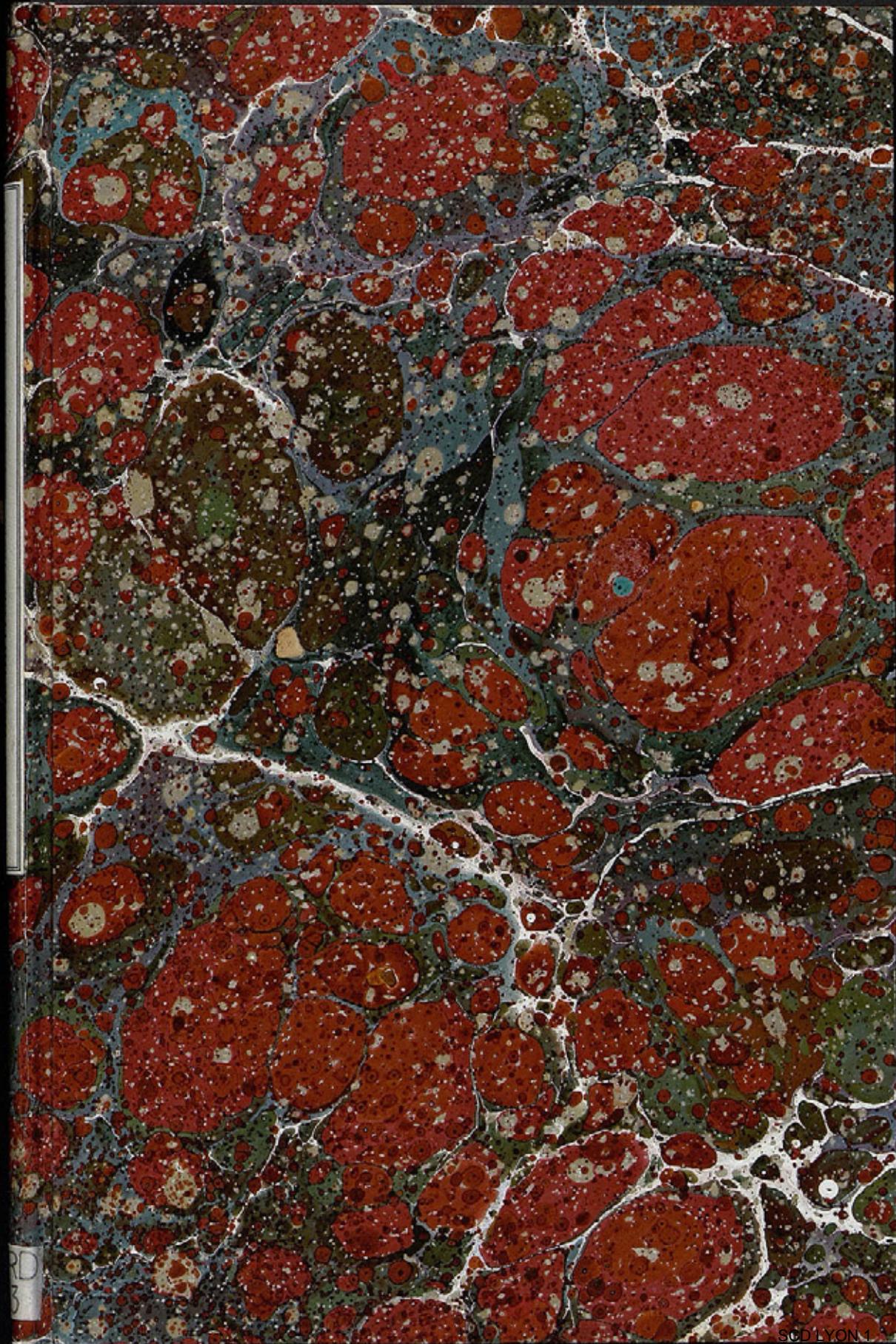


317
ON TORNADY LOGARITHMIC CANON OF CONSTRUCTED
MIRRORS





SCD LYON

MIRIFICI
LOGARITHMORVM
 CANONIS CON-
 STRVCTIO;

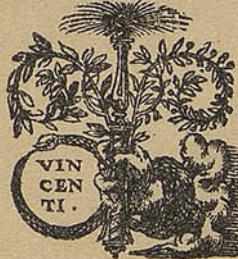
ET EORVM AD NATVRALES
 ipsorum numeros habitudines;

VNA CVM APPENDICE, DE ALIA
 eaque præstantiore Logarithmorum specie condenda,

Quibus accessere Propositiones ad triangula sphæ-
 rica faciliore calculo resoluenda:

Vnà cum Annotationibus aliquot doctissimi D. HENRICI
 BRIGGII in eas, & memoratam appendicem.

Authore & Inuentore IOANNE NEPERO, Barone
 MERCHESTONI, &c. Scoto.



L V G D V N I,
 Apud Bartholomæum Vincentium,
 sub Signo Victoriae.

M. DC.XX.

Cum priuilegio Cæsar. Maiest. & Christ. Galliarum Regis.

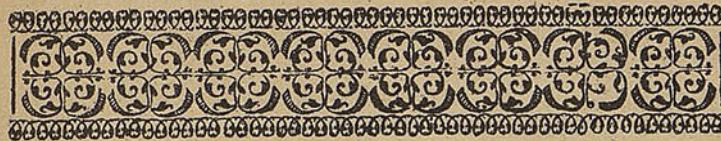
ROBERTVS NEPERVS
AVCTORIS FILIVS LECTORI
MATHES EOS STUDIO SO.
S.



NT È aliquot annos (Lector Philomathes)
Mirifici Logarithmorum Canonis usum, me-
moriae semper colenda parens publici Iuris
fecerat; etus vero syntaxin ac creandi metho-
dum, ut ipse monuit. Pag. 7^a. & ultimâ Lo-
garithmorum, certo consilio Typis committere noluit; donec
quednam esset eorum, qui in hoc doctrine genere versati sunt;
de hoc Canone Iudicium ac censura exploratum habuisset.
Mihi vero, post ipsius ex hac vita commigrationem certis
tecmeritis constat, Mathematicarum disciplinarum peritissi-
mios nouum hoc Inuentum plurimi facere; & nihil iis gra-
tius accidere posse, quam si Mirifici huius Canonis con-
structio, aut ea saltē, quae ipsi aliquid lucis afferre possint;
publice utilitatis gratiā in lucem prodeant. Quamvis igi-
tur mihi probè perspectum sit, ipsum authorem hunc opusculo
extremam manum non imposuisse; feci tamen quantum in
me fuit; ut horam honestissimo desiderio satisficeret, eorum-
que studiis praesertim qui imbecilliores sunt, & in ipso limi-
ne harere solent, hac in parte consulteretur. Nec dubito, quin
hoc opus posthumum multò perfectius ac eliminatus in lucem
prodiisset, si ipsi authori patri charissimo (in quo, ex opti-
morum hominum sententiâ, inter alia præclara hoc eximij
eminebat, res difficillimas methodo certâ & facili, quam

paucissimis expedire) Deus longiorem vite usuram concessisset. Habis igitur (Lector benevole) in hoc libello, doctrinam constructionis Logarithmorum (quos hic numeros artificiales appellat ? hunc enim tractatum, ante innentam Logarithmorum vocem, apud se pro aliquot annos conscriptum habuerat) copiosissime explicatam ? in qua eorum natura, symptomata, ac varia ad naturales eorum numeros habitudines perspicue demonstrantur. Visum est etiam ipsi syn-taxi subiectere Appendicem quandam, de alia Logarithmorum specie multò præstantiore condenda, (cujus, ipse Inuentor in Epistola Rabdologix sua præfixa meminit) & in qua Logarithmus unitatis est o. Hanc loco ultimo ultimus ejus labor excipit, ad ulteriorem Trigonometriæ sua Logarithmice perfectionem spectans ? nempe propositiones quædam eminenterissimæ, in Triangulis sphæricis non quadrantalibus resoluedis, absque eorum in quadrantalia aut rectangula diuisione, & absque casuum obseruatione : quas quidem Propositiones in ordinem redigere, & ordine demonstrare statuerat, nisi nobis morte præpropera præceptus fuisse. Lucubrationes etiam aliquot, Mathematici excellentissimi D. Henrici Briggij publici apud Londinenses Professoris, in memoratas Propositiones, & nouam hanc Logarithmorum speciem, Typis mandari curauimus ? qui noui huic Canonis supputandi laborem grauissimum, pro singulari amicitia que illi cum Patre meo L. M. intercessit, animo libenissimo in se suscepit; creandi methodo, & usum explanatione Inuentori relictis. Nunc autem ipso ex hac vita cuocato, totius negotij onus doctissimi Briggij bumeris incumbere, & Sparta hæc ornanda illi sorte quadam obtigisse videtur. Hisce interim (Lector) laboribus quibuscumque fruere, & pro humanitate tua boni consulito. Vale.

MIRIFICI



MIRIFICI LOGARITHMORVM CANONIS CONSTRVCTIO: (QVI ET TABVLA ARTIFICIALIS AB AVTHORE deinceps appellatur) eorumque ad naturales ipsorum numeros habitudines.

POSITIO PRIMA.



ABVLA * Artificialis, est minima Tabula, cuius ^{†Lo-}
operâ facillimo computu omnium Geometricarum di-
mensionum, mouumque sublimum habetur noti-
tia.

Hec meritò minima dicitur, quia Tabulam sinuum volume non exsuperat: facillima, quia per eam omnes multiplicationes, divisiones, extractionesque radicum grauiores evitantur: solis enim & per paucis facillimisque additionibus, subtractionibus, & bipartitionibus omnes generaliter figuræ motusque metitur.

Hac e numeris proportione continua progradientibus excerpitur.

Pos. 2. Continuarum progressionum, alia Arithmetica qua per aequalia interualla progrereditur: Alia Geometrica, qua per inaequalia & proportionaliter crescentia, aut deficientia incedit.

Arithmetica progressio, vt 1,2,3,4,5,6,7, &c. vel 2,4,6,8,10,

6 MIRIFICI LOGARITHM.

12, 14, 16, &c. Geometrica verò, vt 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, &c. vel
243, 81, 27, 9, 3, 1,

In progressionibus requiritur accuratio, & operis facilitas. Accuratio fit, pro fundamento numeros maiores accipiendo: maiores autem numeri ex minoribus facillimè sunt adiectis cyphras.

Vt pro 100000, quem rudiores sinum maximum faciunt, eruditiores ponunt 10000000, quò melius omnium sinuum discrimen exprimatur. Vnde & eodem nos pro sinu toto & maximo proportionalium Geometricorum vtimur.

4. *In Tabulis computandis etiam ex numeris maioribus maximis, interpositâ periodo inter numerum ipsum & cyphras adiectas.*

Vt ex 10000000, nos initio computationis facimus 10000000. 0000000, ne minutissimus error frequenti multiplicatione in immensum cresceret.

In numeris periodo sic in se distinetis quicquid post periodum notatur fractio est, cuius denominator est unus cum ioe cyphras post se, quorū sunt figura post periodum.

Vt 10000000. 04, valet idem, quod 10000000 $\frac{4}{100}$. Item 25.803. idem quod $\frac{303}{1000}$. Item 9999998.0005021. idem valet quod $\frac{9999998}{10000000}$. & sic de cæteris.

6. *E Tabulis iam computatis, reiici possunt fractiones post periodum locata, absque ullo sensibili errore. In magnis enim nostris numeris error insensibilis, & quasi nullus habetur, qui unitatem non exsuperat.*

Vt completâ Tabulâ pro 9987643. 8213051, qui sunt $\frac{8213051}{10000000}$, accipi possunt hi 9987643. absque sensibili errore.

7. *Est præterea alia accurationis formula: quum scilicet quantitas ignora, seu numero inexplicabilis, inter erminos numerentes pluribus unitatibns non differentes includitur.*

Vt positâ Diametro circuli partium 497, quia nescitur præcisè quot partium sit ambitus, ideo eruditiores ex Alchimidis sententiâ, eum inter terminos 1562, & 1561 incluserunt. Item si costatum quadrati qualibet sit partium 1000, erit diagonalis radix

CANONIS CONSTR VCTIO.

7

lis radix quadrata numeri 2000000, quæ cùm sit numero inexplicabilis, ideo pér extractionem radicis quadratae quæruntur eius termini, scilicet 1415 terminus maior, & 1414 terminus minor, vel $1414\frac{604}{2828}$ maior, & $1414\frac{604}{1829}$ minor, videlicet quanto minor terminorum differentia sit, tanto maior accuratio.

8. Vice ipsarum quantitatum ignotarum, termini earum sunt addendi, substrahendi, multiplicandi, aut diuidendi prout opus fuerit.
9. Adduntur bini alicuius quantitatis termini ad binos terminos alterius, quum minor illius minori huius, & maior illius maior huius additur.

Vt sit linea
 $a b c$, in duas $a \rule[1ex]{0pt}{0pt} b \rule[1ex]{0pt}{0pt} c$
 quantitates a

b , & $b c$ diuisa; sit $a b$ inter terminos 123.5 maiorem, & 123.2 minorem: sitque $b c$ inter terminos 43.2. maiorem, & 43.1 minorem. Additis ergo maiore ad maiorem, & minore ad minorem, fiet tota quantitas $a c$ inter terminos 166.7 & 166.3.

Multiplicantur bini alicuius quantitatis termini per binos terminos alterius, quum minor illius in minorem huius, & maior illius in maiorem huius ducitur.


 Vt sit altera quantitas $a b$, quæ sit inter terminos 10.502 maiorem, & 10.500 minorem; altera verò $a c$, quæ sit inter terminos 3.216 maiorem, & 3.215 minorem. Vnde ductis 10.502 in 3.216, & 10.500 in 3.215, pro-
 b d venient termini 33.774432, & 33.757500; in-
 ter quos erit arca $a b c d$.

10. Terminorum subtractione fit, terminum maiorem minoris quantitatis à minore maioris, & minorem minoris à maiore maioris afferendo.

Vt in schemate primo, si ex terminis $a c$, qui sunt 166.7 & 166.3, subduxeris terminos $b c$, qui sunt 43.2 & 43.1, fient 123.6 & 123.1 pro terminis $a b$; & non 123.5 & 123.2. Nam licet etiam horum additio ad 43.2 & 43.1, producebat 166.7 & 166.3, (per octauam) non tamen è conuerso sequitur

8 MIRIFICI LOGARITHM.

queritur, quin aliquid possit esse inter 166.7 & 166.3, ex quo si substraxeris aliquid quod sit inter 43.2 & 43.1, remaneret id quod non sit inter 123.5 123.2: verum non esse id inter terminos 123.6 & 123.1 est impossibile.

11. *Divisio fit, partiendo terminum maiorem diuidendi per minorem divisoris, & minorem diuidendi per maiorem divisoris.*

Vt in praecedente figura, quadratum abc d inter terminos 33.774432 & 33.757500 constitutum diuidatur per terminos ac, qui sunt 3.216 & 3.215, prouenient 10.505. $\frac{857}{3215}$ & 10.496 $\frac{2364}{3210}$ pro terminis ab; & non 10.502 & 10.500, eadem ratione, quam in subtractione diximus.

12. *Rudes terminorum fractiones delenda sunt addita unitate ad terminum maiorem.*

Vt pto terminis ab praecedentibus, scilicet 10.505. $\frac{857}{3215}$ & 10.496 $\frac{2364}{3210}$, capiantur 10.506 & 10.496.

Hacenus de accurratione, sequitur de facilitate operis.

12. *Omnis progressionis Arithmetica facilis est constructio, Geometrica autem non omnis.*

Patet hoc, siquidem additione & subtractione fit facilissime Arithmetica progressionis geometrica vero, difficillimis multiplicationibus, divisionibus, & radicis extractionibus continuatur.

Sola Geometrica illa progressiones facile continuantur, que per subtractionem facilis partis numeri a numero toto oriuntur.

14. *Partes numeri faciles dicimus, partes quaslibet cuius denominations unitate & cybris quotunque notantur: habentur autem haec partes, reiiciendo tot figuras ultimas principalis numeri, que sunt cybra in denominatore.*

Vt partes decima, centesima, millesima, 10000^2 , 100000^2 , 1000000^2 , 10000000^2 , faciles dicuntur, quia cuiuslibet numeri decima pars haberetur delendo eius ultimam figuram; centesima duas ultimas, millesima tres ultimas figurae, & sic de ceteris, semper delendo tot figuras ultimas que sunt cyphrae in denominatione partis. Vt decima pars huius 99321 est 9332, eius autem centesima est 993, millesima 99, &c.

15. *Mediocruer etiam facile habentur partes dimidia, vigesima, ducen-*

CANONIS CONSTRVCTIO. 9

decentesima, & alia per binarium & cyphras denominata; reliquias tot figuram ultimas. principalis numeri, quo sunt cyphrae in denominatore, & reliquum bipartiendo.

Vt numeri 997321804; pars 2000^a est 4986609, pars 20000^a est 498660.

16. Hinc sequitur, si à sinu toto septem cyphris aucto, ceterisque inde ottis suam 10000000^{am} partem substraxeris, continuari possunt quam facilimè centum numeri, in ea proportione Geometrica, quæ est inter sinum rotum & sinum eo minorem unitate, scilicet 10000000 & 9999999; hancque seriem proportionalium primam Tabulam nominamus.

Prima Tabula.

10000000. 0000000	
1. 0000000	
9999999. 0000000	
9999999	
9999998. 0000001	
9999998	
9999997. 0000003	
9999997	
9999996. 0000006	
9999996	vñque ad continuando
99999900. 0004950	

Vt ex sinu toto aucto septem cyphris (maioris accurationis gratiâ) sic 10000000. 0000000 aufer 10000000, fient 9999999. 0000000: ex quibus auter 9999999 fient 9999998. 0000001; & sic prosequaris ut a latere, donec centum creaueris proportionalia, quorum ultimum (si rectè computaueris) erit 9999900. 0004950.

17. Tabula secunda progreditur à sinu toto sex cyphris aucto, per quinquaginta numeros alios deficientes proportionaliter, ea proportione quæ facilimæ est, & quæm proxima proportioni, quæ est inter primum & ultimum prima Tabula.

10 MIRIFICI LOGARITHM.

Secunda Tabula.

100000000.	0000000
100.	000000
9999900.	000000
99. 999000	
9999800.	001000
99. 998000	
9999700.	003000
99. 997000	
9999600.	006000
&c.	
que ad	

9995001. 222927

Vt primæ Tabulæ primum & ultimum sunt 10000000.0000000, & 9999900.0004950; in quorum proportione, difficile est constitutere quinquaginta proportionales numeros. Proxima itaque facilis proportio, est 100000 ad 99999, quæ continuatur satis exactè addicende sinui toti sex cyphras, & auferendo ab antecedente suam partem 100000^{am}, vt fiat subsequens, vt à latere vides: & hæc Tabula præter primum qui est sinus totus, etiam quinquaginta contineat proportionales numeros, quorum ultimum (ni erraueris) reperies esse 9995001.

222927.

18. Tertiæ Tabula sexaginta nouem columnis constat, & in qualibet columna ponuntur numeri viginti & unus, progrederies ea proportione quæ facillima est. & quam proxima illi proportioni quæ est inter primum & ultimum secundæ Tabula.

Vnde huic prima columna facillimè habetur à sinu toto quinque cyphris aucto, & à ceteris in aoriis suam 2000^{am} partem auferendo.

Prima Columna tertiae Tabula.

100000000.	00000
5000.	0000
9995000.	00000
4997.50000	
9990002.	50000
4995. 00125	
9985007.	49875
4992. 50374	
9980014.	99501
que ad	&c. vi-
9900473.	57808

Vt quia inter 10000000: 0000000 primum secundæ tabulæ, & 9995001. 222927 eiusdem ultimum, proportio difficilis est progressionis; ideo in proportione facili 10000 ad 9995 (quæ illi propinqua satis est) constituendi sunt numeri viginti & unus; quorum ultimus (ni erraueris) erit 9900473. 57808 A quibus iam creatis, reici potest ultima singulorum figura absque sensibili errore, quod facilius ab iis alij postea crecentur.

Primi

CANONIS CONSTRVCTIO. 11

19. Primi numeri omnium columnarum, progrediuntur à finu toto quatuor cyphris aucto, eâ proportione facillimâ & proximâ proportioni, que est inter primum & ultimum prima columnæ.

Vt primæ columnæ primus & ultimus sunt 10000000.0000,
& 9900473. 5780 : his proportio facillima maximè propinqua
est 100 ad 99. A finu igitur toto continuandi sunt 68 numeri
in ratione 100 ad 99, auferendo à quolibet eorum suam cen-
tesimam partem.

20. Eâdem proportione, à prima columnæ numero secundo, per omnium columnarum secundos: & à tertio, per tertios: & à quarto, per quartos: & à ceteris respectine, per ceteros fit progressio.

Vt ex antecedentibus columnæ numero aliquo fit numerus
eiudem ordinis in sequenti columnæ, substrahendo suam cen-
tesimam partem, numerosque hoc qui sequitur ordine consti-
tuendo.

PROPORTIONALIA TERTIÆ TABVLÆ.

Prima Columna.	Secunda Col.	
10000000. 0000	9900000.0000	
9995000.0000	9865050. 0000	
9990002. 5000	9890102. 4750	
9985007. 4987	9885157. 4237	
9980014. 9950	9880214. 8451	
&c. vsq; ad	&c. descen- dendo ad	
9900473. 5780	9801468. 8423	
Terria Col.	Inde 4 ^a . 5 ^a &c. usq. ad 69 ^{am} column.	
9801000. 0000	&c. vsque ad 5048858. 8900	
9796099. 5000	&c. vsque ad 5046334. 4605	
9791201. 4503	&c. vsque ad 5043811. 2932	
9786305. 8495	&c. vsque ad 5041289. 3879	
9781412. 6967	&c. vsque ad 5038768. 7435	
&c. descen- dendo ad	vsque rā- dem ad	
9703454. 1539	vsque tandem ad 4998609 4034	B 2

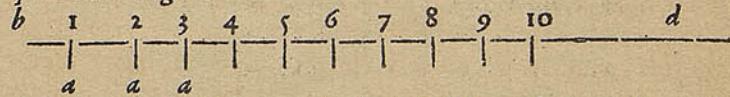
12 MIRIFICI LOGARITHM.

21. In tertia ergo Tabula, habes inter sinum totum, & medium sinus totius, interiectos sexaginta octo numeros in proportione ut 100 ad 99; & rursus inter singulos binos horum, interiectos virginii numeros in proportione ut 10000 ad 9995: & rursus inter binos primos horum, scilicet inter 1000000 & 9995000, habes in secunda Tabula interiectos 50 numeros, in proportione ut 100000 ad 99999: & tandem inter binos primos horum, habes in prima Tabula interiectos centum numeros, in proportione ut 10000000 sinus totus ad 9999999; quorum differentia quum sit tantum unitatis, non est opus eam (interiectis mediis) minutius partiri. Unde haec tres tabule (postquam completa fuerint) ad tabulam + artificiale com- gari-putandam sufficiunt.

ibm. Hucusque sinus seu numeros naturales proportione geometrica progredientes tabulis facilimè inserere docuimus.

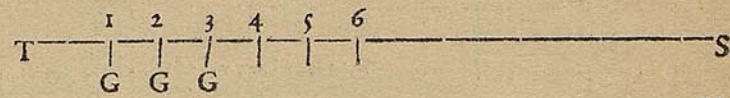
22. Supereft Tabula saltem tertia, apud sinus sine numeros naturales + geometrice decrescentes, suos + numeros artificiales Arithmetice gari- crescentes inserere:

ibm. Arithmetice crescere, est aequalibus temporibus equali semper quantitate augeri.



Vt ex punto b fixo versus d, infinitè producatur linea: in qua, ex b versus d procedat punctus a, mouens ea lege, vt æqualibus temporis momentis æqualibus feratur spatiis: quæ sint b 1, 1 2, 2 3, 3 4, 4 5, &c. Dico hoc incrementum per b 1, b 2, b 3, b 4, b 5, &c. Arithmeticum dici. In numeris autem sint b 1, 10: b 2, 20: b 3, 30: b 4, 40: b 5, 50. Dico 10, 20, 30, 40, 50, &c. Arithmetice crescere: quia æqualibus momentis, æquali numero denarij semper augeri intelliguntur.

24. Geometrice decrescere, est aequalibus temporibus quantitatatem pri- mò totam, inde aliam atque alsam eius partem superfitem, simili semper proportionali parte diminui.



Vt

CANONIS CONSTR VCTIO. 13

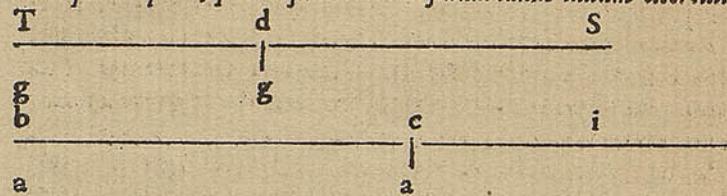
Vt sit linea sinus rotulus T S, in hac moueatut punctus G, à T in iversus S, quantoque tempore defertur à T in 1, quæ sit (exempli gratia) decima pars T Sitanto idem G tempore moueatut ab 1 in 2, quæ sit decima pars 1 S: & à 2 in 3, quæ sit decima pars 2 S: & à 3 in 4, quæ sit decima pars 3 S, & sic de cæteris. Dico hos sinus T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. dici Geometricè de crescere: quia inæqualibus spatiis proportione similibus & tempore æqualibus diminuuntur. In numeris sit T S, 1 000000: 1 S, 900000: 2 S, 8 1 00000 : 3 8, 7290000 : 4 S, sit 6561000, &c. Dico hos sinuum numeros, æqualibus temporibus simili proportione diminulos, dici Geometricè de crescere.

35. *Vnde punctus mobilis Geometricè ad fixum accedens, velocitates suas prout distantias, à fixo proportionatas habet.*

Vt repetito præcedenti Schemate, dico quum mobilis punctus geometricus G est in T, eius velocitas est vt distantia T S: & quum G est in 1, eius velocitas est vt 1 S: & quum in 2, eius velocitas est vt 2 S, & sic de cæteris. Atque ita quæ est proportio distantiarum T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. ad inuicem, ea etiam erit proportio velocitatum G in punctis T, 1, 2, 3, 4, &c. ad inuicem. Nam magis minusve velox punctus arguitur, prout magis minusve longè sub æqualibus temporibus ferri conspicitur. Qualis itaque processus ratio, talem etiam & velocitatum esse necesse est: at talis est sub æqualibus temporibus ratio processuum T 1, 1 2, 2 3, 3 4, 4 5, &c. qualis distantiarum T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. vt mox docebimus. Vnde necessariò qualis habitudo distantiarum G ab S, videlicet T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. inuicem; talis etiam est velocitatum G in punctis T, 1, 2, 3, 4, &c. quod erat demonstrandum. At quod processuum T 1, 1 2, 2 3, 3 4, 4 5, &c. talis sit ratio, qualis distantiarum T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. patet: quia quantitatum proportionaliter continuatarum differentiæ etiam in eadem proportione continuantur. At hæ distantiae (per hypothesim) proportionaliter continuantur, & illi processus sunt harum differentiæ: quare eadem processus qua distantias ratione contingari certum est.

14 MIRIFICI LOGARITHM

26. *† Numerus artificialis sinus, dati est qui Arithmetice crevit tantum semper velocitate, quantam sinus totus incepit Geometricè decrescere. tantoque tempore, quanto sinus totus in sinus illum datum decrevit.*



Sit sinus totus linea T S, sinus datus in eadem linea d S: certis quibusdam momentis moveatur g Geometricè à T in d. Sitque alia linea b i versus i infinita, in qua ex b moveatur a Arithmetice, eadem velocitate quam g primò cum erat in T: totidemque temporis momentis procedat a ex b fixo versus i usque in c punctum: dicetur numerus metiens b c lineam numerus artificialis sinus d S dati.

Vnde sinus totius nihil est pro artificiali.

Nam ex Schemate, cum g est in T faciens suam distantiam ab S sinum totum, punctus Arithmeticus a incipiens in b, nusquam inde processit. Vnde ex definitione distantiae, sinus totius nullus erit artificialis.

Hinc etiam sequitur, quod cujuslibet dati sinus numerus artificialis, major est differentia inter sinum totum, & sinum datum: & minor differentia qua est inter sinum totum, & quantitatem eo majorem in eadem ratione, qua est sinus totius ad datum. Atque haec differentia dicuntur ideo termini artificialis.

Vt repe-	o	T	d	S
tito præce-				
denti She-	g	g	g	
mate, pto-			c	
tractaq; li-		b		
neā S T v-			a	i

tra T in o, Ita ut S o se habeat ad T S, ut T S ad d S. Dico sinus d S numerum artificialis b c, majorem esse quam T d, & minorem quam o T. Quanto enim tempore g ab o in T fertur, tanto & g à T in d feretur (per 24) quia o T est tanta pars o S, quanta T d est linea T S, tantoque tempore (per definitionem artificialis feretur)

CANONIS CONSTR VCTIO. 15

feretur & a à b in c: Ita ut o T, T d, & b c sint æqualium temporum processus. At quia g inter T & o mouens, velocior est quam in T, & inter T, & d tardior, in T autem g æqui velox est atque a (per 26). Sequetur processum o T quem g iam velox facit, maiorem esse: & T d precessum quem g tardus facit, minorem esse: & b c processum (quem punctus a mediocri suo motu totidem etiam temporis momentis perficit) medium quoddam esse inter utrumque, quod erat demonstrandum. Numeri itaque artificialis quem b c designat, dicitur o T terminus maior, & T d terminus minor.

29. *Dati itaque sinus artificiales terminos exhibere.*

Ex præmissa probatur minorem terminum relinqui, ablato sinu dato à sinu toto; & maiorem terminum produci, multiplicato sinu toto in terminum minorem, & producto diuiso per sinum datum, vt sequenti exemplo.

50. *Vnde prima Tabula primum proportionale, quod est 9999999, habet suum artificiale numerum inter terminos 1.0000001, & 1.0000000.*

Nam per præmissam aufer 9999999 à sinu toto cyphris aucto fiet unitas cum suis cyphris pro minore termino: hanc vnitatem cyphris auctam, & multiplicatam in sinum totum, diuide per 9999999, & fient 1.0000001; siue (si majorem accurationem requiris) 1.00000010000001 pro majore termino.

31. *Insensibili differentia distantes termini ipsi, siue inter eos quidvis pro numero artificiali vero habetur.*

Vt in superiori exemplo, sinus hujus 9999999. artificialis numerus habetur hic 1.0000000, siue hic 1.00000010, siue omnium optimè hic 1.0000005: quia enim ipsi termini 1.0000001 & 1.0000000, insensibili fractione vt pote $\frac{1}{10000000}$ differunt ab inuicem: ideo & ipsi, & quicquid inter eos est, multò minus, multòque insensibiliore errore, à vero difforent artificiali inter hos terminos constituto.

32. *Quocunque sinuum Geometrica propotione à sinu toto deficiunt, unius artificiali numero aut terminis datis, ceterorum etiam dare.*

Consequitur hoc necessariò incrementi Arithmetici, decrememi

16 MIRIFICI LOGARITHM.

menti Geometrici, & numeri artificialis definitiones: siquidem per illas, vt sinus Geometrica proportione decrescunt continuo: ita interim sui artificiales, continuo Arithmeticamente progressu per æqualia accrescunt. Vnde cuilibet sinu Geometricæ progressionis decrescendo, respondet suus artificialis Arithmeticæ progressionis crescendo: primo scilicet primus, & secundo secundus, & sic deinceps.

Ita vt si primus artificialis, respondens primo sinu post sinum totum detur, secundus artificialis erit eius duplum, tertius triplum, & sic de cæteris: donec omnes omnium artificiales innoteſcant, vi ſequenti exemplo patebit.

33. *Hinc omnium ſinuum proportionalium prima Tabula, numeri artificiales inter terminos propinquos includi, & per consequens ea-
le ſatis dari poſſunt.*

Vt cum ſinus totius artificialis sit 0 (per 27) & primi post ſinum totum, qui est 9999999 in prima Tabula, artificialis sit (per 30) inter terminos 1.000001, & 1.000000: necessariò secundi post ſinum totum, qui est 9999998. 000001, artificialis continebitur inter dupla illorum terminorum: scilicet inter 2.000002 & 2.000000: & tertij 9999997.00000003, inter eorundem tripla: scilicet inter 3.000003 & 3.0000000. Et ſic in cæteris, æqualiter ſemper augendo terminos intervallo primorum terminorum: donec omnium proportionalium primæ Tabulae artificiales terminos compleueris. Poteris conſimili progreſſu, ſi liber, numeros ipsos artificiales exiguo & insensibili errore continuare hoc ordine: pro ſinus totius artificiali, erit 0: pro primi post ſinum totum artificiali, erit 1.00000005 (per 31:) pro secundi, 2.0000010: pro tertij, 3.0000015. Et ita deinceps.

34. *Differentia artificialium ſinus totius & ſinus dati, eſt ipſius dati
artificialis.*

Pateſt hoc quum enim ſinus totius artificialis sit nihil per 27, hoc nihil ex artificiali dati subducto, ipsum integrum artificialem dati remanere necesse eſt.

35. *Dorum artificialium differentia, addenda eſt ad artificialē
matoris ſinū eorundem, ut habeas artificialē minoris: & ſubtra-
benda ab artificiali minoris ſinū, ut habeas artificialē maioris.*

Necel-

CANONIS CONSTRVCTIO. 17

Necessariò hoc sit, siquidem crescunt artificiales decrementibus sinibus atque minor est artificialis maioris sinus, & maior minoris. Ideoque æquum est differentiam addere minori artificiali, ut habeas artificiale maiorem licet minoris sinus: & contrà, auferre differentiam à maiore artificiali, ut habeas minorem artificialem licet majoris sinus.

36. Similiter proportionatorum finuum sunt æqui-differenties artificiales.

Consequitur hoc necessariò definitiones artificialium & motuum: Nam cùm per eas, Geometrico decremente similiter proportionato, respondeat Arithmeticum incrementum æquale semper: necessariò similiter proportionatis finibus, respondere æqui-differentes artificiales & numeros, & numerorum terminos concludimus. Ut in superiori exemplo primæ Tabulæ, quia similis est proportio inter primum proportionale post finum totum 9999999.000000, & tertium 9999997. 000003: ei quaè est inter quartum 9999996. 000006, & sextum 9999994. 000015. Ideò numerus artificialis iste 1. 0000005 primi, differt ab artificiali isto 3. 00000015 tertij, eadem differentia, qua artificialis iste 4. 00000020 quarti, differt ab artificiali isto 6. 00000030 sexti proportionalis. Eadem etiam est æqualitatis ratio inter differentias terminorum artificialium adinuicem: videlicet tam minorum inter se, quam etiam maiorum inter se, quorum finus sunt similiter proportionati.

37. Ut trium finuum in proportione Geometrica continuatorum, quadratum mediè aquatur factò ex ductis innicem extensis: Ita in suis artificialibus numeris, duplum medii æquatur aggregato extremorum. Vnde horum artificialium duobus quibuscumque datis, tertius innoteſit.

Quia horum trium finuum, ratio quoè est inter primum & secundum, similis est rationi quoè est inter secundum & tertium: Ideò (per præmissam) suorum artificialium ea est differentia inter primum & secundum, quoè est inter secundum & tertium. Sit (verbi gratia) primus artificialis linea b c expressus, secundus linea b d, tertius linea' b e: sintque vñica linea b d e comprehendens hoc modo

C

18 MIRIFICI LOGARITHM.

b ————— c d c ————— f

sunt que differentiae cd & de aequales; horum medium b d duplatur, producet linea hanc ab ultra e in f, ita ut b f sit duplum b d. Dico b f aequali utrisque lineis, b c primi artificialis, & b e tertij; ab aequalibus enim b d & d f, aufer aequalia c d & d e; scilicet c d, à b d, & d e, à d f: & remanebunt b c & e f necessariò aequalia. Cum itaque tota b f, aequalis sit utrisque b e & e f: ergo & utrisque b e & b c aequalabitur, quod erat demonstrandum. Vnde sequitur canon: si trium horum artificialium medium datum duplueris, & hinc subdividatur extremum datum, reliquum extremonrum quæ situm innoiescit: & si extrema data conjunxeris, & aggregatum hoc bipartueris, medium fiet notum.

38. Quatuor Geometricè proportionalium, sicut factum ex ductu mediorum, equatur facta ex ductu extremonum: Ita siuorum artificialium, aggregatum mediorum equatur aggregato extremonum. Vnde horum artificialium tribus quibuscumque datis, quorum innoiescit.

Quia horum quatuor proportionalium, ratio quæ est inter primum & secundum, similis est rationi quæ est inter tertium & quartum: Ideò (per penultimè præmissam) siuorum artificialium, ea est differentia inter primum & secundum, quæ est inter tertium & quartum. Tales itaque quantitates in linea b f suprascripta sumantur, ut hic, quarum b a primum articiale, b c secundum, b e tertium, & b g quartum referat, factis differentiis.

b ————— a c d e g ————— f

a c & e g aequalibus: Ita ut d in medio c e positum, in medio a g etiam ponи necesse est. Iam dico aggregatum b c secundi, & b e tertij, aequali aggregato b a primi, & b g quarti. Nam quia (per præmissam) duplum b d, quod est b f, aequalatur utriusque b c & b e: quia differentiae eorum à b d, videlicet c d & d e sunt aequales. Eadem ratione, & idem b r equabitur utrisque b a & b g: quia cotū differentiae à b d, videlicet ad & d g sunt etiam aequales.

Quum

CANONIS CONSTRVCTIO. 19

Quum itaque & aggregatum ex b a & b g, & aggregatum ex ex b c & b e, sint iidem duplo b d, quod est b f æqualia: ergo & inter se æquabuntur, quod erat demonstrandum. Vnde sequitur canon, si quatuor horū artificialium, ab aggregato extremitorum datorum, subduxeris alterum mediorum cognitū, relinquetur reliquum medium quod quærebatur: & si ab aggregato mediorum cognitorum subduxeris alterum extremitorum cognitum, relinquetur extremitum quæsumum.

30. *Duorum artificialium differentia, est inter duos terminos, ad quorum maiorem se habet sinus totus, ut eorum artificialium minor sinus ad sinuum differentiam: & ad minorem terminum se habet sinus totus, ut artificialium sinus maior ad sinuum differentiam.*

V	T	c	d	e	S
					—

Sit sinus totus T S, sinus duo dati d S major, & e S minor: Ultra S T signetur puncto V distantia T V, ea lege, ut S T se habeat ad T V, ut e S minor sinus, ad d e differentiam sinuum. Deinde citra T versus S, signetur puncto c distantia T c ea lege, ut T S se habeat ad T c, ut d s sinus major, ad d e differentiam sinuum. Dico differentiam artificialium respondentium sinibus d S & e S, constitui inter terminos V T maiorem, & T c minorem. Nam quia ex hypothesi, ut e S add d e, ita T S ad T V; & ut d S add e, ita T S ad T c se habem: ideo etiam ex natura (proportionalium) sequuntur duæ conclusiones: Primum, quod V S se habet ad T S, ut idem T. ad e S. Secundum, quod similis est ratio T S ad c S, rationi qua est d S ad e S. Et propterea (per 36.) differetia artificialium respondentium sinibus d S & e S, æqualis est differentiæ artificialium respondentium sinu toto T S, & sinu c S. At hæc differentia (per 34.) est artificialis ipsius sinus c S: & hic artificialis inter terminos V T maiorem, & T c minorem (per 28 pos.) ineluditur: quia per primam conclusionem jam dictam, V s major sinus toto se habet ad sinus totum T s, ut idem T s ad e S. Vnde necessariò differentia artificialium respondentium sinibus d S & e S, constituitur inter terminos V T maiorem, & T c minorem, quod erat demonstrandum.

C 2

20 MIRIFICI LOGARITHM.

40. Terminos differentia inter artificiales numeros duorum datorum sinuum exhibere.

Quum per præmissam, sinus minor se habeat ad differentiam sinuum, vt sinus totus ad maiorem terminum differentiæ artificialium: & sinus maior se habeat ad differentiam sinuum, vt sinus totus ad minorem terminum: sequetur ex natura proportionalium, quod ducto sinu toto per differentiam datorum sinuum, orietur ex producto diuiso per minorem datorum, maior terminus. & ex producto diuiso per maiorem sinuum, orietur minor terminus.

EXEMPLVM.

VT sit sinuum datorum maior 999975. 5000000, minor autem 9999975. 0000300: quorum differentiæ 4999700 ductâ in sinum totum (adiecit prius octo cyphris utrique post punctum demonstrationis gratiâ, licet alioquin septem sufficient) quod hinc producitur, si per maiorem sinum, scilicet per 9999975. 5000000 diuiseris, prouenient, 49997122 octo figuratum post punctum pro minore termino. Sin quod producitur, per minorem sinum, scilicet per 9999975. 0000300 diuiseris, prouenient. 49997124 proximato termino: inter quos (vt demonstratum est) constituitur differentia artificialium sinuum datorum. Sed quia protractio huius fractionis in octauam figuram ultra punctum, est accuratio plusquam requisita, præsetiū cùm in ipsis sinibus septem tantum ponantur figuræ post punctum: idèo deletâ octauâ illâ sive ultimâ utriusque termini figurâ utique terminus vñā cum ipsa artificialium differentia, in fractione, 4999712 stabiliti potest; absque vel minimo scrupulo sensibili erroris

41. Sinum vel numerorum naturalium, non in ipsis proportionales prima Tabula, sed prope vel inter eos cadentum: numeros artificiales, eorumve saltem terminos insensibili differentia distantes exhibere.

Sinui dato sinum primæ Tabula proximum huc minorem sive maiorem nota: huius tabulati sinus terminos artificiales (per 33) quæro, & inueniens referma: deinde (per præmillam) terminos differentiarum inter artificiales numeros sinus dati

CANONIS CONSTRVCTIO. 21

dati & sinus tabulati, siue ambos, siue (quia ferè æquales sunt, vt superiori exemplo paret) eorum alterutrum quære. Hos iam inuentos, horumve alterurrum adde ad illos nuper reseruatos terminos, aut ab illis substrahe (per 8, 10 & 35.) prout sinus datus fuerit minor aut maior tabulato ei proximo: & qui hinc producuntur numeri, erunt termini propinqui inter quos includetur artificialis numerus sinus dati.

E X E M P L V M.

VT sit sinus datus 9999975. 5000000, cui sinus in Tabula proximus, est 9999975. 0000300 minor dato: huius termini artificiales (per 33) sunt 25. 00000025 & 25. 0000000: deinde (per præmissam) differentia inter artificiales numeros sinuum dati & tabulati, est. 4999712: quam (per 35) aufer ab illis terminis, quia sunt termini minoris sinus, & prouenient 24. 5000313 & 24. 5000288, termini quæsiti sinus dati 9999975. 5000000: cuius ipse artificialis numerus in quovis terminorum, siue optimè in 24. 5000300 (per 31) constitui potest absque sensibili errore.

A L I V D E X E M P L V M.

SIT sinus datus 9999900. 0000000, sinus tabulatus ei proximus 9999900. 0004950, huius termini artificiales sunt 100.0000100 & 100.0000000 (per 33:) Deinde differentia inter artificiales numeros illorum sinuum, erit (per præmissam). 0004950, quam (per 35) ad superiores terminos adde, & fient 100.0005050 pro maiore termino, & 100. 0004950 pro minore termino, inter quos artificialis quæsusinus dati includitur.

42. *Hinc sequitur, omnium proportionalium secundæ Tabulae numeros artificiales exactè satis dari: seu inter terminos cognitos insensibili fracione differentes includi posse.*

Vt in præcedenti exemplo, quem numerus artificialis huius sinus 9999900 (qui est primum proportionale secundæ Tabulae) demonstretur inter terminos hos 100. 0005050 & 100. 0004950 esse: necessariò secundi proportionalis, numerus artificialis (per 32) erit inter hos terminos 200 0010100 & 200. 0009900: & tertij proportionalis, inter hos terminos 300.0015150 & 300. 0014850, &c. Et tandem

22 MIRIFICI LOGARITHM.

vltimi sinus secundæ Tabulæ, qui est 9995001. 222927, artificialis numerus includetur inter terminos hos 5000. 0252500 & 5000. 0247500. Quibus iam habitis terminis (per 31) poteris ipsos artificiales numeros eorum exquirere.

43. Sinum vel numerorum naturalium non in ipsis proportionales secundæ Tabula, sed prope vel inter eos cadentium, numeros artificiales exhibere; seu inter terminos cognitos insensibili fractione differentes includere.

Sinui dato sinum secundæ Tabulæ proximum, siue maiorem siue minorem nota, huius tabulati sinus terminos artificiales per præmissam quære: deinde per regulam proportionis, quære quartum proportionale se habens ad sinum totum: ut sinum dati & tabulati minor se habet ad maiorem. Quod uno modo perfici poterit, ducendo dati & tabulati minorem in sinum totum, & productum in maiorem dividendo. Altero modo faciliori, ducendo sinum dati & tabulati differentiam in sinum totum, & productum in dati & tabulati maiorem dividendo, atque quotientem ex sinu toto auferendo. At quia huius quattuor proportionalis, numerus artificialis (per 36) tantum differt ab artificiali sinus totius, quantum innicem artificiales sinuum dati & tabulati differunt: Et quia etiam illorum differentia, eadem est cum ipso artificiali quarti per 34: Ideò artificiales terminos quarti, per penultimè præmissam è Tabula prima quære, & inuentos adde ad artificiales terminos tabulati, aut ab illis substrahe per 8. 10. & 35. prout tabulatus sinus fuerit maior aut minor dato, & producentur artificiales termini sinus dati.

EX E M P L V M.

VT sit sinus datus 9995000. 000000, sinus Tabulæ secundæ ei proximus est 9995001. 222927, huius termini artificiales (per præmissam) sunt 5000. 0252500 & 5000. 0247500. Quartum deinde proportionale alterutro modorum suprascriptorum quære, & fieri 9999998.7764614. cuius terminos artificiales (per 41) è prima Tabula quære, erintque 1. 2235387 & 1. 2235386: quos ad superiores terminos per 8 & 35 adde, fientque pro terminis artificialibus dati 5001. 2487888 & 5001. 2481886. Vnde & numerus inter hos

CANONIS CONSTRVCTIO. 23

hos medius, qui est .5001.2485387, optimè (per 31 pos.) pro ipso artificiali numero sinus 9995000 dati statuitur absque sensibili errore.

44. Hinc sequitur; omnium proportionalium prima Columna tercia Tabula, numeros artificiales exacte satis dari: seu inter terminos cognitos insensibili fracione differentes includi posse.

Nam quum per præmissam, huius 9995000 (qui est primus sinus infra sinum totum, ex proportionalibus primæ Columnæ tertiae Tabulæ) numerus artificialis sit .5001.2485387 absque errore sensibili: secundi proportionalis scilicet 9990002.5000, numerus artificialis (per 32) erit 10002.4970774. Et sic in ceteris, progrediendo usque ad ultimum eius columnæ sinum 9900473.57808. cuius, ratione artificialis numerus etit 100024.9707740: eiusque termini 100024.9657720 & 100024.9757760 erunt.

45. Numerorum naturalium, seu sinuum non in ipsis proportionales prima Columna tertia Tabula, sed prope vel inter eos cadentium, numeros artificiales exhibere: seu inter cognitos terminos insensibili fracione differentes includere.

Sinu dato sinu prima Columnæ tertiae Tabulæ proximum, siue minorem siue maiorem nota; huius tabulati terminos artificiales per præmissam quare: deinde quartum proportionale se habens ad sinum totum, vi sinuum dati & tabulati minor ad maiorem, per unum ex modis in penultime præcedente descriptis quæ: huius quarti ita inuenti terminos artificiales (per penultimè præmissam) è secunda Tabula quare, & inuentos adde ad terminos tabulati sinus superiorius inuentos, aut ab illis substrahe (per 8.10.&c 35.) & producentur artificiales termini sinus dati.

EXEMPLVM.

VT sit sinus datus 9900000, proportionalis sinus primæ Columnæ tertiar Tabula ei proximus, est 9900473.57808, cuius termini artificiales per præmissa sunt 100024.9657710 & 100024.9757760. Quartum inde proportionale erit 9999521.6611850, cuius termini artificiales (per 43 & secunda Tabula desumpti) sunt 478.3502290 & 478.3502812: quibus terminis ad terminos superiores tabulari (per

24 MIRIFICI LOGARITHM.

(per 8 & 35) additis, prouenient termini 100503. 3210291 & 100503. 3160010, inter quos necessariò cadit artificialis numerus quæsitus. Vnde numerus inter hos medius, qui est 100503. 3210291, pro vero artificiali numero sinus 9900000 dati, statui absque sensibili errore potest.

Hinc sequitur, omnium proportionalium tertia Tabula numeros artificiales exactè satis dari.

Nam quum (per præmissam) 100503. 3210291, sit artificialis primi sinus secundæ Columnæ, qui est 9900000, cæterique primi reliquarum columnarum sinus eadem proportione progrediantur, necessariò (per 32 & 36) eorum numeri artificiales eadem semper differentia crescunt, additis 100503. 3210291 antecedenti artificiali, ut fiat sequens. Habitis ergo sic primis artificialibus cuiusque columnæ, atque per penultimè præcedentem omnibus artificialibus primæ columnæ datis, elige tibi, an maius simul eiusdem columnæ omnes artificiales condere, addendo semper ad superiorum artificiale cuiuslibet columnæ, hanc artificialium differentiam 5001. 2485387, ut fiat proximè inferior eiusdem columnæ artificialis: An maius simul eiusdem ordinis omnes artificiales, scilicet omnes secundos singularum columnarum artificiales, inde omnes tertios, inde quartos, & sic reliquos constituere, addendo semper 100503. 3210291 cuiilibet artificiali præcedentis columnæ, ut eiusdem ordinis sequentis columnæ artificialis proueniat. Vt roris enim modo, omnes omnium huius Tabulae proportionalium habent artificiales, quorum ultimus, & ad sinum 4998609. 4034 congruens, est 69. 4250. 8007528.

Omnibus tertie Tabulae naturalibus numeris, ascribendi sunt sui artificiales, ut tertia Tabula integra fiat & perfecta: quam posthac semper radicalem vocabimus.

Hæc huius Tabulae conscriptio, fit constituendo columnas numero & ordine quibus per 20 & 21 describuntur: & diuisa in duas series:

RADI-

CANONIS CONSTRVCTIO. 25

RADICALIS TABVLÆ.

Columna prima.		Columna secunda.	
Naturales.	Artificiales	Naturales.	Artificiales
100000000.0000	0	99000000.0000	100503.3
9995000.0000	5001.2	9895030.0000	105504.6
9990002.5000	10002.5	9890102.4750	110505.8
9985007.4987	15003.7	9885157.4237	115507.1
9980014.9950	20005.0	9880214.8451	120508.3
&c. usque ad		usque ad	
9900473.5780	10002.5.0	9801468.8423	200528.2

Columna 69.

		Naturales.	Artificiales.
&c. ceteri vñ pend		5048858.8900	6834225.8
&c. ceteri vñ pend		5046333.4605	6839227.1
&c. ceteri vñ pend		5043811.2932	6844228.3
&c. ceteri vñ pend		5041289.3879	6849229.6
&c. ceteri vñ pend		3038768.7435	6854230.8
&c. tandem		usque ad	
		4998609.4034	6934250.8

quarum prima, proportionalia illa Geometrica, quæ si-
nus numerosque naturales nominamus: secunda hos
iunos artificiales Arithmeticè per æqualia progredientes

D

26 MIRIFICI LOGARITHM.

contineat. Duobus tamen (compendij, graiâ) animaduersis. Primò quod illis omnibus artificialibus, vnam post punctum relinquì figuram satis fit, cæteris sex nouissimis jam rejectis: quas tamen si initio neglexisses error inde frequenti multiplicatione priorum tabulatum, accreuiisset in hac tertia intollerabilis. Secundò, si secunda post punctum figura exceedat quaternarium: figura prima, quæ sola post punctum relinquitur, est vnitate augenda. Ut pro 10002. 48, &c. rectius est ponere 10002. 5, quam 10002.4: & pro 100035001, aptius ponimus 1000.4, quam 1000.3. Itaque eo situ procedat jam radicalis Tabula quo præmittitur.

48. *Perfectiam radicali Tabula, ex ea sola Tabula artificialis numeros excerpimus.*

Vt enim priores duæ Tabulæ ad constitutionem tertiaræ in inferuicbant; Ita tertia hæc radicalis ad principalem artificialiæ Tabulam, quam facillimè & absque errore sensibili condendam inferuit.

49. *Sinuum majorum quam 999700, artificiales numeros facillime exhibere.*

Fiet hoc, sola subtractione sinus dati à sinu toto. Nam per 29 artificialis numerus sinus 9996700, est inter terminos 3300 & 3301; qui quidem termini (quia inuicem vnitate tantum differunt) à suo artificiali vero, non possunt errore sensibili, videlicet majore vnitate differt. Vnde ipse terminus minor 3300, qui sola subtractione habetur, pro ipso artificiali capi potest. Eadem necessariò ratio est de omnibus sinus hoc majoribus,

50. *Sinuum omnium intra limites Tabulae radicalis comprehensorum, artificiales exhibere.*

Sinuum dati, & tabulati ei proximi, differentiam duc in sinum totum; productum partire per facillimum diuiserem, qui vel sit sinus datus, vel tabulatus ex proximis, vel inter utrumque utcunque constitutus; & produceretur differentia artificialium aut terminus major, aut minor, aut intermedium quidpiam (per 39) quorum nullus à vera artificiali differentia errore sensibili differet, propter propinquitatem numerotum Tabulæ. Et ideo hunc eorum quemcunque producendum

CANONIS CONSTRVCTIO. 27

ductum (per 35) adde, ad artificialem tabulati in Tabula repetum, si sinus datus sit minor tabulato sinu: alioquin illum productum ex hoc tabulati artificiali substrahe, & proueniet dati sinus numerus artificialis quæsusitus.

E X E M P L V M.

VT, si sinus datus 7489557, cuius quæritur artificialis. Sinus tabulatus ei proximus est 7490786. 6119, hinc aufero illam adiectis cyphris sic 7489 557.0000, relinquuntur 1229.6119; quæ ducta in sinum totum, diuide per numerum facillimum, qui sit vel 7489557.0000, vel 7400786. 6119, vel optimè per quipiam inter eos constitutum, viportare per 7490000, & facillima diuisione prouenient 16401: quæ (quia datus sinus minor est tabulato) adde ad artificialem tabulati, videlicet ad 2889111.7, & sient 2890751.8, quæ idem valent quod 2890751³. sed quia Tabula principalis nec fractiones admittit, nec quicquam ultra punctum, ponimus pro illo 2890752, qui est artificialis quæsusitus.

A L I V D E X E M P L V M.

Sit sinus datus 7071068.0000, sinus tabulæ ei proximus erit 7070084.4434, quorum differentia est 9835566, quibus ductis in sinum totum, productum diuide optimè per 7071000, quæ sunt inter sinus datum & tabulatum, prouenient inde 1390.9: quæ (quia sinus datus excedit tabulatum ei proximum) substraheatur ex artificiali numero tabulati in tabula repetio, scilicet à 3467125.4, remanebit 3465734.5. Vnde 3465735 ponitur pro artificiali quæsito sinus 7071068 dari. Itaque hæc libertas diuisorem eligendi miram parit facilitatem.

51. *Omnes sinus in proportione dupla, habent 693 1469 22 pro differentia suorum artifcialium.*

Quia enim omnis sinus ad suum dimidium eadem est ratio, quæ est sinus totius ad 5000000: ideo (per 36) diffe-

D. 2

28 MIRIFICI LOGARITHM.

rentia artificialium cuiusque sinus & sui dimidij, est eadem cum differentia artificialium sinus totius, & sui dimidij 5000000. At eadem est differentia artificialium sinus totius, & sinus 5000000, cum ipso artificiali sinus 5000000 (per 34) cuius 5000000, artificialis (per præmissam) erit 6931469. 22. Ergo & idem numerus 6931469. 22 erit differentia omnium artificialium, quorum sinus sunt in proportione dupla: & per consequens duplum eius, scilicet 13862938. 44, erit differentia omnium artificialium, quorum sinus sunt in ratione quadrupla: & triplum eius, videlicet 20794407. 66, erit differentia omnium artificialium, quorum sinus sunt in ratione octupla.

52. *Omnes sinus in proportione decupla, habent 23025842. 34 pro differentia suorum artificialium.*

Nam per penultimè præmissam, sinus 8000000 habet artificialē suum 2231434.68: & per præmissam, differentia inter artificiales sinuum 8000000, & suæ octauæ partis 10000000, est 20794407 66: Vnde per additionem fiunt 23025842. 34, pro artificiali sinus 1000000: & quum ad hunc sinus totus sit decuplus, omnes sinus in ratione decupla, eandem illam differentiam 23025842. 34, inter suos artificiales habebunt, eadē causā & ratione, quam iam in dupla proportione per præcedentem exposuimus, quod probandum erat. Et per consequens, centuplæ proportioni respondebit huius artificialis duplum, quod est 46051684.68, pro differentia artificialium: Et eiusdem triplum, quod est 69077527.02, erit differentia omnium artificialium, quorum sines sunt in ratione millecupla. Et sic de ratione 10000², & aliis, vt infrā.

53. *Vnde omnes sinus in ratione composita ex duplo & decuplo habent artificiales suos differentia 6931469.22, & differentia 23025842. 34 respectivè differentes.*

Vt in tabella subsequenti conspicere licet:

Sinuum

CANONIS CONSTRVCTIO. 29

Sinuum proportio- nes datae.	Artificialium respondentes differentiae.	Sinuum proportio- nes datae.	Artificialium respondentes differentiae.
Dupla	6931469.22	80000pla	89871934.68
Quadrupla	13862938.44	100000pla	92103369.36
Octupla	20794407.66	200000pla	99034838.58
Decupla	23025842.34	400000pla	105966307.80
20cupla	29957311.56	800000pla	112897777.02
40cupla	36888780.78	1000000pla	115129211.70
80cupla	43820250.00	2000000pla	122060680.92
Centupla	46051684.68	4000000pla	128992150.14
200pla	52983153.90	8000000pla	135923659.36
400pla	59914623.12	10000000pla	138155054.04
800pla	66846092.34	20000000pla	145086523.26
Millecupla	69077527.02	40000000pla	152017992.48
2000pla	76008996.24	80000000pla	158949461.70
4000pla	82940465.46	100000000pla	161180896.38

54. *Omnium sinuum ultra limites radicalis Tabula exclusorum, numeros artificiales inuestigare.*

Hoc facilè fit, sinum datum multiplicando per 2, 4, 8, 10, 20, 40, 80, 100, 200: vel per aliam quemuis proportionis numerum hac tabella expressum, donec producatur numerus, qui intra limites radicalis tabulae contingat. Huius iam sub Tabula comprehensi artificialis (per 50) quære, cui acquisito adde tandem differentiam artificiale, quam Tabula indicat priori conuenisse multiplicationi.

E X E M P L U M.

Quartitur, quem artificiale sinus 378064 habeat; is cum ultra limites Tabulae radicalis excludatur, per numerum aliquem proportionum præcedentis tabulae, utpote per

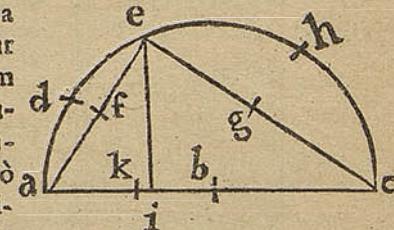
30 MIRIFICI LOGARITHM.

20 ducatur, si et que 7561280, cuius iam intra Tabulam cadi-
tis artificialem (per 50) quare, si et que 2796444.9, ad
quem adde differentiam in Tabella inuentam conuenien-
tem vigecuplae proportioni, quae est 29957311.56, si et que
32752756.4. Vnde 32752756 est artificialis quæsitus, sinus
378064 dati.

15. Ut dimidium sinus totius, se habet ad sinum dimidiij alicuius arcus; ita sinus complementi eiusdem dimidiij, ad sinus totius arcus.

Sit sinus totus ab, dupletur & sit abc; hac diametro
sit semi-circulus, in quo signetur arcus ille ae, bifariam in
d diuisus: eius ergo dimidiij quod est de, extendatur com-
plementum ab e versus c, quod sit arcus eh, cui & h c
necessariò æquatur: quia
d e h quadrans æquatur
reliquo quadranti arcum
ad & hc. Proinde du-
cantur linea e i perpendicularis ad ac, quæ ideo
sinus est arcus ad c: & li-
nea a e, cuius dimidium

fe, est sinus arcus de, qui est dimidium arcus ad c: &
linea ec, cuius dimidium eg est sinus arcus eh, & ideo
est sinus complementi arcus de: dimidium autem sinus to-
tius ab sit ak. Dico ut ak se habet ad ef, ita eg ad ei
se habebit: duo enim trianguli cea, & cie, a qui-anguli
sunt: quia iec, vel ace angulus utriusque communis est, &
uterque cie, & cea rectus est, ille ex hypothesi, hic, quia
in peripheria est, & semi-circulum occupat. Ideoque ut ac
hypotenusa trianguli cea, ad eius minus latus ae; ita se
habet ce hypotenusa triang. cie, ad eius minus latus ei.
Et quum totum ac se habeat ad ae, ut totum ce ad ei:
sequetur inde dimidium ac, quod est ab, se habere ad
ae, ut dimidium ce, quod est eg, se habet ad ei. Et de-
nique cum iam totum ab est ad totum ac ut eg ad ei:
Concludimus necessariò dimidium ab, quod est ak, se
habere ad dimidium ae, quod est fe: ut cg se haber ad
ei;



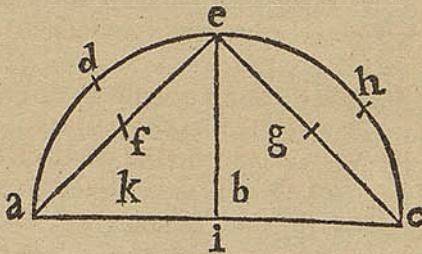
CANONIS CONSTRVCTIO. 31

e i, quod erat demonstrandum.

56. *Duplum artificialis arcus 45 graduum, est artificialis dimidijs sinus totius.*

Repetito præcedenti Schemate sit casus talis, quod a e, & e c, sint æquales. In hoc casu cadet i in b, eritque e i sinus totus, atque e f, & e g æquabuntur: eorumque quini sinus est 45 graduum.

Et quia (per præcedentem) quæ est proportio dimidijs sinus totius a k, ad e f sinus 45 graduum: ea est etiam proportio e g sinus quoque 45 graduum, ad e i iam



sinus totum. Ideò (per 37) duplum artificialis sinus 45 graduum, æquale est artificialibus extremorum, scilicet sinus totius, & eius dimidijs. At horum amborum artificialium, sunt tantum artificialis alterius eorum, scilicet dimidijs sinus totius: quia reliqui scilicet ipsius sinus totius (per 27) artificialis nullus est. Necessariò igitur duplum artificialis arcus 45 graduum, est artificialis dimidijs sinus totius, quod erat demonstrandum.

57. *Aggregatum ex artificiali dimidijs sinus totius, & artificiali cuiusqne arcus, æquatur aggregato artificialium dimidijs eius arcus, & complementi huius dimidijs. Vnde artificialis huius dimidijs arcus haberi potest, ceterorum triam artificialibus datis.*

Quia per penultimè præmissam, dimidium sinus totius proportionatur ad sinus dimidijs alicuius arcus, ut sinus complementi eiusdem dimidijs arcus, ad sinus totius arcus; Ideò (per 38) aggregatum artificialium duorum extre-
rum, scilicet artificialis dimidijs sinus totius, & artificialis cuiusvis totalis arcus, æquabitur aggregato artificialium mediorum, videlicet artificialis dimidijs eiusdem arcus, & artificalis complementi huius dimidijs. Vnde & per eandem 38, si addideris artificialem dimidijs sinus totius (per 51, vel per præmissum innatum) ad artificialem cuiusvis totalis

arcus

32 MIRIFICI LOGARITHM.

arcus datum : & hinc substraxeris artificiale complementi dimidij prioris arcus datum, relinquetur ipse artificialis petitus eiusdem dimidij arcus : quæ erant demonstranda.

E X E M P L U M.

Sit artificialis dimidii sinus totius (per 51) 6931469, sitque arcus totalis 69 graduum & 20 minutorum, cuius artificialis sit 665143 datus: totalis arcus dimidium est 34 graduum & 40 minutorum, huius artificiale quarto. Complementum huius dimidij arcus est 55 graduum, & 20 minutorum, cuius artificialis sit 1954370 datus: Addo itaque 6931469 ad 665143, & fieri aggregatum 7596612: ex quo aufero 1954370, & relinquenter 5642242 artificialis quæsusitus, arcus 34 graduum & 40 minutorum.

58. *Datis artificiis omnium arcuum non minorum 45 gradibus, omnium arcuum minorum artificiales facilimè habentur.*

Ex artificiis arcuum omnium non minorum 45 gradibus per hypothesin datis, habebis per præmissam, artificiales reliquorum omnium arcuum decrescentium usque ad vigesimum secundum gradum cum semisse. Ex quibus iam habitis, artificiales similiter reliquorum arcuum usque ad 11 gradus & 15 minuta habebuntur. Et ex his rursus, artificiales omnium arcuum usque ad 5 gradus & 38 minuta. Et ita deinceps in primum usque ad minutum.

59. *Tabulam Artificialem condere.*

Paginæ præparentur quadraginta quinque longiusculæ, ut præter margines superiore & inferiore, sexaginta etiam lineas numerales capere valeant. Paginarum quælibet linearum transuersis in 20 spatia aequalia diuidatur: spatiorum quodus tres lineas numerales capere valeat. Inde aliis lineis descendenter diuidatur pagina quævis in columnas septem, interposita duplice linea inter columnas secundam & tertiam, & inter quintam & sextam: inter cæteras vero simplex ponatur linea. Prima pagina in fronte superiore læviorum supra tres primas columnas superscribatur hoc titulo | O Grandu | & superscribatur inferius & dextrorum sub

CANONIS CONSTRVCTIO. 33

sub tribus vltimis colunis sic | 89 Gradus | Secunda pagina superscribatur lœvorum sic | 1 Gradus | & subscribatur dextrorum sic | 88 Gradus | Tertia pag. superscribatur sic | 2 Gradus | & subscribatus sic | 87 Gradus | Et ita cū cæteris paginis procedendo, vt suprà scripti infà scriptis additi, quadranté uno minus siue 89 gradus semper compleant. Inde prima columna per singulas paginas titulum hunc suprascriptum habeat | *Minuta graduum suprascriptorum* | Secunda columnna hoc titulo superscribatur | *Sinus arcum finistrorum* | Tertia columnna hoc titulo superscribatur | *Artificiales arcum finistrorum* | Quarta columnna hoc titulo & superscribatur & subscribatur | *Differenria inter artificiales complementorum* | Quinta columnna subscribatur hac subscriptione | *Artificiales arcum dextrorum* | Sexta columnna subscribatur hac subscriptione | *Sinus arcum dextrorum* | Septima columnna subscribatur hac subscriptione | *Minuta graduum infra scriptorum* | Primæ deinde columnæ inserantur numeri minutorum ab o ad 60 progrediendo. Septimæ etiam columnæ inserantur numeri minutorum à 60 ad o decrescendo: ea lege, ut prime & septimæ columnæ bina quævis minuta in eadem linea opposita, gradum integrum seu 60 minuta perficiant. Exempli gratia, o ad 60, & 1 ad 59, & 2 ad 58, & 3 ad 57, &c. opponantur. Atque inter bina quæque viginti lineamentorum transuersorum, tres numeri in quolibet intervallo cuiusliber columnæ contineantur. In secunda columnna ponantur numeri sinuum, respondentium gradibus suprà, & minutis à latere lœvorum in eadem linea positis. In sextæ etiam columnæ ponantur numeri sinuum, respondentium gradibus infà & minutis à latere dextrorum in eadem linea positis. Hos sinus suppeditabit tibi communis sinuum R E I N H O L D I Tabula, vel si qua exactior. His peractis, omnium sinuum intet sinum totum & suum dimidium, artificiales per 49 & 50: cæterorum vero sinuum artificiales per 54 computato. Siue aliter, multoque & exactius & facilius, omnium sinuum intet sinum totum & suum 45 graduum artificiales, per caldem 49 & 50 computato: ex quibus jam habitis, omnes liquorum arcum minorum 45 gradibus artificiales, par

34 MIRIFICI LOGRITHM.

præmissam quām facillimè acquires. Quibus omnibus artificialibus utrumque computatis, in tertia columnâ locabis artificiales numeros respondentes gradibus suprà, & minutis à latere sinistro, suisque sinibus lœuorum in eadē linea positis. Similiter & in quinta columnâ locabis numeros artificiales respondentes gradibus infrâ, & minutis à latere dextro, suisque sinibus dextrorum in eadem linea positis. Media tandem columnâ sic perficitur: numerum quemque artificiale dextrum, ex artificiali sinistrom in eadem linea posito aufer, notatâ differentiâ in eadem linea interrurumque, donec totam medianam columnam compleueris, Hanc Tabulam nos ad singula minuta computauimus, atque eruditis (quibus plus sit otii) eius exactiorem elimationem, ut & Tabulæ finium emendationem relinquimus.

Epitome Tabulæ artificialis aliter condendæ.

60. **V**i An nonnunquam artificiales per 54 inuenti, differunt ab artificialibus per 58 inuentis; ut hujus sinus 378064, numerus artificialis per illam est 32752756, per hanc vero est 32752741 arguitur quibusdam in locis Tabula finuum vitiosa esse. Quia propero consulo eruditis (quibus forsitan discipulorum & computistarum copia sit) ut Tabulam finnum exactiorem & maioris numeri edant, utpote cuius sinus totus sit 100000000, scilicet oculo cyphrarum praeter unitatis figuram, cum prior sinus totus septem tantum constet. Deinde ut Tabula nostra prima contineat centum numeros, progredientes in ea proportione, que est inter hunc nouum finum totum, & finum eo minorem unitate, utpote inter 100000000, & 999999999.

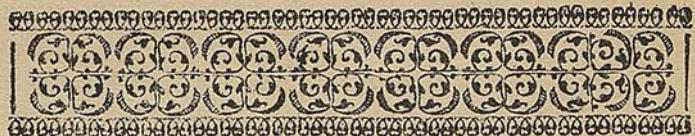
Secunda Tabula contineat etiam centum numeros, in ea proportione, que est inter hunc nouum finum totum, & numerum eo minorem centenario, scilicet inter 100000000, & 99999900.

Tertia Tabula que & radicalis dicitur, trigintaquinque columnas, & centum numeros in qualibet columnâ continet. Centum numeri

CANONIS CONSTR VCTIO. 35

numeri eiusdem columnæ progredianur in ea proportione, qua est decem millum, ad numerum eo minorem unitate, videlicet 1000000 ad 99990000. Tringinta quinque primi inter se, aut secundi, aut tertii, aut cæteri eiusdem ordinis omnium columnarum inter se progrediuntur ea proportione, qua est 100 ad 99, aut sinus totius 100000000 ad 99000000. In his suisque artificialibus inueniendis & continuandis, obseruentur regulæ cetera præcedentes. Atque ex completa sic radicali Tabula, omnium sinuum inter sinus totum & sinus 45 graduum artificiales, exactissimè per 49 & 50 reperties: atque ex artificiali arcus 45 graduum duplato, habebis artificialē dimidii sinus totius per 56. Et tandem ex his iam habitis, ceteros artificiales per penultimè præcedentem exquires; quos in ordinem Tabula per præcedentem rediges, & fiet Tabula, omnium certe Mathematicarum Tabularum præstantissima & ad usus præclarissimos parata.

Finis constructionis Tabulæ Artificialis.



APPENDIX DE ALIA EAQVE PRÆSTANTIORE LOGA- RITHMORVM *specie conſtruenda;* *in qua scilicet, vnitatis Lo-* *garithmus est o.*

INTER varios Logarithmorum progressus, is est præstantior, qui cyphram pro Logarithmo vnitatis statuit, & 10, 000, 000, 000 pro Logarithmo denarij seu decupli instituit: cetererum autem omnium Logarithmi, ex his stabilitate necessario consequentur, & modus inueniendi eos varius est, quorum primus sic se habet.

LOGARITHMVM decupli datum, videlicet 10,000, 000, 000, deoīss partire per quinque; & fient inde numeri sequentes 2000000000, 400000000, 80000000, 16000000, 3200000, 640000, 128000, 25600, 5120, 1024. Horum ultimum decies etiam bipartire, & fient inde numeri sequentes 512, 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1. Atque bi omnes numeri sunt Logarithmi. Quæramus igitur singulorum numeros vulgares, qui iis ordine respondent. Inter denariorum ergo seu decuplum 10 aīque vnitatem (auctōs calculi gratia quotnis cyphris, vīpote duodenis) capiantur quatuor media proportionalia, seu potius (per extractionem radicis supe solide) corundem minimum, quod si doctrina gratia A. Inter A & uniatem, capiantur similiter ex quatuor proportionalibus minimum mediam, quod si B. Inter B & vnitatem, capiantur medium quartum

APPENDIX.

37

quartum seu minimum, quod sit C. Et ita progredere per extractionem supersolida radiois, diuidendo interuallum inter recons inuentum & unitatem, in quinque interualla propotionalia seu in quatuor media; quorum omnium quartum seu minimum semper notetur, usque dum ad decimum medium minimum peruenieris, qua^e his notis signentur D,E,F,G,H,I,K. Computatis iam exacte h[ic]e proportionalibus, perge, & inter K & unitatem quere medium proportionale, quod sit L. Sic inter L & unitatem cape medium proportionale, quod sit M. Sic simile medium inter M & unitatem, quod sit N. Eodem artificio (per extractionem quadratam) creentur inter quemque recentem numerum & unitatem, reliqua intermedia propotionalia, his notis signanda O,P,Q,R,S,T,V: Quorum proportionalium cuilibet, respondet ordine suus Logarithmus superioris seriei. Vnde unitas erit Logarithmus numeri V, quicunque is fuerit, & 2 erit Logarithmus numeri T, & 4. numeri S, & 8 numeri R, 16 numeri Q, 32 numeri P, 64 numeri O, 128 numeri N, 256 numeri M, 512 numeri L, 1024 numeri K: Quae omnia ex superiore constructione patent. Ex his autem iam constructis, construi possunt aliorum ium Logarithmorum propotionalia, ium propotionalium Logarithmi. Nam sicuti in staticis ex additione ponderum unitatis, binarij, quaternarij, 8*rij*, & aliorum pariter parium numerorum, omnis creari potest ponderum numerus, qui apud nos iam Logarithmi sunt: Ita ex propotionalibus V,T,S,R, &c. qua illis respondent, & ex ceteris etiam duplicata ratione creandis, constituvi possunt omnium Logarithmorum oblatorum respondentia propotionalia, per eorumdem inuicem multiplicacionem respectivam, ut docebit experientia. Huius autem operis precipua difficultas est in denis propotionalibus duodecim figurarum & sexaginta figuris supersolido more extrahendis: sed quanto maior hec difficultas, tanto exactior est hic modus in Logarithmis propotionalium, & Logarithmorum propotionalibus innenendis.

E 3

Alius modus facilè creandi L O G A-
R I T H M O S numerorum compo-
sitorum, ex datis L O G A-
R I T H M I S suorum
primorum.

Sic duo numeri datorum Logarithmorum, inuicem multiplicati componunt tertium; eorum Logarithmorum aggregatum erit tertij Logarithmus.

Item si numerus per numerum diuisus producit tertium, & primi Logarithmo secundi substractus, relinquit tertij Logarithmum.

Si ex numero in se quadratè, cubicè, supersolidè, &c. ducto, producitur alter quinis, ex primi Logarithmo duplato, triplato, aut quintuplato, producitur illius alterius Logarithmus.

Item si ex dato per extractionem quadratam, cubicam, supersolidam, &c. extrahatur radix, datique Logarithmus biseccetur, trisecetur, aut per quinque secerur, producetur Logarithmus eiusdem radicis.

Denique quicunque numerus vulgaris ex vulgaribus componitur per multiplicationem, diuisionem, aut extractionem: eius Logarithmus componitur respectuè per additionem, substractionem, duplationem, seu triplationem, &c. suorum Logarithmorum. Vnde sola difficultas est in numerorum primorum Logarithmis inueniendis; qui hac sequenti arte generali inueniuntur.

Ad omnes Logarithmos inueniendos, oportet duorum aliquorum vulgarium numerorum Logarithmos dari, aut saltem assumi pro fundamento operis, ut in superiore prima constructione, o seu cyphra assumebatur pro Logarithmo vulgaris unitatis, & 10,000,000 000 pro Logarithmo denarii seu 10. His itaque datis, queratur quinarius (qui primus numerus est) Logarithmus hoc modo. Ime 10 & 1 queratur medium proportionis.

proportionale, quod est $\frac{316227766017}{1000000000000}$. *Sic inter* 10,000,000,000
& o queratur medium Arithmeticum, quod est 5,000,000,
 000. *Deinde inter* 10 *&* $\frac{316227766017}{100000000000}$ *capiatur medium Ge-*
metricum quod est $\frac{562341325191}{100000000000}$. *Et similiter inter* 5,000,000,
 000 *& o capiatur medium Arithmeticum, quod est:*
 7500000000 .

In continuè proportionalibus
vniuersis.

VT summa mediorum & alterutrius extremi, ad eundem ex-
tremum; sic differentia extreborum, ad differentiam ex-
tremi eiusdem & medi proximi.

Compendium dimidii Tabulæ
LOGARITHMORVM.

Dvorum arcum quadrantem compleantium, ut sinus maioris,
ad sinus dupli arcus; Ita sinus 30 graduum, ad sinus
minoris. Vnde addito Logarithmo dupli arcus ad Logarith-
morum 30 graduum; & à producto, subducto Logarithmo
maioris, relinquitur Logarithmus minoris.

Habitudines LOGARITHMORVM & suo-
rum naturalium numero-
rum inuicem.

- i. **D**entur duo sinus & sui Logarithmi. Si totidem numeri-
equales sinui minori in se ducantur, quot sunt unitates in
matoris Logarithmo: & contrà, totidem equales sinui ma-
iori in se ducantur, quot sunt unitates in minoris Logarith-
mo;

- mo; erunt duo producta aequalia, & producti sinus Logarithmus, erit numerus factus ex ambobus Logarithmis inuicem multiplicatis.
2. Ut sinus maior ad minorem; Ita velocitas incrementi, aut decrementi Logarithmorum apud minorem, ad velocitatem incrementi aut decrementi Logarithmorum apud maiorem.
 3. Duo sinus in ratione duplicata, triplicata, quadruplicata, &c. habent suos Logarithmos in ratione dupla, tripla, quadrupla, &c.
 4. Et duo sinus in ratione ut ordo ad ordinem, (id est ut triplicatum ad quintuplicatum, vel cubus ad supersolidum) habent suos Logarithmos, in ratione ut eorundem ordinum indices, id est, ut 3 ad 5.
 5. Si primus sinus in secundum ductus producit tertium, Logarithmus primi additus secundi Logarithmo producit tertii Logarithmum. Sic in diuisione, divisoris Logarithmus ex dividendi Logarithmo subductus, relinquit quotientis Logarithmum.
 6. Et si quot aequales primo, inuicem ducti producunt secundum, totidem aequales primi Logarithmo, simul additi producunt Logarithmum secundi.
 7. Medium quodvis Geometricum inter duos sinus, habet suum Logarithmum medium tale Arithmeticum inter sinuum Logarithmos.
 8. Sinus primus diuidit tertium, quoties sunt unitates in A; numerus secundus diuidit eundem tertium, quoties sunt unitates in B: Item idem primus diuidit quartum, quoties sunt unitates in C; & idem secundus diuidit eundem quarum, quoties sunt unitates in D. Dico, qua est ratio A ad B, eadem est C ad D, & Logarithmi secundi ad Logarithmum primi.
 9. Hinc si quod numeri oblati Logarithmus, est numerus locorum seu figurarum, quas comprehendit factum ex oblate toties in ducto quoties sunt unitates in 10,000,000,000.
 10. Item si index ordinis su Logarithmus denarii, numerus figurarum (una dempta) ordinis scilicet multipli. erit Logarithmus radicis.

Quæritur, quis numerus sit LOGARITHMVS binarii.
Respon-

A P P E N D I X.

41

Respondeo , numerus locorum numeri facti ex 10,000,
000,000 binariis inuicem ductis.

At dices , hic numerus factus ex 10,000,000,000 binariis
inuicem ductis est innumerabilis. Respondeo , numerus
tamen locorum eius (quem quæro) est numerabilis. Ex data
itaque radice (binario) & indice (10,000,000,000) quære
numerum locorum multipli , & non numerum ipsius multi-
pli ; & per regulam nostram inuenies 301029995 &c. pro
numero locorum quæsito , & L O G A R I T H M O binarii.

F I N I S.

F



LVCVBRATIONES
ALIQUOT
DOCTISSIMI
D. HENRICI BRIGGII

In APPENDICEM præmissam.

Habitudines LOGARITHMORVM & suorum
naturalium numerorum inuicem; Si unitatis
LOGARITHMVS sit o.

DATIS duobus numeris cum suis logarithmis, si communis aliquis divisor veroque logarithmos divisor, & uterque numerorum factorum ratios in seipsum ducatur, ut numerus factorum ab alteruiro, unitate tantum superetur a quoro alterno logarithmi, erunt duo producti aequales. Et logarithmus numeri producti, erit numerus continuè factus, a quotis logarithmorum & communis dividendis divisor.

Logarithmi.
4
6

Sunto dati numeri { 25118865
39810718 }
 Sit communis divisor unitas,
 Primus in seipsum quinques }
 Secundus in seipsum ter--- } ductus facit 251188649
1000000

Loga-

L V C V B R A T I O N E S. 43

		Logarithmi.
Conti- nuè pro- portio- nales	1 (0)	0
	25118865 (1) Latus	4
	63095737 (2) Quadratus	8
	158489331 (3) Cubus	12
	39810718 (4) Biquadratus	16
	100000000 (5) Solidus	20
	251188649 (6) Quadr.cubus	24

		Logarithmi.
Conti- nuè pro- portionales	1 (0)	0
	39810718 (1)	6
	158489331 (2)	12
	630957379 (3)	18
	251188649 (4)	24

A I I V D E X E M P L V M .

		Logarithmi.
Sunto dati numeri	$\begin{cases} 316227766 \\ 50118724 \end{cases}$	$\begin{cases} 5 \\ 7 \end{cases}$
Communis Logarithmorum divisor sit 1.		
Primus sexies Secundus quater		

F 2

44 LVCVB RATIONES

	Logarith.			Log
I	(0)	0	I	(0)
316227766	(1)	5	50118724	(1)
1000000000	(2)	10	251188649	(2)
100	(4)	20	630957376	(4)
1000	(6)	30	316227766	(5)
316227366	(7)	35		35

Notandum si communis divisor sit unitas, ut in vitroque exemplo precedente; factus ab ipsis datis Logarithmus, est Logarithmus numeri producti. Quia unitas multiplicans non anger multiplicatum.

TERTIVM EXEMPLVM.

	Logarithmi.	Quoti.
Sunto dati numeri	{ 343 2.53529412 823543 5.91568628	3 7
Sit communis divisor	84509804	

Norandum numerus.	I (0) 0		
	3	343 (1) 2.53529412	6
	6	117649 (2) 5.07058824	8
	8	40353607 (3) 7.60588236	11
	11	3841287201 (4) 10.14117648	18
	18	558545864083284007 (7) 17.74705884	
	6	823543 (1) 5.91568628	
	12	678223072849 (2) 11.83137256	
	18	558545864083284007 (3) 17.74705884	

Datorum LOGARITHMORVM quoti sunt 3. 7.
factus ab iis 21. qui ductus in communem divisorum
84509804

LVCVBRATIONES. 45

84509804 facit 17.74705884 LOGARITHMVM numeri producti.

Notandum quod Cubus secundi numeri, eique aequalis septimus figuratus primi; (quem aliqui appellant secundum solidum) scribitur notis octodecim: idcirco eius Logarithmus in fronte gerit 17. præter notas subsequentes, qua exprimunt Logarithmum numeri, qui iisdem notis scribiatur: sed eius prima tantum nota versus sinistram, denotat nobis integræ unitates quinque; reliqua nota subsequentes, exprimunt partes, integris hisce adiiciendas. Sic $\frac{154586408}{10000000000}$, &c. cuius Logarithmus 74705884.

Quod si quatuor loci relinquantur integræ, ponenda erit in fronte Logarithmi, nota 3. Sic $\frac{1586408}{10000000}$, &c. cuius Logarithmus 3.74705884.

*Hinc poterimus datis duobus LOGARITHMI
& sinu primi, innenire sinum secundi.*

Sumatur communis aliquis logarithmorum diuisor (qui quo maior fuerit è commodior erit) is diuidat virumque: deinde primus sinus seipsum multiplicet, & suos factos: denec numerus factorum unitate tantum supereretur à quoto secundi logarithmi: vel donec procreetur figuratus, cognominis quoto secundi logarithmi. Idem numerus produceretur, si secundus sinus quasius, seipsum multiplicaret, donec fieret figuratus, cognominis quoto primi logarithmi. Vi patet per præcedentem propositionem. Huins itaque figurati, à primi quoto denominati latus generatur: quod, ubi innuentum fuerit, erit sinus secundus quasius. Erisque continuè factus à quotis, & communi diuisore, ipsius figurati logarithmus.

Vt sunt dati LOGARITHMI 8 14 & si sinus primi 3 communis LOGARITHMORVM diuisor est 2 qui dat quotos 4. 7. Si 3 seipsum sexies multiplicet, proueniet 2187, pro figurato, qui in serie continuè proportionalium ab unitate, septimum locum occupabit: & inde dici poterit non

46 LVCVBRATIONES.

Incommode septimus figuratus. Idem numerus 2187, in alia continuè proportionalium serie, est ab unitate figuratus quartus: cuius latus 6 $\frac{834521}{1000000}$ est sinus secundus quæsusitus.

Quotient factus ab iis 28. qui ductus in communem divisorē 2 facit 56. LOGARITHMUS figuratus 2187.

	Logar.	Log.
Conti- nuè pro- portio- nales	1 (0) 0	(0) 0
	3 (1) 8	(1) 14
	9 (2) 16	(2) 28
	27 (3) 24	(3) 42
	81 (4) 32	(4) 56
	243 (5) 40	
	729 (6) 48	
	2187 (7) 56	

Notandum hos logarithmos diuersos esse ab iis, qui ad illustrationem superioris Propositionis adhibebantur & in hoc autem conueniunt, quod utrobique Logarithmus unitatis est 0. quo posito, logarithmi eorundem numerorum vel sum æquales, vel saltem proportionales inter se.

Sinus primus diuidit tertium) debet primus diuidere
tertium, & tertii quotum, & quoti deinceps quotum quemlibet, quoties poterit, donec quotus ultimus sit minor divisorē. Deinde divisionum harum numerus notetur, non autem quoti alicuius quantitas, (nisi foris minimi, de quo mox plura dicemus) eodem modo secundus, eundem tertius eiusque quoins diuidat. Ita etiam diuidatur ab utroque quartus. Ut

Sunto sinus	primus	2
	secundus	4
	tertius	16
	quartus	64

LVCVBRATIONES.

47

Primus 2, diuidit tertium 16, quater. Sunque quoti 8. 4. 2. 1. Secundus 4, diuidit eundem tertium 16, his. Sunque quoti 4. 1. erunt igitur, A, 4. B, 2.

Eodem modo primus 2, diuidit quartum 64, sexies. Quotique sunt 32. 16. 8. 4. 2. 1.

Secundus 4, diuidit quartum 64, ter. Quotique sunt 16. 4. 1. Sunt igitur C, 6. D, 3. aio vt A, 4. ad B, 2 : sic C, 6. ad D, 3. & sic logarithmus secundi ; ad logarithmum primi.

Si in hisce diuisiōibus, ultimus & minimus quotus obique sit unitas, vt in istis quatuor propositioneis : erunt numeri quotiorum, & logarithmi diuisorum, reciproce proportionales. Alias ratio non erit prorsus eadem utrobius : veruntamen si diuisores fuerint exigui & diuidendi satis magni, ita ut quoti sint plurimi ; defectus iste proportionalium, vix aut ne vix quidem percipi poterit.

Hinc fit quod numeri oblati Logarithmus.

Suntur duo numeri 10. & 2, vel quinvis alius; & sit logarithmus primi datus, scilicet 100, queritur logarithmus secundi. Primo, secundus seipsum toties multiplicet, ut numerus factorum, unitate tantum supereretur, a dato primi logarithmo. Deinde ultimus factus, diuidatur per primum numerum 10, quoties fieri poterit; & eodem modo per secundum. Erit autem numerus quotiorum, facti à secundo diuisi, 100. (quia factus iste est figuratus centesimus. Et si numerus aliquoties in seipsum ductus, faciet aliquem: idem numerus factum toties diuidet, & semel ulterius. vt 3 in seipsum quater duclus, facit 243. idem 3, diuidit 243 quinques, & quoti erunt 81. 27. 9. 3. 1.) Deinde si idem factus diuidatur a primo 10, manifestum est, numerum quotiorum, unitate tantum minorem esse numerum locorum in diuiso. Idcirco cum idem factus diuidatur à datis duobus numeris, quoties fieri potest : erunt (per precedentem propositionem) numeri quotiorum, & logarithmi diuisorum, reciproce proportionales. Est autem numerus quotiorum secundi, equalis logarithmo primi: idcirco numerus quotiorum primi (id est numerus locorum in facto, uno decmpio,) & equabitur logarithmo secundi.

NUMERI

N	V	M	I	O
1			2	1
1			4	2
2			16	4
3			256	8
4			1024	10
<hr/>				
7		1048576		20
13		1099511627776		40
25		1208925819614		80
31		1267650600228		100
<hr/>				
61		16069379676		200
121		25822496318		400
241		66680131608		800
302		107150835165		1000
<hr/>				
603		114813014767		2000
1205		131820283599		4000
2409		17316587168		8000
3011		19950583591		10000

Hic videmus, LOGARITHMVS denarii sit 10, notæ seu loci in decimo figurato sunt quatuor. Idcirco LOGARITHMVS binarii erit 3 & amplius. In centensimo figurato numerus notarum est 31 : in millesimo , 302 : in 10000 , 3011 ; & quod plutes fuerint facti, eò propius acceditur ad verum LOGARITHMVM qualitatum : in minoribus enim factis partes ultimo quoto adhærescentes rationes perturbant aliquantulum. Verum si ponatur LOGARITHMVS denarii, esse 10,000,000,000 ; Et binarius in seipsum toties ducatur,

vt

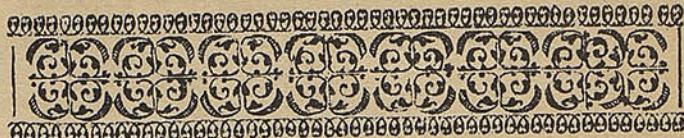
LVCVBRATIONES.

49

vt factorum numerus, vnitate tantum superetur à dato L O -
G A R I T H M O : erit numerus locorum in vltimo facto
deamptâ vnitate, L O G A R I T H M V s binarii
fatis accuratus; quia particulae vltimo
quoto adjectae, in numeris adeò
magnis, frustra conabatur
proportionem
impedire.

F I N I S.

G



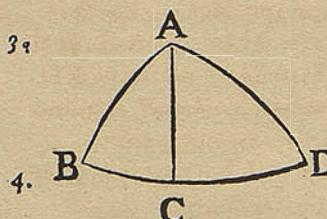
PROPOSITIONES

QVÆDAM EMINENTI TISSIMÆ AD TRIANGVLA sphærica, mirâ facilitate resoluenda.

Triangulum sphæricum resoluere, absque eiusdem
diuisione in duo quadrantalia aut
rectangula.

PROPOSITIO PRIMA.

DATIS tribus lateribus, angulum quemuis propalare. *Et contrà.*
Ex tribus datis angulis latus quodvis inuenire.
Perficitur hoc omnium optimè, per tres modos LOGARITHMORVM nostrorum, Cap. 6. Sect. 8a. 92. 103. descriptos.



3. *Datis latere A D, & angulis D & B, latus A B inuestigare.*
Duc sinum A D in sinum D, productum diuide per sinum B, & proueniet sinus A B.
4. *Datis latere A D, & angulis D & B, latus B D acquirere.*
Duc sinum totum in sinum complementi D, & diuide per tangentem complementi A D, & fieri tangens C D arcus deinde

TRIGONOMETRICA. 51

deinde duc sinum $C D$, per tangentem D , & diuide productum per tangentem anguli B , & fit sinus $B C$; adde aut substrahē $B C$ & $C D$, & fit $B D$.

5. *Datis latere A D, & angulis D & B, angulum A inuenire.*

Duc sinum totum in sinum complementi $A D$, & diuide pertangentem complementi D anguli, & proueniet tangens complementi $C A D$; & sic habetur ipse $C A D$ angulus. Similiter duc sinum complementi B anguli, per sinum $C A D$, & diuide per sinum complementi D , & fit sinus anguli $B A C$; quo addito vel subtracto ex $C A D$ proueniet $B A D$ quæsitus.

6. *Datis A D, & D angulo cum latere B D, inuenire angulum B.*

Duc sinum totum in sinum complementi D , & diuide per tangentem complementi $A D$, & fiet tangens $C D$; cuius arcum $C D$ aufer (vel alias adde) à latere $B D$, & fit $B C$. Deinde duc sinum $C D$, per tangentem D , & diuide productum per sinum $B C$, & fit tangens anguli B .

7. *Datis A D, & D angulo cum latere B D, inuenire latus A B.*

Duc sinum totum in sinum complementi D , & diuide productum per tangentem complementi $A D$, & fiet tangens $C D$: cuius arcum $C D$, aufer vel adde lateri $B D$ dato, & fit $B C$. Deinde duc sinum complementi $A D$, per sinum complementi $B C$, productum diuide per sinum complementi $C D$, & proueniet sinus complementi $A B$: & ita iple $A B$ habetur.

Sequi viderur, ex $A D$ & D angulo cum latere $B D$ datis, inuenire angulum A seu $B A D$: sed hic fitus triplicem requireret Regulam T R I V M. Mutato igitur A pro B , & B pro A , erit problema sic. *Datis B D & D, cum latere A D, inuenire angulum B.* Quod prorsus idem est cum septimo problemate, & dupli tantum regula Trium expeditur.

8. *Datis A D & angulo D, & latere A B, angulum B inuenire.*

Duc sinum $A D$ in sinum D , & productum diuide per sinum $A B$, & producitur sinus anguli B .

52 PROPOSITIONES.

9. *Datis A D, & angulo D, & latere AB, latus BD, inuenire.*

Duc sinum totum in sinum complementi D, & diuide productum per tangentem complementi A D, & fieri tangens C D arcus. Deinde duc sinum complementi C D, in sinum complementi A B, & productum partire per sinum complementi A D, & proueniet sinus complementi B C. Ipsiusmet ergo B C & C D arcuum summa, vel differentia, est latus BD quæsusum.

10. *Datis AD, & angulo D cum latere AB, angulum A seu BA D inuenire.*

Duc sinum totum in sinum complementi A D, productum diuide per tangentem complementi D, & proueniet tanges complementi C A D; & sic habetur ipse C A D angulus. Deinde duc tangentem A D, per sinum complementi anguli C A D, productum diuide per tangentem A B, & proueniet sinus complementi B A C; & inde B A C ipse: cuius, & C A D arcuum summa, vel differentia, est B A D angulus quæsusus.

11. *Datis A D angulo D, cum angulo A, latus A B exquirere.*

Duc sinum totum in sinum complementi, A D, & diuide productum per tangentem complementi D anguli, & proueniet tangens complementi C A D, & sic habetur ipse C A D angulus: cuius, & integri anguli A differentia, (vel alias summa) est angulus B A C. Deinde duc tangentem A D, in sinum complementi C A D, productum partire per sinum complementi B A C, & proueniet inde tangens A B.

12. *Datis A D & angulo D, cum angulo A, angulum tertium B inuenire.*

Duc sinum totum in sinum complementi A D, & diuide productum per tangentem complementi anguli D, & proueniet sinus complementi anguli B, & inde ipse angulus B quæsusus.

Sequi videtur, ex A D, & D, & A angulis, inuenire B D latus: sed in hoc situ triplicem requiri regulam Trium. Mutatis igitur A in D, & D in A, erit problema sub hac forma.

Datis

TRIGONOMETRICÆ. 53

Datis d A , & A , & d angulis , inuenire b A . Prorsus idem cum problemate i. & duplice, tantum Regula Trium expeditur.

De semi-sinuum versorum , præstantia & usu.

i. Datis duobus lateribus & angule intercepto , tertium latum inuenire.

Semi-sinum versum differentiæ crurum , aufer ex semi-sinu verso aggregati crurum : reliquum multiplicat per semi-sinum versum anguli verticalis intercepti : & producto diuisio per sinum totum , adde semi-sinum versum differentiæ crurum , & prodibit semi-sinus versus basis optata.

Eâdem ratione ex basi & angulis iuxta eam , reperitur tertius angulus verticalis.

2. Contrà ex tribus lateribus inuenire angulum quemuis.

Ex semi-sinu verso basis aufer semi-sinum versum differentiæ crurum in sinum totum ductum ; reliquum diuide per semi-sinum versum aggregati crurum , minutum semisinu verso differentiæ crurum : & prodibit semi-sinus versus anguli verticalis quæsiti. Eâdem ratione ex tribus angulis inuestigantur latera.

3. Datis duobus arcubus tertium dare , cuius sinus aequetur differentia sinuum priorum.

Sit arcus 38 : 1 , eius Logarithmus 484504 : arcus alter 77 gr. Horum accipe complementa 51 : 59 , & 13 gr. quorum semi-aggregatum est 32 : 29 , semi-differentia vero est 19 : 29 : quorum Logarithmi sunt 621656 & 1098914 ; quos adde , fient 1719670 ; à quo producto substrahe 693147 , & remanebit 102623 Logarithmus 21 gr. vel idcirca. Dico sinum rectum 21 gr. , qui est 358368 , æqualem esse differentia sinuum arcuum 77 , 38 : 1 ; qui sinus sunt 974370 , & 615891 plus minus.

4. Dato arcu , dare Logarithmum eius sinus versi.

Sit arcus 13 gr. , cuius dimidium 6 : 30 ; eius Logarithmus 2177570 , cuius duplum est 4357140 : à quo aufer 693147 , & remanebit 3663993 , cuius arcus est 1 : 18 , & numerus in-

54 PROPOSITIONES.

ter sinus positus est 25595 : atque is est sinus versus quæ situs
13 gr.

5. *Datis duobus arcibus tertium dare, cuius sinus aequetur aggregato sinuum priorum arcuum.*

Sit unus arcus 38:1, alter arcus 1:28: eorum aggregatum est 39:29, & eorum differentia est 36:33: semi-aggregatum autem est 19:44, semi-differentia verò est 18:16. Adde ergo Logarithmum semi-aggregati, qui est 1085655, ad Logarithmum differentiæ, qui est 518313, & fit productum 1603968 : à quo aufer Logarithmum semi-differentiæ, qui est 1160177, remanent 443791 Logarithmus: cui respondeat arcus 39:56, sinus verò 641896. Qui quidem sinus æquatur vtriq; sinui 38:1, qui est 615661 : & sinui 1:28, qui est 25595 aut iuxta.

6. *Dato arcu & Logarithmo sui sinus recti; arcum dare, cuius sinus versus sit priori sinu recto equalis.*

Sit arcus 39:56, cui respondeat Logarithmus 443791 (ignoto sinu recto,) Logarithmo 443791 adde Logarithmum 693147, fient 1136938. Logarithmum hunc bipartire, & fit Logarithmus 568469 : cuius arcum 34:36 duplicat, & fient inde 69 gr. arcus qui quærebatur. Dico enim quod sinus rectus 39 gr. & 56, est æqualis sinui verso 69 gr.: vierque enim sinus est 641800, aut propè.

7. *Trianguli Spherici A B D, datis cruribus & angulo verticali, basi dare.*

SIT Triangulum Sphæricum A B D, detur angulus verticalis A, 120 gr. 24'49: crus alterum ambientium detur 34, crus reliquum 47 gr. dimidium anguli verticalis 60:12:24, cuius Logarithmus 141766: eius duplo 283533, adde Logarithmos crurum 581260 & 312858, fit summa 1177651: qui est Logarithmus semi-differentiæ sinuum versorum basi & differentiæ crurum: atque idem est Logarithmus sinus recti 17:56; quem arcum, inuentum secundum appellamus: est enim inuentum primum quod sequitur. Differentiam crurum 13 bipartite fient 6:36: cuius Logarithmum 2178570 duplica, & fient 4357140 pro Logarithmo dimidii sinus versi 13 gr., & pro Logarithmo sinus recti o gr. 44: quem arcum

44 pro

TRIGONOMETRICÆ.

55

$4^{\prime} 4$ pro inuenito primo habemus. Horum inuentorum aggregatum est 18 gr. 4° ; & eius Logarithmus est 1139241: semi-aggregatum autem est 9 gr. 2° , eius Logarithmus est 1819061: differētia verò est 17 gr. $1^{\circ} 2'$, & eius Logarithmus est 1218382, semi-differentia verò est 836, cuius Logarithmum 1900221.

Adde ergo Logarithmum semi aggregati 1819061,

Vel ad hunc Logarithmum Vel ad anti logarithmum 1218382, & fiet productum semi-differentiæ, qui est 3037443: à quo aufer Logarithmum 11307, fient 1830368: hinc restabunt 693147, & restabunt 1137221.

Hos bipartire, fient 568611, cuius Logarithmi arcus est 34:30, quem arcum duplica, & fiet basis quæsita 69 graduum.

Conuersum huius problematis, ad inueniendum angulum ex datis lateribus haberur lib. Logar. Cap. 6. Sect. 8. sed partim per Logarithmos, partim per arcum prostaphæretur.

Notandum in præcedenti & sequentibus problematis nulla opus esse casum obseruatione: specie enim omnium partium una cum quantitate, ex ipso calculo prodeunt.

Sequitur alia conuersio præcedentis directa.

DA T A M basin 69 gr. bipartire, fiet 34:30, cuius Logarithmus est 568611: quem duplica fient 1137221: cuius arcum 18 gr. 4° , pro inuenito primo nota: superioris autem Logarithmi 4357140 arcum o gr. 44, pro inuenito secundo nota. Horum arcum complementa sunt 89:16, & 71:18: horum semi aggregatum est 80:17, & eius Logarithmus 14449: semi-differentia verò 8:59, eiusq; Logarithmus 1856956: quos adde, fient 1871405: à quibus substrahe 693147, & relinquuntur 1178258, cuius arcus est 17 gr. 56, quem arcum, inuenitum tertium hic vocamus: à cuius Logarithmo aufer Logarithmos crurum 581260 & 312852, & relinquuntur 283533, quem bipartire, fient 141766 Logarithmus semi-anguli verticalis 60:12 : $2^{\circ} 42'$. Totus ergo angulus

Regula alia prosthapheticæ inuentionis basis.

Semi-differentiam sinuum versorum aggregati & differentiæ crurum nota: Nota etiam semi-sinum versum anguli verticalis. Notatos hos inter sinus rectos quære, & semi-differentiam sinuum versorum aggregati & differentiæ suorum arcuum in Tabula occurrentium, pro inuento secundo signabis: & pro inuento primo capiatur semi-sinus versus differentiæ crurum. Hæc inuenta adde, & proueniet semi-sinus versus basis quæstæ.

Contrà autem ex semi-sinu verso basis, aufer primum inuentum, quod est semi-sinus versus differentiæ crurum, & prodibit secundum inuentum: quod per quadratum sinus totius, ductum & diuisum per semi-differentiam sinuum versorum aggregati & differentiæ crurum, relinquit in quociente semi-sinum versum anguli verticalis quæstæ.

Ex quinque partibus trianguli sphericæ, quarum tres media dantur, duas extremas uno opere inuenire. Aut alias, datis duobus angulis apud basin cum basi, verumque crus sic habetur.

(*) **A**Ngulorum apud basin aggregatum, semi-aggregatum, differentiam, & semi-differentiam, vñà cuni suis logarithmis nota. Inde Logarithmos semi-aggregati & differentiæ, & differentialem semi-basis adde: & hinc subducito Logarithmum aggregati, & Logarithmum semi-differentiæ; & producetur differentialis, qui est primum inuentum. Deinde Logarithmum semi-differentiæ, & differentialem semi-basis adde: hinc aufer Logarithmum, semi-aggregati, & producetur differentialis, qui est inuentum secundum inuentos hos differentiales, quia veri sunt, quære inter numeros differentiales: eorum arcus adde, & habebis crus maius; similiter minorem à maiore substrahe, & habebis crus minus.

Aliter pro cruribus inueniendis.

ANgulorum apud basin Logarithmum semi-aggregati, antilogarithmum semi-differentiæ, & differentialem semi-

TRIGONOMETRICÆ. 57

semi basis adde : & aufer Logarithmum aggregati & 693147, & fiet pri:um inuentum. Deinde Logarithmum semi-differentiæ, anti logarithmum, semi-aggregati, & differentialem semi-basis adde : & hinc aufer logarithmum aggregati & 693147, & fiet inuentum secundum. Cum inuentis age ut suprà, & habebis crura.

Idem aliter.

Secantem complementi aggregati angulorum apud basin, duc per tangentem semi basis: productum duc primò per sinum anguli maioris apud basin, & fit inuentum pri:um. Secundò duc per sinum minoris anguli, & fit inuentum secundum. Hos ergo inuentos diuisos per quadratum sinus totius adde, & fit tangens semi-aggregati crurum: similiter maiorem à minore substrahe, & fiet tangens semi-differentiæ crurum. Eorum ergo arcium utrumque adde, & fiet crus maius: similiter minorem arcum à maiore aufer, & fieri crus minus.

Quinque partium proximarum Trianguli sphericci datis tribus medius, utramque extremam uno opere, & absque casuum observatione inquirere.

Angulorum apud basin, ut sinus semi-differentiæ, ad si:
(*) num semi aggregati: Ita sinus differentiæ, ad quartum quod est aggregatum sinuum.

Et ut sinus aggregati, ad hoc aggregatum sinuum: Ita tangens semi-basis, ad tangentem semi-aggregati crutum.

Inde ut sinus semi aggregati angulorum, ad sinum semi-differentiæ: Ita tangens semi basis, ad tangentem semi-differentiæ crurum.

Horum inuentorum tangentium arcus, è Tabula tangentium extractos adde, & prodibit crus maius; sic minorem à maiore substrahe, & prodibit crus minus.

F I N I S.

H



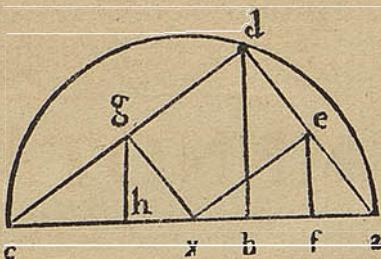
ANNOTATIONES
ALIQVOT
DOCTISSIMI D
HENRICI BRIGGII
IN PROPOSITIONES PRÆMISSAS.

DA TO Areu dare Logarithmum eius sinus versi] ad cuius propositionis finem * * ego libenter adicerem. Et contrà, Date Logarithmo sinus versi, inuenire eius arcum.

Logarithmo 30:6.693147, addatur Logarithmus datus sinus versi quæstui; semissis totius, est Logarithmus dimidiij arcus quæstui.

Vt sit Logarithmus datus 35791 sinus versi ignoti, cuius arcus etiam ignoratur: huic addatur 693147 summa erit 728938 cuius semissis 364469 est Logarithmus 43:59:33. est igitur datus Logarithmi arcus 87:59:6. cuius sinus versus 9648389.

Si datus fuerit Logarithmus defectiuus ---54321, & quadratur eius sinus versus: addatur vt ante 693147. summa (id est numerus reliquus, quia signa sunt contraria.) erit .638826, cuius semissis 319413, est Logarithmus 46:36:6, qui duplicatus est 93:12:6, cuius sinus versus 10558216, cum sit maior radio, habet Logarithmum defectiuum ---54321.

DEMONSTR A-
T I O.
$$\left. \begin{array}{l} cb \\ ab \end{array} \right\} \sinus versi arcum \quad \left. \begin{array}{l} cd \\ ad \end{array} \right\}$$


$$\left. \begin{array}{l} xc \\ cg \end{array} \right\} \text{pro-} \quad \left. \begin{array}{l} xa \\ ae \end{array} \right\} \text{pro-} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} xc \sinus 30 : 6 \\ cg \sinus 'arcus cd \end{array} \right\} \text{pro-} \\ \left. \begin{array}{l} ch \\ af \end{array} \right\} \text{port.} \quad \left. \begin{array}{l} af \\ ch \end{array} \right\} \text{port.} \quad \left. \begin{array}{l} cb \text{ dupla ch rectæ} \end{array} \right\} \text{port.}$$

Tandem sensi sextam propositionem sequentem, hoc ipsum
codem propositus modo prestare.

Trianguli sphærici ABD]

Alium modum pro inuentione basis sequi possumus sic.

Si Logarithmus sinus versi, dati anguli, addatur Logarithmus crurum: summa erit Logarithmus differentia sinuum versorum, differentia crurum & basis quæsitæ. Idcirco per Logarithmum inuentum, queratur differentia sinuum versorum, huic differentie addatur sinus versus differentiæ crurum, summa erit sinus versus basis quæsitæ.

Vt in hoc exemplo: Crura 34. 47, corum Logarithmi 581261. 312858. Logarithmus sinus versi dati anguli deficitius ---409615, qui additus superioribus (quod sit per subductionem, quia signa sunt contraria) dat 484504, Logarithmum differentiæ sinuum versorum basis & differentiæ crurum.

Linea vero huic Logarithmo respondens, siue sit sinus versus siue rectus, est 6160057, quæ est differentia sinuum versorum basis & differentiæ crurum. Cui, si addatur sinus versus differentiæ crurum 02563000, summa 6416357 erit sinus versus basis quæsitæ: qui ablatus è radio, relinquit 3583643 sinum rectum complementi basis 21:6. est igitur basis 69:6.

60 ANNOTATIONES.

Et contrà datis tribus lateribus, inuenitur angulus quilibet.

Si è Logarithmo differentia sinuum versorum, basis & differentie crurum, auferantur Logarithmi crurum, reliquus erit Logarithmus sinus versi anguli quæsiti.

Vt in priori exemplo è Logarithmo 484504 auferatur.
894119 reliquus erit Logarithmus defectius ---409615
qui dabit nobis sinum versum anguli quæsiti. 120 : 24 : 49.

Ex quinque partibus trianguli sphærici] Hac propositiō omnino eadem esse videtur cum ultima, quæ ad finem adiecta, eodem modo a me notatur sic () Hanc ego præstantissimam esse lumenissimè existimo. Sunt autem tres operationes, quæ in ultima magis sunt distinctæ, earum duas priores in unam coniūcio, sic.*

Sunt data basis 69. 6.

$$\text{Anguli ad basin} \left\{ \begin{array}{l} 4^{\circ} 2' : 2^{\circ} 9' : 5'' \\ 31 : 6 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{ll} 73:36:4 & \text{summa} \\ 36:48:2 & \text{semi-summa} \\ 53:11:58 & \text{comp. semisummæ} \\ \hline 11:23:54 & \text{differentia} \\ 5:41:57 & \text{semi-differentia} \\ 84:18:3 & \text{comp. } \frac{1}{2} \text{ differentiæ} \end{array}$$

	Logarithmi	
1. Prop.	Sinus semi-differentiæ	5:41:57 23095560
	Sinus semi-aggregati	36:48:2 5124410
	Sinus differentiæ	11:23:54 16213641
	Summa sinuum	---1757509
2. Prop.	Sinus aggregati	73:36:4 415312
	Summa sinuum	---1757509
	Tangens semibasis	34:30:0 3750122
	Tang. ¹ summæ crurum	40:30 1577301

	Logarithmi	
3. Prop.	Sinus ¹ aggregati angulorum	36:48:2 5124410
	Sinus semi. differentiæ angulorum	5:41:57 23095560
	Tangens semi-basis	34:30:0 3750122
	Tangens ¹ differentiæ crurum	6:30:0 21721272

ANNOTATIONES.

61

$$\begin{array}{r}
 40:36 \\
 61:30 \\
 \hline
 47:0 \\
 34:0
 \end{array} \left. \right\} \text{crura:}$$

*Ha sunt operationes ab authore traditæ. Ego vero, unam
pro duabus primis constituo, tertiam
vero seruo.*

Logarithmi

Pro- port.	Sinus compl. ¹ summæ angulorum	53:11:58	2222368
	Sin. comp. ² differentiæ angulor.	84:18. 3	49553
	Tangens semibasis	34:30:0	3750122
	Tangens semisummæ crurum,	40:30:0	1577307

ALIVD EXEMPLVM.

Sunto datus angulus 47:6.

Crura comprehendentia $\left\{ \begin{array}{l} 59:35:1 \\ 31:6:5 \end{array} \right.$

90:41:16 summa
45:20:38 semi summa
44:39:22 compl. semi-summæ
28:29:6 differentia
14:14:33 semi-differentia
75:45:27 com. semi-differentia

Logar.

1. Prop.	Sinus compl. ¹ summæ crurum	44:36:2 ²	3526118
	Sinus compl. ² differentiæ crurū	75:45:2 ²	312192
	Tangens compl. ¹ anguli vertic.	66:30	-8328403
	Tang. ² sum. angul. ad basim	72:30	-11452329

Logar.

2. Prop.	Sinus semi-summæ laterum	45:26:3 ²	3406418
	Sinus semi-differentiæ laterum	14:14:33	14023154
	Tangens com. semiang. vert.	66:30:0	-8328403
	Tang. semidiff. ang. ad basim	38:30	2288333

H 3

72:36

38:30

111:0

34:0 } Anguli ad basim

Atque hæc omnia constantissimè seruantur, siue dati fuerint duo anguli, cum latere interiecto: siue duo crura, cum angulo comprehenso. Hoc tantum interest, quod tertium proportionis locum, in utraque operatione: illic, Tangens semibasis occupat: hic, Tangens compl. semiſſis anguli verticalis. In his exemplis, si Tangens vel summa ſinuum, sit maior Radio circulari: Logarithmus eſt defectius, & habet virgulam præcedentem ſic --- 8328403.

Idem aliter]

Hos ergo inuentos diuisos per quadratum ſinus totius adde.) Ego ſic potius ſcriberem, quò res eſſet manifestior. Horum ergo inuentorum, per quadratum ſinus totius diuiforum, quotos adde, & fieri Tangens, &c.

Hæc propositio veriſima eſt, ut & proxime antecedens; ſed illa per Logarithmos commodiſſimè expedetur, hactera, vix poterit Logarithmorum operationes admittere: quia quoit ſune addendi & auferendi, ut Tangentes inueniantur. Logarithmorum autem uſus cernitur in proportionalibus, & idcirco in multiplicauione & diuifione: non autem in additione aut ſubduetione.

F I N I S.

PARIS

LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE A. HERMANN

Librairie de S. M. le Roi de Suède et de Norwege

8. Rue de la Sorbonne 8.

1895

Extrait du Priuilege du Roy.



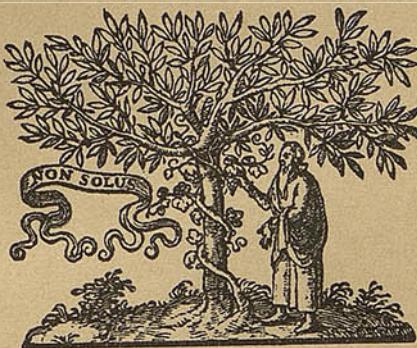
Vivant le Priuilege & mandement de S.
M. à tous Preuosts des terres de son
obeyffance , & à tous ses amez Iusticiers
& Officiers , & à chascun d'eux appar-
tiendra, ainsi qu'il est permis à Barthe-
lemy Vincent Marchand Libraire à Lyon, d'Impri-
mer vendre & debiter ledict Liure intitulé *Logarith-
morum Canonis descriptio, seu Arithmetarum supputa-
tionum mirabilis abbreviatio*. *Eiusque usus in utraque
Trigonometrica ut etiam in omni Logistica Mathematica,
amplissimi, facillimi & expeditissimi explicatio*. Autbore
ac Inuentore Joanne Nepero : Barone Merchistonij, &c.
durant le temps & espace de neuf ans, à commeucer
du iour & darre de ladiete Impression paracheuee:
avec deffences à toutes personnes de quelque estat,
vacation & condition qu'ils soyent d'en vendre ou
debiter , ny d'en estre saisi d'un ou plusieurs exemplaires
autres que de ceux imprimez par ledict Vi-
ncent , à peine de confiscation des exemplaires. & au-
tres peines portees par iceluy, qui fust donné à Paris
les iour , mois & an y contenu. Signé & deuëment
seillé du grand seal de cire jaune.

*Mirifici Logarithmorum, Acheué d'imprimer
le 31. Mars 1620.*

1620
BIBLIOTHEQUE
UNIVERSITÉ DE LYON

CATALOGVS
LIBRORVM
OFFICINÆ
ELZEVIRIANÆ,

Designans libros, qui tām eorum typis & impensis
prodierunt; quām quorum alias copia
ipsis suppetit.



LUGDVNI BATAVORVM,
Ex Officinâ ELZEVIRIANA.

c I o I o c xxviii.

