

se flatter de sçavoir la maniere d'ajouter ensemble autant de plans semblables que l'on voudra, en ajoutant ensemble les deux premiers, & ajoutant à la somme le troisieme, & ainsi ensuite; comme aussi de trouver un plan semblable égal à la différence d'un plan avec un ou plusieurs autres qui lui sont semblables.

On peut aussi facilement trouver un cercle égal à plusieurs cercles donnés, en travaillant par leurs diametres, considérés comme les côtés homologues d'autant de plans semblables.

P R O B L E M E V.

Entre deux lignes données trouver une moyenne proportionnelle.

Pl. III. Fig. 11.

Ayant porté chacune des deux lignes données sur la ligne des parties égales du compas de proportion, ou sur quelque autre ligne divisée en partie égales, pour sçavoir le nombre des parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande ligne donnée de part & d'autre sur la ligne des plans du compas de proportion, à un nombre égal à celui de ses parties égales; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert,

prenez sur la même ligne des plans de côté & d'autre la distance du nombre égal à celui des parties égales de la plus petite des deux lignes données, pour avoir la moyenne proportionnelle qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille trouver une moyenne proportionnelle entre les deux lignes données Pl. III.
Fig. 11.
FG, HI, dont la plus petite FG contient, par exemple, 20 parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des plans du compas de proportion, dont le centre est A : que les points B, C soient chacun le 45^e plan, & les points D, E chacun le 20^e plan. Appliquez la longueur de la plus grande ligne donnée HI sur la ligne des plans, de part & d'autre, aux points B, C, en sorte que la distance BC de 45 à 45 soit égale à la plus grande ligne donnée HI, & alors la distance DE de 20 à 20 sera moyenne proportionnelle entre les deux lignes données FG, HI.

Démonstration.

Car dans les triangles isosceles semblables ABC, ADE, on a (par 4. 6.)

cette analogie, $AB, AD :: BC, DE$;
ou $AB, AD :: HI, DE$, à cause de BC
égale à HI , par la construction ; c'est
pourquoi (par 22. 6.) on aura celle-
ci $\overline{AB}^2, \overline{AD}^2 :: \overline{HI}^2, \overline{DE}^2$; & si à la
place des deux premiers termes \overline{AB} ,
 \overline{AD} , on met les deux nombres 45, 20,
qui sont en même raison, par la construc-
tion de la ligne des plans : ou bien si à
la place de deux nombres 45, 20, on
met les deux lignes HI, FG qui sont
aussi en même raison, on aura cette autre
analogie $HI, FG :: \overline{HI}^2, \overline{DE}^2$; & en-
fin si aux deux premiers termes HI, FG
on donne la hauteur commune HI , on
aura cette analogie $\overline{HI}^2, FG + HI ::$
 $\overline{HI}^2, \overline{DE}^2$; où l'on voit que le rectangle
 $FG + HI$ est égal au carré DE , parce
que les antécédens étant égaux, les con-
séquens $FG + HI$ & \overline{DE}^2 , le seront
aussi, & que (par 17. 6.) la ligne DE est
moyenne proportionnelle entre les deux
lignes données FG, HI . *Ce qu'il falloit*
démontrer

Remarque.

Si les nombres des parties égales des deux lignes données sont trop grands, on se servira de leurs moitiés ou de leurs tiers, comme il faudroit se servir des doubles ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Ce problème se peut aussi résoudre par le moyen de la ligne des parties égales; mais comme la solution en est plus longue, nous n'en parlerons pas davantage.

Corollaire.

Par le moyen de ce problème, on peut aisément réduire un plan en carré, comme par exemple un cercle, en cherchant entre son rayon & la moitié de sa circonférence une moyenne proportionnelle: un triangle, en cherchant entre un de ses côtés & la moitié de sa perpendiculaire une moyenne proportionnelle, & telle autre figure plane que l'on voudra, parce qu'on la peut aisément réduire en triangle.

On peut aussi facilement trouver une figure semblable & égale à la différence de deux plans semblables donnés, sçavoir en cherchant entre la somme & la différence des deux côtés homologues

quelconques une moyenne proportionnelle, qui fera le côté homologue de la figure qu'on cherche, &c.

Or comme l'usage d'une moyenne proportionnelle est très-considérable dans la géométrie, nous ajouterons ici, pour ceux qui aiment la spéculation des mathématiques, une méthode curieuse pour la trouver géométriquement.

PROBLEME VI.

Trouver géométriquement entre deux lignes données une moyenne proportionnelle.

Pl. III. Fig. 12.

QUe les deux lignes données soient AB , AC que je suppose placées en ligne droite, l'une sur l'autre, & tirées du même point A , pour avoir une construction plus facile, telle qu'est la suivante.

Ayant prolongé la plus grande ligne donnée AC en E , enforte que la ligne CE soit égale à la plus petite ligne donnée AB , & ayant tiré à la ligne AB , par son extrémité B , la perpendiculaire BF égale à la même ligne AB , inscrivez dans un demi-cercle décrit alentour de la ligne AE la ligne EG égale à la ligne EF , & décrivez du centre A par le point G

G une circonférence de cercle, qui se trouve ici coupée par la ligne locale AH, qui fait en A avec AC un angle droit au point H, duquel on doit tirer à la ligne AC la perpendiculaire HD, & la ligne HD = la ligne AD sera moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC.

Démonstration.

Car dans le triangle rectangle AGE, on a (par la 47. du 1.) \overline{AG}^2 , ou \overline{AH}^2 , ou $2\overline{AD} = \overline{AE}^2 - \overline{EG}^2$, & à cause de $\overline{AE} = \overline{AC} + \overline{CE} + 2ACE$, (par 4. 2) ou de $\overline{AE} = \overline{AC} + \overline{AB} + 2CAB$, parce que l'on a fait CE égale à AB, & encore à cause de \overline{EG}^2 , ou $\overline{EF} = \overline{BF} + \overline{BE}$ (par 47. 1.) ou de $\overline{EF} = \overline{AB} + \overline{AC}$, on aura $2\overline{AD} = 2CAB$, & par conséquent $\overline{AD} = CAB$, & l'on connoitra (par 17. 6.) que la ligne AD est moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

G

Remarque.

Cette construction a été tirée de l'équation constitutive du problème, que nous avons réduite en deux lieux, sçavoir en un lieu à la ligne droite, & en un lieu au cercle, en cette sorte.

Si l'on suppose $AB = a$, $AC = b$, & $AD = x$, on aura $xx = ab$ pour l'équation constitutive du problème, que l'on réduira en deux lieux, en supposant premièrement ce lieu à la ligne droite $x + y = b$, pour avoir $x = b - y$, & par conséquent $xx = bb - 2by + yy$; d'où étant le double de l'équation constitutive, sçavoir $2xx = 2ab$, on aura ce lieu au cercle, $-xx = bb - 2ab - 2by + yy$, dont le rayon est Rab , que l'on peut trouver géométriquement sans supposer l'invention d'une moyenne proportionnelle, sçavoir par la seule soustraction des deux quarrés aa , bb du quarré $aa + 2ab + bb$, de la somme $a + b$ des deux lignes données AB , AC , comme vous avez vû dans la construction.

Si vous voulez un lieu à un autre cercle, & par conséquent une autre construction, mettez $x + y$ à la place de b , ce qui se peut faire à cause du lieu supposé à la ligne droite $x + y = b$, & l'é-

quation constitutive $xx = ab$, se changera en celle-ci $xx = ax + ay$, dont le double $2xx = 2ax + 2ay$ étant ôté de $xx = bb - 2by + yy$, on aura cet autre lieu au cercle $-xx = bb - 2ax - 2ay - 2by + yy$, dont le rayon est $R 2aa + 2ab$, lequel on peut trouver aussi géométriquement sans aucune moyenne proportionnelle, sçavoir par l'addition des deux quarrés aa , $aa + 2ab + bb$, & par la soustraction du quarré bb , comme vous verrez dans notre grand traité d'Algebre, lorsqu'il aura le bonheur de paroître.

On peut encore trouver un lieu à un autre cercle donné, & par conséquent une troisieme construction; car dans le lieu supposé à la ligne droite $x + y = b$, on trouvera $y = b - x$, & par conséquent $yy = bb - 2bx + xx$: d'où ôtant $2xx = 2ax + 2ay$, qui est le double de l'équation constitutive changée, on aura cet autre lieu au cercle, $yy - 2ax - 2ay = bb - 2bx - xx$, dont le rayon est $R 2aa - 2ab + 2bb$, que l'on peut trouver pareillement sans aucune moyenne proportionnelle, sçavoir par la seule addition des trois quarrés aa , bb , $aa - 2ab + bb$, comme vous verrez dans le même traité d'Algebre, où nous avons expliqué &

G ij

démontré à fond ces deux dernières constructions, & ce n'est pas le lieu ici d'en dire davantage. Ceux qui voudront sçavoir plus particulièrement la maniere de résoudre par deux lieux les équations de deux dimensions, pourront voir *nos deux Traités des lieux Géométriques*, & de la *construction des équations*, qui sont précédés d'un *traité des lignes du premier genre*.

C H A P I T R E IV.

Usage de la ligne des Polygones.

LA ligne des polygones sert principalement à diviser un cercle donné en autant de parties égales que l'on voudra, ce qu'il faut sçavoir faire dans l'Architecture militaire, pour la fortification des places régulières, & quelquefois aussi dans l'Architecture civile, pour la description des carreaux faits en polygones propres pour paver une salle; elle sert aussi dans la géométrie, comme, par exemple, pour couper une ligne donnée dans la moyenne & extrême raison, pour tracer un triangle isoscele où l'angle à la base soit double de l'angle du sommet &c.

PROBLEME I.

Décrire un polygone régulier dans un cercle donné. Pl. 3. Fig. 13.

A Ppliquez la longueur du rayon du cercle donné de part & d'autre sur la ligne des polygones du compas de proportion de 6 à 6, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des polygones la distance de côté & d'autre d'un même nombre égal au nombre des côtés du polygone que vous voulez décrire, pour avoir le côté de ce polygone.

Exemple.

Qu'il faille décrire un eptagone régulier dans le cercle donné HFG, dont le centre est I, & le rayon IF ou IG. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des polygones du compas de proportion, dont le centre est A; que les points B, C soient chacun les points de l'exagone; & les points D, E chacun le point de l'eptagone. Ayant appliqué la longueur du rayon IF ou IG sur la ligne des polygones, de part & d'autre, de B en C, enforte que la distance BC de 6 à 6 soit égale au rayon IF, & le

G iij

compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez la distance DE de 7 à 7, laquelle donnera la longueur du côté FG, ou FH, de l'eptagone régulier inscriptible dans le cercle donné HFG.

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles semblables ABC, AED, on connoît (par 4. 6.) que la raison des deux lignes AB, AD est égale à celle des deux BC, DE; c'est pourquoi comme AD est le côté d'un eptagone régulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est AB, par la construction de la ligne des polygones, il est de nécessité que DE ou FG soit aussi le côté d'un eptagone régulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est BC ou IF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si le rayon du cercle donné est trop grand pour pouvoir être appliqué sur la lignes des polygones, on en appliquera seulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la ligne qu'on trouvera fera le côté du polygone qu'on cherche.

Quand le polygone qu'on veut décrire au-dedans du cercle donné aura plus de douze côtés, on ne pourra plus se fer-

vir de la ligne des polygones ; & dans ce cas on se servira de la ligne des cordes, par le moyen de laquelle on fera l'arc FG d'autant de degrés qu'en doit avoir l'angle du centre I, lesquels on trouvera en divisant 360 degrés par le nombre des côtés du polygone.

PROBLEME II.

Décrire sur une ligne donnée un polygone régulier. Pl. III. Fig. 13.

Ayant appliqué la longueur de la ligne donnée de part & d'autre sur la ligne des polygones du compas de proportion, à un nombre égal à celui des côtés du polygone qu'on veut décrire, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des polygones, de côté & d'autre, la distance de 6 à 6, laquelle sera le rayon du cercle propre à décrire le polygone. C'est pourquoi, si avec cette ouverture on décrit des deux extrémités de la ligne donnée deux arcs de cercle, l'intersection de ces deux arcs donnera le centre de ce cercle.

Exemple.

Reprenons la figure précédente, & sup- Pl. III.
posons que sur la ligne donnée FG, il Fig. 13.

G iiiij

faillie décrire un eptagone régulier. Supposons aussi que les lignes AB , AC soient chacune la ligne des polygones du compas de proportion, dont le centre est A , que les points B , C soient chacun le point de l'exagone, & les points D , E chacun le point de l'eptagone; appliquez la longueur de la ligne donnée FG sur la ligne des polygones, de part & d'autre, aux points D , E , en sorte que la distance DE de 7 à 7 soit égale à la ligne donnée FG ; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, décrivez avec la distance BC de 6 à 6, prise sur la même ligne des polygones des deux extrémités F , G , deux arcs de cercle, dont le point de section I sera le centre du cercle circonscriptible, de sorte que la ligne BC sera le rayon du cercle propre à décrire le polygone.

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles semblables ABC , ADE , on connoît (par 4. 6.) que la raison des deux lignes AD , AB , est égale à celle des deux DE , BC ; & comme la ligne AD est le côté d'un eptagone régulier inscrit dans un cercle dont le rayon est AB , par la construction de la ligne des poly-

gones, il faut que la ligne DE ou FG soit aussi le côté d'un eptagone régulier inscrit dans un cercle, dont BC est le rayon. *Ce qu'il falloit demontrer.*

Remarque.

Si la ligne donnée est trop petite pour pouvoir être appliquée sur la ligne des polygones, il en faut appliquer le double ou le triple, & alors la moitié ou le tiers de la ligne qu'on trouvera sera le rayon du cercle circonscrit.

Quand le polygone qu'on veut décrire sur la ligne donnée aura plus de douze côtés, on ne pourra pas se servir de la ligne des polygones, & alors le centre I du cercle circonscrit se trouvera par le moyen de la ligne des cordes, en tirant des deux extrémités F, G, de la ligne donnée FG, les deux rayons FI, GI, qui fassent avec la ligne donnée FG chacune un angle égal au demi-angle du polygone, lequel demi-angle est égal au complément de la moitié de l'angle du centre.



PROBLEME III.

*Couper une ligne donnée dans la moyenne
& extrême raison. Planche III.*

Figure 14.

A Ppliquez la longueur de la ligne donnée sur la ligne des polygones du compas de proportion, de part & d'autre, de 6 à 6, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des polygones de côté & d'autre la distance de 10 à 10, laquelle donnera le plus grand segment de la ligne proposée.

Exemple.

Pl. III. Qu'il faille couper la ligne donnée Fig. 14. FG en H dans la moyenne & extrême raison. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des polygones du compas de proportion, dont le centre est A; que les points B, C soient chacun le point de l'exagone, & les points D, E chacun le point du décagone. Ayant appliqué la longueur de la ligne donnée FG sur la ligne des polygones de part & d'autre de B en C, en sorte que la distance BC de 6 à 6

soit égale à la ligne donnée FG , & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, la distance DE de 10 à 10 donnera la longueur du grand segment FH .

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles semblables ABC , ADE , on connoît (par 4. 6.) que la raison des lignes AB , AD est égale à celle des deux BC , DE , ou FG , FH ; & comme AD , AB sont les côtés d'un décagone & d'un exagone inscrits dans un même cercle, il faut que FG , FH soient aussi les côtés d'un exagone & d'un décagone inscrits dans un même cercle. C'est pourquoi (par le *Coll.* de la 9 du 13,) le point H divise la ligne proposée FG dans la moyenne & extrême raison. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si la ligne donnée est trop longue pour pouvoir être appliquée sur la ligne des polygones; on en appliquera seulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la ligne qu'on trouvera fera le plus grand segment de la ligne proposée

Ce problème se peut aussi résoudre par la ligne des cordes ; sçavoir , en appliquant la ligne donnée sur la ligne des cordes de 60 à 60 , & en prenant sur la même ligne des cordes la distance de 36 à 36 , qui donnera le grand segment de la ligne proposée , parce que le côté de l'exagone est la corde de 60 degrés , & le côté du décagone la corde de 36 degrés dans un même cercle.

Corollaire.

Par le moyen de ce problème on peut aisément résoudre cette équation de deux dimensions, $xx + ax = aa$, sçavoir , en coupant la ligne représentée par la lettre a dans la moyenne & extrême raison ; car le plus grand segment de cette ligne ainsi coupée sera la racine véritable de l'équation proposée $xx + ax = aa$, & le plus petit sera la racine véritable de celle-ci , $xx - 3ax = -aa$, comme il sera aisé à démontrer à celui qui entendra l'Algebre.



PROBLEME IV.

Décrire sur une base donnée un triangle isoscele, dont l'un des deux angles à la base soit double de l'angle au sommet.
 Planche III. Figure 15.

A Ppliquez la longueur de la base donnée de part & d'autre sur la ligne des polygones du compas de proportion de 10 à 10, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des polygones de côté & d'autre la distance de 6 à 6, pour avoir la longueur de chacun des deux côtés du triangle qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille décrire sur la base donnée Pl. III. FG un triangle isoscele FGH, en sorte Fig. 15. que l'angle F ou G soit double de l'angle H. Supposons que les deux lignes AB, AC soient chacune la ligne des polygones du compas de proportion, dont le centre est A; que les point B, C soient chacun le point 6, & les points D, E chacun le point 10. Appliquez la ligne donnée FG sur la ligne des po-

lygones de part & d'autre de D en E, enforte que la distance DE de 10 à 10 soit égale à la base donnée FG; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez la distance BC de 6 à 6, pour avoir le côté FH ou GH du triangle qu'on cherche.

Démonstration

Pour la démonstration, faites HI égale à FG ou à DE; & parce que dans les triangles isosceles semblables ADE, ABC, on a (par 4. 2.) cette analogie AD, AB :: DE, BC, que AD est le côté d'un décagone, & AB le côté d'un exagone, inscrits dans un même cercle, il faut que DE, ou FG, ou HI, soit pareillement le côté d'un décagone, & BC ou FH le côté d'un exagone, inscrits dans le même cercle; c'est pourquoi (par 9. 13.) la ligne FH est coupée en I dans la moyenne & extrême raison, & (par 10. 4.) le triangle FGH sera celui qu'on cherche. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Ce problème se peut aussi résoudre par le moyen de la ligne des cordes, sça-

voir, en appliquant sur cette ligne des cordes la longueur de la ligne donnée de part & d'autre de 36 à 36, & en prenant sur la même ligne des cordes la distance de 60 à 60, qui donnera le côté du triangle qu'on cherche.

PROBLEME V.

Ouvrir le compas de proportion en sorte que les deux lignes des polygones fassent un angle droit. Planche III. Figure 16.

Ayant pris avec le compas commun sur la ligne des polygones depuis le centre du compas de proportion, la longueur du côté du pentagone, appliquez cette même longueur sur la même ligne des polygones de côté & d'autre de 10 à 6, & alors les deux lignes des polygones feront au centre un angle droit.

Exemple.

Supposons que les lignes AB, AC Pl. III. soient chacune la ligne des polygones du Fig. 163 compas de proportion dont le centre est A. Supposons encore que AB soit le côté du pentagone, AD le côté de l'exagone,

& AC le côté du décagone. Je dis que si l'on ouvre le compas de proportion, en sorte que la distance CD de 10 à 6 soit égale au côté AB du pentagone, l'angle A fera droit.

Démonstration.

Car puisque le carré AB ou CD du côté du pentagone est égal au carré AC du côté du décagone, & au carré AD du côté de l'exagone, (par 10. 13.) il est de nécessité (par 48. 1.) que l'angle A soit droit. *Ce qu'il falloit démontrer.*

CHAPITRE V.

Usage de la ligne des cordes.

LA ligne des cordes sert pour mesurer un angle sur le papier ou sur le terrain : ou bien pour faire sur le papier ou sur le terrain un angle d'autant de degrés que l'on voudra. Elle sert aussi pour la description des polygones réguliers, comme vous avez vu, & pour résoudre plusieurs autres problèmes, dont les principaux & les plus nécessaires sont seulement ici déclarés.

PROBLEME

PROBLEME I.

Prendre sur la circonférence d'un cercle donné un arc d'autant de degrés que l'on voudra. Planche IV. Figure 17.

Appliquez le rayon du cercle donné sur la ligne des cordes du compas de proportion, de part & d'autre, toujours de 60 à 60, parce que le rayon d'un cercle est égal à la corde de 60 degrés; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des cordes, de côté & d'autre, la distance du nombre égal à celui des degrés proposés, & la transportez sur la circonférence du cercle donné pour avoir un arc d'autant de degrés qu'il étoit proposé.

Exemple.

Que le rayon du cercle donné soit FG, Pl. IV.
 & qu'il faille prendre sur sa circonférence un arc, par exemple, de 80 degrés. Fi. 17.
 Supposons que les lignes AB, AC, soient chacune la ligne des cordes du compas de proportion, dont le centre est A. Que AB ou AC soit la corde de 80 degrés, & AD ou AE, la corde

H

de 60 degrés. Ayant appliqué la longueur du rayon FG , de part & d'autre, de D en E ; en sorte que la distance DE de 60 à 60 soit égale au rayon FG , & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la distance BC de 80 à 80 sur la circonférence du cercle donné, depuis G en H , pour avoir l'arc GIH de 80 degrés.

Démonstration.

Car dans les triangles isosceles, semblables ABC , ADE , on connoît (par 4. 2.) que la raison des lignes AD , AB , est égale à celle des lignes DE , BC , ou FG , GH ; & comme AB est la corde de 80 degrés à l'égard du rayon AD , par la construction de la ligne des cordes, il est de nécessité que GH soit aussi la corde de 80 degrés à l'égard du rayon FG , & que par conséquent l'arc GH soit de 80 degrés. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

On peut par une opération contraire trouver les degrés d'un arc dont on connoît le demi-diametre; sçavoir, en appliquant ce demi-diametre de 60 à 60

sur la ligne des cordes, & en transportant la corde de l'arc proposé sur la même ligne des cordes, enforte que l'on rencontre de part & d'autre un même nombre de degrés; car ce nombre marquera la quantité de l'arc proposé.

Corollaire.

On peut, par le moyen de ce problème, faire à un point donné d'une ligne donnée sur le papier, un angle d'autant de degrés que l'on voudra: ou bien connoître la quantité d'un angle rectiligne donné sur le papier puisque la mesure d'un tel angle est un arc de cercle décrit de sa pointe. D'où il est aisé de construire sur une base donnée un triangle isoscele, où l'angle de la base soit à l'angle du sommet en raison donnée, en faisant à chaque extrémité de la base donnée un angle dont les degrés se trouveront, en multipliant 90 degrés par le double du terme homologue à l'angle de la base, & en divisant le produit par la somme du même double & de l'autre terme.

On peut, sans la ligne des cordes, faire à un point donné d'une ligne donnée un angle d'autant de degrés que l'on voudra; sçavoir, par le moyen de la ligne

Hij

des tangentes, quand elle est sur le compas de proportion, ce qui arrive rarement, parce que cette ligne ne peut pas contenir tous les degrés du quart de cercle, le nombre de ces degrés ne pouvant pas surpasser 75.

Si donc on veut se servir de la ligne des tangentes, que je suppose marquée avec ses degrés sur chaque jambe du compas de proportion, pour faire à un point donné d'une ligne donnée un angle, par exemple, de 50 degrés; au lieu d'accommoder la longueur de cette ligne de 60 à 60 sur la ligne des cordes, il la faut accommoder sur la la ligne des tangentes de 45 à 45, parce que le rayon ou sinus total est égal à la tangente de 45 degrés: & au lieu de porter la distance de 50 à 50, qui est le nombre des degrés proposés, sur la circonférence de cercle décrit du point donné, on la portera sur une ligne perpendiculaire tirée par l'extrémité de la ligne donnée, lorsque cette distance aura été prise de part & d'autre sur la ligne des tangentes, &c.



PROBLEME II.

Ouvrir le compas de proportion de maniere que l'angle des deux lignes des cordes soit d'autant de degrés qu'on voudra. Planche IV. Figure 18.

SI on prend depuis le centre du compas de proportion sur l'une des deux lignes des cordes la corde correspondante aux degrés proposés, & qu'on en applique la longueur sur les lignes des cordes de côté & d'autre, de 60 à 60, le compas de proportion se trouvera ouvert comme l'on demande.

Exemple.

Qu'il faille ouvrir le compas de proportion en sorte que les deux lignes des cordes fassent un angle, par exemple, de 40 degrés. Supposons que les lignes AD, AE soient chacune la corde de 40 degrés, & les lignes AB, AC, chacune la corde de 60 degrés. Je dis que si on applique la corde AD ou AE de 40 degrés de côté & d'autre de B en C, en sorte que la distance BC de 60 à 60 soit égale à la corde AD de 40 degrés, l'angle A sera aussi de 40 degrés.

Pl. IV
Fig. 28.

Exemple.

Car si l'on décrit du centre A par les points B, C l'arc de cercle BC, & que l'on considère que la ligne AD est la corde de 40 degrés à l'égard du rayon AB, qui est la corde de 60 degrés, on connoîtra aisément que la ligne BC, égale à la ligne AD, est aussi la corde de 40 degrés; & comme elle est la corde de l'arc BC, il s'ensuit que l'arc BC, & par conséquent l'angle A est aussi de 40 degrés. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

On peut, par une opération contraire à la précédente, connoître l'ouverture du compas de proportion à l'égard de la ligne des cordes: car si on porte depuis le centre du compas de proportion, sur la ligne des cordes, la distance de 60 à 60, prise de part & d'autre, sur la même ligne des cordes, on rencontrera le nombre des degrés de l'ouverture qu'on cherche.

○ C'est à cause de cela que l'on ajoute quelquefois au compas de proportion des pinnules placées sur la ligne des cordes,

pour pouvoir mesurer un angle sur la terre ou pour en faire un sur la terre d'autant de degrés que l'on voudra : mais j'aurois mieux me servir d'un demi-cercle bien divisé, le compas de proportion n'étant propre que pour travailler promptement sur le papier. C'est pourquoi je négligerai ici d'expliquer plusieurs usages, qui ne sont que d'une pure curiosité.

Si l'on veut ouvrir le compas de proportion en sorte que les deux lignes des cordes, ou bien des parties égales, ou de deux lignes semblables, tracées de part & d'autre sur le compas de proportion, fassent un angle égal au donné A , il faut à volonté décrire de cet angle donné A l'arc de cercle BC , & porter le demi-diamètre AB ou AC , depuis le centre du compas de proportion sur chacune des deux lignes que vous voulez ouvrir à l'angle donné. Après quoi si l'on marque sur chaque ligne le point où le demi-diamètre se terminera, & que l'on ouvre le compas de proportion en sorte que la distance de ces deux points soit égale à celle des deux extrémités de l'arc BC , les deux lignes proposées feront un angle égal au donné A .

Fig. 18.

PROBLEME III.

Trouver le demi diametre d'un arc de cercle donné dont on connoît les degrés.
Pl. IV. Fig. 17.

SI on applique la corde de l'arc donné sur la ligne des cordes du compas de proportion, de côté & d'autre, au nombre des degrés de l'arc proposé, & qu'on laisse le compas de proportion ainsi ouvert, la distance de 60 à 60, prise sur la même ligne des cordes, donnera la longueur du rayon qu'on cherche.

Exemple.

Pl. IV. Fig. 17. Que l'arc de cercle GH soit, par exemple, de 80 degrés, & qu'il en faille trouver le rayon FG. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des cordes du compas de proportion, dont le centre est A; que AB ou AC soit la corde de 80 degrés, & AD ou AE la corde de 60 degrés. Je dis que si on applique la corde GH sur la ligne des parties égales du compas de proportion, de part & d'autre, de B en C, ensorte que la distance BC de 80 à 80 soit

soit égale à cette corde GH, la distance DE de 60 à 60 fera égale au rayon FG.

Démonstration.

Car dans les triangles isosceles semblables ABC, ADE, on connoît (par 4. 6.) que la raison des lignes AB, AD est égale à celle des lignes BC, DE ou GH, DE; & comme AD est le rayon à l'égard de la corde AB de 80 degrés, par la construction de la ligne des cordes, il est de nécessité que DE soit aussi le rayon à l'égard de la corde GH de 80 degrés, & par conséquent le demi-diametre de l'arc proposé GIH.

Remarque.

Si l'arc GIH étoit simplement donné, sans en connoître ni le centre, ni le nombre des degrés, on trouvera ce nombre de degrés, en prenant à volonté sur cet arc un point comme I, & en tirant les deux cordes IG, IH, dont l'angle GIH étant mesuré, & son double étant ôté de 360 degrés, le reste donnera le nombre qu'on cherche.



Corollaire.

On peut, par le moyen de ce Problème trouver aisément le centre d'un cercle, ou d'un arc de cercle donné, ou bien faire passer par trois points donnés une circonférence de cercle ; car si on prend sur le cercle donné un arc à volonté pour en connoître les degrés, comme il a été enseigné dans la remarque précédente, & qu'à l'intervalle du rayon que l'on trouvera, on fasse de deux points quelconques de l'arc donné, ou de trois points donnés, deux arcs de cercle qui s'entre-coupent, la section de ces deux arcs donnera le centre du cercle qu'on cherche.

CHAPITRE VI.

Usage de la ligne des solides.

LA ligne des solides à l'égard des corps a les mêmes usages que la ligne des plans à l'égard des surfaces, comme vous allez voir dans les problèmes suivans.

PROBLEME I.

Etant donnée une pyramide, trouver une autre pyramide semblable en raison donnée. Pl. IV. Fig. 19.

A Ppliquez la longueur d'un côté de la pyramide donnée sur la ligne des solides du compas de proportion à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raison donnée; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des solides la distance de côté & d'autre du nombre égal au second terme de la raison donnée, pour avoir la longueur du côté homologue de la pyramide qu'on cherche. C'est de la même façon que l'on trouvera les côtés homologues aux autres côtés de la pyramide proposée.

Exemple.

Soit donnée la pyramide FGHI, & Pl. IV. qu'il lui faille trouver une autre pyramide semblable, en sorte que la pyramide FGHI soit à celle qu'on cherche, comme, par exemple, 16 à 54. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune

I ij

SCD Lyon 1

Mathématiques

la ligne des solides du compas de proportion, dont le centre est A. Que les points marqués 54, ou du 54^e solide, soient B, C, & que les points marqués 16, ou du 16^e solide, soient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtés de la pyramide donnée FGHI, comme au côté FG, portez la longueur de ce côté FG sur la ligne des solides AB, AC, de côté & d'autre, de D en E, enforte que la distance DE, de 16 à 16, soit égale au même côté FG, & alors la distance BC, de 54 à 54, donnera la longueur du côté KL, homologue au côté FA, & l'on trouvera de la même façon le côté LM, homologue au côté GH, & pareillement la hauteur NO, homologue à la hauteur IP, & ainsi des autres, & la pyramide KLMN sera celle qu'on cherche, c'est-à-dire, qu'elle sera semblable à la pyramide donnée FGHI, & que cette pyramide FGHI sera à la pyramide KLMN, comme 16 à 54.

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles semblables ABC, ADE, on connoît (par 4. 6.) que les quatre lignes DE, BC, AD, AB, sont proportionnelles, & (par 37. 11.) que leurs cubes sont aussi

proportionnels ; & parce que les deux cubes A D , A B sont entr'eux comme 16 à 54, par la construction de la ligne des solides, les deux cubes DE, BC ou FG, KL, seront aussi entr'eux comme 16 à 54, & (par 8. 12.) la pyramide FGHI fera à la pyramide KLMN aussi comme 16 à 54, parce que ces deux pyramides sont semblables par la construction, (& par *Def.* 9. 11.) *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les deux termes de la raison donnée sont trop grands, on prendra leurs sou-multiples, en les divisant chacun par un même nombre tel que l'on voudra : s'ils sont trop petits, on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pour-vû que le plus grand nombre qui viendra ne surpasse pas 64, parce que dans le compas de proportion le plus grand solide n'est que 64.

Si les deux termes de la raison donnée ont leurs racines cubiques exactes, on se servira de ces racines cubiques à la place des deux nombres donnés ; mais au lieu de travailler sur la ligne des so-

lides, on travaillera sur la ligne des parties égales : car ainsi les côtés homologues des deux pyramides semblables seront dans la raison de ces racines cubiques, & (par 8. 11.) les deux pyramides seront dans la raison des deux nombres donnés.

Enfin, si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de différente espece, on les réduira en deux autres fractions de même dénomination; & en négligeant le dénominateur commun, on se servira des deux numérateurs à la place des deux fractions données, pour travailler sur la ligne des solides, comme il a été enseigné.

Corollaire.

On pourra de la même façon à une sphere donnée trouver une autre sphere en raison donnée, en travaillant par le diametre de la sphere donnée, pour avoir le diametre de la sphere qu'on cherche; & pareillement à un cone ou à un cylindre donné, trouver un cone ou un cylindre semblable en raison donnée, en travaillant par le diametre de la base & par la hauteur du cone ou du cylindre donné, pour avoir le diametre de la base

& la hauteur du cone ou du cylindre qu'on cherche.

On pourra aussi de la même façon, à quelque autre corps donné que ce soit, trouver un corps semblable en raison donnée, en travaillant séparément pour chaque côté du solide donné, pour avoir le côté homologue du solide qu'on cherche.

Ainsi vous voyez qu'on peut, à l'aide de ce problème, augmenter ou diminuer un solide donné, & par conséquent une sphere donnée, & aussi un cone & un cylindre donnés selon une raison donnée, parce que cette raison donnée peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

P R O B L E M E I I.

Trouver la raison de deux solides semblables donnés. Pl. IV. Fig. 19.

POrtez la longueur d'un des côtés du plus petit des deux solides donnés sur la ligne des solides du compas de proportion, de part & d'autre, à un même nombre tel que l'on voudra ; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez sur la même ligne des solides la longueur du côté homologue de

l'autre solide donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond, & ce second nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier solide, feront les deux termes de la raison qu'on cherche.

Exemple.

Pl. IV. Reprenons la figure précédente, & Fig. 19. qu'il faille trouver la raison des deux pyramides semblables données FGHI, KLMN. Supposons que les deux lignes AB, AC soient chacune la ligne des solides du compas de proportion, dont le centre est A. Ayant porté la longueur du côté FG de part & d'autre sur la ligne des solides au nombre 16, par exemple, en sorte que la distance DE de 16 à 16 soit égale au côté FG, laissez le compas de proportion ainsi ouvert, & portez la longueur du côté KL, homologue au côté FG, sur la même ligne des solides, à un même nombre de côté & d'autre, comme de B en C, où soit par exemple le nombre 54; cela étant, je dis que le solide FGHI est au solide KLMN, comme 16 à 54, dont la démonstration est la même que celle du problème précédent.

Remarque.

Si le côté du plus grand solide donné est trop grand pour pouvoir être appliqué sur le compas de proportion, qui seroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit solide donné sur la ligne des solides, le plus proche du centre qu'il sera possible, afin que le compas de proportion étant ainsi plus ouvert, on puisse y porter la longueur du côté homologue du plus grand solide donné.

Mais si le côté du plus petit solide donné se trouve trop grand pour pouvoir être appliqué sur la ligne des solides à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre sur la même ligne des solides, & aussi le côté homologue du plus grand solide donné, pour avoir les deux nombres des côtés homologues des deux solides donnés, & ces deux nombres en exprimeront la raison.

Que si ces deux côtés homologues se trouvent encore trop grands, on se servira de leurs moitiés ou de leurs tiers: & pour ne pas tomber dans cette difficulté, si l'on peut, on se servira dans

chaque solide donné des deux côtés homologues les plus petits, lorsque les deux solides donnés seront irréguliers.

Ce problème se peut aussi résoudre par le moyen de la ligne des parties égales du compas de proportion, sçavoir en cherchant à deux côtés homologues des deux solides donnés une troisième ligne proportionnelle, & à ces trois lignes une quatrième proportionnelle, comme il a été enseigné au problème VI. du chapitre second; parce que (par 33. 11.) les nombres des parties égales que contiendront la première & la quatrième proportionnelle, seront les deux termes de la raison qu'on demande.

Corollaire.

Comme les spheres sont dans la raison des cubes de leurs diametres, (par 18. 12.) on voit aisément que l'on peut par le moyen de ce problème trouver avec la même facilité la raison de deux spheres données, en se servant de leurs diametres comme de deux côtés homologues. Et pareillement on pourra trouver la raison de deux cones ou de deux cylindres semblables donnés, en se servant des diametres de leurs bases, &c.

PROBLEME III.

Ouvrir le compas de proportion de façon que les deux lignes des solides fassent un angle droit.

Ayant pris sur la ligne des solides, depuis le centre du compas de proportion, le côté du 15^e solide, appliquez en la longueur sur la même ligne des solides, de part & d'autre, de 3 à 8, & le compas de proportion se trouvera ouvert à un angle de 90 degrés à l'égard de la ligne des solides, parce que le carré du côté du 15^e solide est à peu près égal au carré du côté du 3^e solide & au carré du côté du 8^e solide, sans qu'il s'en manque seulement une milliè^me partie de la longueur du compas de proportion, ce qui est de petite conséquence pour la pratique, comme l'on peut voir dans les Tables des solides, qui vous feront connoître que l'on peut aussi appliquer la longueur du plus grand & 64^e solide, prise depuis le centre sur la ligne des solides, de part & d'autre, de 3 à 52, ou de 9 à 46, ou bien encore de 16 à 30, sans que l'erreur soit seulement d'une milliè^me partie de la longueur du plus grand solide.

PROBLÈME IV.

Trouver un solide semblable & égal à deux solides semblables donnés.

Pl. IV. Fig. 20.

Supposant que l'un des côtés du premier solide donné soit d'un nombre de solides tel que l'on voudra, appliquez-en la longueur sur la ligne des solides du compas de proportion, de part & d'autre, à ce nombre supposé, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la longueur du côté homologue du second solide donné sur la même ligne des solides, en sorte que cette longueur réponde de côté & d'autre à un même nombre : & alors la distance du nombre égal à la somme de ces deux nombres, prise de part & d'autre sur la ligne des solides, donnera le côté homologue du solide qu'on cherche.

Exemple.

N. IV. Qu'il faille trouver le côté homologue
 Fig. 20. d'un solide semblable & égal à deux solides semblables donnés, dont deux côtés homologues soient les lignes HI, KL. Supposons que les lignes AB, AC

soient chacune la ligne des solides du compas de proportion, dont le centre est A. Supposons encore que les deux points F, G soient chacun le point, par exemple, du 8^e solide, auquel on appliquera, si l'on veut, la longueur du côté HI, enforte que la distance FG, de 8 à 8, soit égale à ce côté HI, pour appliquer ensuite sur la même ligne des solides la longueur de l'autre côté KL, de part & d'autre, de D en E, enforte que les points D, E soient chacun également éloignés du centre A, c'est-à-dire d'un même nombre de solides, qui soit, par exemple 27, enforte que la distance DE de 27 à 27 soit égale à cet autre côté KL. Cela fait, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, je dis que la distance BC, de 35 à 35, qui est la somme des deux nombres précédens 8, 27, qui expriment la raison des deux solides donnés, est égale au côté homologue d'un solide semblable & égal aux deux solides donnés, dont deux côtés homologues sont HI, KL.

Démonstration.

Car dans les triangles isosceles semblables ABC, AFG, on a (par 4. 6.)

cette analogie, $AB, AF :: DE, FG$; c'est pourquoi (par 27. 11.) on aura celle-ci $\overline{AB}, \overline{AF} :: \overline{BC}, \overline{FG}$; & si à la place des deux premiers termes $\overline{AB}, \overline{AF}$, on met les deux nombres 35, 8, qui sont en même raison, parce que AB est le côté du 35^e solide, & AF le côté du 8^e, on aura cette autre analogie, 35, 8 :: $\overline{BC}, \overline{FG}$, & en divisant, on aura celle-ci, 27, 8 :: $\overline{BC} - \overline{FG}, \overline{FG}$; & si à la place des deux premiers termes 27, 8, on met les deux cubes AD, AF, qui sont en même raison, parce que AD est le côté du 27^e solide, & AF le côté du 8^e, ou bien si à la place de ces deux $\overline{AD}, \overline{AF}$, on met les deux $\overline{DE}, \overline{FG}$, qui sont en même raison, à cause des triangles isosceles semblables ADE, AFG, on aura cette autre analogie, $\overline{DE}, \overline{FG} :: \overline{BC} - \overline{FG}, \overline{FG}$; où l'on voit que le cube DE ou IK est égal à la différence des deux BC, FG ou HI, & par conséquent le cube BC est égal à la somme des deux HI, KL. D'où il suit (par 33. 11.) que la ligne BC est un côté homologue d'un

solide semblable & égal aux deux solides semblables donnés, dont deux côtés homologues sont les lignes HI, KL. Ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

Pour n'avoir pas un nombre trop grand dans la somme des deux nombres qui expriment la raison des deux solides donnés, on donnera au côté du premier solide donné un nombre de solides le plus petit que l'on pourra, afin que l'autre nombre des solides du côté homologue du second solide soit aussi plus petit, & qu'ainsi la somme de ces deux nombres se puisse trouver sur la ligne des solides.

Corollaire.

Il suit aisément de la pratique de ce problème, que l'on peut ajouter ensemble plus de deux solides semblables donnés, sçavoir en ajoutant ensemble les deux premiers, & en ajoutant à la somme le troisième, & ainsi ensuite.

On peut aussi facilement trouver une sphere égale à plusieurs spheres données, en travaillant par leurs diametres, considérés comme les côtés homologues d'au-

tant de solides semblables, & trouver pareillement un cône ou un cylindre égal à plusieurs cônes, ou à plusieurs cylindres donnés, sçavoir en travaillant par les diametres de leurs bases & par leurs hauteurs, &c.

On peut aussi, à l'imitation de ce problème, trouver un solide semblable & égal à la différence de deux solides semblables donnés, si au lieu d'ajouter ensemble les deux nombres de leur raison, on ôte le plus petit du plus grand, &c.

L E M M E.

Si de quatre lignes les trois premières sont proportionnelles, & que le cube de la troisième soit égal au solide sous la première & le quarré de la quatrième, ces quatre lignes seront dans une proportion continue. Pl. IV. Fig. 21.

JE dis que si des quatre lignes FG, KL, DE, HI, les trois premières FG, KL, DE sont proportionnelles, & que le solide $FG + \overline{HI}^2$, sous la première FG & le quarré de la quatrième HI, soit égal au cube de la troisième DE, ces quatre lignes FG, KL, DE, HI,

HI, seront continuellement proportionnelles.

Démonstration.

Puisque par la supposition le solide $FG + \overline{HI}$ est supposé égal au cube DE , on aura (par 34. 11.) cette analogie $FG, DE :: \overline{DE}, \overline{HI}$; & si on donne aux deux premiers termes FG, DE , la hauteur commune DE , on aura cette autre analogie $FGDE, \overline{DE}^2 :: \overline{DE}^2, \overline{HI}$; & si à la place du plan $FG + DE$, on met le quarré KL qui lui est égal, (par 17. 6.) à cause des trois proportionnelles FG, KL, DE , on aura cette autre analogie $\overline{KL}^2, \overline{DE}^2 :: \overline{DE}^2, \overline{HI}^2$, où l'on voit (par 22. 6.) que les trois lignes KL, DE, HI sont proportionnelles; & parce que les trois lignes FG, KL, DE , sont aussi proportionnelles, par la supposition, il est de nécessité que les quatre FG, KL, DE, HI soient continuellement proportionnelles. *Ce qu'il falloit démontrer.*



K

PROBLEME V.

Entre deux lignes données trouver deux moyennes proportionnelles.

Pl. IV. Fig. 22.

Ayant porté chacune des deux lignes données sur la ligne des parties égales du compas de proportion, ou sur quelque autre ligne divisée en parties égales, pour sçavoir le nombre des parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande ligne donnée de part & d'autre sur la ligne des solides du compas de proportion, à un nombre égal à celui de ses parties égales; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des solides de côté & d'autre la distance du nombre égal à celui des parties égales de l'autre ligne donnée, pour avoir la plus grande des deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, entre laquelle & la plus petite ligne donnée une moyenne proportionnelle sera la plus petite des deux moyennes qu'on cherche.

Exemple.

Pl. IV. Qu'il faille trouver deux moyennes proportionnelles entre les deux lignes Fig. 22.

données FG, HI, dont la plus petite FG contienne, par exemple, 20 parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des solides du compas de proportion, dont le centre est A; que les points B, C soient chacun le 45^e solide, & les points D, E chacun le 20^e solide. Appliquez la longueur de la plus grande ligne HI sur la ligne des solides, de part & d'autre, aux points B, C, en sorte que la distance BC, de 45 à 45, soit égale à la plus grande ligne donnée HI, & alors la distance DE, de 20 à 20, sera la plus grande des deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, c'est-à-dire la troisième des quatre continuellement proportionnelles, dont FG est la première, & HI la quatrième; & si entre cette troisième trouvée DE & la première FG, on trouve une moyenne proportionnelle, on aura la seconde.

Démonstration.

Car dans les triangles isosceles semblables ABC, ADE, on a (par 4. 6.) cette analogie AB, AD :: BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cause de
K ij

BC égale à HI par la construction ;
 c'est pourquoi (par 37. 11.) on aura
 celle-ci , $\overline{AB}^3, \overline{AD}^3 :: \overline{HI}^3, \overline{DE}^3$; & si
 à la place des deux premiers termes $\overline{AB}^3,$
 \overline{AD}^3 , on met les deux nombres 45, 20,
 qui sont en même raison, par la construc-
 tion de la ligne des solides, ou bien si à
 la place de ces deux nombres 45, 20,
 on met les deux lignes HI, FG, qui
 sont aussi en même raison, on aura cette
 autre analogie HI, FG :: $\overline{HI}^3, \overline{DE}^3$;
 & enfin si aux deux premiers termes HI,
 FG, considérés comme des hauteurs,
 on donne la base commune \overline{HI}^2 , on aura
 cette dernière analogie $\overline{HI}^3, FG, +$
 $\overline{HI}^2 :: \overline{HI}^3, \overline{DE}^3$, où l'on voit que le
 solide $FG\overline{HI}^2$ est égal au cube DE ; d'où
 il suit, par le lemme précédent, que la li-
 gne DE est la plus grande des deux
 moyennes proportionnelles qu'on cher-
 che. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les nombres des parties égales des
 deux lignes données sont trop grands,

on se servira de leurs moitiés ou de leurs tiers, comme il faudroit se servir des doubles ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Or comme l'usage de deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données est absolument nécessaire pour la réduction d'un solide en cube, nous ajouterons ici une méthode facile pour les trouver géométriquement.

PROBLEME VI.

Trouver géométriquement entre deux lignes données deux moyennes proportionnelles. Pl. IV. Fig. 23.

Pour trouver deux moyennes proportionnelles entre les deux lignes données AB , AC , divisez l'une de ces deux, comme AC , en deux également, au point D , & lui tirez par ce point D la perpendiculaire DE , égale à la moitié de l'autre ligne donnée AB , pour décrire du centre E par les points A , C , une circonférence de cercle $AIFK$. Après cela décrivez par le point A sur l'axe AC la parabole FAM , dont le parametre soit AC , & par la section F du cercle & de la parabole, tirez la droite FG perpendiculaire à l'axe AC , &

les deux lignes AG, FG seront les deux moyennes qu'on cherche, de sorte que les quatre lignes AB, AG, FG, AC seront dans une continuelle proportion.

Démonstration.

Car si on tire le diametre IK perpendiculaire à la ligne FG ou parallele à l'axe AB, les deux lignes LF, LH seront égales entr'elles (par 3. 3.) ensuite de quoi on connoitra aisément que la somme des deux lignes FG, GH est égale à la ligne AB.

Cela étant supposé, on considérera que par la propriété de la parabole on a cette analogie, AC, FG :: FG, AG, & que par la propriété du cercle, on a celle-ci CG, GH :: FG, AG. C'est pourquoi on aura celle-ci, AG, CG :: FG, GH, en composant on aura celle-ci AC, AG :: FG, AB, parce que la ligne AB est égale à la somme des deux FG, GH. De cette derniere analogie & de la premiere, il suit que les quatre lignes AB, AG, FG, AC, sont dans une proportion continue. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Nous avons donné dans notre grand Traité d'Algebre douze manieres différentes & très-simples pour la solution de ce problême ; mais comme celle-ci me semble la plus facile de toutes, je l'ai rapportée ici préféablement à toutes les autres.

Cependant comme il est incommode de tracer une parabole toutes les fois que l'on veut trouver entre deux lignes données deux moyennes en proportion continue, je veux vous enseigner ici une autre méthode pour la même fin, qui est indépendante du compas de proportion, & que, bien qu'elle soit mécanique, je préfère dans la pratique à toute autre, tant pour la justesse que pour la facilité.



PROBLEME VII.

Trouver sans le secours du compas de proportion & d'une maniere plus facile deux moyennes proportionnelles à deux lignes données. Planche IV. Figure 24.

Pour donc trouver entre les deux lignes données AB , AC , deux moyennes en continue proportion, l'on en fera le parallelelograme rectangle AB , CD , dont le centre E se trouve dans la rencontre des diagonales AD , BC , & l'on décrira de ce centre E une circonférence de cercle de telle grandeur que la ligne droite FG tirée par les deux points F , G , où cette circonférence coupe les deux lignes AB , AC , prolongées autant qu'il en sera besoin, passe par l'angle droit D ; car alors les deux lignes FC , BG seront les deux moyennes qu'on cherche; de sorte que les quatre lignes AB , CF , BG , AC seront dans une proportion continue.

Démonstration.

Si l'on tire du centre E les deux
rayons

rayons EG, EF, & les droites EH, EI, perpendiculaires aux deux AB, AC, qu'elles diviseront en deux également aux points H, I, à cause des deux triangles isosceles AEC, AEB, l'on considérera que puisque les deux lignes EF, EG, sont égales entr'elles, comme étant les rayons d'un même cercle, leurs quarrés seront aussi égaux, & la somme $\overline{EH}^2 + \overline{FH}^2$ sera par conséquent égale à la somme $\overline{GI}^2 + \overline{EI}^2$ (par 47. 1.) C'est pourquoi (par 4. 2.) la somme $\overline{EH}^2 + \overline{FC}^2 + \overline{CH}^2 + 2HCF$ sera égale à la somme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2 + \overline{BG}^2 + 2IBG$; & si l'on ôte de la somme $\overline{EH}^2 + \overline{FC}^2 + \overline{CH}^2 + 2HCF$, la somme $\overline{EH}^2 + \overline{CH}^2$, & de la somme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2 + \overline{BG}^2 + 2IBG$, la somme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2$, égale à la somme précédente $\overline{EH}^2 + \overline{CH}^2$, chaque somme étant égale au quarré de la moitié de la diagonale BC, (par 47. 1.) & que l'on change 2HC en AC, & 2BI en AB, l'on connoitra que la somme $\overline{FC}^2 + ACF$ est égale à la somme $\overline{BG}^2 + ABG$, & (par 3. 2.) que le rectan-

L

gle AFC est égal au rectangle AGB. D'où l'on tire (par 14. 6.) cette analogie $AF, AG :: BG, CF$, laquelle en changeant les deux premiers termes AF, AG , en ces deux BD, BG , qui sont en même raison (par 4. 6.) à cause des deux triangles équiangles FAG, DBG, se changera en celle-ci, $BD, BG :: BG, CF$, qui fait connoître que les trois lignes BD, BG, CF , ou AC, BG, CF , sont proportionnelles; & si l'on change les deux premiers termes BD, BG de l'analogie précédente, aux deux CF, CD , qui sont en même raison, (par 4. 6.) à cause des deux triangles équiangles FCD, DBG, l'on aura cette autre analogie, $CF, CD :: BG, CF$, par où l'on connoît que les trois lignes BG, CF, CD , ou BG, CF, AB , sont aussi proportionnelles, & que par conséquent les quatre AC, BG, CF, AB , sont continuellement proportionnelles. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*



PROBLEME VIII.

Trouver le côté d'un cube égal au parallépipede HBC , dans laquelle H signifie sa hauteur, & B, C les dimensions de la base.

Pour cela il faut chercher une moyenne proportionnelle entre les deux dimensions B & C de la base que nous nommerons M ; ensuite entre cette moyenne M & la hauteur H , il faut chercher deux moyennes proportionnelles P & S , la première P sera le côté du cube égal au parallépipede, c'est-à-dire que $PPP = HBC$.

Démonstration.

Puisque M est moyenne entre B & C , on aura $B, M :: M, C$. D'où l'on tire $MM = BC$, & en multipliant par H , il vient $MMH = BCH$; & comme P & S sont moyennes continues entre M & H , nous avons M, P, S, H : ce qui donne $MH = PS$, $MS = PP$; d'où l'on tire $MH = S$, & $S = PP$.

Partant $MH = \overline{PP}$, & $MMH = \overline{PPP}$:

\overline{P} \overline{M}

Lij

d'où l'on voit que $PPP = BCH$, puis-
que $MMH = BCH$: donc la première
des deux moyennes est le côté du cube
que l'on cherche.

CHAPITRE VII,

Usage de la ligne des Métaux.

PROBLEME I.

*Etant donné le diamètre d'une sphere
quelconque faite de l'un des six mé-
taux, par exemple, d'argent, trou-
ver le diamètre d'une sphere d'or de
même poids.*

IL faut prendre le diamètre donné,
& ouvrir le compas de proportion
aux points où est marqué le caractère
de l'argent de la grandeur de ce diame-
tre ; & si l'on prend alors l'ouverture
qui répond au caractère de l'or, elle se-
ra le diamètre que l'on cherche.

Démonstration.

Par la construction de la ligne des
métaux, les distances depuis le centre

de la charniere jusqu'aux caracteres de ces métaux, sont des diametres de corps semblables & d'égale pesanteur, qui seroient faits de ces métaux; & comme les ouvertures qui répondent à ces métaux sont en même raison que ces diametres, formant avec eux des triangles semblables, il s'ensuit qu'elles sont aussi des diametres de corps semblables, égaux en pesanteur & faits de ces métaux: donc l'ouverture qui répond au caractere de l'or est le diametre que l'on cherche.

PROBLEME II.

Trouver le rapport spécifique des six métaux, par exemple, de l'argent à l'or.

IL faut prendre sur la ligne des métaux le diametre de l'argent & le porter à une ouverture des solides, comme, par exemple, au 50^e, ensuite sans changer l'ouverture du compas de proportion, il faut porter le diametre de l'or pris sur la ligne des métaux, enforte qu'il convienne à quelqu'un des solides, comme il arrive ici à peu-près au 27^e solide; c'est ce qui fait voir que la pesanteur spécifique de l'argent, est à celle de l'or, comme 27 est à 50, & quelque chose de

plus, à cause que l'ouverture ne s'est point rencontrée précisément au 27^e solide.

Démonstration

Nous sçavons par la construction de la ligne des métaux que leurs pesanteurs spécifiques sont en raison réciproque des cubes de leurs diametres marqués sur cette ligne; & comme on a porté ces diametres à l'ouverture des solides, celui d'argent au 50^e, & que celui d'or s'est trouvé convenir au 27^e solide, il est clair que ces deux ouvertures formant des triangles semblables avec les diametres des solides 50 & 27, qu'elles seront en même raison; & comme les cubes de ces diametres sont entr'eux en même raison que le 50^e & le 27^e solide, il est clair encore que les cubes des ouvertures qui répondent à ces deux solides sont aussi dans la même raison qu'eux; mais les cubes de ces ouvertures qui sont les diametres de l'argent & de l'or, expriment en raison inverse le rapport de leurs gravités spécifiques: donc le 50^e & le 27^e solides expriment aussi en raison inverse leurs gravités spécifiques, par conséquent à celle de l'argent & à celle de l'or, comme 27 est à 50.

PROBLEME III.

Ayant un corps fait de l'un des six métaux, comme d'étain, d'un poids, par exemple, de 36 livres, trouver le poids d'un corps d'argent, qui seroit de même volume que celui d'étain.

Pour le trouver, ouvrez le compas de proportion en sorte que son ouverture au 36^e solide soit égale au diamètre pris sur la ligne des métaux qui convient à l'argent, & portez ensuite le diamètre qui est celui de l'étain à l'ouverture des solides, en remarquant auquel il convient, sans changer l'ouverture du compas de proportion, qui est ici au 50^e, & quelque chose de plus : cela étant, je dis que le poids du corps d'argent de même volume que celui d'étain qui pese 36 livres, en pesera 50.

Démonstration.

Ayant fait voir dans la démonstration précédente que les solides auxquels répondent les diamètres des métaux, expriment dans un ordre renversé le rapport de la pesanteur spécifique de ces

L iij

métaux : il s'ensuit que le diametre de l'argent étant l'ouverture du 36^e corps, & que celui d'étain s'étant trouvé convenir à peu près au 50^e, les pesanteurs des gravités spécifiques de ces deux corps sont entre'lles, comme 50 est à 36 ; & à cause que la pesanteur du corps d'étain est de 36 livres, celle d'argent fera par conséquent de 50 livres.

P R O B L E M E I V.

Trouver le rapport du poids de deux corps semblables, dont l'un soit, par exemple, d'étain, & l'autre d'argent, leur diametre étant donné.

Pour cela ouvrez le compas de proportion de maniere que l'ouverture des points des caracteres de l'étain soit égale au diametre de la boule d'étain ; & sans changer cette ouverture, prenez celle qui répond au signe de l'argent, si elle se trouve plus grande ou plus petite que le diametre de la boule d'argent, cette boule sera plus ou moins pesante que celle d'étain ; car par la construction de la ligne des métaux, elle seroit de même poids que celle d'étain, si son diametre étoit égale à cette ouvertu-

re : d'où l'on voit que si l'on porte cette ouverture sur l'ouverture de quelque solide, & qu'ensuite l'on cherche à quel solide convient le diamètre du corps d'argent, les solides alors marqueront leur rapport, & par conséquent celui de la boule d'argent à celle d'étain : ceci n'a pas besoin d'être démontré.

PROBLEME V.

Le diamètre d'une sphere de cuivre & son poids de dix livres étant donné, trouver le diamètre d'une sphere d'or pesant 15 livres.

IL faut chercher une boule d'or égale à celle de cuivre, par le problème I. & ouvrir le compas de proportion au 10^e solide de la grandeur de ce diamètre; & si l'on prend l'ouverture du 15^e solide, elle sera le diamètre que l'on cherche, comme il est aisé à démontrer.

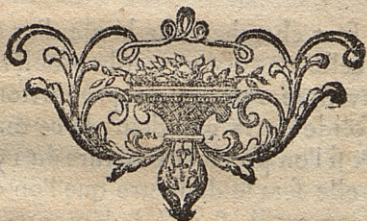
Remarque.

L'on peut faire sur tous les corps semblables, de quelques métaux qu'ils soient des six, ce que nous avons fait en particulier sur des sphériques, en se servant

de leur côté homologue, comme nous nous sommes servis des diametres.

Quant à l'usage de la ligne du poids des boulets, l'on sent assez qu'il faut porter dessus la longueur de leur diametre pour en connoître le poids; il en est de même pour celle du calibre des canons, c'est pourquoi nous ne nous étendrons pas davantage là-dessus.

Fin de l'usage du Compas de proportion.





U S A G E
D E
L'INSTRUMENT
U N I V E R S E L.



ET instrument est appellé *universel*, parce qu'il sert universellement pour toutes les opérations de la Géométrie-pratique, comme pour mesurer des angles sur la terre ou en l'air, ou bien pour y faire tel angle qu'on voudra: pour tirer des lignes paralleles à des lignes données sur la terre, ou bien pour leur tirer des perpendiculaires: pour mesurer toutes sortes de lignes droites sur la terre avec beaucoup de facilité, & une très-grande justesse, sans aucune supputation, & même pour en mesurer plusieurs à la fois sans aucune peine,

quand elles sont accessibles d'un côté. Pour lever promptement & exactement un plan qui est sur la terre, ou bien pour tracer sur la terre un plan qui est sur le papier, avec une facilité & une exactitude admirable; comme aussi pour lever la carte d'un pays, & plusieurs autres usages que nous expliquerons dans ce Traité, après avoir enseigné la manière de le construire.

CONSTRUCTION

De l'Instrument universel.

Pl. V. **P** Réparez en premier lieu le cadre rectangulaire ABCD de laiton, ou de quelqu'autre matière solide, dont la longueur AB soit d'environ un pied, & la largeur BC d'environ 8 pouces, & dont chaque règle soit à peu près large de six lignes, excepté celle qui est terminée par les deux lignes parallèles AB, EF, qui doit être un peu plus large, comme de 9 lignes, pour y pouvoir tirer environ par le milieu de sa largeur, ou un peu plus proche de la ligne EF, une ligne droite parallèle aux deux AB, EF, comme IK, qui sera terminée aux

deux points I, K, par les deux lignes prolongées EH, FG. Cette ligne IK, que nous appellerons *ligne de conduite*, doit être divisée en un certain nombre de parties égales, qui peut être tel que l'on voudra; mais le plus grand est le meilleur, comme, par exemple 400; ce qui se peut faire sans peine sur une longueur de 12 pouces.

On ajoutera aussi aux trois autres règles BC, CD, AD d'autres divisions, qui ne peuvent pas être égales, parce qu'elles doivent marquer les degrés du demi-cercle, dont le centre sera pris au point L, milieu de la ligne de conduite IK.

On ajoutera encore au-dedans du cadre EFGH un parallélogramme rectangle, qui soit environ de la même grandeur, & qui se puisse ôter & remettre quand on voudra, afin que ce parallélogramme puisse contenir & resserrer dans l'entre-deux EFGH une feuille de papier que l'on ajoute sur la surface, pour y pouvoir tracer les rayons visuels qui se tirent le long de la ligne de foi d'une alidade, qui est dessus ce papier, & qui est semblable à celle des demi-cercles ordinaires, avec cette différence, que cette alidade doit être non-seulement

mobile autour de son centre ; mais ce centre doit être aussi mobile sur la ligne de conduite I K, enforte qu'il puisse se mouvoir & s'arrêter à telle division que l'on voudra de la ligne I K, ce que le sieur *Chapotot* a très-bien exécuté ; car c'est en cela que consiste la plus grande difficulté de l'instrument.

Outre les pinnules ordinaires qui doivent être aux extrémités de l'alidade, laquelle ne doit pas être moindre que la diagonale du cadre ou que la distance des deux points A, C, il y en doit avoir aussi aux deux extrémités de la ligne de conduite I K, dont les divisions doivent être transportées sur la ligne de foi de l'alidade, pour rendre l'usage de cet instrument aussi commode & aussi universel qu'il est possible, comme vous allez voir dans les problèmes suivans, après que nous aurons dit que cet instrument a, comme les autres, un genouil attaché au dessous du parallélogramme précédent, avec un pied pour le soutenir, & que ce parallélogramme qui doit être ajouté avec sa feuille de papier dans l'espace vuide EFGH peut être de laiton ; mais pour rendre l'instrument moins pesant, j'aimerois mieux le faire de bois de noyer ou de poirier.

PROBLEME I.

Mesurer un angle accessible sur la terre.
Pl. VI. Fig. 1.

Pour connoître la quantité de l'angle donné ABC , dont la pointe B est accessible sur la terre, coulez l'alidade de l'instrument universel le long de la ligne de conduite, & l'arrêtez lorsque son centre répondra précisément sur le centre L des degrés; & ayant appliqué le même centre L sur la pointe B de l'angle donné ABC , en sorte que la ligne de conduite BD réponde sur la ligne BC (ce qui arrivera lorsque regardant par les pinnules de la ligne de conduite LD , on verra l'extrémité C de la ligne BC); tournez l'alidade vers le point A , en sorte que par les pinnules vous voyiez ce point A , & alors la ligne de foi montrera sur le bord de l'instrument au point E le nombre des degrés de l'angle proposé ABC , en les comptant depuis D .

Pl. VI.
Fig. 1.

Autrement.

Si les degrés du demi-cercle n'étoient

136 USAGE DE L'INSTRUMENT
pas marqués sur l'instrument universel,
on ne laisseroit pas de pouvoir connoître
la quantité de l'angle proposé ABC ,
en tirant sur la surface de l'instrument
la droite LE le long de la ligne de foi,
lorsque l'alidade est tournée vers le point
 A , sans qu'il soit besoin que son centre
soit au milieu L de la ligne de conduite
 D , & en mesurant avec un rapporteur
la quantité de l'angle DLE , qui don-
nera celle du proposé ABC .

PROBLEME II.

Mesurer un angle inaccessible sur la terre.
Planche VI. Figure 2.

Pl. VI.
Fig. 2. **P**ROPOSONS l'angle inaccessible BAC ,
dont chaque ligne AB , AC puisse
être vue de loïn, autrement on ne pour-
roit pas mesurer cet angle. Choisissez sur
terre deux points commodes comme D ,
 E , qui doivent être proche de l'angle
 A , autant qu'il sera possible; enforte
que le point D soit en ligne droite avec
la ligne AC , & que pareillement le
point E soit en ligne droite avec la li-
gne AB , & imaginez-vous la ligne droi-
te DE , pour mesurer par le problème
précédent, la quantité des deux angles
accessibles

accessibles ADE , AED , dont la somme sera ôtée de 180 degrés, pour avoir au reste la valeur de l'angle proposé A .

Autrement.

Ayant placé l'instrument universel, en sorte que sa ligne de conduite réponde sur la ligne ED , & le centre e de l'alidade sur le point E , tournez l'alidade vers le point A , & tirez sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi la droite eF . Après cela coulez l'alidade le long de la ligne de conduite, & l'arrêtez au point d , éloigné du premier e , d'autant de parties égales que la ligne DE aura de toises, ou de pieds; & ayant transporté l'instrument universel à l'autre extrémité D de la ligne DE , en sorte que le centre d de l'alidade réponde sur cette extrémité D , & la ligne de conduite sur la ligne DE , tournez aussi l'alidade vers le point A , & tirez pareillement sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi, la droite dG , qui rencontrera la première eF en quelque point, comme en a , & mesurez avec un rapporteur, ou autrement, l'angle ead , qui est égal au proposé BAC .

M

Remarque.

Vous prendrez garde que le nombre des parties égales de la ligne de foi, qui seront comprises entre les deux points d, a , représente la longueur de la ligne DA , & que pareillement le nombre des parties égales de la ligne de foi, qui seront comprises entre les deux points e, a , le centre de l'alidade étant remis en e , donne la longueur de la ligne EA . Ainsi vous voyez que par cette seconde méthode on connoît trois choses à la fois, l'angle A , & les deux lignes AD, AE .

PROBLEME III.

Faire à un point donné d'une ligne donnée sur la terre, un angle d'autant de degrés que l'on voudra. Pl. VI. Fig. 1.

Pl. VI.
Fig. 1. **Q**U'IL faille tirer au point B de la ligne donnée BC sur la terre, une ligne qui fasse avec la même ligne BC , un angle de 50 degrés : par exemple. Ayant avancé le centre de l'alidade de l'instrument universel au centre L des degrés ; & ayant tourné l'alidade en sorte que la ligne de foi LE soit au

point E, de 50 degrés, en les comptant depuis D; appliquez l'instrument en sorte que le centre L réponde perpendiculairement sur le point donné B, & la ligne de conduite LD sur la ligne donnée BC, & faites planter un piquet sur terre en ligne droite avec la ligne de foi LE, comme en A; & alors s'imaginant sur terre la ligne droite AB, on aura l'angle ABC de 50 degrés, comme il étoit proposé.

PROBLEME IV.

Diviser un angle donné inaccessible sur la terre en deux également. Planche VI. Figure 2.

POUR diviser en deux également l'angle donné inaccessible sur la terre BAC, c'est-à-dire, pour tirer sur terre une ligne droite, laquelle étant prolongée divise cet angle donné BAC en deux angles égaux; choisissez sur terre deux points autant proches qu'il sera possible de l'angle A, comme DE, en sorte que le point D soit en ligne droite avec la ligne AC, & le point E en ligne droite avec l'autre ligne AB, de l'angle donné BAC, & mesurez exacte-

Mij

Pl. VI.
Fig. 2.

140 USAGE DE L'INSTRUMENT
ment la distance DE , qui soit, par exemple, de 200 pieds.

Cette préparation étant faite, arrêtez l'alidade de l'instrument universel en quelque point de la ligne de conduite, comme en e ; & ayant appliqué l'instrument en telle sorte, que ce point e réponde perpendiculairement sur le point E , & la ligne de conduite sur la ligne DE , tournez l'alidade vers le point A , & tirez sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi la droite eF . Après cela comptez sur la ligne de conduite 200 parties égales depuis e en d , pour les 200 pieds de la ligne DE ; & ayant posé le centre de l'alidade au point d , appliquez de nouveau l'instrument universel, en sorte que ce point d réponde sur le point D , & la ligne de conduite de sur la ligne DE , & tournez l'alidade vers le point A , pour tirer, comme auparavant, sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite dG , qui coupera la première eF en quelque point, comme en a , où se fait la représentation de l'angle donné A .

Enfin divisez en deux également l'angle $e ad$ par la droite ah ; & ayant pris sur la ligne DE la partie DH ,

d'autant de pieds que la partie dh contiendra de parties égales de la ligne de conduite, & ayant avancé le centre de l'alidade sur le point h , appliquez pour une troisième fois l'instrument universel, enforte que ce point h réponde sur le point H , & la ligne de conduite de sur la ligne DE , & tournez l'alidade vers le même point A , enforte que la ligne de foi couvre précisément la ligne ha ; & alors si vous faites planter sur terre plusieurs piquets qui soient en ligne droite avec la ligne de foi de l'alidade, ces piquets feront sur terre une ligne droite, laquelle étant prolongée divisera l'angle proposé BAC en deux également.

Remarque.

Si au lieu de diviser l'angle ead en deux également, on le divisoit en trois par deux lignes tirées de l'angle a , & que l'on travaillât pour chaque ligne comme nous avons fait pour la ligne ah , on diviseroit l'angle proposé BAC en trois parties égales. Ainsi on voit que par cette méthode on peut diviser un angle inaccessible sur la terre en autant de parties égales qu'on voudra.

PROBLEME V.

Diviser une ligne donnée inaccessible sur la terre en deux également. Planche VI. Figure 3.

Pl. VI.
Fig. 3. **P**OUR diviser en deux parties égales la ligne donnée AB , inaccessible sur la terre, choisissez à volonté deux points commodes sur la terre, comme D, E , qui doivent être autant proches de la ligne proposée AB qu'il sera possible, & dont la distance DE doit être connue exactement: nous la supposons ici de 200 pieds.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque point commode de la ligne de conduite, comme en d ; & ayant appliqué l'instrument en telle sorte que ce point d réponde sur l'extrémité D de la ligne DE , & la ligne de conduite sur la même ligne DE , tournez l'alidade successivement vers les extrémités A, B de la ligne donnée AB , & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les droites dF, dG .

Après cela prenez sur la ligne de conduite, depuis d en e 200 parties égales

pour les 200 pieds de la ligne DE ; & ayant appliqué l'instrument universel, enforte que ce point *e* réponde sur l'autre extrémité E de la ligne DE, & la ligne de conduite *de* sur la même ligne DE ; & ayant arrêté le centre de l'alidade au même point *e*, tournez comme auparavant l'alidade vers les extrémités A, B de la ligne donnée AB, & tirez sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi les droites *eH*, *eI*, qui couperont les deux premières DF, DG en deux points, comme *a*, *b*, par où vous tirerez la droite *ab*, que vous diviserez en deux également au point *o*.

Enfin tournez l'alidade, dont le centre doit toujours demeurer en *e* vers le point *o*, enforte que la ligne de foi soit sur ce point *o*, & faites planter sur terre plusieurs piquets en ligne droite avec la ligne de foi, & ces piquets feront sur terre une ligne droite, laquelle étant prolongée divisera la ligne proposée AB en deux parties égales.

Remarque.

Le nombre des parties égales de la ligne de foi qui se trouvent comprises entre les points *e*, *o*, représentant la dis-

tance du point E au point O, milieu de la ligne AB, on voit aisément que si on prend sur terre en ligne droite avec la ligne de foi, la ligne EO, d'autant de pieds que la ligne eo comprendra de parties égales, lorsque cela sera possible, on aura en O le point de milieu de la ligne proposée AB.

Si au lieu de diviser la ligne *ab* en deux également, on la divisoit en trois parties égales; par exemple, par deux points marqués entre ses deux extrémités *a*, *b*, & que l'on travaillât pour chaque point, comme nous avons fait pour le point *o*, on diviserait la ligne proposée AB en trois parties égales. Ainsi vous voyez que par cette méthode on peut diviser une ligne donnée inaccessible sur la terre en autant de parties égales que l'on voudra sans la connoître.



PROBLEME

PROBLEME VI.

Retrancher d'une ligne donnée inaccessible sur la terre une partie d'une grandeur donnée. Pl. VI. Fig. 3.

QU'il faille retrancher de la ligne Pl. VI. Fig. 3. donnée AB , inaccessible sur la terre, depuis A vers B , une partie qui soit, par exemple, de 50 pieds. Ayant choisi, comme auparavant, deux points commodes sur la terre, comme D, E , dont la distance DE sera supposée de 200 pieds; & ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque point de la ligne de conduite, comme en d , appliquez l'instrument en sorte que le point d réponde sur l'extrémité D de la ligne DE , & la ligne de conduite sur la même ligne DE , tournez l'alidade vers les extrémités A, B de la ligne donnée AB , pour tirer sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les rayons visuels dF, dG .

Après cela avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales, que vous compterez sur la ligne de conduite depuis d en e , pour les 200 pieds de la

N

Pl. VI. ligne DE, & ayant arrêté le centre de
 Fig. 3. l'alidade au point *e*, & l'instrument uni-
 versel étant appliqué en telle sorte que
 ce point *e* réponde sur l'autre extrémité
 E, de la ligne DE, & la ligne de con-
 duite *de* sur la même ligne DE, tour-
 nez l'alidade vers les mêmes extrémités
 A, B, de la ligne donnée AB, pour ti-
 rer pareillement sur la surface de l'instru-
 ment, le long de la ligne de foi, les rayons
 visuels *eH*, *eI*, qui rencontreront les
 premiers *dF*, *dG*, en *a* & en *b*, par
 où vous tirerez la droite *ab*, qui repré-
 sentera la ligne donnée AB sur la terre.

Cela étant fait, retranchez de la ligne
ab la partie *ao* de 50 parties égales prises
 sur la ligne de conduite *de*, pour les 50
 pieds que l'on veut retrancher de la li-
 gne proposée AB; & ayant tourné l'ali-
 dade vers le point *o*, enforte que la li-
 gne de foi tombe précisément sur ce point
o, faites planter sur terre plusieurs pi-
 quets qui soient en ligne droite avec
 la ligne de foi, & ces piquets feront une
 ligne droite, laquelle étant prolongée
 retranchera de la ligne donnée AB la
 partie AO de 50 pieds, comme il étoit
 proposé.

Remarque.

Lorsque la ligne donnée AB , sera accessible entre ses deux extrémités A, B , on pourra trouver le point O , éloigné de son extrémité A de 50 pieds, en comptant depuis E jusqu'à O , autant de pieds que la ligne eo comprendra de parties égales de la ligne de foi. Pl. VI.
Fig. 3.

Si on vouloit retrancher de la ligne proposée AB , plusieurs parties d'une grandeur donnée, il n'y auroit qu'à retrancher de la ligne ab autant de parties égales prises sur la ligne de conduite de , & travailler comme auparavant.

PROBLEME VII.

Prolonger une ligne donnée sur la terre ; quand il y a quelque empêchement.

Pl. VI. Fig. 4.

IL seroit facile par la vûe de prolonger la ligne donnée AB sur la terre au-delà du point B , si la muraille FD ne servoit d'obstacle. Dans ce cas, il suffira de trouver au-delà de la muraille FD deux points comme E, H , qui soient en ligne droite avec la ligne pro- Pl. VI.
Fig. 4.

N ij

Pl. VI. posée AB ; car ainsi on pourra prolonger à la vûe la droite EH , & par conséquent la ligne AB , aussi loin que l'on voudra.

Nous avons déjà résolu ce problème dans notre Géométrie pratique par le moyen du demi-cercle, ce que nous pourrions faire de même ici, parce que les degrés du demi-cercle sont aussi marqués sur notre instrument universel: mais nous le résoudrons autrement & plus facilement par le moyen des parties égales qui sont marquées sur la ligne de conduite & sur l'alidade, soit que la ligne proposée AB soit accessible ou inaccessible en cette sorte.

Ayant pris, comme dans les deux problèmes précédens, deux points à volonté sur terre, comme M, N , dont la distance MN soit, par exemple, de 200 pieds, & ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque point de sa ligne de conduite, comme en m , appliquez l'instrument en sorte que ce point m réponde sur l'extrémité M de la ligne MN , & la ligne de conduite sur la même ligne MN , & tournez l'alidade vers deux points commodes de la ligne AB , comme vers les points A & B , pour tirer sur la surface de l'instrument

ment le long de la ligne de foi les deux pl. VI.
rayons visuels mI, mK . Fig. 4.

Après cela, portez le centre de l'alidade depuis m en n , la partie mn de la ligne de conduite étant de 200 parties égales pour les 200 pieds de la ligne MN ; & ayant appliqué l'instrument universel en sorte que le point n réponde perpendiculairement sur l'autre extrémité N de la ligne MN , & la ligne de conduite mn sur la même ligne MN , tournez l'alidade vers les mêmes points A, B , pour tirer pareillement sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les deux autres rayons visuels nL, nP , qui couperont les deux premiers mI, mK en deux points, comme a, b , par où vous menerez la droite ab , que vous prolongerez au-delà de b autant qu'il vous plaira.

Après cela, choisissez sur la ligne ab prolongée deux points à discrétion un peu éloignés entr'eux, comme e, h ; & ayant avancé l'alidade vers e en sorte que la ligne de foi couvre ce point e , comptez en ligne droite depuis N jusqu'en E , autant de pieds que la ligne ne contiendra de parties égales de la ligne de foi: & ayant de la même façon avancé l'alidade en h , en sorte que la li-

N iij

Pl. VI. gne de foi tombe précisément sur ce
 Fig. 4. point *h*, comptez en ligne droite depuis
 N en H, autant de pieds que la partie
nh contiendra de parties égales de la
 ligne de foi; & les deux points E, H
 feront en ligne droite avec la ligne pro-
 posée A B.

PROBLEME VIII.

*Tirer par un point donné sur la terre à
 une ligne donnée accessible d'un côté une
 parallele.* Pl. VI. Fig. 5.

Pl. VI. **Q**UE la ligne donnée soit A B ac-
 Fig. 5. cessible vers A, & que le point
 donné soit C, par lequel il faille tirer à
 la ligne donnée A B une parallele. Ima-
 ginez vous une ligne droite tirée sur la
 terre par le point donné C, & par l'ex-
 trémité accessible A de la ligne A B.
 Mesurez (par Probl. I.) l'angle B A C,
 & faites (par Probl. II.) au point don-
 né C, l'angle F C G, égal au précédent
 B A G, par la ligne C F, qui sera pa-
 rallele à la proposée A B.

Autrement.

Ayant arrêté le centre de l'alidade de

l'instrument universel en quelque point de la ligne de conduite, comme en D, & l'instrument étant appliqué en telle sorte que ce point D réponde perpendiculairement à l'extrémité A de la ligne donnée AB, & la ligne de conduite sur la ligne AC, tournez l'alidade vers le point B, enforte que par les pinnules vous voyiez ce point B, qui est l'autre extrémité de la ligne donnée AB, & laissez l'alidade dans cette situation: ou bien parce qu'elle pourroit varier, tirez pour une plus grande sûreté sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite DE. Pl. VI.
Fig. 5.

Après cela appliquez de nouveau l'instrument universel, enforte que le point D réponde perpendiculairement sur le point donné C, & la ligne de conduite sur la ligne AC, & faites planter sur terre quelques piquets qui soient en ligne droite avec la ligne de foi de l'alidade arrêtée sur la ligne DE, & ces piquets feront sur terre une ligne droite CF, qui sera parallèle à la ligne donnée AB.

Remarque.

Si la ligne donnée AB étoit entièrement accessible, au lieu de tirer du point

N iiiij

Pl. VI.
Fig. 5.

donné C, par l'extrémité A, une ligne droite, on la pourroit tirer du même point donné C, par tel autre point que l'on voudroit de la ligne donnée AB, selon qu'il sembleroit plus commode, & travailler comme il vient d'être enseigné, en prenant cet autre point pour le point A.

PROBLEME IX.

Tirer par un point donné sur la terre à une ligne donnée inaccessible une parallèle. Pl. VI. Fig. 6.

Pl. VI.
Fig. 6.

QUE la ligne donnée inaccessible soit AB, & que le point donné soit C, par lequel il lui faille tirer une parallèle. Prenez à discrétion un point sur terre, comme D, par lequel & par le point donné C, il faut imaginer la ligne droite CD, & en mesurer exactement la grandeur, que nous supposerons de 100 pieds.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque point de la ligne de conduite, comme en *d*, & l'instrument universel étant appliqué en telle sorte que le centre *d* réponde sur le point

D, & la ligne de conduite sur la ligne CD, tournez l'alidade vers les extrémités A, B de la ligne donnée AB, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les droites dE , dF .

Après cela, transportez l'instrument vers le point donné C, & le centre de l'alidade, qui étoit en d , étant avancé en c de 100 parties égales de la ligne de conduite pour les 100 pieds que nous avons donnés à la ligne CD, appliquez l'instrument en sorte que le point c réponde sur le point donné C, & la ligne de conduite cd sur la ligne CD, & l'alidade étant pareillement tournée vers les mêmes extrémités A, B de la ligne donnée AB, tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les droites cL , cM , qui rencontreront les deux premières dE , dF en deux points, comme a , b , que vous joindrez si vous voulez par la droite ab .

Enfin faites planter sur terre plusieurs piquets qui soient en ligne droite avec les deux points a , b , & ces piquets feront la ligne droite GH, qui sera parallèle à la ligne donnée AB, & elle seroit celle qu'on cherche, si elle passoit par le point donné C; & comme elle

Pl. VI. n'en fera pas beaucoup éloignée, il ne
 Fig. 6. fera pas difficile de tirer par ce point C
 la droite IK, parallèle à la ligne GH;
 car ainsi elle fera aussi parallèle à la li-
 gne proposée AB.

PROBLEME X.

*Tirer par un point donné sur une ligne
 donnée accessible sur la terre une per-
 pendiculaire. Pl. VII. Fig. 7.*

Pl. VII.
 Fig. 7. **Q**UE la ligne donnée soit AB, &
 qu'il lui faille tirer par le point
 donné C une perpendiculaire. Faites
 (par Probl. III.) au point donné C,
 avec la ligne donnée AB, un angle de
 90 degrés, par la droite CD, qui sera
 perpendiculaire à la proposée AB.

PROBLEME XI.

*Tirer par un point donné hors d'une li-
 gne donnée accessible sur la terre une
 perpendiculaire. Planche VII. Fig. 7.*

Pl. VII.
 Fig. 7. **Q**UE la ligne donnée soit AB, & le
 point donné E, hors de cette li-
 gne, par lequel il lui faille tirer une per-
 pendiculaire. Ayant pris à discrétion un

point comme C sur la ligne donnée AB, Pl. VII.
 tirez-lui (par Probl. X.) par ce point Fig. 7.
 C la perpendiculaire indéfinie CD (par
 Probl. VIII.), tirez par le point donné
 E la droite EH, parallèle à la ligne CD,
 & cette droite EH fera perpendiculaire
 à la proposée AB.

PROBLEME XII.

*Tirer par un point donné hors d'une ligne
 donnée inaccessible sur la terre une per-
 pendiculaire. Pl. VII. Fig. 7.*

QUE la ligne donnée inaccessible
 soit AB, & qu'il lui faille tirer par Pl. VII.
 le point donné E une perpendiculaire. Fig. 7.
 Tirez (par Probl. IX.) par le point don-
 né E la droite FG parallèle à la ligne
 donnée AB, & (par Probl. X.), tirez
 par le même point donné E la droite
 EH perpendiculaire à la parallèle FG,
 & cette droite EH fera aussi perpendi-
 culaire à la ligne proposée AB.

Autrement.

Choisissez sur terre un point commo- Pl. VII.
 de, comme C, autant proche qu'il sera Fig. 8.
 possible de la ligne donnée AB, & éloi-

Pl. VII.
Fig. 8.

gné considérablement du point donné E; comme de 100 toises, enforte que la ligne CE soit de cette longueur, & arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en *c*, pour appliquer en premier lieu l'instrument universel, enforte que ce point *c* réponde perpendiculairement au point C, pris à discrétion sur la terre, & sa ligne de conduite sur la ligne CE. Après on tournera l'alidade vers les extrémités A B de la ligne donnée AB, & on tirera sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les rayons visuels *cF*, *cG*.

Après cela retirez le centre de l'alidade de 100 parties égales de la ligne de conduite pour les 100 toises de la ligne CE, depuis *c* en *e*, & appliquez de nouveau l'instrument en telle sorte que le point *e* réponde sur le point donné E, & la ligne de conduite *ce* sur la ligne CE, afin que l'alidade étant tournée vers les mêmes extrémités A, B de la ligne donnée AB, on puisse tirer sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les rayons visuels *eH*, *eI*, qui couperont les premiers *cF*, *cG* en deux points, comme *a*, *b*, par où vous tirerez la droite *ab*.

Enfin tirez du point e la droite eD Pl. VII.
 perpendiculaire à la ligne ab , & l'alida- Fig. 8.
 de étant avancée sur le point D , en sorte
 que la ligne de foi soit précisément sur la
 ligne eD , faites planter sur terre quel-
 ques piquets qui soient en ligne droite
 avec la ligne eD ou avec la ligne de
 foi, & ces piquets feront sur terre la li-
 gne droite EK perpendiculaire à la pro-
 posée AB .

PROBLEME XIII.

*Mesurer une ligne sur la terre, accessible
 des deux côtés.* Pl. VII. Fig. 9.

SI la ligne AB , que je suppose acces- Pl. VI.
 sible en A & en B , se pouvoit toute Fig. 9.
 parcourir, il seroit facile de la mesurer
 avec un cordeau ou avec une chaîne.
 Mais si on ne peut pas la parcourir en-
 tièrement, à cause de quelque précipice,
 ou de quelqu'autre empêchement qui
 se rencontreroit entre ses deux extrémi-
 tés A, B , alors on la pourra mesurer
 avec l'instrument universel en cette
 sorte.

Ayant choisi sur terre un point à vo-
 lonté, comme C , mesurez avec la chaî-
 ne, ou autrement, la quantité des deux

Pl. VII.
Fig. 9.

lignes CA, CB. Nous supposerons la ligne CA de 100 pieds, & la ligne CB de 120, & parce que ces deux lignes sont presque égales, il sera bon d'arrêter le centre de l'alidade de l'instrument universel environ au milieu de la ligne de conduite, comme, par exemple, au point *c*.

Cette préparation étant faite, appliquez l'instrument universel comme il vous plaira, pourvû que néanmoins le point *c* réponde perpendiculairement au point C; & ayant tourné l'alidade vers le point A, tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *ca*, longue de 100 parties égales de la ligne de foi pour les 100 pieds de la ligne CA.

Tournez aussi l'instrument vers le point B, sans en changer la situation, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *cb*, longue de 120 parties égales de la ligne de foi, pour les 120 pieds de la ligne CB. Après quoi si vous portez avec un compas, ou autrement, la distance des deux points *a*, *b* sur les parties égales de la ligne de foi ou bien de la ligne de conduite, vous y trouverez le nombre des pieds de la ligne proposée AB.

PROBLEME XIV.

*Mesurer une ligne sur la terre accessible
d'un côté. Pl. VI. Fig. 5.*

Pour mesurer sur terre la ligne AB , que je suppose accessible vers A , choisissez à volonté un point sur la terre un peu éloigné du point A , plus ou moins, selon la longueur de la ligne donnée AB , mais il vaudra mieux le prendre un peu éloigné que trop proche, pour empêcher que les rayons visuels ne se coupent trop obliquement sur la surface de l'instrument universel, comme H , & mesurez exactement la ligne AH , que nous supposerons de 200 pieds.

Pl. VI.
Fig. 5.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque point de la ligne de conduite, comme en D , & appliquez l'instrument en telle sorte que ce point D réponde sur l'extrémité A de la ligne donnée AB , & la ligne de conduite sur la ligne AH , après quoi l'alidade étant tournée vers l'autre extrémité B , de la ligne donnée AB , vous tirerez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite DE .

Pl. VI. Fig. 5. Après cela, avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite pour les 200 pieds de la ligne AH, depuis D en I, & l'instrument étant appliqué en sorte que le point I réponde sur le point H, & la ligne de conduite DI sur la ligne AH, tournez l'alidade vers la même extrémité B de la ligne donnée AB, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite HL qui coupera la première DE en quelque point, comme en K.

Enfin portez la longueur de la ligne DK sur la ligne de conduite DI pour sçavoir le nombre des parties égales qu'elle comprendra, & ce nombre donnera celui des pieds de la ligne donnée AB. Ou bien remettez le centre de l'alidade au point D; & l'alidade étant tournée vers le point B, en sorte que la ligne de foi tombe précisément sur la ligne DE, le point K vous montrera sur les parties égales de la ligne de foi le nombre des pieds de la ligne proposée AB, parce que cette ligne AB se trouve représentée sur la surface de l'instrument par la ligne DK.

PROBLEME

PROBLEME XV.

Mesurer une ligne inaccessible sur la terre.

Planche VII. Figure 8.

Pour mesurer sur terre la ligne inaccessible AB , choisissez à volonté deux points éloignés entr'eux autant que vous pourrez, & autant proches de la ligne à mesurer AB qu'il vous sera possible, afin que les rayons visuels se coupent moins obliquement, & de peur que leurs intersections ne se fassent hors du plan de l'instrument universel: comme C, E , dont la distance CE doit être exactement connue, comme de 200 toises; & ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en c , appliquez l'instrument en telle sorte que le point c réponde perpendiculairement sur le point C , & la ligne de conduite sur la ligne CE , & ayant tourné l'alidade vers les deux extrémités A, B de la ligne à mesurer AB , tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les deux rayons visuels cF, cG .

Après cela, faites une seconde sta-

O

Pl. VII.
Fig. 8.

tion, mais auparavant avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite pour les 200 toises de la ligne CE, depuis *c* en *e*, pour appliquer de nouveau l'instrument universel, en telle sorte que le point *e* réponde sur le point E, & la ligne de conduite *ec* sur la ligne EC, après quoi l'alidade étant pareillement tournée vers les mêmes extrémités A, B de la ligne donnée AB, on tirera sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les deux rayons visuels *eH*, *eI*, qui couperont les deux premiers *cF*, *cG* en deux points, comme *a*, *b*, dont la distance *ab* étant portée sur la ligne de conduite, donnera dans le nombre des parties égales qu'elle comprendra le nombre des toises de la ligne proposée AB.

Remarque.

En appliquant l'alidade sur les lignes *ea*, *eb*, on trouve sur les divisions de la ligne de foi la quantité des lignes EA, EB; & de même en appliquant l'alidade sur les lignes *ca*, *cb*, on trouve sur les mêmes divisions de la ligne de foi la quantité des lignes cA, cB. Ainsi vous voyez que par cette maniere

on peut mesurer sur terre plusieurs lignes à la fois. Pl.VII.
Fig. 8.

Si la ligne à mesurer étoit plus longue, comme AK , il faudroit prendre sur terre la ligne CE aussi plus grande à proportion, pour éviter la trop grande obliquité des rayons visuels, & pour empêcher qu'ils ne se coupent hors de la surface de l'instrument universel.

Or comme dans ce cas il pourroit arriver que la ligne CE contiendrait plus de pieds ou de toises, que la ligne de conduite ce ne contiendrait de parties, ou que le point e de la seconde station se trouveroit trop proche de l'extrémité de la ligne de conduite, ce qui pourroit empêcher les rayons visuels de s'entrecouper sur la surface de l'instrument; il vaudra mieux mesurer la grande ligne AK en deux fois, sçavoir, en mesurant séparément les parties AB , BK . Voilà ce que nous croyons le plus commode dans la pratique, laissant à chacun la liberté de travailler comme il entendra.

Si de chacun des deux points de station C, E , on ne pouvoit pas voir les deux extrémités A, B de la ligne à mesurer AB ; comme si du point C on ne pouvoit voir que l'extrémité A , & que du

Oij

Pl. VII.
Fig. 8. point E, on ne pût voir que l'autre extrémité B, alors on mesurera (par Probl. XIV.) les lignes CA, EB; & ayant pris la ligne *ca* d'autant de parties égales de la ligne de foi que la ligne CA contiendra de toises, & pareillement la ligne *eb* d'autant de parties égales de la ligne de foi que la ligne EB contiendra de toises, on aura, comme auparavant, les deux points *a, b*, dont la distance étant portée sur la ligne de conduite ou sur la ligne de foi, fera connoître dans le nombre des parties égales qu'elle comprendra la quantité de la ligne proposée AB.

Pl. VII.
Fig. 10. Lorsqu'il sera permis de faire une station en ligne droite avec la ligne à mesurer AB, comme en C, on pourra mesurer cette ligne inaccessible AB plus facilement en cette sorte.

Ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque lieu de la ligne de conduite, comme en *c*, & ayant choisi sur terre un point à volonté, comme D, éloigné du point C d'une quantité considérable & proportionnée à la longueur de toute la ligne CB, comme de 200 toises; appliquez l'instrument universel en sorte que le point *c* réponde perpendiculairement sur le point

C, & la ligne de conduite sur la ligne Pl. VII.
CD; & ayant tourné l'alidade vers le Fig. 10.
point B, en sorte que par les pinnules on
voie tout le long de la ligne proposée
AB, tirez sur la surface de l'instrument,
le long de la ligne de foi, la droite CE.

Après cela transportez votre instru-
ment vers D, après avoir avancé le cen-
tre de l'alidade de 200 parties égales de
la ligne de conduite, depuis *c* en *d*, pour
les 200 toises de la ligne CD, & appli-
quez l'instrument en telle sorte que le
point *d* réponde sur le point D, & la
ligne de conduite sur la ligne CD, afin
que l'alidade étant tournée vers les deux
extrémités A, B de la ligne à mesurer
AB, vous tiriez sur la surface de l'instru-
ment, le long de la ligne de foi, les droi-
tes *dF*, *dG*, qui rencontreront la pre-
miere *cE* en deux points, comme *a*, *b*,
dont la distance *ab* étant portée sur la
ligne de conduite *cd*, fera connoître par
le nombre des parties égales qu'elle com-
prendra le nombre des toises de la ligne
proposée AB.



PROBLEME XVI.

Mesurer sur la terre une ligne accessible inclinée à l'horison. Pl. VII. Fig. 11.

Pl. VII.
Fig. 11. **L**A ligne AB représente le penchant d'une colline, & on la suppose accessible vers A , enforte que quand on aura fait vis-à-vis deux stations aux points C, D , dont le premier C doit être un peu éloigné de la ligne à mesurer AB , & le second D , autant proche de la même ligne donnée AB qu'il sera possible, on puisse mesurer avec la chaîne, ou autrement, les lignes CA, DA , dont la première CA sera supposée de 200 toises, & la seconde DA de 10, pour avoir CD de 190.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en d , & l'instrument étant appliqué en telle sorte que ce point d réponde sur le point D , & la ligne de conduite sur la ligne $CD A$, & de plus que l'instrument soit élevé à angles droits sur l'horison, & l'alidade étant tournée vers l'extrémité B de la ligne à mesurer AB , tirez sur la surface

de l'instrument, le long de la ligne de
 foi, le rayon visuel dE . Pl.VII.
Fig. II.

Après cela avancez le centre de l'alidade de 190 parties égales, depuis d en c , pour les 190 toises de la ligne CD , & le centre de l'alidade étant arrêté en c , appliquez de nouveau l'instrument universel, en sorte que ce point c réponde sur le point C , & la ligne de conduite sur la ligne CD , & de plus que l'instrument soit élevé à plomb sur le plan de l'horison, parce que la ligne CDA est supposée horizontale, c'est-à-dire parallèle à l'horison, afin que l'alidade étant tournée vers la même extrémité B de la ligne à mesurer AB , on tire sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, le rayon visuel cF , qui rencontrera le premier dF en quelque point, comme en b .

Enfin prenez sur la ligne de conduite cd la ligne da de 10 parties égales pour les 10 toises de la ligne DA , & transportez la distance des deux points a, b sur la même ligne de conduite cd , pour avoir dans le nombre des parties égales qu'elle comprendra le nombre des toises de la ligne proposée AB .

Remarque.

Pl. VII. Lorsque la ligne des stations CD sera
 Fig. 17. horifontale, comme dans cette figure, la ligne de conduite doit être dans chaque station $^{\circ}$ parallele à l'horifon, afin qu'elle soit aussi parallelle à la ligne CD , ce qui doit toujours être ainsi.

Si la ligne à mesurer AB étoit inaccessible, ce qui empêcheroit de pouvoir connoître avec la chaîne la quantité des lignes CA , DA , il faudroit mesurer ces lignes CA , DA , comme il a été enseigné au Probl. XIV. pour achever le reste comme il vient d'être dit.

PROBLEME XVII.

Mesurer une hauteur accessible. Pl. VIII.
 Figure 12.

Pl. VIII. **P**OUR mesurer la hauteur AB , que je
 Fig. 12. suppose accessible, & dans un terrain égal & parallelle à l'horifon, faites sur ce terrain une station en quelque lieu commode un peu éloigné de la hauteur AB , comme C , & mesurez avec un cordeau ou autrement la ligne BC , que nous supposons de 200 pieds.

Cette

Cette préparation étant faite , arrêtez Pl. VIII.
le centre de l'alidade de l'instrument uni- Fig. 12.
versel au point c , éloigné de l'extrémité
 b de la ligne de conduite cb de 200
parties égales , pour les 200 pieds de la
ligne BC , & appliquez l'instrument en-
fente que le point c réponde sur le point
 C , & la ligne de conduite cb sur la li-
gne CB , & de plus que le plan de l'inf-
trument soit perpendiculaire à l'horison,
& la ligne de conduite cb , parallele au
même horison , & par conséquent à la li-
gne CB , qui est supposée aussi parallele
à l'horison.

Après cela , l'alidade étant tournée
vers le sommet A , enfente que par les
pinnules vous voyiez ce sommet A , ti-
rez sur la surface de l'instrument, le long
de la ligne de foi, la droite ca qui don-
nera le point a sur le côté perpendicu-
laire de l'instrument, & portez la ligne
 ba sur la ligne cb , pour connoître le
nombre des parties égales de cette ligne
 ba , & ce nombre fera connoître la hau-
teur AB qu'on cherche.

Remarque.

Pour faire que cette méthode réussisse
toujours, il faut être éloigné de la hau-

P

Pl. VIII.

Fig. 12.

teur AB , d'une quantité un peu plus grande que cette hauteur, c'est-à-dire, que la ligne BC doit être plus grande que la hauteur AB ; autrement la ligne *cane* couperoit le côté perpendiculaire bD qu'au dehors de l'instrument, de sorte qu'on ne pourroit pas avoir le point a , ce qui empêcheroit de pouvoir connoître sans calcul la hauteur AB .

Si la ligne BC n'étoit pas horifontale, enforte que l'angle ABC ne fût pas droit, la méthode précédente ne pourroit plus servir, & alors il faudroit mesurer la hauteur AB , en faisant deux stations, par une méthode tout-à-fait semblable à celle dont nous nous sommes servi au Problème XVI. pour mesurer une ligne inclinée.

PROBLEME XVIII.

Mesurer une hauteur inaccessible.

Pl. VIII. Fig. 13.

Pl. VIII.

Fig. 13.

Quoique la hauteur AB soit inaccessible, néanmoins si sa base B est visible, & que le terrain sur lequel on fait sa station en quelque point commode, comme en D , soit au niveau de la base B , enforte que l'angle ABD soit droit,

on pourra mesurer cette hauteur AB Pl. VIII.
 comme si elle étoit accessible, parce que Fig. 13.
 la ligne BD se pourra mesurer (par
 Probl. XIV.), & la hauteur AB (par
 Probl. XVII.)

Mais si la base B de la hauteur à mesurer AB , n'est pas visible, comme si le point A représentoit le sommet d'une montagne, ou d'une tour environnée de maisons, alors on ne pourra pas mesurer la ligne DB par les méthodes précédentes, parce que son extrémité B ne sera pas visible, & on aura besoin de deux stations qui soient en ligne droite & au niveau de la base B , pour mesurer la hauteur AB en cette sorte.

Ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque lieu commode de la ligne de conduite, comme en c , & ayant choisi sur le niveau de la campagne deux points qui soient en ligne droite avec la base B de la hauteur à mesurer AB , (ce qui sera facile, bien que cette base B ne soit pas visible) comme C, D , qui doivent être un peu éloignés entr'eux, comme de 200 pieds, plus ou moins, selon que la hauteur AB fera plus grande ou plus petite; élevez à plomb l'instrument universel, en sorte que le point c réponde perpen-

Pl. VIII. Fig. 13. Perpendiculairement sur le point C, & que la ligne de conduite soit parallele à la ligne BC, & l'alidade étant tournée vers le sommet A, tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite CE.

Après cela avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite, depuis *c* en *d*, pour les 200 pieds de la ligne CD, & ayant élevé à plomb l'instrument universel, enforte que le point *d* réponde perpendiculairement sur le point D, & que la ligne de conduite *cd* soit parallele à la ligne CD, tournez l'alidade vers le sommet A, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *dF* qui coupera la premiere *cE* en quelque point, comme en *a*.

Enfin mettant un pied du compas sur le point *a*, décrivez de ce point *a* comme d'un centre, un arc de cercle, qui touche & rase la ligne de conduite *cd*, & portez l'ouverture du compas sur la même ligne de conduite *cd*, pour sçavoir de combien de parties égales sera cette ouverture, parce que d'autant de pieds sera la hauteur proposée AB.

Remarque.

Comme l'instrument universel est toujours élevé au-dessus de la terre de 3 ou de 4 pieds, étant soutenu par un pied qui est à peu près de cette hauteur, il est bien évident que la hauteur que l'on trouve, ne se prenant que depuis la ligne de conduite, qui est aussi élevée au-dessus de la terre d'environ 3 ou 4 pieds, est d'autant moindre que celle que l'on cherche, & qu'ainsi on lui doit ajouter ces 3 ou 4 pieds, pour avoir toute la hauteur proposée au-dessus de la terre.

PROBLEME XIX.

Mesurer d'en-haut une ligne inaccessible.

Planche VIII. Figure 14.

PRemierement, si la ligne inaccessible est horisontale, comme AB , au pied de laquelle il y ait une tour AC , en sorte que l'angle BAC soit droit, on pourra aisément mesurer cette ligne AB par une seule station faite au sommet C de la hauteur AC , qui doit être connue; ce qui sera facile; sçavoir, en faisant descendre un filet avec un plomb jusqu'à

P iij

Pl. VIII. ce qu'il rencontre la terre, & en mesu-
 Fig. 14. rant la longueur de ce filet, laquelle don-
 nera la hauteur AC , que nous suppo-
 sons de 100 pieds, par le moyen de la-
 quelle on mesurera la ligne proposée AB
 en cette sorte.

Ayant arrêté le centre de l'alidade de
 l'instrument universel au point c , éloi-
 gné de l'extrémité a de la ligne de con-
 duite ac , de 100 parties égales, pour les
 100 pieds de la hauteur AC , élevez à
 plomb l'instrument universel, en sorte
 que le point c réponde au point C , &
 que la ligne de conduite ac soit en ligne
 droite avec la hauteur AC , & tournez
 l'alidade vers l'extrémité B de la ligne à
 mesurer AB , & tirez sur la surface de
 l'instrument, le long de la ligne de foi,
 la droite cb qui donnera le point b sur
 le côté aD parallele à l'horifon & à la
 ligne AB .

Enfin portez la longueur de la ligne
 ab sur la ligne de conduite ac , & le
 nombre des parties égales qui se trouve-
 ront comprises dans cette longueur, don-
 nera le nombre des pieds de la ligne pro-
 posée AB .

Il peut arriver que la ligne cb cou-
 pera le côté aD au-dehors de l'instru-
 ment; sçavoir, lorsque la ligne à mesu-

rer AB fera bien grande à l'égard de la hauteur AC , ce qui empêchera de pouvoir avoir le point b sur ce côté aD , & par conséquent de pouvoir connoître sans calcul la ligne proposée AB . Dans ce cas on mesurera cette ligne AB par deux stations faites dans la hauteur AC , par un méthode tout-à-fait semblable à celle que nous allons enseigner pour mesurer la même ligne AB , quand elle n'est pas horizontale; c'est-à-dire, lorsque l'angle BAC n'est pas droit, ce qui arrive presque toujours.

Si la hauteur AC n'est pas précisément à l'extrémité de la ligne horizontale à mesurer, comme seroit EB , on appliquera l'instrument universel comme auparavant, pour tirer sur la surface de l'instrument, non-seulement la ligne cb , mais encore la ligne ce , lorsque l'alidade sera tournée vers l'autre extrémité E de la ligne à mesurer EB . Après quoi on portera la longueur de la ligne eb sur la ligne de conduite ac , & le nombre des parties égales qu'elle comprendra sera le nombre des pieds de la ligne proposée EB .

Secondement, si la ligne à mesurer n'est pas horizontale, mais inclinée à l'horizon, comme EB , on la mesurera par

P iiiij

Pl. VIII. deux stations, que l'on fera dans la
 Fig. 15. hauteur AC , comme C, D , dont la dif-
 fance CD , qui doit être autant grande
 que l'on pourra, sera ici supposée de 100
 pieds, après quoi on travaillera en cette
 sorte.

Ayant arrêté le centre de l'alidade en
 quelque lieu commode de la ligne de
 conduite de l'instrument universel, com-
 me en d , il faut élever à plomb l'instru-
 ment, en sorte que ce point d convien-
 ne avec le point D , & la ligne de con-
 duite avec la hauteur AD , & l'alidade
 étant tournée vers les deux extrémités
 E, B de la ligne à mesurer EB , tirez
 sur la surface l'instrument, le long de
 la ligne de foi, les droites dF, dG .

Après cela avancez le centre de l'a-
 lidade de 100 parties égales de la ligne
 de conduite, depuis d en c , pour les
 100 pieds de la ligne CD : & ayant fait
 une seconde station en C , en sorte que
 le point c convienne avec le point C ,
 & la ligne de conduite cd avec la ligne
 CD , tournez l'alidade vers les mêmes
 extrémités E, B , de la ligne donnée EB ,
 & tirez sur la surface de l'instrument, le
 long de la ligne de foi, les droites $cH,$
 cI , qui couperont les deux premières
 dF, dG en deux points, comme e, b .

Enfin portez la distance des deux points e, b , sur la ligne de conduite, ou bien sur la ligne de foi, pour sçavoir le nombre des parties égales de cette distance eb , & ce nombre fera connoître le nombre des pieds de la ligne proposée $E B$.

Corollaire.

C'est de la même maniere que l'on mesurera une ligne verticale ou une hauteur, lorsqu'on verra les deux extrémités, c'est-à-dire, le sommet & la base: & comme il se peut faire qu'on n'en verra que le sommet, alors on la mesurera comme nous allons enseigner dans le Problème suivant, après avoir dit que la méthode précédente suppose que la hauteur AC , & la ligne à mesurer EB , sont dans un même plan.

PROBLEME XX.

Mesurer d'en-haut une hauteur inaccessible.

Planche IX. Figure 16.

Pour mesurer de la hauteur AC la hauteur inaccessible EB , dont le sommet B est supposé seulement visible, (autrement cette hauteur EB se pourroit

Pl. IX. mesurer comme il a été enseigné au Problème XIX.) on choisira sur la hauteur AC deux points commodes pour y faire deux stations, comme C, D , dont la distance CD doit être exactement connue, comme de 100 pieds, aussi bien que la hauteur AD que nous supposerons de 50 pieds. Cette hauteur se connoîtra par le moyen d'un filet avec un plomb que l'on fera descendre depuis le point D jusqu'à ce qu'il rencontre la terre : car la longueur de ce filet fera connoître la hauteur AD , comme nous avons déjà dit ailleurs.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel au point d , éloigné de l'extrémité a de la ligne de conduite de 50 parties égales, pour les 50 pieds de la hauteur AD ; & ayant élevé à plomb l'instrument universel en sorte que le point d convienne avec le point D , & la ligne de conduite ad avec la hauteur AD , & l'alidade étant tournée vers le sommet B de la hauteur à mesurer EB , tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite dH .

Après cela changez, comme à l'ordinaire, le centre de l'alidade, en le haut, faisant depuis d en c , en sorte que cd soit

de 100 parties égales pour les 100 pieds Pl. IX.
 de la ligne CD , & le centre de l'ali- Fig. 16.
 dade étant arrêté en c , & l'instrument
 universel étant élevé à plomb, enforte
 que le point c convienne avec le point C ,
 & la ligne de conduite ac avec la hau-
 teur AC , tournez l'alidade vers la mê-
 me extrémité E , de la hauteur à mesurer
 EB , & tirez sur la surface de l'instrument,
 le long de la ligne foi, la droite cF qui
 coupera la dernière dH en quelque
 point, comme en b .

Enfin mettez la pointe d'un compas
 au point b pour en décrire avec l'autre
 pointe un arc de cercle, qui rase le cô-
 té ag , qui est perpendiculaire à la ligne
 de conduite ac , & portez l'ouverture
 du compas sur la même ligne ac , & le
 nombre des parties égales qui se trou-
 veront comprises dans cette ouverture,
 donnera le nombre des pieds de la ligne
 proposée EB .

Remarque.

Si vous voulez sçavoir la distance AE
 des deux hauteurs AC , EB , décrivez
 du même point b un arc de cercle qui
 rase la ligne de conduite ac , & portez
 l'ouverture du compas sur la même ligne

180 USAGE DE L'INSTRUMENT
de conduite ac , & le nombre des parties égales qui se trouveront comprises dans cette ouverture, donnera le nombre des pieds de la distance AE qu'on cherche.

P R O B L E M E X X I.

Mesurer une profondeur. Planche IX.
Figure 17.

Pl. IX.
Fig. 17. **P**our mesurer la profondeur AB du fossé $BCDE$, choisissez sur terre deux points commodes, comme F , G qui doivent être de niveau, & dont le premier F doit être autant proche du point B , & le dernier G autant éloigné du même point B , qu'il sera possible, pour y faire deux stations, ce qui ne seroit pas nécessaire si on sçavoit la largeur CD du fossé; mais comme on la suppose ici inconnue, il faudra faire deux stations aux points F , G , dont la distance FG sera ici supposée de 60 pieds; après quoi on cherchera premièrement la ligne BO ou la hauteur de l'œil par dessus le fond du fossé en cette sorte.

Arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en f

& ayant élevé à plomb l'instrument universel, en sorte que le point *f* réponde perpendiculairement sur le point *F*, & la ligne de conduite sur la ligne *FG*, tournez l'alidade vers le point *B*, en sorte que par les pinnules on voye ce point, & tirez sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi la droite *fH*. Pl. IX
Fig. 17.

Après cela, avancez le centre de l'alidade de 60 parties égales de la ligne de conduite depuis *f* en *g*, pour les 60 pieds de la ligne *FG*, & le centre de l'alidade étant arrêté en *g*, & l'instrument universel étant élevé à plomb, en sorte que le point *g* réponde sur le point *G*, & la ligne de conduite *fg* sur la ligne *FG*, tournez l'alidade vers le même point *B*, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *gl* qui rencontrera la première *FH* en un point, comme *b*.

Enfin mettant la pointe du compas au point *b*, décrivez de ce point *b* un arc de cercle qui rase la ligne de conduite *fg*, & portez la même ouverture du compas sur la même ligne de conduite *fg*, pour sçavoir de combien de parties égales fera cette ouverture, & ce nombre donnera le nombre des pieds de la ligne *BO*, de laquelle ôtant la longueur *AO* ou la hauteur

PL. IX. de l'œil au-dessus du point B, laquelle ne
 Fig. 17. peut être que de 3 ou de 4 pieds, le reste
 donnera le nombre des pieds de la
 profondeur A B qu'on cherche.

Remarque.

Si vous voulez sçavoir la longueur de
 la ligne A D qui est égale à la largeur
 CD du fossé, moins le talud A C, dé-
 crivez du même point *b* un arc de cercle
 qui rase la ligne perpendiculaire *g K*, &
 portez l'ouverture du compas sur la ligne
 de conduite *f g* pour avoir dans le nom-
 bre des parties égales qu'elle compren-
 dra le nombre des pieds de toute la li-
 gne A G, de laquelle ôtant les 60 pieds
 de la ligne F G, & encore les pieds de la
 petite partie D F, le reste donnera le
 nombre des pieds de la ligne A D, la-
 quelle est aussi égale à la largeur intérieu-
 re B E du fossé, plus le talud A C.



PROBLEME XXII.

Tracer un Plan sur la terre. Planche IX.

Figure 18.

Pour tracer un plan sur la terre, c'est-à-dire, pour décrire sur la terre un plan qui soit semblable à un plan décrit sur le papier comme *b c d e*, attachez ce plan *b c d e* sur la surface de l'instrument universel; & ayant choisi un point commode sur le terrain, que je suppose liblé & délivré de tout empêchement, comme *A*, faites ainsi. Pl. IX.
Fig. 18.

Ayant arrêté le centre de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en *a*, & l'instrument universel étant appliqué horizontalement en telle sorte que le point *a* réponde perpendiculairement sur le point *A*, & que la ligne de conduite soit tournée à droite ou à gauche, selon que vous trouverez à propos, afin que le plan proposé *b c d e* se puisse tracer sur la terre du côté qu'il vous plaira; arrêtez l'instrument universel dans cette situation, & faites ainsi.

Tournez l'alidade vers un des angles du plan proposé *b c d e*, comme vers

Pl. IX. l'angle b , en sorte que la ligne de foi
 Fig. 18. tombe exactement sur cet angle b , &
 voyez sur les divisions de la même ligne
 de foi, de combien de parties égales ce
 point b est éloigné du point a , pour
 compter sur la terre en ligne droite au-
 tant de pieds depuis A jusques en B, &
 le point B représentera le point b du plan
 proposé $bcd e$.

Tournez ensuite l'alidade vers l'autre
 angle c , & travaillez pour cet angle C,
 comme il a été fait pour l'angle b , pour
 avoir de la même façon sur terre la re-
 présentation de l'angle c en C, où vous
 ferez planter un piquet. Et si vous en
 faites autant pour les autres angles d ,
 e , vous aurez sur terre leurs représenta-
 tions aux points D, E, & le plan propo-
 sé $bcd e$ se trouvera tracé sur la terre
 & représenté par le plan BCDE.

Remarque.

Si le lieu où l'on veut tracer le plan
 est empêché, comme si on vouloit tra-
 cer une fortification autour d'une Ville,
 il faudroit connoître les angles & les cô-
 tés du plan proposé, & faire sur terre
 les mêmes angles, (par Probl. III) &
 prendre

prendre les côtés d'autant de toises sur la terre qu'ils auront été trouvés sur le papier.

PROBLEME XXIII.

Lever le plan d'une place accessible sur la terre. Planche IX. Fig. 18.

PAR une opération contraire à celle du problème précédent, on levera aisément un plan sur la terre, quand il sera accessible, & qu'on pourra le voir & aller au-dedans, comme BCDE, en choisissant, comme auparavant, un point commode sur terre, comme A, & en appliquant l'instrument universel, comme il a été dit, après quoi on travaillera en cette sorte. Pl. IX.
Fig. 18.

Tournez l'alidade vers les angles du plan proposé BCDE, comme vers l'angle B, en sorte que par les pinnules vous voyez cet angle B, & marquez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, le point *b*, éloigné du centre *a*, d'autant de parties égales de la ligne de foi que l'angle B sera éloigné du point A, & ce point *b* sur l'instrument sera la représentation du point B sur la terre.

Q

Pl. IX. Tournez ensuite l'alidade vers l'un des
 Fig. 18. autres angles du plan proposé $BCDE$,
 comme vers l'angle E , & travaillez pour
 cet angle E , comme il a été fait pour
 l'angle B , & vous aurez sur la surface
 de l'instrument universel la représenta-
 tion de l'angle E en e ; & si vous en fai-
 tes autant pour les autres angles D, C ,
 vous aurez leurs représentations d, c , &
 le plan proposé $BCDE$ se trouvera re-
 présenté sur l'instrument par le petit plan
 semblable $bcd e$.



PROBLEME XXIV.

Lever le plan d'une place inaccessible sur la terre. Planche IX. Fig. 19.

Pour lever le plan inaccessible CDEF, Pl. IX. c'est-à-dire pour décrire sur le papier Fig. 19. un plan plus petit & semblable au proposé CDEF, qui est supposé inaccessible, attachez le papier sur la surface de l'instrument universel au-dessous de l'alidade; & ayant choisi sur terre deux points commodes, comme A, B, qui doivent être autant proches du plan proposé CDEF qu'il sera possible, & autant éloignés entr'eux que vous pourrez, comme de 200 toises, faites ainsi.

Ayant arrêté le centre de l'alidade en quelque point de la ligne de conduite, comme en *a*, & ayant appliqué horizontalement l'instrument universel en telle sorte que le point *a* réponde perpendiculairement sur le point A, & la ligne de conduite sur la ligne AB, tournez successivement l'alidade vers les angles C, D, E, F du plan proposé CDEF, & tirez sur le papier appliqué au-dessous de l'alidade, le long de la ligne de foi

Q ij

188 USAGE DE L'INSTRUMENT, &c.
Pl. IX. de la même alidade, les rayons visuels
Fig. 19. a_1, a_2, a_3, a_4 .

Après cela avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite de a en b pour les 200 toises de la ligne AB , & le centre de l'alidade étant arrêté en b , & l'instrument universel étant appliqué en telle sorte que le point b réponde sur le point B , & la ligne de conduite ab sur la ligne AB , tournez pareillement l'alidade vers les angles C, D, E, F du plan proposé $CDEF$, & tirez sur le papier, le long de la ligne de foi, les rayons visuels b_5, b_6, b_7, b_8 , qui rencontreront les premiers a_1, a_2, a_3, a_4 en des points, comme c, d, e, f , que vous joindrez par des lignes droites, pour avoir sur le papier le plan $cdef$ plus petit, mais semblable au proposé $CDEF$.

Fin de l'usage de l'Instrument universel.





TRAITÉ DE LA DIVISION DES CHAMPS.

LA division des champs sert pour partager une piece de terre entre deux ou plusieurs personnes, en sorte que chacune en ait une portion égale, ou telle autre partie que l'on voudra. Pour procéder par ordre, nous commencerons par le triangle, qui est la premiere des figures, pour aller ensuite aux figures de quatre côtés, & après aux polygones, comme vous allez voir dans les chapitres suivans.



CHAPITRE I.

De la division des Triangles.

PROBLEME I.

Diviser le triangle donné ABC en autant de parties égales qu'on voudra, par des lignes tirées de l'angle donné A. Pl. X. Figure 1.

Pl. X. Fig. 1. **S**I vous voulez le diviser en trois triangles égaux, par exemple, divisez le côté BC opposé à l'angle A en trois parties égales aux points D, E, & menez les droites AD, AE, & les trois triangles BAD, DAE, EAC seront égaux (par la 38. du 1.).

Remarque.

Il est évident (par la 1. du 6.) que si on vouloit diviser le triangle donné ABC en plusieurs parties, inégales selon une raison donnée, il faudroit diviser le côté BC, selon cette même raison, en autant de parties inégales.

PROBLEME II.

Diviser le triangle donné ABC en autant de parties égales qu'on voudra par des lignes paralleles au côté BC.
Pl. X. Fig. 2.

SI vous le voulez diviser en trois parties égales, par exemple, divisez l'un des deux autres côtés AB, AC, comme AC, en trois également aux deux points D, E, & coupez le même côté AC aux deux points F, G, enforte que la partie AF soit moyenne proportionnelle entre AC & CD, & la partie AG moyenne proportionnelle entre AC & CE. Après cela tirez par les deux points F, G au côté BC les paralleles FH, GI, lesquelles diviseront le triangle proposé ABC en trois parties égales. Pl. X.
Fig. 2.

Demonstration.

Car puisque les deux triangles AHF, ABC sont semblables, ils sont dans la raison des quarrés AF, AC, qui est la même que celle des lignes CD, AC, à cause des trois proportionnelles GD, AF, AC; & parce que CD est le tiers de

Pl. X. AC , le triangle AHF est aussi le tiers du
Fig. 2. triangle ABC .

Pareillement de ce que les triangles AIG , ABC sont semblables, ils sont dans la raison des quarrés AG , AC , qui est la même que celle des lignes CE , AC , à cause des trois proportionnelles CE , AG , AC , & parce que CE est les deux tiers de AC , le triangle AIG est aussi les deux tiers du triangle ABC . D'où il est aisé de conclure que les deux trapézoïdes $BIGC$, $HIGF$ sont chacun le tiers du même triangle ABC , & qu'ainsi le triangle proposé ABC est divisé en trois parties égales par les deux lignes GI , FH , qui sont paralleles au côté BC . *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

Si on vouloit diviser le triangle ABC en deux fois plus de parties, il faudroit diviser en deux également le triangle AHF par une ligne parallele au côté HF , comme il vient d'être enseigné, & aussi en deux également chacun des deux trapézoïdes $HIGF$, $IBCG$, par une ligne parallele au côté IG , comme il sera enseigné au *Problème X*, Chapitre II.

PROBLEME

PROBLEME III.

Diviser en deux également le triangle ABC, par une ligne perpendiculaire au côté AB. Planche X. Figure 3.

Ayant divisé le côté AB en E, en- Pl. X.
 forte que le carré BE soit égal à Fig. 3.
 la moitié du rectangle sous le côté AB,
 & le segment BD terminé par la per-
 pendiculaire CD, tirez du point E au
 côté AB la perpendiculaire EF, qui di-
 visera en deux également le triangle pro-
 posé ABC.

Démonstration.

Dans les triangles semblables CDB, FEB, on a cette analogie $BD, CD :: BE, EF$; c'est pourquoi si aux deux premiers termes BD, CD, on donne la hauteur commune AB, & aux deux derniers la hauteur commune BE, on aura celle-ci $ABD, ABCD :: \overline{BE}, BEF$, où l'on voit que puisque le rectangle ABD est double du carré BE, il faut que le rectangle ABCD soit aussi double du rectangle BEF; & en prenant leurs moitiés, on connoîtra que le triangle

R

Pl. X. ABC est double du triangle FEB . Ce
Fig. 3. qu'il falloit faire & démontrer.

Pour trouver le point E , divisez le segment BD en deux également au point G , & tirez par ce point G au même segment BD la perpendiculaire GH , qui sera terminée en H par un demi-cercle décrit à l'entour du côté AB , & il n'y aura plus qu'à faire BE égale à BH , dont le carré ou le rectangle ABG est bien la moitié du rectangle ABD .

Remarque.

On peut de la même façon diviser le triangle donné ABC , en autant de parties égales qu'on voudra, par des lignes perpendiculaires au côté AB : comme si on le vouloit diviser, par exemple, en trois parties égales, il faudroit premièrement prendre la ligne BG , égale au tiers du segment BD , pour avoir le carré BE , égal au tiers du rectangle ABD , & par conséquent le triangle BEF égal au tiers du proposé ABC . Il faudroit ensuite prendre la ligne BG égale aux deux tiers du segment BD , &c. Mais il ne faut pas que le point F tombe au-delà du point C .

PROBLEME IV.

Diviser le triangle donné ABC en deux également par une ligne tirée du point donné D sur le côté BC . Planche X.
Figure 4.

A Yant tiré du point donné D , à l'angle opposé A , la droite AD , tirez par le point E , milieu de BC , à la ligne AD la parallèle EF , & menez la droite DF , qui divisera le triangle proposé ABC en deux également.

Pl. X.
Fig. 4.

Démonstration.

Car si on joint la droite AE , on connoitra (par la 1. du 6.) que le triangle BAE est la moitié du triangle ABC , & parce que le trapeze $ABDF$ est égal au triangle BAE , (comme nous avons démontré dans notre Géométrie pratique) il s'ensuit que le trapeze $ABDF$ est aussi la moitié du triangle ABC , & qu'ainsi le triangle proposé ABC se trouve divisé en deux également par la droite DF . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

R ij

Remarque.

On peut par cette maniere diviser le triangle donné ABC en plusieurs parties égales par plusieurs lignes tirées du point D : comme si on le vouloit diviser en trois parties égales, il faudroit faire BE égale au tiers de BC , pour avoir le trapeze $ABDF$ égal au tiers du triangle ABC , & ensuite faire BE égale aux deux tiers de BC , &c. Mais cela se concevra mieux dans le problème suivant.

P R O B L E M E V.

Diviser le triangle donné ABC en autant de parties égales que l'on voudra, par des lignes tirées du point donné D , sur le côté donné BC . Planche X. Figure 5.

Pl. X. Fig. 5. **P**our le diviser en trois parties égales, par exemple, divisez le côté donné BC aussi en trois parties égales aux deux points E, F ; & ayant tiré la droite AD , tirez-lui par les deux points E, F , les paralleles EG, FH , pour avoir sur les côtés AB, AC les deux points G, H , par lesquels on tirera au point donné D les droites DG, DH ,

qui diviseront le triangle proposé ABC en trois parties égales. Pl. X.
Fig. 5.

Démonstration.

Car si on mene les droites AE , AF , on connoîtra (par 1. 6.) que chacun des deux triangles BAE , CAF , est le tiers du triangle ABC ; & parce que le triangle BAE est égal au triangle BGD , à cause des triangles égaux GOA , DOE , parties des triangles égaux GAE , GDE , le triangle BGD sera aussi le tiers du triangle ABC . Par un semblable raisonnement, on connoîtra que le triangle CAF est aussi égal au triangle DHC , à cause des deux triangles égaux APH , DPF , parties des triangles égaux AFH , DFH , & que par conséquent le triangle DHC est aussi le tiers du triangle ABC . D'où il suit que le trapeze $AGDH$ est aussi le tiers du même triangle ABC , & qu'ainsi les deux lignes DG , DH , divisent le triangle proposé ABC en trois parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

Si on vouloit diviser le triangle donné ABC en deux fois plus de parties, on

R iij

198 DE LA DIVISION
devroit diviser (*par le probl. I.*) chacun
des deux triangles DGB , DHC en
deux également par des lignes tirées de
l'angle D , & aussi le trapeze $AGDH$ en
deux également par une ligne tirée du
même angle D , *comme il sera enseigné*
au problème VII. du Chap. II.

PROBLEME VI.

*Tirer du point donné D , au-dedans du
triangle donné ABC , trois lignes,
ensorte que l'une passe par l'angle donné
 A , & que les trois divisent le triangle
donné ABC en trois parties égales.*
Planche X. Figure 6.

Pl. X.
Fig. 6. **A** Yant fait BE égal au tiers de BC ,
tirez à la ligne DE , par l'angle
donné A , la parallele AF , & à la ligne
 DC par le point G , milieu de AF , la
parallele GH . Enfin tirez du point don-
né D , par les trois points A , F , H , les
lignes DA , DF , DH , qui diviseront
le triangle proposé ABC en trois parties
égales.

Démonstration.

Car il est déjà bien évident que le tra-
peze $ABFD$ est le tiers du triangle ABC ,

& nous démontrerons au *Problème VII. du Chap. II.* que l'autre trapeze *ACFD* est divisé en deux également par la droite *DH*. D'où il suit que le triangle proposé *ABC* se trouve ainsi divisé en trois parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME VII.

Diviser le triangle donné ABC en trois parties égales, par trois lignes tirées aux trois angles A, B, C. Planche X. Fig. 7.

A Yant pris sur l'un des côtés, comme sur *BC*, sa troisième partie *BD*, tirez par le point *D*, au côté adjacent *AB*, la parallèle *DE*, & par son point de milieu *F*, tirez les trois lignes *FA*, *FB*, *FC*, qui diviseront le triangle proposé *ABC* en trois parties égales. Pl. X.
Fig. 7.

Démonstration.

Car il est déjà bien évident que le triangle *AFB* est le tiers du triangle *ABC*, parce qu'il est égal au triangle *ABD*, qui est le tiers du triangle *ABC*, (par 1. 6.) Il est évident aussi que cha-

R iiiij

SCD LYON 1

mathématiques

cun des deux autres triangles AFC, BFC, est le tiers du même triangle ABC, parce qu'ils sont égaux entr'eux, à cause des deux triangles égaux CFD, CFE & des deux égaux AFE, BFD, (par la 38. du 1.) D'où il suit que les trois lignes FA, FB, FC, divisent le triangle proposé ABC en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VIII.

Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, & ayant un angle égal à l'un de ceux du triangle donné ABC. Planche X. Figure 8.

Pl. X.
Fig. 8.

Ayant fait au point D l'angle CDF égal à l'angle ACB, par la droite DF, qui sera terminée en E par la ligne EF, parallele au côté CD, faites CI égale à DF, & CH égale à CD, & menez la droite HI, qui retranchera le triangle CIH, égal au triangle CDE.

Démonstration.

Car on connoît (par la 4. du 1.) que le triangle CIH est égal au triangle CDF;

& parce que le triangle CDF est égal au triangle CDE (par 37. 1.) il suit que le triangle CIH est aussi égal au triangle CDE. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME IX.

Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, par une ligne tirée de l'angle donné B.
Planche X. Fig. 8.

Ayant fait une construction semblable à celle du Problème précédent, & de plus ayant tiré par le point I, à la ligne BH, la parallele IG, menez la droite BG, qui retranchera le triangle CBG égal au donné CDE. Pl. X.
Fig. 8.

Démonstration.

Car à cause des deux paralleles CD, EF, le triangle DCF est égal au donné CDE (par 37. 1.) & à cause des quatre proportionnelles CB, CH, CI, CG, ou CB, CD, DF, CG & des deux angles égaux BCG, CDF, le triangle BGC sera égal au triangle CFD, & par conséquent au donné CDE,

202 DE LA DIVISION
(par 15. 6.) *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME X.

Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, par une ligne tirée par le point I donné sur le côté BC. Pl. X. Fig. 8.

Pl. X. Fig. 8. **A**yant fait au point D l'angle CDE égal à l'angle ACB, par la droite DF terminée en F, par la ligne EF parallèle au côté CD, cherchez aux trois lignes IC, CD, DF, une quatrième proportionnelle CH, & menez la droite HI qui retranchera le triangle CHI égal au donné CDE, & la démonstration s'en fera comme au Problème précédent.



PROBLEME XI.

Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE , par une ligne parallele au côté donné BC . Pl. X. Fig. 9.

Ayant trouvé entre la base BC & la hauteur AF une moyenne proportionnelle HI , & pareillement entre la base CD & la hauteur EG , une moyenne proportionnelle LM , cherchez aux trois lignes HI , LM , AB , une quatrième proportionnelle AN , & tirez par le point N au côté donné BC la parallele NO , qui retranchera le triangle ANO égal au donné CDE .

Démonstration.

Car puisque les quatre lignes HI , LM , AB , AN , sont proportionnelles, on aura cette analogie $\overline{HI} : \overline{LM} :: \overline{AB} : \overline{AN}$; & si à la place du carré HI on met le rectangle $AFBC$ qui lui est égal à cause des trois proportionnelles AF , HI , BC , & à la place du carré LM , le rectangle $EGCD$, qui lui est égal,

Pl. X. parce que la ligne LM a été faite moyen-
 Fig. 9. ne proportionnelle entre les deux EG,
 CD, & enfin qu'à la place des deux
 quarrés AB, AN, on mette les triangles
 semblables ABC, ANO, qui sont en
 même raison (par la 19. du 6.): on con-
 noitra que le rectangle AFBC est au rec-
 tangle EGCD, comme le triangle ABC au
 triangle ANO; & encore si à la place
 des deux rectangles AFBC, EGCD, on
 met leurs moitiés ou les triangles ABC,
 CDE, on connoitra que les quatre trian-
 gles ABC, CDE :: ABC; ANO,
 sont proportionnels, & que par consé-
 quent le triangle ANO doit être égal
 au triangle donné CDE. *Ce qu'il falloit
 faire & démontrer.*

Remarque.

Ce Problème se peut résoudre autre-
 ment & plus facilement en cette sorte.
 Ayant trouvé à la hauteur CP, à la hau-
 teur EG & à la base CD une quatrieme
 proportionnelle AQ, cherchez entre
 AB, AQ une moyenne proportionnelle
 AN, & tirez par le point N au côté don-
 né BC la parallele NO, qui retranche-
 ra le triangle ANO égal au donné CDE.

Démonstration.

Car puisque les quatre lignes CP, EG, CD, AQ sont proportionnelles, le rectangle CPAQ, sera égal au rectangle CDEG, c'est pourquoi leurs moitiés ou les triangles AQC, CDE seront aussi égaux ; & parce que les triangles semblables ABC, ANO sont dans la raison des carrés AB, AN, qui est la même que celle des lignes AB, AQ, ou des triangles ABC, AQC, le triangle ANO sera égal au triangle AQC, & par conséquent au triangle donné CDE.

Nous pourrions ajouter ici plusieurs autres problèmes touchant la division des triangles par des lignes tirées d'un point donné au-dedans ou au-dehors du triangle proposé : mais comme ces sortes de problèmes sont plus curieux qu'utiles, & que leurs construction est plus embarrassée, nous les laisserons pour venir plutôt à la division des figures de quatre côtés.



CHAPITRE II.

De la division des Quadrilateres.

PROBLEME I.

Diviser le parallelogramme donné ABCD en autant de parties égales qu'on voudra , par des lignes paralleles au côté donné AD ou BC. Planche X. Fig. 10.

Pl. X. Fig. 10. **S**I vous le voulez diviser en trois parties égales , par exemple , divisez le côté AB en trois également aux points E, F, par où vous tirerez à l'autre côté AD les paralleles EG, FH qui diviseront le parallelogramme proposé ABCD en trois parties égales , comme il est évident , (par 36. 1.)



PROBLEME II.

Diviser le parallelogramme donné $ABCD$ en trois parties égales, en commençant par l'angle donné A . Planche X. Fig. II.

Ayant fait les deux lignes CE , BF Pl. X. égales chacune au tiers du côté AB , Fig. II. menez les droites AE , EF , qui diviseront le parallelogramme proposé $ABCD$ en trois parties égales.

Démonstration.

Car il est déjà bien évident (par 1. 6.) que le parallelogramme EBC est le tiers du proposé $ABCD$, (par 34. 1.) que l'autre $ADEF$ est divisé en deux également par la diagonale AE .
Donc, &c



PROBLEME III.

Diviser le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, en commençant par le point E donné sur le côté AB. Pl. X. Fig. 12.

Pl. X.
Fig. 12. **A**yant divisé le côté AB en trois parties égales aux points F, G, & ayant tiré par le point F, au côté AD, la parallele FH, faites DI égal à EG, & divisez IC en deux également au point K, & EB en deux également au point L, pour tirer les droites EI, KL, qui diviseront le parallelogramme proposé ABCD en trois parties égales.

Démonstration.

Car si on tire par le point F au côté AD la parallele FH, la ligne DH sera égale à la ligne AF, & par conséquent à la ligne FG; & si des deux lignes égales EG, DI, on ôte les deux égales FG, DH, il restera la ligne EF égale à la ligne HI, ce qui fait que les deux triangles équiangles OEF, OHI, sont égaux (par 26. 1.), & que par conséquent le trapézoïde AEID est égal au parallelogramme

parallogramme AFHD, & conséquemment au tiers du parallogramme proposé ABCD : & parce que l'autre trapézoïde EBCI se trouve divisé en deux également par la droite KL, comme nous le démontrerons au Problème VI. il s'ensuit que le parallogramme proposé ABCD est divisé en trois parties égales par les lignes IE, KL. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME IV.

Diviser le parallogramme donné ABCD en trois parties égales par deux lignes tirées de l'angle donné A. Planche X. Figure 13.

Ayant fait la ligne CE égale au tiers du côté CD, & ayant tiré par le point F, milieu de la ligne BE, à la diagonale AC, la parallele FG, menez les deux lignes AE, AG, qui diviseront le parallogramme proposé ABCD en trois parties égales. Pl. X.
Fig. 13.

Démonstration.

Car il a été démontré au Problème II. que le triangle ADE est égal au tiers

S

210 DE LA DIVISION
du parallélogramme proposé $ABCD$,
& il sera démontré au *Problème VII.*
que la ligne AG divise le trapeze $ABCE$
en deux également. D'où il suit que les
lignes AE, AG divisent le parallélo-
gramme proposé $ABCD$ en trois parties
égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME V.

*Diviser le parallélogramme donné $ABCD$
en trois parties égales par deux lignes
tirées du point donné E sur le côté don-
né AB . Pl. X. Fig. 14.*

Pl. X. Fig. 14. **A** Yant fait les lignes AF, DG éga-
les chacune au tiers du côté AB ,
& la ligne GH égale à la ligne EF , ti-
rez par le point I , milieu de la ligne BH ,
à la ligne EC , la parallèle IK , & me-
nez les deux lignes EH, EK qui divise-
ront le parallélogramme proposé $ABCD$
en trois parties égales.

Démonstration

Car il a été démontré au *Problème III.*
que le trapézoïde $A EHD$ est le tiers
du parallélogramme $ABCD$, & le reste
se démontrera au *Problème VII.*

PROBLEME VI.

*Diviser le trapézoïde donné ABCD en
autant de parties égales qu'on voudra.*

Pl. X. Fig. 15.

SI vous le voulez diviser, par exem- Pl. X.
ple, en trois parties égales, divisez Fig. 15.
chacun des côtés parallèles AB, CD
en trois parties égales aux points E, F,
G, H, & menez les droites EG, FH
qui diviseront le trapézoïde proposé
ABCD en trois parties égales, puisque
ces trois parties sont composées de trian-
gles égaux, &c.

PROBLEME VII.

*Diviser le trapeze donné ABCD en
deux également par une ligne droite
tirée de l'angle donné D. Planche XI.
Figure 16.*

AYant tiré par le point E, milieu de Pl. XI.
la diagonale AC la droite EF, Fig. 16.
parallele à l'autre diagonale BD, me-
nez la droite DF, qui divisera le tra-
peze proposé ABCD en deux parties
égales.

Sij

Démonstration.

Car si aux triangles égaux DEA ,
 Pl. XI. DEC , on ajoute les triangles égaux
 Fig. 16. AEB , CEB , on aura le trapeze $ADEB$
 égal au trapeze $CDEB$, & à cause du
 trapeze $ADEB$ égal au triangle ADF , &
 du trapeze $CDEB$ égal au trapeze $CD-$
 FB , parce que les deux triangles DEO ,
 BFO sont égaux, comme l'on connoitra
 en ôtant des deux triangles égaux DEB ,
 DFB , le triangle commun DOB , il
 s'enfuit que le triangle ADF est égal
 au trapeze $CDFB$, & qu'ainsi la ligne
 DF divise le trapeze donné $ABCD$
 en deux également. *Ce qu'il falloit faire*
& démontrer.

PROBLEME VIII.

Diviser le trapeze donné $ABCD$ en
deux également par une ligne droite
tirée du point E , milieu du côté AB .
 Pl. XI. Fig. 17.

Pl. XI. **A** Yant tiré par l'angle D , au côté
 Fig. 17. donné AB , la parallele DF , tirez
 par son point du milieu G à la ligne EC
 la parallele GH , & menez la droite EH

qui divisera le trapeze proposé ABCD en deux également.

Démonstration.

Car si aux deux trapézoïdes AEGD, BEGF qui sont égaux (par le Problème VI.), on ajoute les triangles GCD, GCF, qui sont aussi égaux, (par 38. 1.) on aura le pentagone AEGCD égal au trapeze EGCB, ou le trapeze AEHD égal au trapeze EHCB, à cause des deux triangles égaux EGO, CHO, comme l'on connoîtra en ôtant des deux triangles égaux EGC, EHC, le triangle commun EOC, ou des deux égaux EGH, CGH, le commun GOH, &c.

Remarque.

Ce Problème se peut résoudre autrement & très facilement en cette sorte. Pl. XI.
Fig. 18.
Ayant tiré des deux points A, B sur le côté CD les deux perpendiculaires AF, BG, cherchez aux trois lignes AF + BG, BG, CD une quatrième proportionnelle DH, & menez la droite EH, qui divisera le trapeze proposé ABCD en deux parties égales.

Démonstration.

Car puisque, par la construction, nous avons cette analogie, $AF + BG, BG :: CD, DH$, en divisant on aura celle-ci $AF, BG :: CH, DH$, & le rectangle $AFDH$ sera égal au rectangle $BG \cdot CH$, & par conséquent le triangle AHD au triangle BHC ; & à cause de l'égalité des deux triangles AEH, BEH , il s'en suit que le trapeze $ADHE$ est égal au trapeze $BCHE$, & qu'ainsi la ligne EH divise le trapeze proposé $ABCD$ en deux parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Ce même Problème se peut aussi résoudre par le moyen du suivant qui est plus général.

PROBLEME IX.

Diviser le trapeze donné $ABCD$ en deux également par une ligne droite tirée du point E donné sur le côté CD . Planché XI. Figure 19.

Pl. XI.
Fig. 19. **A** Yant tiré de l'angle C , à la diagonale DB , la parallèle CF , qui rencontre le côté AB , prolongé en F ,

divisez AF en deux également au point G; & ayant tiré de l'angle D à la ligne EG la parallele DH, menez la droite EH qui divisera en deux également le trapeze proposé ABCD. Pl. XI. Fig. 19.

Démonstration.

Car à cause du triangle ADF égal au trapeze ABCD, (comme nous avons démontré dans notre Géométrie pratique) la moitié ou le triangle ADG sera aussi la moitié du trapeze ABCD; & parce que ce même triangle ADG est égal au trapeze ADEH, à cause des paralleles EG, DH, il suit que ce trapeze ADEH est aussi la moitié du donné ABCD, & que par conséquent la ligne DG divise le trapeze donné ABCD en deux parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*



PROBLEME X.

Diviser le trapeze donné ABCD en deux également par une ligne parallele au point donné AD. Planche XI. Figure 20.

Pl. XI.
Fig. 20. **A** Yant tiré par l'angle C à la diagonale DB la parallele CE, qui rencontre ici le côté AB prolongé en E, & ayant divisé AE en deux également au point F, prolongez le côté CD, jusqu'à ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G, & abaissez du point F sur AG la perpendiculaire FO, qui sera finie en O, par un demi-cercle décrit à l'entour de AG. Faites enfin GH égale à GO, & tirez par le point H, au côté AD, la parallele HI, qui divisera le trapeze proposé ABCD en deux parties égales.

Démonstration.

Car à cause du triangle ADE égal au trapeze ABCD, (comme nous avons démontré dans notre Géométrie pratique) sa moitié ou le triangle ADF sera égal au trapeze Bcdf : & parce que le triangle AOG est rectangle, (par 31. 3.)
les

les deux triangles AOG , FOG seront semblables, (par 8. 6.) & (par 4. 6.) la ligne GO , ou son égale GH sera moyenne proportionnelle entre les deux AG , GF ; c'est pourquoi la raison de ces deux lignes AG , GF , sera égale à celle des deux carrés AG , GH , (par Coroll. 20. 6.) laquelle raison est la même que celle des triangles semblables ADG , HIG ; (par 19. 6.) & comme la raison des mêmes lignes AG , GF , est aussi égale à celle des deux triangles ADG , FDG , (par 1. 6.) on conclut aisément que la raison des deux triangles ADG , HIG est égale à celle des deux triangles ADG , FDG ; & par conséquent le triangle HIG est égal au triangle FDG ; c'est pourquoi si de chacun on ôte le triangle commun BCG , il restera le trapeze $BCIH$, égal au trapeze $BCDF$, ou à la moitié du trapeze donné $ABCD$. D'où il suit que la droite HI divise le trapeze proposé $ABCD$ en deux parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

Ce problème se peut résoudre autrement & assez facilement, pourvû que l'on sçache réduire un trapeze en trapé-

T

Pl. XI.
Fig. 20.

Pl. XI.
Fig. 21.

pl. XI. zoine, & diviser un trapézoïde en deux
Fig. 22. également par une ligne parallèle à l'un
des deux côtés parallèles. Ce que nous
enseignerons ici brièvement.

Pour réduire premièrement le trapeze ABCD en trapézoïde, tirez de l'angle A au côté BC la parallèle AE, qui fera finie en E par la ligne DE (parallèle à la diagonale AC, & menez la droite EC, & le trapézoïde ABCE sera égal au trapeze proposé ABCD.

Démonstration.

Car si des deux triangles égaux AEC, ADC, (par la 37. du 1.) on ôte le triangle commun AFC, on aura le triangle AFE égal au triangle CFD; & si à chacun de ces deux triangles égaux AFE, CFD, on ajoute le trapeze ABCF, on aura le trapézoïde ABCE égal au trapeze donné ABCD. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Quoique cette méthode soit courte & facile, néanmoins elle ne se trouve pas propre pour notre dessein, qui est de diviser un trapeze en deux également, parce que dans cette réduction il y a deux côtés qui changent. C'est pourquoi nous enseignerons ici une autre méthode pour

réduire un trapézoïde, en changeant seulement un côté.

Pour donc réduire le trapeze ABCD Pl. XI. en trapézoïde, prolongez les deux côtés Fig. 22. AD, BC, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en E, & coupez le côté AE en F, enforte que le côté BE soit au côté AE, comme le rectangle CED au carré EF, ce qui est facile. Après cela menez la droite GF, & lui tirez par le point D la parallele DG. Enfin menez la droite FG, qui sera parallele au côté AB, & le trapézoïde ABGF sera égal au trapeze proposé ABCD.

Démonstration

Car à cause des triangles semblables EFC, EDG, le rectangle FEG, sera égal au rectangle CED, & l'on pourra faire cette analogie $FEG, \overline{EF}^2 :: CED, \overline{EF}^2$, & à cause que EF est une hauteur commune aux deux premiers rectangles, on pourra faire celle-ci $EG, \overline{EF}^2 :: CED, \overline{EF}^2$; & si au lieu des deux derniers termes CED, \overline{EF}^2 , on met les deux lignes BE, AE, qui sont en même raison par la construction, on aura cette

Tij

Pl. XI. dernière analogie, $EG, EF :: BE, AE$,
 Fig. 22. laquelle fait connoître (par 6. 6.) que
 le petit triangle EFG est semblable au
 grand EAB , & que par conséquent le
 côté FG est parallèle au côté AB ; &
 qu'ainsi la figure $ABGF$ est un trapé-
 zoïde, lequel est égal au trapeze proposé
 $ABCD$, à cause de l'égalité des deux
 triangles FDE, FGC , (par 37. 1.) des-
 quels ôtant le triangle commun FOC ,
 il restera le triangle FOD égal au trian-
 gle COG , c'est pourquoi si à chacun de
 ces deux triangles égaux FOD, COG , on
 ajoute le pentagone commun $ABCOF$,
 on aura le trapeze $ABCD$ égal au tra-
 pézoïde $ABGF$. *Ce qu'il falloit faire & dé-
 montrer.*

Il ne reste plus qu'à vous enseigner la
 manière de diviser en deux également le
 trapézoïde $ABGF$, par une ligne paral-
 lèle au côté AB , ce qui se fera en cette
 sorte.

Coupez le côté AE en H , en sorte
 que le carré EH soit la moitié de la
 somme des deux EA, EF , & menez par
 le point H , à la ligne AB , la parallèle
 HI , qui divisera le trapézoïde $ABGF$,
 & par conséquent le trapeze proposé
 $ABCD$ en deux également.

Démonstration.

Car puisque la somme des quarrés EA, EF est double du quarré EH par la construction, les trois quarrés EF, EH, EA, & par conséquent les triangles semblables EFG, EHI, EAB qui sont en même raison, (par 19. 6.) seront en proportion arithmétique : c'est pourquoi l'excès du second sur le premier, sçavoir, le trapeze HIGF sera égal à l'excès du troisieme sur le second, c'est-à-dire, au trapeze ABIH. Ainsi la ligne HI divise en deux parties égales le trapézoïde ABGF, & par conséquent le trapeze proposé ABCD. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Corollaire.

Il suit de la pratique de ce problème & du problème VI. une maniere aisée pour diviser un trapézoïde donné en quatre parties égales par deux lignes perpendiculaires entr'elles.



PROBLEME XI.

Diviser le trapeze donné ABCD en trois parties égales par deux lignes tirées de l'angle donné D. Planche XI. Figure 23.

Pl. XI.
Fig. 23.

A Yant tiré de l'angle C à la diagonale BD, la parallele CE qui rencontre le côté AB, prolongé en E, divisez la ligne AE en trois parties égales aux points F, G, & menez les droites DF, DG, qui diviseront le trapeze proposé ABCD en trois parties égales, à cause du triangle ADE, qui est égal au trapeze ABCD, & qui est divisé en trois également par les droites DF, DG, il faut prendre garde que le point G ne doit pas passer au-delà du point B.

PROBLEME XII.

Diviser le trapeze donné ABCD en trois parties égales, par deux lignes tirées du point E donné sur le côté CD. Pl. XI. Fig. 24.

Pl. XI.
Fig. 24.

A Yant tiré de l'angle C, à la diagonale DB, la parallele CF qui

rencontre le côté AB prolongé en F , Pl. XI. faites AG égale à un tiers de AF , & Fig 24. ayant tiré à la ligne GE la parallèle DH , & à la ligne BE la parallèle CI , faites HK égale à la moitié de HI , & menez les droites EH , EK , qui diviseront le trapeze proposé $ABCD$ en trois parties égales.

Demonstration.

Car puisque le triangle ADF est égal au trapeze $ABCD$, & que le triangle ADG en est le tiers, (par 1. 6.) à cause de la base AG égale au tiers de la base AF , (par la construction) le trapeze $ADEH$, qui est égal au triangle ADG , à cause de la ligne EG parallèle à la diagonale DH , fera aussi le tiers du trapeze $ABCD$; & parce que le trapeze restant $BCEH$, se trouve divisé en deux également par la droite EK , parce qu'elle divise en deux également le triangle HEI , qui est égal au trapeze $BCEH$, il s'ensuit que les deux lignes EH , EK , divisent le trapeze proposé $ABCD$ en trois parties égales. *Ce qu'il failloit faire & démontrer.*

PROBLEME XIII.

Diviser le trapeze donné ABCD en trois parties égales, par deux lignes paralleles au côté donné AD. Planche XI. Figure 25.

Pl. XI.

Fig. 25.

Ayant tiré par l'angle C, à la diagonale DB, la parallele CE qui rencontre ici le côté AB, prolongé en E, & ayant fait AF égale au tiers de AE, prolongez le côté CD jusqu'à ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G, & ayant cherché entre AG & GF une moyenne proportionnelle GH, tirez par le point H, au côté AD, la parallele HI. Après cela tirez par le même point C, à la ligne IB, la parallele CK; & ayant divisé HK en deux également au point L, cherchez entre HG & GL une moyenne proportionnelle GM, pour tirer par le point M au même côté AD, la parallele MN, & le trapeze proposé ABCD se trouvera divisé en trois parties égales par les deux paralleles HI, MN.

Démonstration.

Car on démontrera, comme dans le

Problème X. que le trapeze $ADIH$ est le tiers du proposé $ABCD$, & que la ligne MN divise en deux également le trapeze $HBCI$, qui est égal aux deux tiers du proposé $ABCD$. D'où il est aisé de conclure que les deux lignes HI , MN divisent le trapeze $ABCD$ en trois parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME XIV.

Diviser le trapeze donné $ABCD$ en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux angles opposés B , D . Planche XII. Figure 26.

Ayant tiré de l'angle C à la diagonale DB la parallele CE , qui rencontre le côté AB , prolongé en E , faites AF égale à un tiers de AE , & menez la droite DF , laquelle étant prolongée rencontrera la parallele CE aussi prolongée en G ; & ayant divisé la ligne FG en deux également au point H , menez la droite BH , & les deux lignes DF , BH , diviseront le trapeze proposé $ABCD$ en trois parties égales.

Pl. XII.
Fig. 26.

Démonstration.

Car puisque la base AF du triangle ADF , est le tiers de la base AE du triangle ADE , qui est égal au trapeze $ABCD$, ce triangle ADF fera (par 1. 6.) le tiers du triangle ADE , & par conséquent du trapeze $ABCD$: pareillement, parce que la base FH du triangle FBH est la moitié de la base FG du triangle FBG , qui est égal au trapeze $FBCD$ ou aux deux tiers du trapeze $ABCD$, ce triangle FBH est la moitié du triangle FBG ou du trapeze $FBCD$, & par conséquent le tiers du trapeze $ABCD$. D'où il suit que le trapeze proposé $ABCD$ est divisé en trois parties égales par les deux lignes DF , BH . *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME XV.

Diviser le trapeze donné $ABCD$ en deux parties, dont la raison soit égale à celle des deux lignes données AG , GH . Pl. XII. Fig. 27.

Pl. XII. Fig. 27. **A** Yant tiré des angles A , C sur la diagonale DB , les perpendiculai-

res AF, CE, & ayant prolongé AF en Pl.XII.
 I, enforte que FI soit égale à CE, di- Fig.27.
 visez AI en L, enforte que les quatre
 lignes AH, AG, AI, AL soient pro-
 portionnelles; & parce que le point L
 tombe ici sur la perpendiculaire AF du
 triangle ADB, divisez son côté AB en
 M, enforte que les quatre lignes AF,
 AL, AB, AM soient proportionnel-
 les, & menez la droite DM, qui divi-
 sera le trapeze proposé ABCD, en
 deux parties ADM, BCDM, dont la
 raison est égale à celle des deux lignes
 données AG, GH.

Démonstration.

Car puisque (par 1. 6.) le triangle
 ADM est au triangle BDM comme AM
 à BM, en composant le triangle ADM
 sera au triangle ADB, comme AM à
 AB, ou comme AL à AF; & pareille-
 ment puisque le triangle ADB est au
 triangle CDB, comme AF à CE, ou
 FI en composant le triangle ADB sera
 au trapeze ABCD, comme AF à AI;
 & si à la place du triangle ADB & de
 la ligne AF, on met le triangle ADM,
 & la ligne AL, qui sont en même rai-
 son, (comme il vient d'être démontré)

Pl. XII. on connoîtra que le triangle ADM est au Fig. 27. trapeze ABCD, comme AL à AI; c'est pourquoy, en divisant le triangle ADM est au trapeze BCDM, comme AL à LI, ou comme AG à GH. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

On voit aisément que par le moyen de ce Problème, on peut retrancher d'un trapeze donné telle partie que l'on voudra, & de plus résoudre le Problème VII. & diviser un trapeze donné en autant de parties égales que l'on voudra.

PROBLEME XVI.

Retrancher d'un trapeze donné une figure égale à une autre figure donnée.

SI l'on réduit en triangle le trapeze proposé, comme nous avons fait dans plusieurs Probl. de ce Chap. & que de ce triangle on retranche une figure égale à la donnée par les préceptes du Chapitre précédent, le Problème sera résolu.

Ou bien on considérera la raison de la figure donnée au trapeze donné, & à l'aide du Problème précédent on divisera le trapeze donné selon cette raison.

CHAPITRE III.

De la division des Polygones.

PROBLEME I.

Diviser un polygone régulier en deux également par une ligne tirée du milieu de l'un de ses côtés. Planche XII. Figures 28 & 29.

P Remierement, si le polygone régulier est composé d'un nombre pair de côtés, comme l'exagone ABCDEF, on divisera deux de ses côtés opposés & parallèles, comme AB, DE, chacun en deux également aux points G, H, par où l'on menera la droite GH, qui divisera en deux parties égales l'exagone proposé ABCDEF. Pl. XII.
Fig. 28.

Mais si le polygone proposé est composé d'un nombre impair de côtés comme le pentagone ABCGE, on divisera l'un de ses côtés comme AB, en deux également au point F, par où on tirera à l'angle opposé G la droite GF, qui divisera le pentagone proposé ABCGE en deux parties égales. Pl. XII.
Fig. 29.

Nous ne donnons pas la démonstration de ces deux pratiques, parce qu'elle

est évidente ; car on voit aisément que chaque polygone se trouve divisé en deux trapezes égaux , puisque les angles & les côtés de l'un sont égaux aux angles & aux côtés de l'autre.

L E M M E.

Réduire un polygone proposé en triangle.
Pl. XII. Fig. 30.

PL. XII.
Fig. 30.

Pour réduire en triangle un polygone, comme, par exemple, le pentagone $A B C D E$, tirez à l'une de ses diagonales, comme à la diagonale $D B$, par l'angle voisin C , la parallele $C F$, qui rencontre ici le côté opposé $A B$, prolongé en F , & menez la droite $D F$ pour avoir le trapeze $A E D F$ égal au pentagone proposé $A B C D E$, à cause du triangle $D O C$ égal au triangle $B O F$; c'est pourquoi il n'y a qu'à réduire en triangle ce trapeze $A E D F$, ce qui se fera en tirant à sa diagonale $E F$ par l'angle D la parallele $D G$, qui rencontre ici le côté $A F$ prolongé en G , par où vous menerez la droite $E G$, & vous aurez le triangle $A E G$ égal au trapeze $A E D F$ ou au pentagone proposé $A B C D E$, à cause du triangle $E O D$ égal au triangle $F O G$.

Ainsi vous voyez que l'on peut aisément réduire en triangle tel polygone que l'on voudra, parce qu'on le peut toujours réduire en une figure d'autant de côtés moins un, & cette autre figure en un autre d'autant de côtés moins un, & continuer ainsi jusqu'au triangle. Comme ici de la figure de cinq côtés ABCDE, nous en avons fait une de quatre AEDF, & de celle-ci une de trois AEG.

PROBLEME II.

Diviser un polygone régulier en deux également par une ligne parallèle à l'un de ses côtés. Planche XII. Figures 31 & 32.

Remierement si le polygone régulier est pair comme l'exagone ABCDEF, & qu'on le veuille diviser en deux également par une ligne parallèle au côté donné AB, on tirera cette ligne par les deux angles F, C, qui sont diamétralement opposés & également éloignés du côté donné AB. La démonstration en est trop claire pour en parler ici davantage

Mais si le polygone proposé est impair, comme le pentagone ABCDE, on le

Pl. XII.
Fig. 31.

Pl. XII.
Fig. 32.

Pl. XII. divisera en deux également par une ligne
Fig. 32. parallele au côté donné AB , par une
méthode qui convient à toute sorte de
polygones, comme vous allez voir.

Ayant réduit par le lemme précédent
le pentagone proposé $ABCDE$ au trian-
gle FCH , comme ici par le moyen des
deux lignes BF , DH , paralleles aux
deux diagonales CA , CE , divisez la
base FH en deux également au point G
& menez la droite CG , pour avoir le
triangle FGC égal à la moitié du trian-
gle FCH , ou du pentagone proposé
 $ABCDE$. Tirez ensuite par le point C ,
au côté donné AB une ligne parallele,
qui se trouve ici la même que la diago-
nale CE , parce que le pentagone pro-
posé $ABCDE$ est régulier. Ainsi cette
parallele donnera sur le côté AE , prolon-
gé quand il en sera besoin, le point E , &
le côté BC prolongé donnera sur le mê-
me côté AE aussi prolongé le point I . C'est
pourquoi vous chercherez entre les lignes
 IE , IG , une moyenne proportionnelle
 IN , & vous tirerez par le point N au
côté donné AB la parallele NO , qui
divisera le pentagone proposé $ABCDE$
en deux parties égales.

Démonstration.

Car à cause des triangles semblables
 ICE ,

ICE, ION, on connoît (par 19. 6.) Pl. XII. Fig. 32.
 que la raison du triangle ICE au triangle ION, est égale à celle du carré IE au carré IN; & si à la place des deux carrés IE, IN, on met les deux lignes IE, IG, qui sont en même raison, à cause des trois proportionnelles IE, IN, IG, & encore si à la place des deux lignes IE, IG, on met les deux triangles ICE, ICG, qui sont en même raison (par 1. 6.), on connoîtra que la raison du triangle ICE au triangle ION, est égale à celle du triangle ICE au triangle ICG, & que par conséquent le triangle ICG est égal au triangle ION; & si de chacun on ôte le triangle commun IBA, il restera le trapeze ABCG égal au trapeze ABON, c'est-à-dire au triangle FCG, ou à la moitié du pentagone proposé ABCDE.

PROBLEME III.

Diviser un polygone régulier en quatre parties égales par deux lignes perpendiculaires entr'elles. Planche XII. Figures 33 & 34.

Remierement si le polygone régulier Pl. XII. est pair, comme l'exagone ABCDEF, Fig. 33. divisez deux de ses côtés opposés & pa-

V

ralleles, comme AB, DE , chacun en deux également aux points G, H , & menez la droite GH , & le diametre CF . Il est évident que ces deux lignes CF, GH sont perpendiculaires entr'elles, & qu'elles divisent l'exagone proposé $ABCDEF$ en quatre parties égales.

Pl. XII. Mais si le polygone proposé est impair, comme le pentagone $ABCDE$, Fig. 34. divisez l'un de ses côtés, comme AB en deux également au point F , par lequel vous tirerez à l'angle opposé D la droite DF , qui sera perpendiculaire au même côté AB , & divisera le pentagone proposé $ABCDE$ en deux parties égales.

Après cela, divisez (par le Probl. II.) le même pentagone $ABCDE$ en deux également par la droite GH , parallele au même côté AB , ce qui fera que cette parallele GH sera perpendiculaire à la ligne DF , & que ces deux perpendiculaires DF, GH diviseront le pentagone proposé $ABCDE$ en quatre parties égales.



PROBLEME IV.

Diviser un polygone régulier en deux également, par une ligne tirée d'un point donné sur l'un de ses côtés. Planche XII. Figures 35 & 36.

Premierement si le polygone régulier est pair, comme l'exagone $AB CDEF$, & qu'il le faille diviser en deux également par une ligne tirée du point donné G sur le côté DE , prenez sur le côté parallèle AB depuis l'angle A opposé à l'angle D la ligne AH égale à la ligne DG , ou depuis l'angle B opposé à l'angle E , la ligne BH égale à la ligne EH , & menez la droite GH qui divisera le polygone proposé $ABCDEF$ en deux parties égales, comme il est aisé à démontrer. Pl. XII. Fig. 35.

Mais si le polygone proposé est impair, comme le pentagone $ABCDE$, & qu'on le veuille diviser en deux également par une ligne tirée du point donné O sur le côté donné CD , suivez cette regle générale pour toutes sortes de polygones. Pl. XII. Fig. 36.

Ayant réduit le pentagone proposé $ABCDE$ au triangle FCG , & ayant divisé sa base FG en deux également au point H , tirez les lignes HC , HO , & à

Vij

Pl. XII. la ligne HO, la parallele CN, qui donnera Fig. 36. sur la base AE le point N, par où tirant au point donné O la droite NO, elle divisera le polygone proposé ABCDE en deux parties égales.

Démonstration.

Car il est évident que le pentagone ABCON est égal au triangle FCH, à cause de la ligne OH, parallele à la diagonale CN, & de la ligne BF parallele à l'autre diagonale CA; & parce que le triangle FCH est la moitié du triangle FCG, ou du pentagone proposé ABCDE, il s'ensuit que le pentagone ABCON est aussi la moitié de proposé ABCDE, & qu'ainsi le pentagone proposé ABCDE est divisé en deux également par la droite NO. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME V.

Diviser le polygone donné ABCDE en trois parties égales, par deux lignes tirées du point donné O, sur le côté CD. Planche XII. Figure 37.

Pl. XII. Fig. 37. **A** Yant réduit le polygone proposé ABCDE au triangle FCG, & ayant fait FH égale au tiers de FG,

menez les droites HO , HC , & tirez à Pl. XII.
la droite HO par le point C , la parallele Fig. 37.
 CN qui donnera sur la base AE , le point
 N , par lequel & par le point donné O
vous menerez la droite NO .

Après cela réduisez la figure $NEDO$
au triangle NOI , & ayant divisé sa base
 NI en deux également au point M , me-
nez par ce point M au point donné O ,
la droite OM , laquelle avec la précé-
dente ON divisera le polygone proposé
 $ABCDE$ en trois parties égales.

Démonstration.

Car on démontrera, comme dans le
Problème précédent, que le pentagone
 $ABCON$ est le tiers du proposé $ABCDE$, & que le triangle NOM est la moi-
tié du trapeze $NEDO$; d'où l'on con-
clut aisément que les deux lignes OM ,
 ON , divisent le polygone proposé $AB-$
 CDE en trois parties égales. *Ce qu'il*
falloit faire & démontrer.

PROBLEME VI.

Diviser en trois parties égales le polygone
donné $ABCDE$ par deux lignes tirées
de l'angle donné D . Pl. XII. Fig. 39.

Ayant réduit le polygone proposé Pl. XII.
 $ABCDE$ au triangle FDG , divi- Fig. 39.

Pl. XII. Fig. 39. fez la base FG en trois parties égales aux points H, I, & menez les deux lignes DH, DI, qui diviseront le polygone proposé ABCDE en trois parties égales.

Démonstration.

Car on démontrera, comme auparavant, que le trapeze AEDH est le tiers du polygone proposé ABCDE; & comme le triangle HDI en est aussi le tiers, il s'ensuit que le polygone proposé ABCDE se trouve divisé en trois parties égales par les deux lignes DH, DI. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VIII.

Diviser le polygone donné ABCDE en trois parties égales par deux lignes tirées des deux points O, P, donnés sur le côté CD. Pl. XII. Fig. 40.

Pl. XII.
Fig. 40.

Ayant réduit le polygone proposé ABCDE au triangle FDG, & ayant fait FH égale au tiers de la base FG, tirez par le point D à la ligne HO, la parallèle DI, & menez la droite OI. De même ayant réduit le trapeze IBCO au triangle IOL, & ayant divisé la base IL en deux également au point M, tirez à la ligne MP par le point O la parallèle

ON, & menez la droite PN, & le polygone proposé ABCDE se trouvera divisé en trois parties égales par les deux lignes OI, PN. Pl. XII.
Fig. 40.

Démonstration.

Car on démontrera, comme dans le Probl. IV. que le pentagone A E D O I est le tiers du proposé ABCDE, & que le trapeze IOPN est la moitié du trapeze IBCO, & par conséquent égal au tiers du polygone proposé A B C D E, & que par conséquent le trapeze restant NBCP est aussi le tiers du même polygone A B C D E; d'où il suit que ce polygone A B C D E est divisé en trois parties égales par les deux lignes OI, PN.

P R O B L E M E V I I I.

Diviser le polygone donné A B C D E en deux parties dans la raison des deux lignes données AI, IL, par une ligne tirée de l'angle donné D. Planche XII. Figure 38.

Ayant réduit le polygone proposé ABCDE au triangle FDG, divisez sa base FG dans la raison donnée AI, IL au point H, en sorte que les quatre lignes AI, IL, FH, GH soient pro- Pl. XII.
Fig. 38.

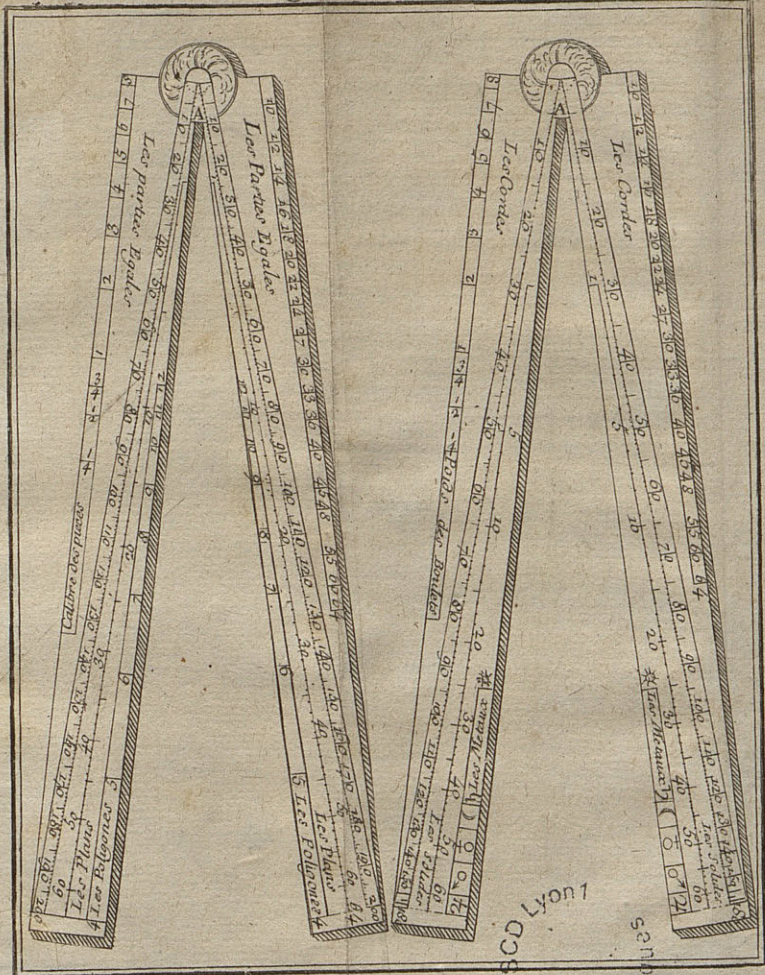
Pl. XII. portionnelles, & menez la droite DH,
Fig. 38. qui divisera le polygone proposé ABC-
DE en deux parties AEDH, BCDH,
proportionnelles aux deux lignes données
AI, IL.

Démonstration.

Car on connoitra aisément que le trapeze AEDH est égal au triangle FDH, & que le trapeze BCDH est égal au triangle GDH, & comme les triangles FDH, GDH sont proportionnels aux deux lignes FH, GH ou aux deux données AI, IL, il s'ensuit que les deux trapezes AEDH, BCDH sont aussi proportionnels aux deux lignes données AI, IL.
Ce qu'il falloit faire & démontrer.

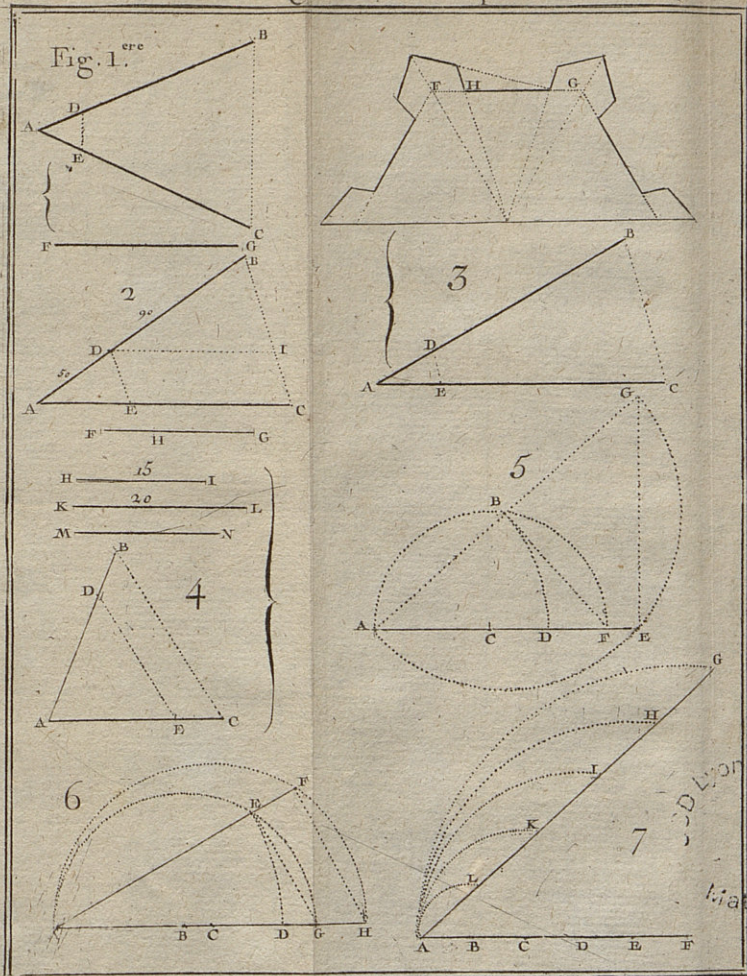
Les Problèmes que nous omettons ici, & qui ne peuvent être d'usage, se résoudront facilement à l'imitation des précédens. C'est pourquoi nous mettrons fin à ce Traité.

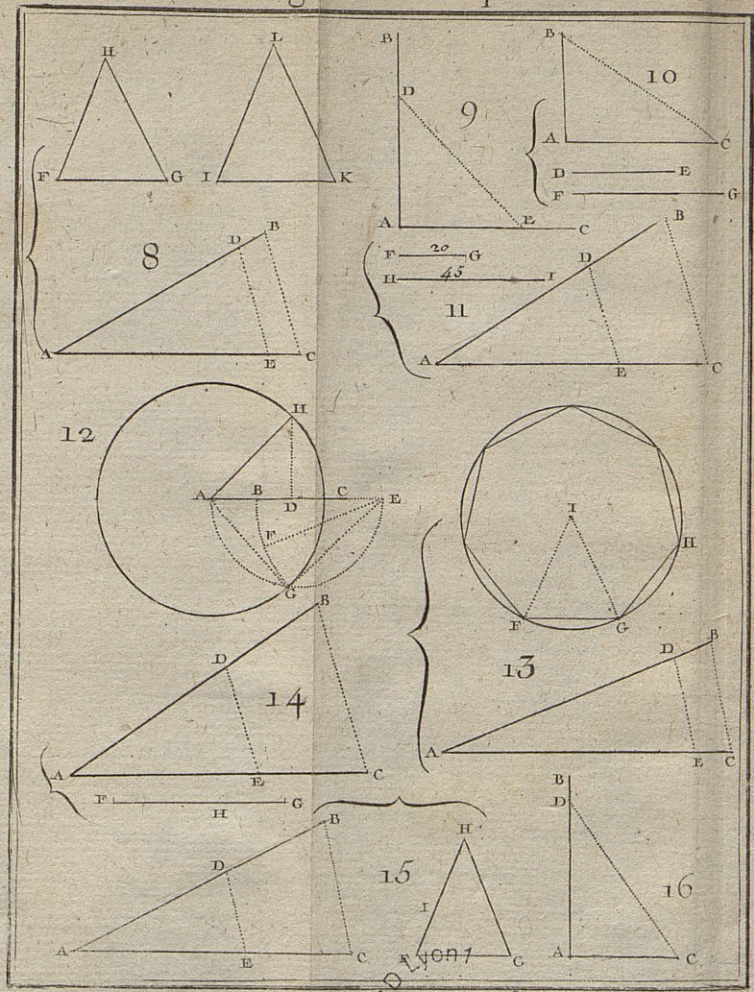
Fin du Traité de la Division
des Champs.



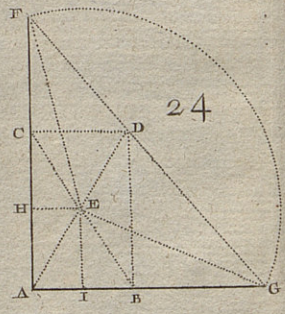
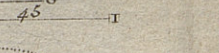
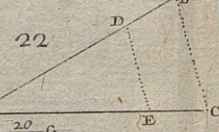
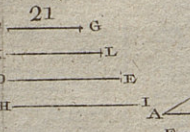
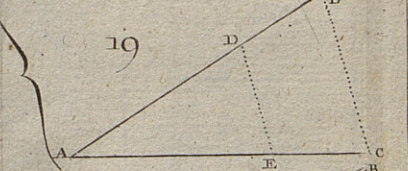
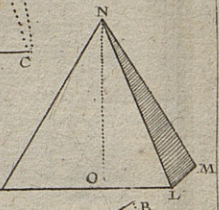
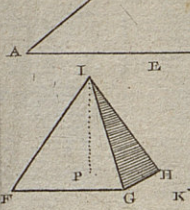
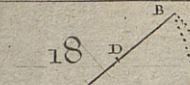
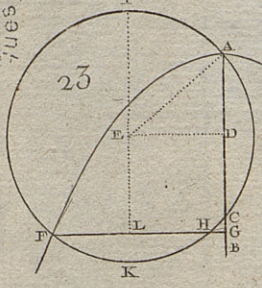
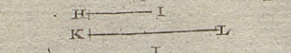
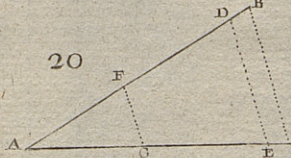
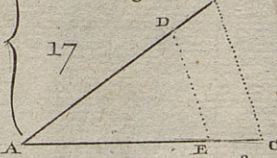
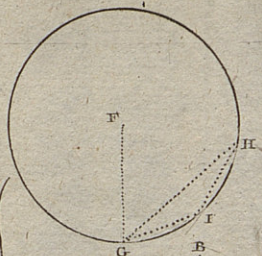
SCD Lyon 1

Mathématique



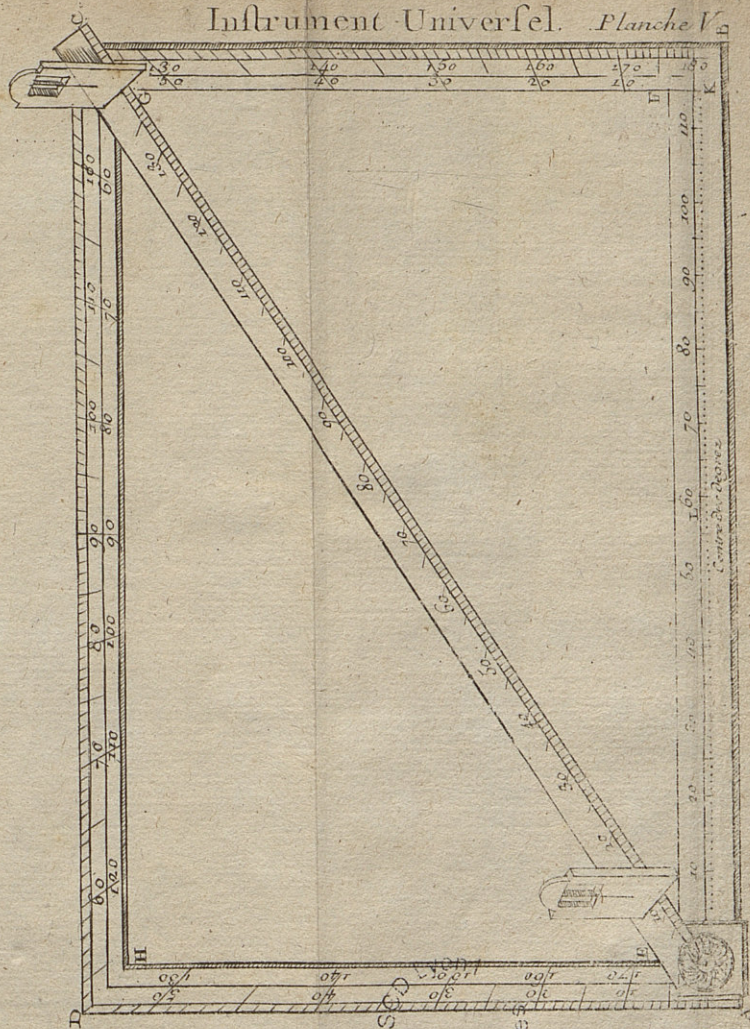


SCD
Mathématiques



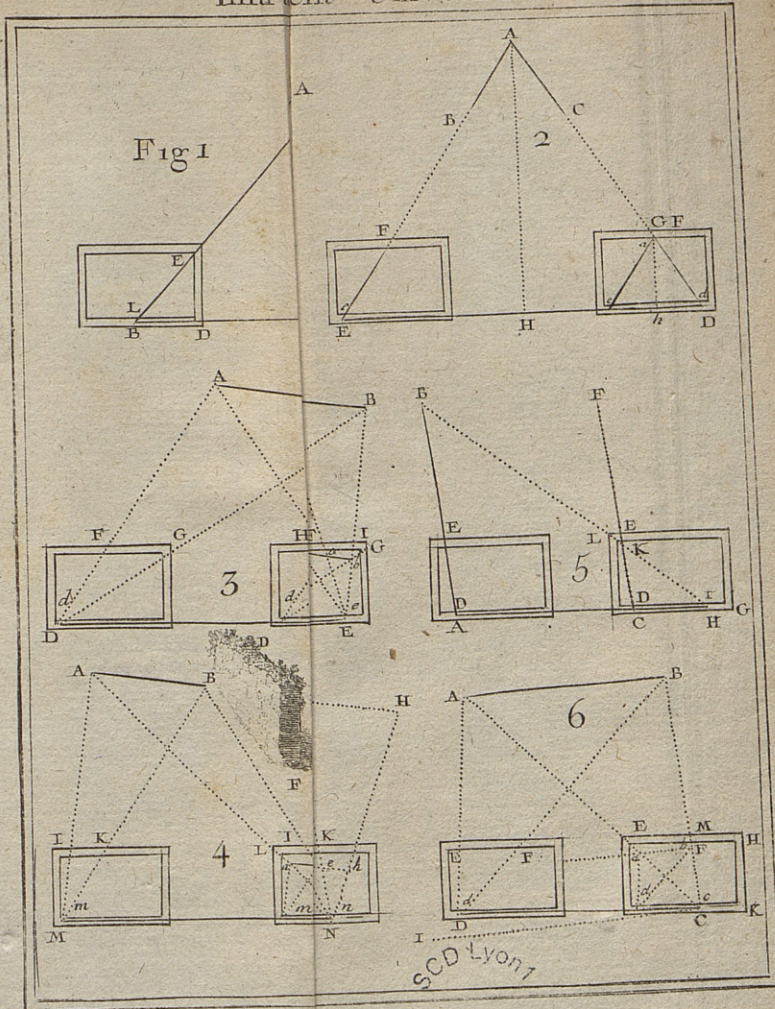
ScD Lyon
Mathématiques

Instrument Universel. Planche V.



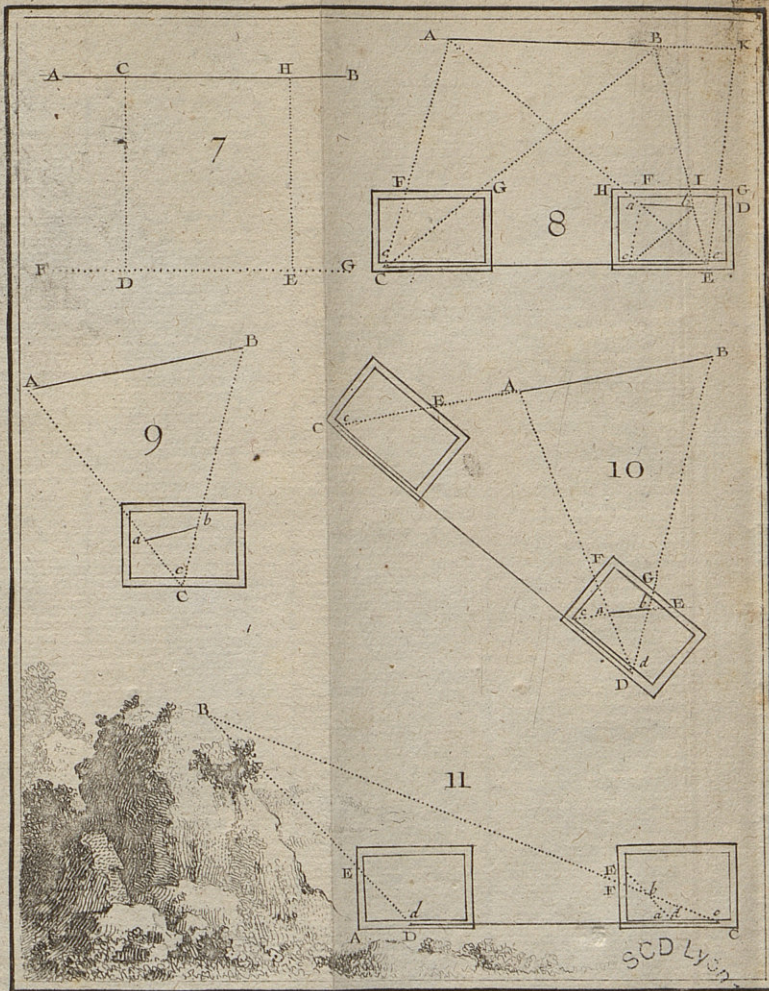
Centre des Degres

SCD LYON
Mathematiques



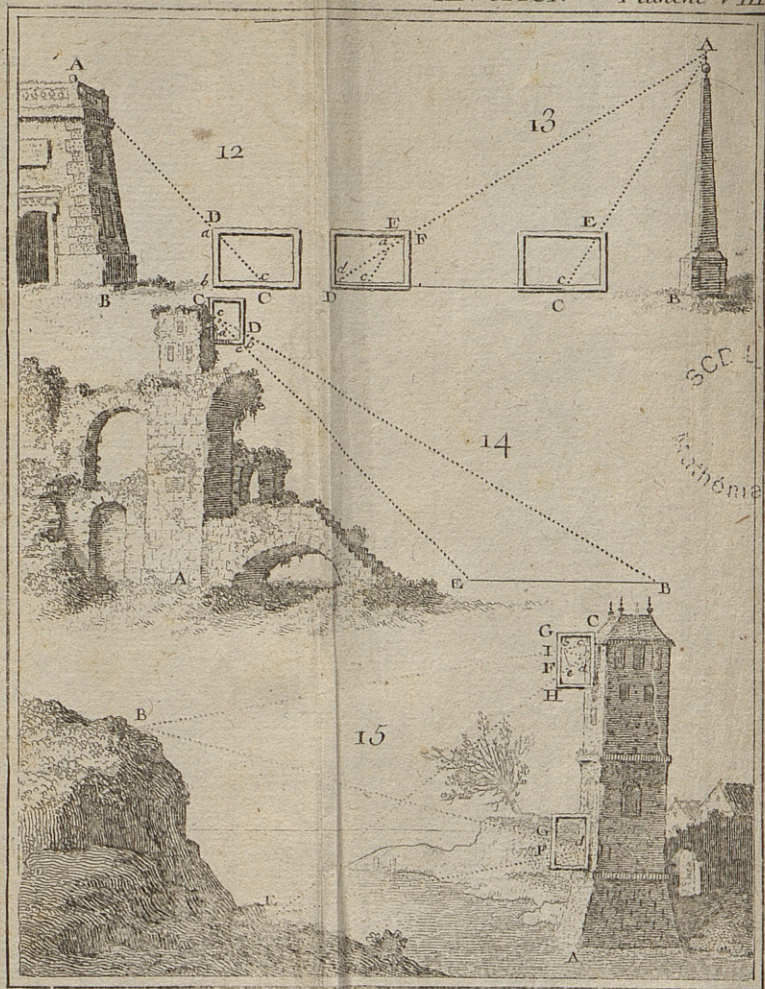
SCD LYON 1

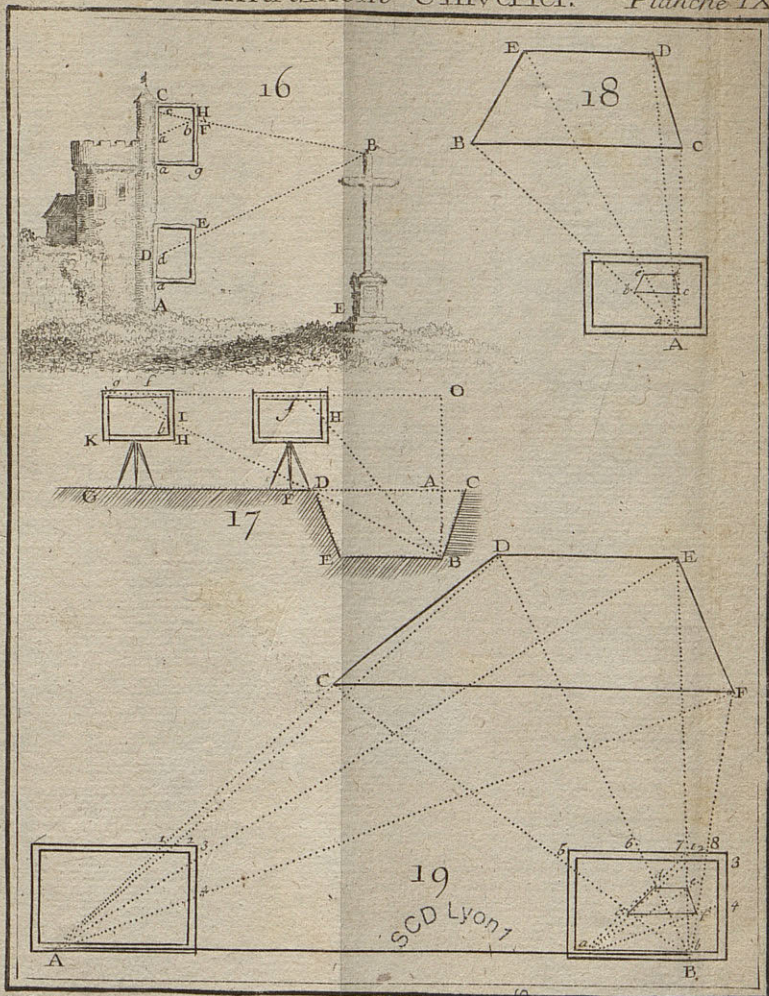
Math. 1011105



SCD Lyon

Mathematiques

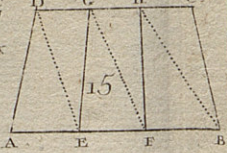
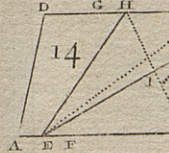
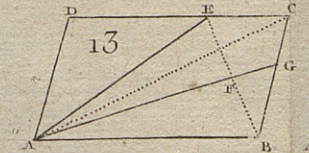
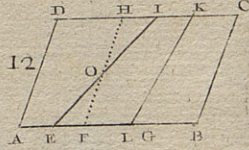
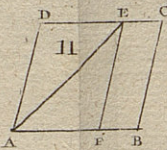
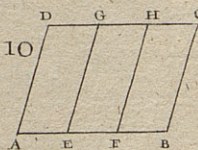
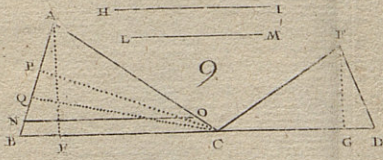
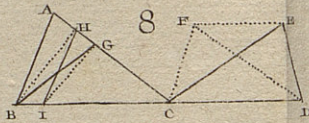
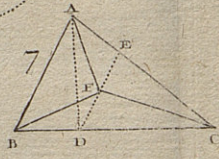
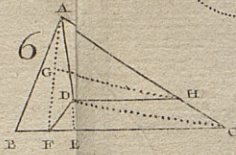
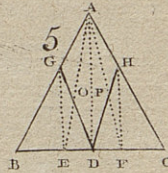
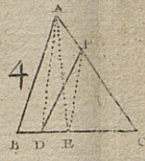
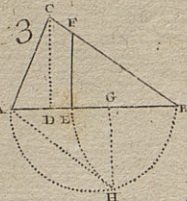
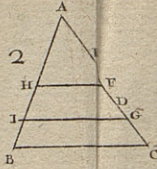
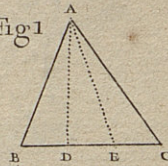


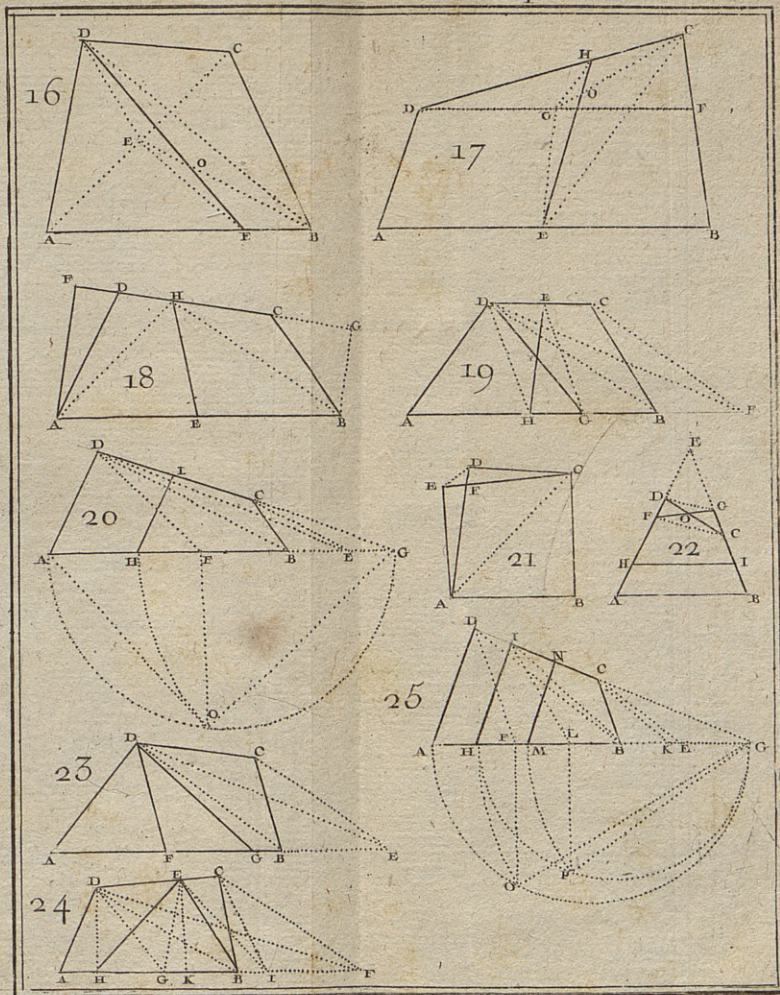


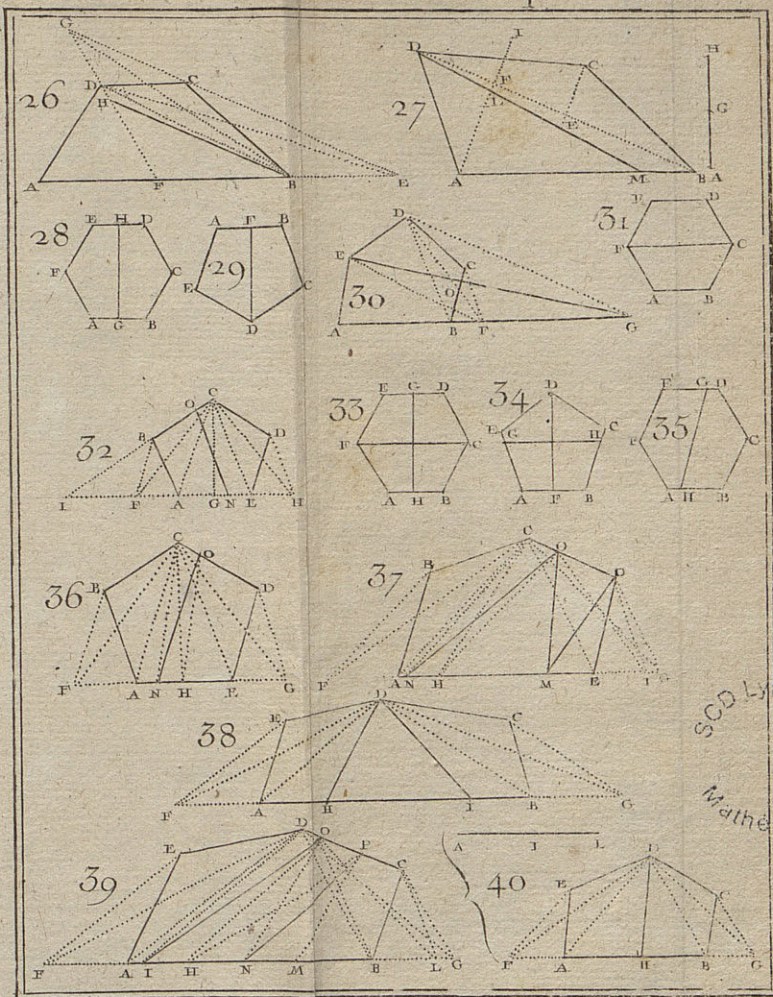
SCD Lyon 1

Mus. émuliques

Fig 1



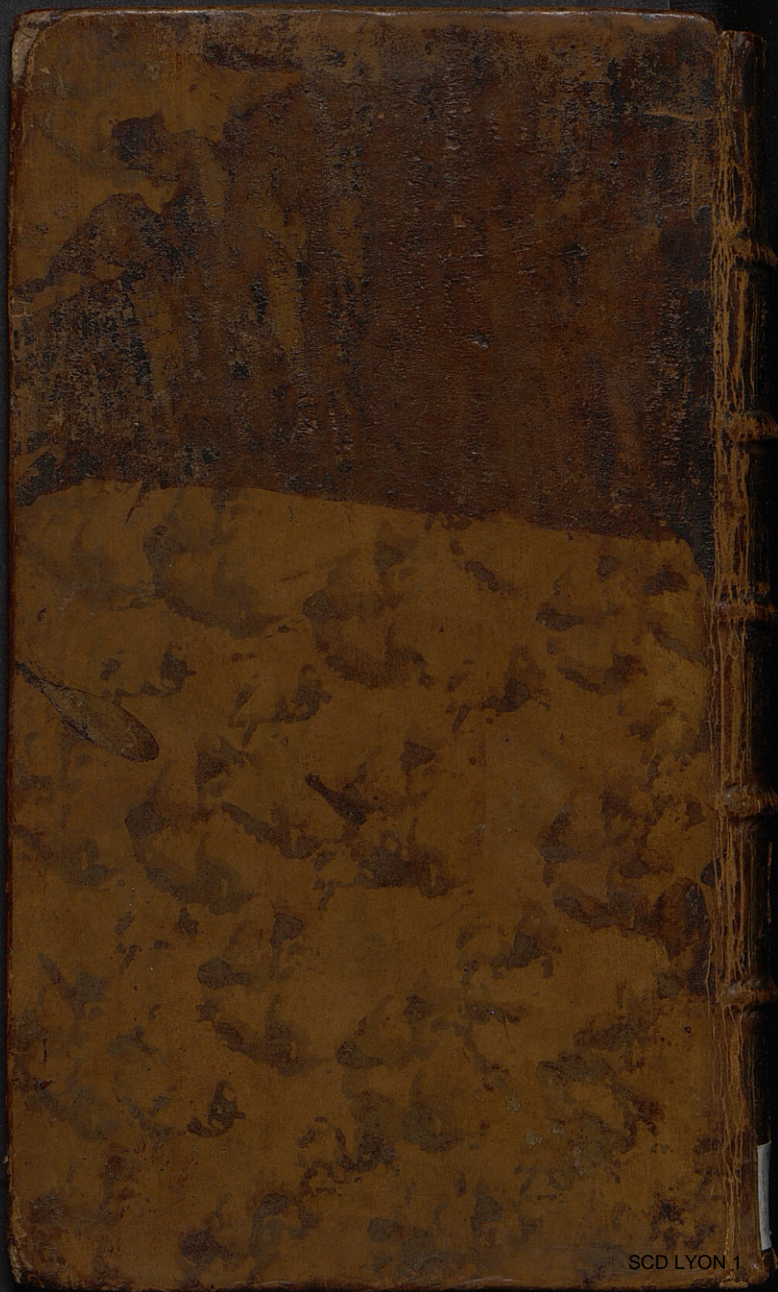




SCD Lyon
Mathématiques







SCD LYON 1