



MEMOIRE présenté pour l'obtention du
CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

DE LAJUDIE Sandrine
MOUTOTE Nathalie

**POIDS DES COMPETENCES VERBALES ET NON
VERBALES SUR LES PERFORMANCES**

ARITHMETIQUES :

*Etude sur des enfants tout-venant de moyenne et grande
sections de maternelle*

Maître de Mémoire

FAYOL Michel

Membres du Jury

CHOSSON Christelle

DI QUAL Myriam

OLLAGNON Pascale

Date de Soutenance

01 juillet 2010

ORGANIGRAMMES

1. Université Claude Bernard Lyon1

Président
Pr. COLLET Lionel

Vice-président CEVU
Pr. SIMON Daniel

Vice-président CA
Pr. ANNAT Guy

Vice-président CS
Pr. MORNEX Jean-François

Secrétaire Général
M. GAY Gilles

1.1 Secteur Santé :

U.F.R. de Médecine Lyon Est
Directeur **Pr. ETIENNE Jérôme**

U.F.R d'Odontologie
Directeur **Pr. BOURGEOIS Denis**

U.F.R de Médecine Lyon-Sud
Charles Mérieux
Directeur **Pr. GILLY François
Noël**

Institut des Sciences Pharmaceutiques
et Biologiques
Directeur **Pr. LOCHER François**

Institut des Sciences et Techniques de
Réadaptation
Directeur **Pr. MATILLON Yves**

Comité de Coordination des
Etudes Médicales (C.C.E.M.)
Pr. GILLY François Noël

Département de Formation et Centre
de Recherche en Biologie Humaine
Directeur **Pr. FARGE Pierre**

1.2 Secteur Sciences et Technologies :

U.F.R. de Sciences et Technologies
Directeur **Pr GIERES François**

IUFM
Directeur **M. BERNARD Régis**

U.F.R. de Sciences et Techniques
des Activités Physiques et
Sportives (S.T.A.P.S.)
Directeur **Pr. COLLIGNON Claude**

Ecole Polytechnique Universitaire de
Lyon (EPUL)
Directeur **Pr. LIETO Joseph**

Institut des Sciences Financières et
d'Assurance (I.S.F.A.)
Directeur **Pr. AUGROS Jean-Claude**

Ecole Supérieure de Chimie Physique
Electronique de Lyon (CPE)
Directeur **M. PIGNAULT Gérard**

IUT LYON 1
Directeurs **M. COULET Christian et
Pr. LAMARTINE Roger**

**2. Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION
ORTHOPHONIE**

Directeur ISTR
Pr. MATILLON Yves

Directeur de la formation
Pr. TRUY Eric

Directeur des études
BO Agnès

Directeur de la recherche
Dr. WITKO Agnès

Responsables de la formation clinique
THEROND Béatrice
GUILLON Fanny

Chargée du concours d'entrée
PEILLON Anne

Secrétariat de direction et de scolarité
BADIOU Stéphanie
CLERGET Corinne

REMERCIEMENTS

Pour les raisons énoncées, nous tenons particulièrement à remercier...

Michel Fayol, notre maître de mémoire, pour nous avoir proposé ce sujet, et pour nous avoir accompagnées avec bienveillance tout au long de notre travail.

L'équipe de direction et les enseignants de l'Ecole d'Orthophonie de Lyon, ainsi que nos maîtres de stage, pour leur enseignement enrichissant durant ces quatre années d'études.

La directrice et les institutrices de l'Ecole maternelle Anatole France, pour leur accueil chaleureux, leur disponibilité et l'intérêt qu'elles ont portées à notre travail.

L'Ecole de Septmoncel pour sa participation à l'élaboration de notre protocole expérimental.

Les enfants et les parents qui ont accepté de participer à cette étude et nous ont permis de mener à bien notre projet.

Nos familles, ainsi que Ben et Olivier pour leur présence et leur soutien.

Bien sûr, nos amies de l'Ecole d'orthophonie pour leur aide, pour leurs conseils et pour tout le reste...

SOMMAIRE

ORGANIGRAMMES	2
1. <i>Université Claude Bernard Lyon1</i>	2
1.1 <i>Secteur Santé :.....</i>	2
1.2 <i>Secteur Sciences et Technologies :.....</i>	2
2. <i>Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION ORTHOPHONIE</i>	3
REMERCIEMENTS.....	4
SOMMAIRE.....	5
INTRODUCTION.....	7
PARTIE THEORIQUE.....	8
I. GENERALITES : VERBAL VS NON VERBAL	9
1. <i>Les principaux modèles de représentation du nombre.....</i>	9
2. <i>Le modèle du triple code de Dehaene et Cohen (1995).....</i>	10
3. <i>La représentation analogique dans les recherches actuelles.....</i>	11
II. LES CAPACITES VERBALES SOUS JACENTES.....	12
1. <i>Comptine numérique</i>	12
2. <i>Empan</i>	14
III. LES CAPACITES NON VERBALES SOUS JACENTES.....	17
1. <i>Gnosies digitales.....</i>	17
2. <i>Estimation globale de la quantité sur une ligne numérique.....</i>	19
IV. LES COMPETENCES ARITHMETIQUES.....	21
1. <i>Des compétences numériques dès la naissance.....</i>	21
2. <i>Les capacités arithmétiques de l'enfant inscrites dans la continuité de celles du bébé ?.....</i>	22
3. <i>Présentation verbale ou non verbale en regard des compétences arithmétiques de l'enfant.....</i>	23
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	24
I. PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESE GENERALE	25
II. HYPOTHESES OPERATIONNELLES.....	25
PARTIE EXPERIMENTALE	27
I. POPULATION.....	28
1. <i>Etude transversale.....</i>	28
2. <i>Etude longitudinale</i>	29
II. EPREUVES.....	29
1. <i>Protocole de l'épreuve de comptine numérique.....</i>	29
2. <i>Protocole de l'épreuve d'empan</i>	30
3. <i>Protocole de l'épreuve de gnosies digitales.....</i>	31
4. <i>Protocole de l'épreuve d'estimation de la quantité sur une ligne numérique.....</i>	32
5. <i>Protocole de l'épreuve de résolution des opérations.....</i>	34
PRESENTATION DES RESULTATS.....	36
I. ETUDE TRANSVERSALE.....	37
1. <i>Moyenne section de maternelle.....</i>	38
2. <i>Grande section de maternelle.....</i>	40
3. <i>Analyse qualitative des stratégies utilisées dans les opérations arithmétiques.....</i>	41
II. ETUDE LONGITUDINALE.....	45
1. <i>Analyses statistiques.....</i>	45
2. <i>Analyses qualitatives : profils descriptifs.....</i>	48
DISCUSSION DES RESULTATS.....	53
I. INTERPRETATION DES RESULTATS ET MISE EN LIEN AVEC NOTRE PROBLEMATIQUE.....	54
1. <i>Poids des composantes verbales et non verbales sur les performances aux opérations.....</i>	54
2. <i>Progression de la MSM à la GSM : étude longitudinale.....</i>	54
II. LIMITES DE L'EXPERIMENTATION	55
1. <i>Limites de la population.....</i>	55

SOMMAIRE

2. <i>Limites du protocole</i>	56
III. INTERETS DE CETTE ETUDE ET OUVERTURE	57
1. <i>Intérêt et suite de notre étude</i>	57
2. <i>Apports pour la recherche : perspectives pédagogiques et cliniques</i>	59
CONCLUSION	61
BIBLIOGRAPHIE	62
GLOSSAIRE	70
ANNEXES	72
ANNEXE I : EVOLUTION DU PROTOCOLE DE LA PREMIERE A LA SECONDE VERSION	73
1. <i>Comptine numérique</i>	73
2. <i>Rappel sériel</i>	73
3. <i>Gnosies digitales</i>	73
4. <i>Ligne numérique</i>	73
5. <i>Opérations</i>	74
ANNEXE II : ILLUSTRATION DU DEROULEMENT DE QUELQUES EPREUVES	75
1. <i>Déroulement de la résolution d'une addition : $3 + 1$</i>	75
2. <i>Déroulement de la résolution d'une soustraction : $5 - 2$</i>	76
3. <i>Déroulement du placement de nombres sur la ligne numérique : 0, 10, 6, 2</i>	77
4. <i>Déroulement du protocole des gnosies digitales : un doigt et deux doigts simultanément</i>	78
TABLE DES ILLUSTRATIONS	79
TABLE DES MATIERES	81

INTRODUCTION

Classiquement, lorsque l'on aborde la question des difficultés scolaires chez l'enfant, on pense en premier lieu aux troubles de langage écrit comme l'apprentissage de la lecture et les problèmes d'orthographe. Ces difficultés existent, toutefois notre formation nous a permis de dépasser l'idée communément admise selon laquelle l'orthophoniste ne prend en charge que les troubles linguistiques. Elle nous a conduites à nous interroger, entre autres, sur l'importance des acquisitions logico-mathématiques dans le développement de l'enfant.

En matière de recherche sur le développement cognitif et mathématique de l'enfant, les études se sont multipliées ces vingt dernières années.

Notre travail cherche à évaluer l'implication des composantes verbales et non verbales sous-jacentes à la cognition arithmétique du jeune enfant. Les recherches conduites précédemment sur les habiletés non verbales des enfants servent de point de départ à notre recherche : Fayol, Barrouillet et Marinthe (1998) ont fait apparaître une corrélation importante entre gnosies digitales et performances aux opérations. Siegler et Booth (2008) ont montré que la formalisation d'une ligne numérique analogique serait aussi une habileté sous-jacente déterminante pour la réussite aux tâches arithmétiques telles que les opérations.

Nous nous sommes alors basées sur le modèle du triple code de Dehaene et Cohen (1995) selon lequel les enfants sont capables de traiter les petites quantités de façon précise grâce à des représentations internes analogiques de la quantité. Il montre également que le code symbolique verbal permet aux enfants de construire précisément le nombre et de résoudre des opérations comme les additions et les soustractions.

Dans notre partie théorique, nous aborderons de manière générale les aspects verbaux et non verbaux qui sous-tendent la cognition arithmétique. De là, différents modèles existant sur le traitement du nombre chez l'enfant retiendront notre attention. Nous analyserons les capacités verbales et non verbales en construction chez les enfants en introduisant les tâches qui nous ont semblé les plus pertinentes pour notre étude. Enfin, nous mettrons en relation ces données avec les recherches menées sur les performances arithmétiques.

Nous rapporterons les données issues de cinq protocoles proposés à des enfants de moyenne et grande sections de maternelle. Ils consistent en deux épreuves verbales (comptine numérique et rappel sériel) et deux épreuves non verbales (estimation de la quantité sur une ligne numérique et gnosies digitales). Une tâche de résolution d'opérations (additions et soustractions) sera également proposée. Nous analyserons leurs performances aux épreuves verbales et non verbales et les mettrons en rapport avec leurs performances aux opérations. Ces données feront l'objet de deux traitements : une étude transversale menée auprès d'enfants de moyenne et grande sections de maternelle, et une étude longitudinale conduite auprès d'enfants de moyenne section et revus 6 mois plus tard en grande section de maternelle, ceci afin de comprendre leur évolution. Nous décrirons les différentes stratégies développées par ces enfants au cours des épreuves.

Nous discuterons ensuite des résultats de notre étude et terminerons en précisant les apports pour les recherches à venir et les perspectives pédagogiques et thérapeutiques.

Chapitre I
PARTIE THEORIQUE

I. Généralités : verbal VS non verbal

Fayol et Seron (2005) rappellent qu'il n'y a pas de consensus entre les auteurs en ce qui concerne la manière dont sont représentés les nombres dans le système cognitif et sur les rôles joués par les différentes représentations dans les opérations numériques. Toutefois, tous les auteurs sont d'accord pour dire qu'il existe des représentations internes correspondant aux notations numériques et qu'il existe également des représentations sémantiques de la numérosité. Des désaccords demeurent néanmoins sur le rôle et le format de ces représentations internes.

1. Les principaux modèles de représentation du nombre

McCloskey, Caramazza et Basili (1985) proposent un modèle à représentation sémantique unique en base 10. Cette représentation est indépendante de la notation (verbale ou arabe) et de la modalité (orale ou écrite). Elle est activée dans les activités de transcodage et dans le calcul simple et complexe.

De plus, l'architecture du *modèle de McCloskey et al.* comporte plusieurs composantes :

- une représentation interne abstraite, qui est centrale et interagit avec toutes les autres composantes
- deux mécanismes de compréhension : la compréhension des chiffres arabes (avec un traitement lexical et un traitement syntaxique) et la compréhension des mots-nombres (avec un lexique phonologique, un lexique orthographique et un traitement syntaxique)
- deux mécanismes de production : comme pour la compréhension, il existe une production des chiffres arabes, et une production des mots-nombres.
- la représentation interne abstraite interagit avec les faits arithmétiques et les procédures de calcul stockés en mémoire.

Les représentations, sous forme de chiffres ou de mots-nombres, servent au système sémantique de voie d'entrée pour les mécanismes de compréhension et de voie de sortie pour les mécanismes de production.

Power et Longuet-Higgins (1978) proposent un modèle sémantique verbal, avec une représentation sémantique des quantités précise et non unitaire, dans lequel les nombres sont représentés sous la forme de sommes et de produits entre les concepts numériques de base correspondant aux primitives lexicales ($800 = 8 \times 100$ et $108 = 100 + 8$).

Campbell et Clark (1992) considèrent, eux, que les concepts numériques reposent sur des représentations multiples, de différents formats, et variant selon les modalités. Celles-ci sont étroitement liées et organisées en réseaux. Des patterns d'association et d'inhibition déterminent quelles représentations sont activées selon la tâche, les modalités de présentation des nombres et les systèmes de notation utilisés. Dans ce modèle, le calcul et les diverses activités numériques activent un ensemble de représentations :

- les représentations numériques verbales activent les codes articulatoires, auditifs, orthographiques et moteurs
- les représentations numériques non verbales activent les codes visuels, moteurs et analogiques
- les autres activités (comme le comptage sur les doigts) activent des représentations visuo-motrices.

Pour Brissiaud (2003), il existe plusieurs moyens de communiquer à propos des quantités : l'utilisation des collections-témoins (qui sont des représentations analogiques de la quantité) et les mots-nombres (qui sont des représentations verbales). Lorsque les collections font appel à des représentations analogiques de la quantité, cette dernière est représentée par l'ensemble des éléments qui la constituent. Par exemple, on peut représenter la quantité trois par trois doigts. Lorsqu'elles font appel aux représentations numériques (verbales ou arabes), la quantité est représentée par le dernier élément de la collection mis en correspondance terme à terme avec les éléments du système de représentation concerné. Ainsi, lors du dénombrement d'une collection de quatre éléments, le dernier mot prononcé « quatre » représente la quantité de la collection. Brissiaud précise que les représentations numériques sont possibles grâce à l'existence d'un ordre conventionnel. Si les membres d'une communauté veulent se comprendre, il est important de choisir un ordre qui résulte d'une convention culturellement construite et transmise (la comptine numérique, les chiffres...). Dans le cas de la représentation analogique, avec les collections-témoins, cette pluralité est directement représentée. Dans les représentations numériques, la pluralité est représentée par un signe unique arbitraire issu de conventions sociales.

2. Le modèle du triple code de Dehaene et Cohen (1995)

Dehaene et Cohen (1995), à travers l'observation de dissociations chez des patients, établissent une relative indépendance du traitement des nombres par rapport au langage. Ils ont proposé *le modèle du triple code*. Dans celui-ci, il existe trois représentations de la quantité :

- une auditive verbale
- une visuelle arabe
- une analogique

Chacune peut être affectée de manière spécifique. Elles doivent donc, dans la mesure du possible, être testées séparément, en utilisant des épreuves qui ne mobilisent qu'une seule représentation à la fois.

La *représentation analogique* est continue ou discontinue, et elle est approximative. On observe un effet de distance quels que soient la modalité et le format de présentation. Dans des épreuves de comparaison, on observe moins d'erreurs et des temps de réaction plus brefs lorsque les items sont éloignés, et ce même lorsqu'il ne s'agit pas de numération verbale. On observe également un effet de taille : plus la taille des quantités augmente, plus les comparaisons sont imprécises et les temps de réaction longs.

La *représentation verbale* est précise, et code la quantité par l'ordre, grâce à un système lexical et syntaxique. Elle fonctionne grâce à un système de bases lexicales (les bases dix, vingt et soixante en français) et de combinaisons syntaxiques additives ou multiplicatives. La mémorisation de la suite numérique verbale dépend de la régularité de celle-ci et de la longueur des mots-nombres qui la composent. La comptine numérique française est irrégulière tant au niveau de son lexique que de sa syntaxe, et les mots-nombres comportent souvent plusieurs syllabes ou encore des sons complexes. Elle est donc plus difficile à mémoriser pour les enfants français que pour les enfants chinois (Fayol, 2005).

La *représentation arabe* est précise, elle est indépendante du langage. Elle fonctionne selon un système de notation positionnelle de la puissance, en base 10, avec un lexique composé de dix chiffres de 0 à 9. Elle est dissociable de la représentation verbale et de la représentation analogique.

3. La représentation analogique dans les recherches actuelles

Dans les recherches actuelles concernant le nombre et les activités numériques, la représentation analogique permet à l'enfant de se représenter les quantités et d'effectuer des petits calculs plus précocement que s'il utilisait les représentations numériques (et notamment la représentation verbale). Ainsi, Huttenlocher, Jordan et Levine (1994) ont montré que les jeunes enfants pouvaient résoudre des petites opérations dès 2 ans et demi si celles-ci étaient présentées de façon non verbale. D'autre part, pour Brissiaud (1991), les enfants ont de meilleures performances lorsqu'ils utilisent un codage analogique de la numérosité comme les collections de doigts, plutôt qu'un codage verbal. Les collections de doigts conservent la correspondance terme à terme ainsi que les traces accroissement/diminution de la quantité. Les mots-nombres, eux, ne renvoient pas facilement aux quantités du fait du codage par le rang dans une suite de dénominations arbitraires. De plus, les problèmes simples d'addition et de soustraction sont mieux et plus précocement résolus quand ils sont présentés sous forme non verbale. Pour Hugues (1986), les performances des enfants tendent à être meilleures quand les problèmes sont présentés de façon moins abstraite et moins symbolique.

En conclusion, les enfants obtiennent de meilleures performances aux activités arithmétiques lorsque celles-ci sont présentées non verbalement plutôt que verbalement. Ainsi, ils sont en mesure de mobiliser dans certaines limites des représentations discrètes précises antérieurement au codage linguistique de la numérosité. Cette dernière s'accommode moins facilement d'un codage verbal que d'un codage analogique. Pour Brissiaud (2003), l'enfant maîtrise le concept de nombre lorsqu'il est capable d'utiliser les différentes manières de représenter et de manipuler les quantités, et lorsqu'il est capable de choisir la représentation ou la procédure la mieux adaptée pour répondre à la tâche demandée.

Ainsi, en proposant des épreuves verbales, non verbales et des opérations aux enfants, nous pourrions établir le poids des corrélations des composantes verbale et non verbale sur la réussite aux opérations. Dans cet objectif, nous proposons quelques rappels théoriques sur les différentes épreuves proposées.

II. Les capacités verbales sous jacentes

1. Comptine numérique

Nous avons vu qu'il existait deux façons de représenter des quantités : les représentations analogiques (collections-témoins de doigts, constellations de points...) et les représentations symboliques (mots-nombres, chiffres...). La comptine numérique est acquise précocement dans le développement. Nous nous intéressons donc à sa place dans l'acquisition du nombre.

Très tôt, les enfants comprennent que les mots-nombres sont associés à des quantités, mais ne savent pas tout de suite lesquelles. Wynn et Bloom (1997) expliquent que les contraintes linguistiques morphosyntaxiques permettent à l'enfant de savoir qu'un mot comme « trois » renvoie à une quantité, mais pas de savoir quelle est cette quantité. Ils ont mis en évidence deux niveaux concernant les contraintes linguistiques et l'accès à la signification d'un mot : un premier niveau où les enfants savent que les mots-nombres ont une signification quantitative et un second où ils accèdent à celle-ci. Dans un premier temps, pour répondre à une tâche de type « donne moi la carte où il y a les trois chiens » et savoir à quelle quantité renvoie le mot « trois », l'enfant procède par élimination (il connaît les quantités un et deux). Pour Wynn et Bloom, les interactions langagières permettent à l'enfant d'accéder aux mots-nombres, et c'est le comptage qui lui permet, dans un second temps, d'accéder à leur signification quantitative.

Pour Baruk (1997), l'une des sources principales du progrès chez l'enfant est l'interprétation de la « langue des nombres » à partir de son écoute. Pour elle, comprendre la « langue des nombres », c'est comprendre les nombres eux-mêmes. Elle propose d'apprendre la comptine numérique française dans un ordre non conventionnel, en commençant par les mots-nombres réguliers et transparents (les nombres « de 1 à 9 » ainsi que « trente, quarante... »), puis les mots-nombres réguliers et non transparents (comme « vingt » qui n'a pas de phonème commun avec « deux »), et enfin les mots-nombres irréguliers et opaques (« de 11 à 16 »). Elle souligne également la distinction entre l'usage d'un mot-nombre comme « trois » en tant que déterminant (« trois chiens ») où il s'agit du « nombre de », et en tant que nom (« trois est un nombre ») où il s'agit du nombre. Pour elle, les enfants doivent à la fois être capables d'abstraction – ils doivent pouvoir abandonner toutes les propriétés empiriques concernant les objets pour se centrer sur celles des actions – et être en mesure de comprendre et maîtriser le système numérique. Ces deux processus ne coïncident pas dans le temps et c'est pourquoi il y a un décalage entre le moment où l'enfant comprend qu'on parle d'une quantité et le moment où il sait de quelle quantité il s'agit.

Brissiaud (2003) considère que les propositions de Baruk s'appuient trop sur la langue des nombres. Il parle de verbalisme : il s'agit d'apprendre par cœur des règles ou des systèmes qui reposent sur la langue, sans comprendre ce qui se passe sur le plan analogique. En suivant les propositions pédagogiques de Baruk, on assiste à de fausses réussites : les enfants ne font pas le lien avec l'analogique mais répondent verbalement juste. On note aussi que l'ordre non conventionnel proposé est contre-intuitif. Fuson, Richards et Briars (1982) proposent plutôt un enseignement s'appuyant sur une suite régularisée « à l'asiatique ». Les constructivistes (comme Brissiaud) proposent plutôt de

croiser les différentes représentations possibles de la quantité pour aider l'enfant à construire le nombre et la numération.

Pesenti et Rousselle (2001) se sont penchés sur les procédures de quantification chez l'enfant et ont abouti à l'idée que la comptine numérique est une des composantes de base du dénombrement avec le pointage, et est un précurseur fondamental du développement des habiletés arithmétiques. Selon eux, la chaîne numérique influence l'acquisition des principes numériques de base de l'arithmétique comme la correspondance et la cardinalité, la conservation ainsi que le dénombrement. Elle serait également responsable de la façon dont l'enfant effectue différentes tâches arithmétiques, telles que l'addition (Fuson, 1982) et la soustraction (Carpenter, Moser & Romberg, 1982).

La comptine numérique est construite en deux étapes, de 3 à 6 ans. Durant la *phase d'acquisition*, l'enfant apprend qu'il existe une série de mots qui représentent des nombres en les rencontrant dans différents contextes. Demander à l'enfant de compter le plus loin possible aboutit à une production constituée de plusieurs éléments. On peut d'abord isoler une partie conventionnelle et stable (la suite des nombres est correcte et les essais successifs de l'enfant sont les mêmes) ; puis une partie non conventionnelle mais stable qui correspond à une suite incorrecte de quelques nombres et où apparaissent des répétitions et/ou des inversions mais dont la réitération demeure stable. Enfin, il existe une portion de comptine qui n'est ni conventionnelle, ni stable d'un essai à l'autre.

Durant la *phase d'élaboration*, la chaîne est décomposée en éléments (les nombres), dont les rapports les uns aux autres apparaissent progressivement. Fuson, Richards et Briars (1982) décrivent cinq niveaux :

- le niveau chapelet où la suite est considérée comme un tout, les mots non isolables
- le niveau de la chaîne insécable où les mots sont perçus comme des éléments séparés mais où la chaîne est utilisable seulement dans son intégralité
- le niveau de la chaîne sécable : l'enfant maîtrise et manipule aisément les liaisons entre les éléments
- le niveau de la chaîne terminale où les mots sont individualisés avec leur sens numérique et sont mis en relation avec les opérations arithmétiques perçues. La chaîne est totalement maîtrisée dans un sens et dans l'autre.

Pesenti (1995) précise que les nombres de 1 à 16 sont mémorisés par cœur, alors qu'au-delà, ce sont les règles de construction des nombres qui sont retenues. Les études interculturelles menées dans les années 1990-2000 ont montré qu'il existait un effet de régularité et un effet de longueur dans l'apprentissage et la mémorisation de la comptine numérique. Ainsi, les enfants asiatiques apprennent plus facilement la leur que les enfants occidentaux (Fayol, 2005) car elle est régulière avec des noms de nombres courts.

Pour dénombrer, les enfants mettent en correspondance terme à terme les mots-nombres et les objets (Schaeffer, Eggleston & Scott, 1974). Ils ne peuvent précocement isoler le dernier mot de la suite de mots pour désigner verbalement la quantité. Pour Gelman et Gallistel (1978), les enfants savent très tôt que le dernier mot de la suite désigne la quantité totale, mais ils sont en « surcharge cognitive » (ils doivent se rappeler de la suite de mots-nombres, coordonner le pointage et la comptine, et également se souvenir de la

règle de cardinalité), ce qui les conduit à ne pas réussir une tâche de dénombrement. Cette deuxième théorie est reprise par Fayol en 1990.

Fuson et Hall (1983) mettent en avant l'hypothèse du comptage-numérotage. Chaque mot-nombre correspond à un objet, comme une sorte de numérotation (le un, le deux...). Le dernier mot-nombre prononcé concerne donc le dernier objet et non l'ensemble (on note que la quantité est une propriété de la totalité des objets). Il s'agit là d'un numérotage. Lorsque Fuson (1988) interroge des enfants de 3 à 5 ans à propos d'une collection de N soldats, pour savoir où sont ces N soldats, la plupart des enfants répondent « seulement le dernier soldat compté ». C'est grâce à l'utilisation conjointe d'une collection-témoin, et de stratégies de décomposition, que les enfants accèdent à la quantité.

L'acquisition de la comptine numérique participe à la construction progressive du nombre. Nous avons donc retenu cette épreuve verbale afin d'étudier le poids de ce facteur dans la réussite aux opérations.

2. Empan

Parallèlement à la comptine numérique, nous nous proposons de nous pencher sur une autre tâche verbale ; celle du rappel sériel. Celle-ci fait appel à la mémoire à court terme (pour le rappel de chiffres dans l'ordre non canonique) et à la mémoire à long terme (pour le rappel de chiffres dans l'ordre canonique).

Classiquement, la mémoire est décrite comme un système comprenant deux sous-systèmes : la mémoire à court terme et la mémoire à long terme. Nous reprendrons plus loin certaines de ses modélisations afin de cerner en quoi elles présentent un intérêt pour notre étude.

2.1. Rappels

Il existe différentes phases pour mettre en mémoire des informations.

On a coutume de distinguer trois étapes dans la mémorisation d'une information :

- L'*encodage* est une activité cognitive qui, grâce aux stimulations de l'environnement, permet la constitution de traces en mémoire.
- Le *stockage* est la conservation des informations en mémoire après leur encodage et avant leur récupération.
- La *récupération* est un processus par lequel une information est retrouvée. Il peut s'agir de rappel libre ou indicé, immédiat ou différé. La récupération peut aussi s'effectuer par un processus de reconnaissance, immédiat ou différé également.

Fayol et Gaonac'h (2007) nuancent cette schématisation en soulignant qu'elle ne constitue pas en elle-même une explication des processus de mémorisation, mais plutôt un cadre pour la description des paradigmes qui en permettent l'étude.

2.2. Les différents types de mémoire

Dans les travaux que Gil (2007) a regroupés, *la mémoire à court terme* (ou MCT) est une mémoire à capacité limitée qui englobe l'analyse de l'information sensorielle et sa reproduction immédiate pendant un temps de rémanence très bref de l'ordre d'une à deux minutes. Cette reproduction immédiate des informations concerne un petit nombre d'éléments qui définissent l'empan. On parle d'empan digital lorsqu'il s'agit du rappel de chiffres, et celui-ci est de 7 plus ou moins 2 items chez l'adulte. Fayol et Gaonac'h (2007) précisent qu'il s'agit du nombre maximum d'items qu'un individu peut reproduire sans erreur à l'issue d'une présentation.

Suite aux travaux de Baddeley et Hitch (1974), les neuropsychologues décrivent *la mémoire de travail* (ou MDT) comme un système de capacité limitée capable de stocker et de manipuler des informations. Elle permet la réalisation de tâches cognitives plus ou moins complexes telles que le raisonnement, la compréhension, la résolution de problèmes grâce au maintien et à la disponibilité temporaire des informations en MCT.

La mémoire à long terme (MLT) est un système organisé comportant deux types de mémoire :

- la *mémoire explicite* regroupe la mémoire épisodique (les connaissances autobiographiques) et la mémoire sémantique (les connaissances encyclopédiques). Gil (2007) ajoute que dans cette mémoire à long terme, la structure du stockage est multimodale (sémantique, spatiale, temporelle, affective). Cette mémoire, responsable de l'apprentissage, emmagasine les informations et entraîne leur consolidation en fonction de leur importance émotionnelle et de leur répétition.
- la *mémoire implicite* permet des apprentissages inconscients et l'acquisition d'habiletés perceptives, motrices, verbales ou cognitives.

Plusieurs modèles théoriques décrivent la MDT et la MCT. Nous avons retenu pour notre étude le modèle de Baddeley et Hitch (1974). D'après eux, la MDT est une mémoire tampon qui permet l'allocation de ressources attentionnelles. Elle est supervisée par un système de contrôle appelé « administrateur central » qui coordonne deux systèmes esclaves : la boucle phonologique et le calepin visuo-spatial.

La boucle phonologique stocke des informations verbales, que la présentation soit visuelle ou auditive. Ce processus est rendu possible par l'action de deux sous-composantes :

- le stock phonologique à court terme, qui assure un stockage passif efficient durant 1,5 à 2 secondes

- la récapitulation articulatoire qui permet d'alimenter l'unité de stockage et assure un rafraîchissement, donc un maintien de la trace phonologique en mémoire au-delà d'1,5 à 2 secondes. Cette répétition est la plupart du temps implicite.

Le calepin visuo-spatial est alimenté par la perception visuelle ou l'imagerie mentale. Son fonctionnement est le même que celui de la boucle phonologique : il permet de maintenir, pendant un court moment, des informations visuelles.

L'administrateur central sélectionne, supervise et coordonne les opérations de traitement, gère la répartition des ressources attentionnelles entre ces différents types de traitements, gère l'information en provenance des systèmes esclaves ainsi que le passage de l'information en MLT.

2.3. Aspects développementaux

Il est déterminant de bien comprendre certains éléments de développement de la mémoire pour la suite de notre étude. Aussi, un des facteurs les plus influents sur les capacités de la MCT et de la MDT chez l'enfant est l'âge. Ces capacités croissent significativement entre 4 et 14 ans et l'empan se développe beaucoup entre 2 et 6 ans, à savoir de 1,5 à 4 unités (Dempster, 1989).

Pour Schacter et Tulving (1996), le développement des processus tels que le stockage de l'item et de l'ordre, la répétition, la récupération et la reconstruction des traces mnésiques reflètent le développement des capacités en MCT phonologique.

De plus, les enfants, au cours de leur développement, ont plus fréquemment recours aux connaissances stockées en MLT : dès 6 ans, les enfants procèdent à une reconstruction de la trace mnésique grâce aux informations lexicales et phonotactiques disponibles en MLT. A partir de 8 ans, ils recourent de plus en plus fréquemment à leurs connaissances en MLT, ce qui induit une reconstruction des traces phonologiques partielles.

2.4. L'épreuve de rappel sériel

En ce qui concerne l'épreuve de rappel sériel, il s'agit d'une épreuve d'empan endroit classique dans laquelle le sujet doit rappeler dans l'ordre, quelques secondes après sa présentation, une série d'items. Cette épreuve est envisagée dans notre étude avec du matériel phonologique, ici des chiffres (modalité auditive).

Selon Peterson et Peterson (1959), les activités de rappel sériel mettent en jeu des mécanismes impliquant la MLT. En effet, ceux-ci sont activés grâce aux activités mentales mises en œuvre par le sujet sitôt la présentation effectuée, et contribuent à renforcer les traces en les rendant moins sensibles au déclin spontané. Aussi, si l'on présente du matériel connu à un sujet lors d'une épreuve de rappel sériel, il pourra puiser dans sa MLT la représentation de ce matériel. La trace en mémoire, ainsi renforcée, entraînera un meilleur rappel car le matériel ne lui sera pas inconnu.

Keppel et Underwood (1962) évoquent aussi l'implication de la MLT dans les épreuves de rappel sériel en affirmant qu'un item mémorisé en MCT est généralement un item qui

existe dans la MLT du sujet. S'ensuit alors que ce qui est stocké en MCT ne correspond pas à l'item en lui-même, mais à l'occurrence spécifique de cet item présent en MLT dans une situation particulière. En conclusion, il semble nécessaire de prendre en compte une sorte de contamination de la MCT par la MLT dans les épreuves de rappel sériel.

Dans notre étude, nous proposons aux enfants une épreuve d'empan numérique. Il s'agit de répéter une suite de 3, 4 ou 5 chiffres dans l'ordre non canonique et dans l'ordre canonique. Dans le premier cas, lorsque les chiffres sont énoncés dans le désordre, l'enfant ne peut s'appuyer que sur sa MCT pour résoudre la tâche proposée, et le nombre de chiffres répétés serait limité par la capacité de sa boucle audio-phonatoire. Dans le second cas, lorsque le rappel sériel de chiffres respecte l'ordre canonique, l'enfant peut s'appuyer sur ses connaissances en MLT pour répondre. En effet, ayant une certaine maîtrise de la comptine numérique, stockée dans sa MLT, il n'utiliserait sa MDT, via l'administrateur central, uniquement pour repérer le premier et le dernier chiffre énoncé, et pour vérifier que la suite numérique est respectée. Les chiffres intermédiaires énoncés seraient récupérés en MLT pour compléter les informations retenues par la MDT. L'enfant pourrait donc répéter un nombre de chiffres plus important si la suite respecte l'ordre canonique.

Ainsi, le rappel sériel, épreuve verbale, sous-tend la mobilisation de la MCT et de la MLT. Nous souhaitons connaître dans quelle mesure cette épreuve a un impact sur les performances aux opérations.

III. Les capacités non verbales sous jacentes

1. Gnosies digitales

1.1. L'usage des collections de doigts dans la représentation des quantités et l'apprentissage du calcul

Avant de s'intéresser aux gnosies digitales, il semble pertinent d'effectuer un rappel des travaux de Brissiaud (2003) sur les collections-témoins de doigts, car selon lui, elles jouent un rôle important chez l'enfant : elles permettent de communiquer à propos des quantités et de calculer.

Tout d'abord, les collections-témoins de doigts interviennent dans l'accès à la signification des mots-nombres : la capacité à représenter les petites quantités par une collection de doigts est précoce (Descœudres, 1921). En effet, pour représenter les quantités, les enfants accèdent plus facilement aux collections-témoins – telles que les traits, les bâtons, les doigts ou encore les points (dés, dominos) – qu'à des signes arbitraires comme 4, IV, « quatre ». Les collections de doigts sont une représentation analogique qui témoigne de la taille de la collection grâce aux correspondances entre le représentant et le représenté. Ces collections-témoins, tout comme les constellations de points que l'on retrouve sur les dés ou les dominos, sont construites par correspondance terme à terme et aident l'enfant à accéder à la quantité.

Les configurations de doigts mettent en jeu la vue, les sensations somesthésiques et la motricité. Elles sont différentes des autres collections-témoins dans le sens où elles ne sont pas seulement perçues par les yeux : il est possible pour l'enfant de contrôler la quantité indépendamment de sa vision grâce aux sensations qu'il éprouve dans ses doigts et vice versa. La *précocité du calcul* sur les petites quantités s'explique ainsi par la facilité de percevoir ces quantités par les modalités visuelle et/ou kinesthésique. L'enfant se construit une représentation mentale et/ou proprioceptive des collections-témoins, ce qui l'aiderait à calculer dans sa tête, sans réalisation physique de ces configurations.

Quand il utilise une collection-témoin de doigts, l'enfant accède à la signification quantitative, tout comme il le fait avec le mot-nombre. On s'interroge alors sur l'existence d'un phénomène de *subitizing* pour comprendre la signification des collections de doigts. Ce *subitizing* a été mis en évidence dans les travaux de Pesenti et Rousselle (2001) qui le décrivent comme un processus permettant de déterminer très rapidement et avec exactitude la numérosité de petites collections d'éléments (jusqu'à 4 éléments chez l'adulte). Au-delà, l'estimation de la quantité devient plus approximative, sauf lorsque la personne a affaire à des configurations connues telles que les constellations de points ou les collections-témoins de doigts.

L'accès à la signification quantitative exacte d'un mot-nombre est possible à travers la mise en lien entre une collection de doigts et le mot-nombre correspondant. Les rencontres répétées avec ces collections-témoins permettent à l'enfant de retenir la configuration des doigts ou des points qui correspond à chaque mot-nombre. Cette mise en relation est facilitée par l'utilisation conjointe de deux procédures : l'usage de collection-témoins et la description verbale sous la forme d'une décomposition, comme l'ont proposé Durkin et al. (1986) dans une étude sur les interactions mère/enfant. En voici un exemple : la mère propose comme synonyme de « quatre » la suite « une, une, une et encore une ». Le nombre total est alors décrit verbalement à l'aide d'une décomposition. En proposant en parallèle la collection-témoin de doigts, on facilite l'accès à la signification cardinale des mots-nombres. Ce processus évite le comptage-numérotage et permet de mettre du sens sur les représentations des quantités.

1.2. Les recherches de Fayol, Barrouillet et Marinthe sur les gnosies digitales

Fayol, Barrouillet et Marinthe (2001) ont réalisé plusieurs études longitudinales sur les gnosies digitales chez de jeunes enfants. Leur objectif était de montrer qu'un lien causal pouvait être établi entre les capacités d'intégration des informations kinesthésiques et visuo-spatiales d'une part, et des capacités de représentation et manipulation mentale des quantités d'autre part, et ce indépendamment du niveau de développement.

Ils ont réalisé trois études. Dans leurs deux premières études (1998 ; 1999), les performances obtenues aux épreuves neuropsychologiques (simultagnosies, gnosies digitales, discrimination digitale et graphiesthésie) se sont avérées plus prédictives des performances arithmétiques (écriture de nombres, dénombrement de collections, numération, opérations, etc.) que le quotient de développement.

Leur troisième étude a montré que les performances à des épreuves perceptivo-tactiles, chez des enfants scolarisés en grande section de maternelle, permettaient de prédire leurs performances ultérieures (jusqu'à 8 ans) en arithmétique. Cette étude a aussi mis en évidence que le quotient de développement était un moins bon prédicteur de la réussite en arithmétique que les épreuves perceptivo-tactiles.

La corrélation entre épreuve de gnosies digitales et réussite aux opérations ayant été préalablement démontrée, nous allons étudier le poids de ce facteur non verbal sur la performance aux opérations en comparaison avec des épreuves verbales.

2. Estimation globale de la quantité sur une ligne numérique

Grâce à des études psychophysiques et neuropsychologiques, Dehaene, Dupoux et Mehler (1990) ; Gallistel et Gelman (1992) ; Restle (1970) ont mis en évidence que l'enfant, à l'instar des autres espèces, est doté de compétences numériques préverbaux dont une des formalisations est celle d'une ligne numérique analogique mentale et interne, orientée de gauche à droite, et compressée dans le domaine des grands nombres. Ce dispositif préverbal est considéré comme la base à partir de laquelle se construiraient nos habiletés numériques et arithmétiques. Cependant, les connaissances des caractéristiques et des trajectoires développementales de la représentation mentale du nombre sont partielles. Une question notamment ne trouve pas encore de réponse définitive, à savoir, comment la quantité numérique s'apparie à la ligne numérique mentale.

2.1. Représentation logarithmique de la ligne numérique

Pour Dehaene (1992, 2001), cet appariement entre quantité numérique et ligne numérique interne se construit selon un code logarithmique ; c'est-à-dire que les distances entre les nombres adjacents diminuent sur la ligne numérique alors que leur grandeur augmente.

Récemment, Booth et Siegler (2006) ; Siegler et Booth (2004) ; Siegler et Opfer, (2003) ont étudié les aspects développementaux d'un codage logarithmique de la grandeur des nombres sur la ligne numérique mentale interne. En demandant à des enfants scolarisés en primaire d'indiquer la position spatiale d'un nombre spécifique sur une ligne numérique, ils ont établi que le codage de celle-ci évoluait avec l'âge et l'expérience, allant d'une fonction logarithmique à une fonction linéaire. Siegler et Opfer (2003) ont montré que la fonction logarithmique rendait mieux compte des performances des enfants jeunes et inexpérimentés alors que la fonction linéaire convient mieux pour celles des enfants plus âgés et plus expérimentés.

Siegler et Booth (2004) ont aussi montré que la nature du codage de la quantité influencerait sur le développement des capacités de calcul ; ce changement de représentation étant fortement corrélé aux performances arithmétiques des enfants.

2.2. D'une représentation logarithmique à une représentation linéaire ?

A ce jour, cependant, la littérature admet des points de vue différents sur le mode de ce changement conceptuel des propriétés de codage de la quantité. Certains penchent pour un développement pas à pas ; c'est-à-dire un changement qualitatif d'une fonction logarithmique à une fonction linéaire comme pour Case et Okamoto (1996). D'autres, comme Siegler (1996) ou encore Shager et Siegler (1998) pensent que les deux stratégies de codage peuvent coexister pendant un certain temps. Ces deux dernières théories affirment que les nombres à un et deux chiffres sont traités de façon globale, comme entités à part entière.

Récemment, une série d'études a remis en question cette observation en suggérant que le traitement des nombres reposait plutôt sur des représentations décomposées des unités et des dizaines. En effet, Nuerk, Willmes et Fias (2005) ont observé que dans la comparaison de la quantité dans un nombre à deux chiffres, les quantités que représentent les unités simples et les dizaines sont traitées en parallèle et séparément. Ce traitement sériel et parallèle des nombres se retrouve dans d'autres tâches, telles que l'addition (Deschuyteneer, De Rammelaere & Fias, 2005 ; Kong et al., 2005) et la soustraction (Kong et al., 2005).

Les propriétés de codage de la quantité dans la tâche de la ligne numérique ont été réexaminées par Ebersbach, Luwel, Frick, Onghena et Verschaffel (2008). Ils ont montré que le modèle de régression linéaire segmentée était plus performant que le modèle logarithmique. La régression segmentée décrit une méthode où la variable indépendante est fractionnée en plusieurs intervalles et un segment continu distinct se détache de chaque intervalle. Les intervalles sont séparés par un point de rupture quand la fonction de réponse change brusquement. Pour Ebersbach et al. (2008), le point de rupture entre les deux segments linéaires du modèle était associé à la familiarité des nombres, comme l'a confirmé une tâche de comptine numérique. Ceci implique que les enfants discriminent nettement les nombres selon leur rang dans la comptine – ce que reflète la pente forte d'une courbe linéaire – et que cette capacité de discrimination était moins bonne quand les nombres étaient moins familiers ; ceci se traduisant par une pente linéaire beaucoup plus faible.

2.3. Au-delà de 10 : les autres recherches sur la ligne numérique

Kaufmann et Nuerk (2005) ; Nuerk et al. (2004) ont montré qu'il était difficile pour les enfants d'assimiler les dizaines et les unités comme une représentation cohérente des nombres à deux chiffres. Siegler et Opfer (2003) affirmaient déjà que les difficultés d'estimation de la ligne numérique des enfants pouvaient s'expliquer par des difficultés de compréhension du système décimal. Nuerk et Willmes (2005) ont mis en évidence que même les adultes ne représentent pas les dizaines comme 10 fois la grandeur des unités.

Pour Moeller, Pixner, Kaufmann et Nuerk (2009), les enfants surestiment les intervalles séparant les unités sur la ligne numérique et donc la place des nombres à un chiffre sur cette ligne, et les sous-estiment quand il s'agit de nombres à deux chiffres. Ceci pourrait se traduire par des courbes linéaires dont les pentes sont différentes (forte pour la première et plus faible pour la deuxième). A ce sujet, Siegler et Opfer (2003) suggéraient

que ces courbes de résultats avaient une allure générale logarithmique et que les représentations sous-jacentes devaient donc être de nature logarithmique. Comme l'ont montré Moeller et al. (2009), cela n'est plus tout à fait vrai : il pourrait s'agir de deux fonctions linéaires distinctes.

Si la ligne numérique est un dispositif non verbal utile à l'appréhension de la quantité et au développement des habiletés arithmétiques chez l'enfant, il est alors possible d'en étudier l'impact sur la réussite aux opérations.

IV. Les compétences arithmétiques

1. Des compétences numériques dès la naissance

Depuis une trentaine d'années, les recherches sur les capacités numériques du bébé se sont multipliées pour comprendre le développement de la cognition mathématique du jeune enfant. En effet, les performances numériques de ce dernier s'inscriraient dans la continuité de celles du bébé. Les recherches s'articulent principalement autour de trois domaines :

- ceux qui soulèvent les problèmes d'ordre méthodologique, car les bébés sont très sensibles aux aspects de la procédure expérimentale et qu'il n'est pas toujours évident de comprendre ce que l'on observe vraiment
- ceux qui cherchent à reproduire et généraliser les observations antérieures
- ceux qui introduisent des matériels et des méthodes totalement nouveaux.

Pour répondre à la question de la continuité des performances numériques du bébé au jeune enfant, des études longitudinales de 0 à 3 – 4 ans seraient indispensables, mais elles sont malheureusement quasiment inexistantes. Les interprétations demeurent donc encore indirectes.

Les travaux de Wynn (1992), reproduits par Baillargeon (1994) et Kobayashi et al. (2004) avec des bébés de 10 mois, conduisent à penser que les bébés de 5 mois sont capables de calculer avec précision les résultats d'opérations arithmétiques simples. Si l'on exclut la question du petit échantillon de cette expérience, comment interpréter les résultats de Cooper (1984), selon lesquels les sujets de 2 ans semblent avoir totalement perdu cette capacité de calcul exact ? Et pourquoi les enfants de 2-3 ans échouent-ils à détecter l'événement impossible [$1 + 1 = 3$] quand les bébés de Wynn (1992) y parviennent ? Deux hypothèses ont pu être envisagées : entre 2 et 3 ans, la chute temporaire des performances serait à mettre en lien avec une réorganisation cognitivo-linguistique (Houdé, 1997) ou conceptuelle (Bideaud, 1997). Si tel n'était pas le cas, il faudrait envisager que la capacité de calculer des bébés n'existe pas. A ce jour, aucune réponse définitive ne peut encore être donnée.

Plusieurs chercheurs s'accordent à penser qu'il existerait deux systèmes de représentation de la quantité chez le bébé : le premier opérerait jusqu'à 3 et conduirait à une

représentation exacte de la numérosité. Le second opérerait à partir de 4 et ne conduirait pas à une représentation exacte du nombre.

Pour Xu et Arriaga (2007), les performances du bébé pour les numérosités inférieures ou égales à 3 s'expliqueraient par le système de fichiers d'objets plutôt qu'un mécanisme d'appréhension du nombre ou de la numérosité. Ce fichier d'objets réaliserait une représentation temporaire dans laquelle les états successifs d'un objet sont liés et intégrés. En conclusion, ce qui a été improprement appelé calcul des bébés pourrait être interprété comme un mécanisme fondamentalement attentionnel basé sur des caractéristiques spatio-temporelles des objets et ne pourrait être considéré comme témoignant des performances numériques. Il se pourrait que le prolongement de cette capacité des bébés à gérer des fichiers d'objets (3 au maximum, simultanément et précisément) soit à la base du subitizing et, notamment de la discontinuité après 3 qui le caractérise. En ce qui concerne le deuxième système de représentation de la quantité, Xu et al. (2007) estiment qu'il permettrait aux enfants de représenter de grandes collections avec peu de précision. Chez les adultes, il existerait aussi un nombre limité de fichiers d'objets ouverts simultanément qui n'excéderait pas 3 ou 4. Cette discontinuité après 3 a d'ailleurs été mise en évidence par IRMf par Piazza et al. en 2003.

2. Les capacités arithmétiques de l'enfant inscrites dans la continuité de celles du bébé ?

La connaissance conceptuelle de l'addition et de la soustraction implique que l'enfant comprenne que l'addition accroît le nombre d'objets présents et que la soustraction a l'effet inverse. Cooper (1984) a lancé l'idée que les enfants de 2 ans ont une compréhension primitive de la quantité. Ainsi, ils peuvent dire qu'une collection à laquelle on a ajouté un élément en a « plus » sans pouvoir pour autant donner de réponse quantitative. En 2004, Zur et Gelman ont aussi montré que, bien avant la scolarisation, les enfants comprennent que l'addition et la soustraction ont des effets sur les noms des nombres : ils peuvent intuitivement prédire la direction du résultat d'une addition ou d'une soustraction par un nom de nombre. Néanmoins, selon Condry et Spelke (2008), les enfants de maternelle ont du mal à comprendre qu'un groupe d'objets auquel on a ajouté ou ôté des éléments reçoit un nouveau nom de nombre. Deux études récentes de Canobi et Bethune (2008) suggèrent que les jeunes enfants de maternelle comprennent que l'addition et la soustraction modifient le nombre d'objets présents, sans pour autant tenir compte des mots-nombres correspondants. Ces études ont conduit à admettre que les jeunes enfants ont une compréhension forte et conceptuelle de l'ajout et du retrait avant de pouvoir appliquer les effets physiques de ces opérations en mots-nombres.

Une autre étude de Canobi et Bethune (2008) a apporté la preuve que malgré des concepts de jugement, les enfants sont en fait aussi compétents pour trouver les procédures de résolution aux problèmes non verbaux que les problèmes verbaux (avec les noms de nombres). L'amélioration des capacités procédurales des enfants grâce aux problèmes non verbaux pourrait s'expliquer non pas par l'absence de noms de nombres, mais par la présence des référents concrets. Les résultats obtenus dans cette expérimentation vont dans le sens de la recherche expérimentale auprès d'enfants qui ont des troubles spécifiques de langage, en affirmant que les procédures d'addition et de soustraction se construisent dans le contexte des mots-nombres alors que les concepts, eux, s'élaborent

en dehors de ceux-ci. Par ailleurs, les enfants de maternelle réussissent mieux les jugements d'addition et de soustraction quand on leur propose des quantités auxquelles on n'appose pas de mot-nombre.

3. Présentation verbale ou non verbale en regard des compétences arithmétiques de l'enfant

Il n'est pas simple de savoir en quoi les mots-nombres sont impliqués dans les procédures de résolution des additions et des soustractions chez les enfants, car dans la plupart des expérimentations, les chercheurs proposent des problèmes avec des mots-nombres et leurs référents concrets. Les recherches mettent en avant l'importance des actions physiques sur les objets dans l'émergence et le développement du raisonnement mathématique. Les très jeunes enfants eux-mêmes comprennent les concepts d'addition et de soustraction dans le contexte d'actions sur de grands groupes d'objets de quantité non spécifiée. Voir les objets physiques leur permet de résoudre plus rapidement les opérations à deux opérands, puisqu'ils s'appuient sur des données analogiques (Modèle du triple code de Dehaene & Cohen, 1995). Les recherches étayent le fait que le passage par les référents concrets est plus déterminant pour la construction des procédures de résolution de problèmes tels que l'addition et la soustraction, que l'absence ou la présence de noms de nombres.

De plus, plusieurs recherches ont montré que les enfants de maternelle réussissent moins bien les problèmes verbaux que les problèmes non verbaux (Jordan & al., 1995). D'autres chercheurs encore ont montré l'importance de l'utilisation de matériel non verbal chez les enfants de faibles niveaux sociaux : si on leur soumet une tâche d'opérations à partir de matériel verbal, leurs performances sont moins bonnes que celles de leurs pairs dont le niveau social est élevé (Huttenlocher, Jordan & Levine, 1994). Les résultats montrent que les mots-nombres aident à résoudre précisément les soustractions. Pour Donlan et al. (2007), les recherches auprès de jeunes sujets porteurs d'un trouble spécifique du langage suggèrent que si les concepts arithmétiques se développent indépendamment de la connaissance de la comptine numérique, leur développement procédural est fortement soumis à cette acquisition. C'est un véritable pari pour les enfants de passer d'une addition ou d'une soustraction d'objets à des mots-nombres. Huttenlocher, Jordan, et Levine (1994) et Levine et al. (1992) ont mis en évidence qu'il est difficile de formaliser un savoir mathématique global en passant de la connaissance des mots-nombres à des modèles d'addition et de soustraction basés sur les objets de manière générale.

Les compétences verbales et non verbales participent au développement arithmétique de l'enfant. Nous allons chercher à évaluer le poids de ces composantes dans la réussite aux opérations chez des enfants de moyenne et grande sections de maternelle.

Chapitre II
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES

Il existe deux types de représentations de la quantité. La représentation symbolique qui mobilise différents types de symboles (les chiffres arabes, la comptine numérique, etc.) et la représentation analogique. Les deux types de représentation participent à la construction du nombre et de la numération. Comme il s'agit de deux systèmes distincts, on peut émettre l'hypothèse qu'ils agissent tous deux différemment sur les acquisitions arithmétiques. C'est pourquoi, nous allons chercher à évaluer leur poids respectif sur les performances arithmétiques à deux niveaux de la préscolarité : en moyenne section de maternelle (MSM) et en grande section de maternelle (GSM).

I. Problématique et hypothèse générale

Notre problématique est donc la suivante :

Quel est le poids des dimensions symbolique et analogique sur les performances arithmétiques des enfants de moyenne et grande sections de maternelle ?

Nous émettons l'hypothèse qu'il existe des connaissances et des capacités sous-jacentes chez le jeune enfant qui influent sur ses performances en arithmétique. Ces capacités sont de natures symbolique (ici verbale) ou analogique (et donc non verbale).

Les données issues de la littérature conduisent à émettre deux hypothèses alternatives :

- soit les capacités non verbales sont plus importantes pour le développement des performances arithmétiques et alors elles seront plus fortement corrélées avec les performances arithmétiques que les capacités verbales
- soit inversement, les capacités verbales sont plus importantes pour le développement des performances arithmétiques et seront plus fortement corrélées avec les performances arithmétiques que les capacités non verbales.

II. Hypothèses opérationnelles

Pour opérationnaliser nos hypothèses alternatives, nous proposons à des enfants tout-venant de MSM et GSM deux épreuves verbales, deux épreuves non verbales et une épreuve arithmétique de résolution d'opérations simples, présentées et résolues de manière non verbale. Nos deux épreuves verbales sont d'une part, une évaluation de la comptine numérique inspirée du Tedi-Math (2001) et, d'autre part, une épreuve de rappel sériel de chiffres issue des travaux de Blanquart (2008). Nos deux épreuves destinées à évaluer les capacités analogiques consistent en une épreuve de gnosies digitales reprise des travaux de Fayol et al. (1998) et Marinthe et al. (2001), et une épreuve d'estimation globale des quantités sur une ligne numérique orientée et limitée par les bornes 0 et 10 (Siegler & Booth, 2004).

La comptine numérique est considérée comme une des bases du dénombrement (Pesenti & Rousselle, 2001) et comme un précurseur au développement des habiletés numériques. Elle entrerait en compte dans l'exécution de tâches arithmétiques comme les additions et soustractions selon Fuson (1982), et Carpenter et Moser (1982). Ainsi, dans notre expérimentation, nous obtiendrions un coefficient de corrélation significatif entre les

scores obtenus à l'épreuve de comptine numérique et ceux obtenus à la résolution d'opérations. Nous observerons à quel niveau (MSM ou GSM) cette corrélation est la plus prégnante.

Les connaissances stockées en MLT peuvent être récupérées lors d'une tâche de rappel sériel de chiffres proposés en ordre canonique, ce qui permet de soulager la MDT. On suppose que si les performances obtenues à l'épreuve de rappel sériel sont bonnes, alors la MDT disposera de ressources supplémentaires pour effectuer une autre tâche telle que des opérations. Nous émettons ici l'hypothèse qu'il existe une corrélation entre performances obtenues à l'épreuve de rappel sériel et réussite aux opérations.

Les collections-témoins organisées sont des supports privilégiés dans la communication à propos des nombres et dans le calcul car il s'agit d'une représentation analogique. On suppose donc qu'un enfant qui connaît bien ses doigts (nom, position sur la main, capacités proprioceptives et motrices concernant les doigts) sera d'autant plus capable de les utiliser pour compter ou communiquer à propos des nombres. Ainsi, notre hypothèse est que les performances obtenues par de jeunes enfants à une épreuve de gnosies digitales sont corrélées à la réussite aux opérations. Cette hypothèse est appuyée par les recherches de Fayol, Barrouillet et Marinthe (2001) qui ont démontré, lors d'une étude longitudinale, que la réussite à une épreuve de gnosies digitales était fortement corrélée à la réussite aux épreuves de représentation et de manipulation des quantités, et qu'elle prédisait significativement la réussite dans les tâches arithmétiques, à savoir dans les opérations.

La ligne numérique analogique est une compétence numérique préverbale. D'après Siegler et Booth (2004), elle aurait une influence sur les capacités de calcul. Nous proposons donc l'hypothèse suivante : la capacité des jeunes enfants à utiliser la ligne numérique pour situer les nombres est corrélée à la réussite aux opérations arithmétiques.

Nous évaluons le poids de chacune de ces quatre épreuves sur les performances arithmétiques, estimées par une épreuve de résolution d'opérations.

Soit le poids des capacités non verbales sur les performances arithmétiques est plus important que celui des capacités verbales, et alors le coefficient de corrélation entre les épreuves non verbales (gnosies digitales et estimation globale de la quantité sur une ligne numérique) et les épreuves arithmétiques (petites opérations) est plus fort que le coefficient de corrélation entre des épreuves verbales (comptine numérique et empan) et les mêmes épreuves arithmétiques, soit la situation est inverse.

Chapitre III
PARTIE EXPERIMENTALE

I. Population

1. Etude transversale

Pour vérifier que notre matériel et notre protocole étaient adaptés à notre recherche, nous l'avons d'abord proposé, dans sa première version (Annexe 1), en février 2009, à 18 enfants scolarisés en MSM et GSM à l'Ecole de Septmoncel (39). Ces enfants étaient répartis comme suit : 6 GSM (2 garçons et 4 filles) et 12 MSM (7 garçons et 5 filles).

Nous avons ensuite présenté nos épreuves à des enfants tout-venant scolarisés en MSM et GSM à l'Ecole Maternelle publique Anatole France de Villeurbanne (69) entre mars et juin 2009. Ces enfants étaient répartis en trois classes de MSM et trois classes de GSM. Nous n'avons vu que les enfants dont les parents avaient donné leur autorisation, soit 80 enfants en tout.

La répartition se présentait comme telle :

- En tout : 80 enfants (38 garçons et 42 filles).
- MSM : 34 enfants (12 garçons et 22 filles).
- GSM : 46 enfants (26 garçons et 20 filles).

Les âges des enfants étaient répartis de 4A4M à 6A5M, avec une moyenne de 65,23 mois (5A5M) et un écart-type de 7,08 mois. Pour les GSM, la moyenne d'âge était de 70,49 mois et l'écart-type de 3,31 mois. Pour les MSM, la moyenne était de 58,12 mois et l'écart-type 3,84 mois.

Classe d'âge	Nombre d'enfants
4A – 4A3	0
4A4 – 4A6	8
4A7 – 4A9	7
4A10 – 5A	10
5A1 – 5A3	1
5A4 – 5A6	14 (limite MSM – GSM)
5A7 – 5A9	10
5A10 – 6A	17
6A1 – 6A3	7
6A4 – 6A6	5
6A7 – 6A9	0

Tableau 1. Occurrence des enfants dans chaque classe d'âge, de 4 ans à 6 ans 9 mois, une classe d'âge correspondant à un intervalle de 3 mois.

Nos critères d'inclusion pour cette étude sont les suivants :

- Scolarisation en cursus classique en MSM ou GSM.
- Autorisation parentale écrite et signée.
- Présence pour la passation aux deux séances d'une demi-heure.

2. Etude longitudinale

Nous avons revu, en décembre 2009, 25 enfants parmi les 34 MSM qui avaient été rencontrés au printemps. Ils étaient alors tous scolarisés en GSM dans trois classes différentes et répartis ainsi : 10 garçons et 14 filles, âgés de 5A à 6A (moyenne 64,64 mois et écart-type 3,89 mois). La perte expérimentale est principalement liée à la non-remise des autorisations parentales pour cette deuxième série d'épreuves.

II. Epreuves

1. Protocole de l'épreuve de comptine numérique

1.1. Matériel

Pour cette épreuve, aucun matériel spécifique n'est nécessaire. L'enfant répond oralement aux questions posées.

1.2. Passation

Nous proposons une évaluation désormais classique de la chaîne numérale parlée, largement extraite du Tedi-Math (Van Nieuwenhoven, Noël & Grégoire 2001), et qui comporte les items suivants :

- Peux-tu compter le plus loin possible (si l'enfant le demande ou s'il s'est montré hésitant, on lui propose un deuxième essai) ?
- Peux-tu compter jusqu'à 9 ?
- Peux-tu compter jusqu'à 20 ?
- Peux-tu compter à partir de 3 ?
- Peux-tu compter à partir de 13 ?
- Peux-tu compter de 5 à 9 ?
- Peux-tu compter 15 à 19 ?
- Peux-tu compter en arrière ?
- Peux-tu compter en arrière à partir de 7 ?
- Peux-tu compter en arrière de 8 à 4 ?
- Peux-tu compter en arrière 18 à 14 ?

1.3. Notation

Pour la première question, nous relèverons le dernier nombre proposé par l'enfant, à condition que la comptine énoncée jusqu'à ce nombre soit correcte (nombres énoncés dans l'ordre). Nous tolérons l'oubli d'un seul nombre si la suite est correcte.

La cotation s'effectue de la façon suivante :

- si le dernier nombre proposé est compris entre 0 et 9 → 1 point
- entre 10 à 19 → 2 points
- entre 20 à 29 → 3 points
- entre 30 à 39 → 4 points
- entre 40 à 49 → 5 points
- entre 50 à 59 → 6 points
- entre 60 à 69 → 7 points
- etc.

L'enfant a droit à un deuxième essai s'il le souhaite, ou nous l'encourageons à réessayer si nous estimons qu'il n'a pu donner le meilleur de lui-même (bruit, timidité,...). En cas de deuxième essai, nous gardons la meilleure des deux performances.

Pour les questions suivantes, nous attribuons un point par question réussie (0 point en cas d'échec à la question). Le total de tous les points obtenus par l'enfant est ensuite analysé.

2. Protocole de l'épreuve d'empan

2.1. Principe

Les performances en mémoire de travail dépendent à la fois des capacités de cette dernière et des connaissances disponibles en mémoire à long terme (Fayol & Gaonach, 2007).

En demandant aux enfants un rappel immédiat dans l'ordre de présentation de suites de chiffres en condition canonique (C) d'une part et en condition non canonique (NC) d'autre part, nous pourrions comparer ces deux performances et voir à quel point l'enfant s'appuie sur ses connaissances stockées en MLT pour soulager la MCT lors d'une épreuve d'empan. Pour des enfants de MSM et GSM, on ne retiendra que les suites de petits nombres (de 1 à 9) de trois, puis de quatre et enfin de cinq chiffres.

2.2. Matériel

Aucun matériel spécifique n'est nécessaire car la passation se fait à l'oral.

2.3. Passation

L'expérimentateur et l'enfant sont assis face à face.

Les nombres sont énoncés lentement à raison d'un par seconde. Après chaque suite, nous laissons le temps nécessaire à l'enfant pour restituer la suite entendue. L'évaluateur ne fournit aucune répétition ni correction mais encourage l'enfant à maintenir son attention.

En cas de doute, nous proposons à nouveau l’item à l’enfant et nous notons qualitativement sa réponse.

Les suites et l’ordre de présentation, identiques pour tous les enfants, sont extraits de l’étude de Roch (2009) et adaptés pour des enfants de MSM et GSM. Les suites proposées sont les suivantes :

- 2 3 4
- 3 2 4
- 6 7 8
- 7 8 6
- 2 3 4 5
- 4 2 5 3
- 5 6 7 8
- 6 8 5 7
- 1 2 3 4 5
- 3 5 2 4 1
- 5 6 7 8 9
- 7 5 9 8 6

2.4. Notation

Nous attribuons 1 point par item réussi (répétition de tous les chiffres, dans l’ordre et sans répétition). Nous établissons ensuite des scores pour chaque type d’items (suite de trois chiffres dans l’ordre canonique ; quatre chiffres dans l’ordre canonique ; cinq chiffres dans l’ordre canonique ; trois chiffres dans l’ordre non canonique ; quatre chiffres dans l’ordre non canonique ; cinq chiffres dans l’ordre non canonique). Nous obtenons 6 scores notés sur 2 à partir desquels nous mènerons notre analyse.

3. Protocole de l’épreuve de gnosies digitales

3.1. Principe

La méthode est reprise de l’étude de Fayol et al. (1998) pratiquée chez des enfants de GSM. Nous avons retenu des épreuves de reconnaissance de stimuli :

- un doigt touché
- deux doigts touchés simultanément
- deux doigts touchés successivement

3.2. Matériel

Nous utilisons un carton opaque placé entre la main et le regard de l’enfant afin que celui-ci ne puisse voir ses mains lorsque les doigts sont stimulés.

3.3. Passation

La main dominante de l'enfant aura été repérée lors de l'épreuve d'estimation de la quantité sur la ligne numérique. Celle-ci sera utilisée dans le test de reconnaissance. Pour les enfants ambidextres ou non encore latéralisés, le test décrit ci-dessous sera réalisé pour les deux mains.

Placer la main dominante de l'enfant à plat, la paume posée sur la table. L'évaluateur cache la main des yeux de l'enfant avec un carton. Après avoir pressé légèrement un ou deux doigts au niveau de l'ongle, l'évaluateur demande à l'enfant de désigner avec l'index de la main controlatérale le ou les doigts touchés. Si l'enfant propose les numéros ou les noms des doigts, nous nous assurons que nous utilisons le même code (ex : pouce = doigt 1, index = doigt 2...) et dans ce cas, nous acceptons ses réponses.

Les stimuli seront présentés dans l'ordre aléatoire ci-dessous. Cet ordre sera le même pour tous les enfants. Chaque doigt est touché deux fois par série.

- Reconnaissance d'un doigt : 3-5-1-4-2-5-2-4-3-1.
- Reconnaissance de 2 doigts touchés simultanément : 1-3 / 2-5 / 3-2 / 4-1 / 5-4
- Reconnaissance de 2 doigts touchés successivement : 1-3 / 4-2 / 3-4 / 5-2 / 4-5.

3.4. Notation

Nous attribuons un point pour chaque doigt correctement reconnu. Nous obtenons pour chaque série un score sur 10, que nous analyserons ensuite.

4. Protocole de l'épreuve d'estimation de la quantité sur une ligne numérique

4.1. Matériel

- 2 feuilles de présentation et 18 feuilles de test comportant une ligne bleue non graduée horizontale de 25 cm, et deux nombres inscrits aux extrémités (sur chaque feuille) : 0 à gauche et 10 à droite. Les feuilles sont agrafées sous forme de carnet individuel.
- 1 carnet comportant, dans un ordre aléatoire choisi, les 18 nombres proposés à l'enfant : chacun des nombres de 1 à 9 est proposé deux fois.
- 1 feutre.

4.2. Passation

Afin de familiariser l'enfant avec notre matériel, nous lui proposons d'abord une phase de pré-test : nous jouons avec lui le rôle d'une grenouille qui fait des sauts plus ou moins loin sur le sol. Nous faisons ensemble un saut de grenouille jusqu'à 0 (nous restons sur

place) et un jusqu'à 10 (nous sautons le plus loin possible), et nous lui demandons de faire tout seul un saut à 4 et un saut à 1. Nous complétons par d'autres sauts (à 2, à 3...) si cela semble nécessaire. Nous marquons à chaque fois le point d'arrivée de « l'enfant-grenouille » sur la piste proposée. Lors du travail sur la ligne numérique, l'enfant ne pourra pas se référer aux traces laissées par la phase de pré-test.

Ensuite nous expliquons à l'enfant que nous allons reproduire cette expérience sur une feuille : nous le laissons choisir un feutre en disant que c'est une petite grenouille qui va sauter dans une mare (la ligne bleue tracée sur la feuille). Nous présentons alors la première feuille de passation à l'enfant et lui demandons faire un point à l'endroit où la petite grenouille atterrirait si elle sautait à 0, puis à 10 (soit les deux nombres inscrits à chaque extrémité de la ligne). En cas d'échec, nous disposons d'une deuxième feuille de démonstration sur laquelle nous indiquons par un point chaque borne (0 à gauche et 10 à droite).

Nous lui présentons ensuite successivement les deux séries de nombres suivantes :

- les chiffres de 1 à 9 dans un ordre aléatoire : 6, 2, 8, 4, 7, 5, 3, 1, 9.
- les mêmes chiffres dans un autre ordre aléatoire : 4, 6, 9, 2, 5, 1, 3, 8, 7.

Les consignes pour cette épreuve sont les suivantes :

Pré-test : Prendre l'enfant par la main (s'il l'accepte), et lui proposer de faire des sauts de grenouille : « On va faire des sauts de grenouille : si on veut sauter à 0, on va atterrir ici (le faire avec l'enfant et déposer un papier sur le point d'arrivée). Et si on veut sauter à 10, on va atterrir très très loin (on aide l'enfant à sauter loin et on marque le point d'arrivée). Maintenant, est-ce que tu peux me montrer comment tu fais un saut jusqu'à 4 ? et un saut jusqu'à 2 ? » On félicite l'enfant et on marque le résultat sur le sol.

Feuilles de présentation : « Maintenant nous allons refaire la même chose dans un petit carnet. On va dire que ce feutre est une petite grenouille qui va sauter dans une mare (lui montrer la ligne bleue). Si la petite grenouille est assise là et qu'elle saute à 0, montre-moi où elle va atterrir ? et si elle saute à 10 ? » (en cas d'échec on montre à l'enfant sur la deuxième feuille de passation : « Regarde, si elle saute à 0, elle va arriver là. Et si elle saute à 10, elle va aller très loin, jusque là »). A chaque fois, on marque un point au feutre au point ciblé.

Feuilles de tests : « Maintenant, tu vas me montrer tout seul et faire un petit point au feutre là où la petite grenouille va arriver si elle saute à 6 (lui dire le nombre à l'oral en lui montrant le chiffre écrit), et à 2... »

4.3. Notation

Sur chaque ligne numérique, nous mesurons en centimètres la distance entre la borne 0 et le point proposé par l'enfant. Puisque chaque nombre est proposé deux fois, nous faisons la moyenne entre les deux essais : nous obtenons ainsi 9 valeurs pour chaque enfant. Ce sont ces valeurs, ainsi que la moyenne des 9 valeurs pour chaque enfant que nous analyserons ensuite.

5. Protocole de l'épreuve de résolution des opérations

5.1. Matériel

Nous utilisons une boîte opaque dont la face antérieure peut se rabattre, de façon à cacher ou laisser voir l'intérieur de la boîte. Celle-ci est séparée de son couvercle. La boîte est peinte en bleu clair de sorte que les figurines soient bien visibles lorsqu'elles sont posées à l'intérieur. Les objets manipulés sont de petits animaux marins en mousse (des dauphins violets, des poissons verts, des baleines bleues, des crabes orange, des étoiles jaunes et des tortues vertes). L'enfant a devant lui le couvercle de la boîte et une petite pile de figurines.

5.2. Passation

L'enfant est assis à une table face à l'expérimentateur. Sur la table, la boîte est posée en position ouverte devant l'examineur (l'enfant doit pouvoir en voir l'intérieur), et le couvercle devant l'enfant. Avant de commencer l'expérimentation, l'enfant choisit avec quel matériel il veut travailler parmi les six sortes d'animaux proposées. Nous pourrions, au cours de l'expérimentation, changer de matériel pour toujours remobiliser l'attention de l'enfant.

Le protocole comprend deux opérations d'exemple et 24 opérations de test. Il consiste à présenter de manière non verbale des opérations simples. Pour cela, l'examineur pose le premier opérande (il s'agit du premier terme de l'opération) dans sa propre boîte, ouverte devant l'enfant. Puis il ferme la boîte et ajoute ou enlève les objets correspondant au deuxième opérande. Enfin, il invite l'enfant à mettre « pareil » de figurines dans le couvercle de la boîte posé devant lui (qui correspond au résultat de l'opération).

L'enfant est fortement encouragé à être attentif : « Regarde bien ce que je fais », « Tu as bien vu ce qu'il y a dans ma maison ? », mais on ne lui présente jamais l'opération dans la modalité verbale. L'expérimentateur interagira avec l'enfant et prendra en note les réponses de l'enfant sur les plans quantitatif et qualitatif.

On propose d'abord les deux opérations d'exemple, puis les petites opérations dans un ordre aléatoire, et enfin les grandes opérations dans un ordre aléatoire. Ces ordres aléatoires seront différents pour chaque enfant.

Les opérations proposées sont les suivantes :

Opérations d'exemple	1 + 1 2 - 1		
	Petites opérations	3 + 1 3 + 2 3 - 1 3 - 2	4 + 1 4 + 2 4 - 1 4 - 2
Grandes opérations	6 + 1 6 + 2 6 - 1 6 - 2	7 + 1 7 + 2 7 - 1 7 - 2	8 + 1 8 + 2 8 - 1 8 - 2

Tableau 2. Items proposés dans l'épreuve d'opérations

5.3. Notation

Nous attribuons un point par opération réussie et nous obtenons les scores suivants, que nous reprendrons dans notre analyse des résultats :

- Petites additions /6
- Petites soustractions /6
- Grandes additions /6
- Grandes soustractions /6

Chapitre IV
PRESENTATION DES RESULTATS

I. Etude transversale

Rappelons que l'objectif de notre travail est de rechercher les meilleurs prédicteurs de la réussite à des opérations élémentaires (additions et soustractions) présentées de manière non verbale, ce afin d'en maximiser la réussite (Jordan et al., 1995). Pour cela, nous avons soumis une population d'enfants de MSM ($n = 34$) et de GSM ($n = 46$) à une série d'épreuves sélectionnées en fonction de leur impact sur la réussite en arithmétique, mis en évidence dans des recherches antérieures publiées dans la littérature.

Parmi ces épreuves, outre la résolution d'opérations (notre variable dépendante dont nous essayions de prédire les variations), se trouvaient :

- Une épreuve verbale inspirée du Tedi-Math (2001) et destinée à évaluer la connaissance de la comptine numérique ;
- Une épreuve d'empan, extraite des travaux de Blanquart (2008) et destinée à évaluer la capacité à recourir aux connaissances stockées en MLT pour répondre à une tâche de rappel sériel de chiffres ;
- Une épreuve de gnosies digitales, extraite de Fayol et al. (1998) et de Marinthe et al. (2001), visant à évaluer la connaissance des gnosies digitales, dont on sait qu'elles constituent un prédicteur des performances numériques ;
- Une épreuve de positionnement de quantités numériques sur une ligne orientée, bornée de 0 à 10, dont Booth et Siegler (2008) ont montré qu'elle était à la fois un bon indicateur de la représentation mentale des quantités numériques et un bon prédicteur des performances arithmétiques ultérieures.

Les performances à chacune de ces épreuves aboutissent à une valeur :

- score de la comptine verbale (noté COMPT)
- score sur 12 pour les deux empan (empan canonique noté EMPCAN et empan endroit classique noté EMPAN)
- score sur 30 pour les gnosies (notées GNOSIES)
- la notation R2LIN pour l'estimation de la ligne numérique. Il s'agit de la distance, élevée au carré pour éviter les signes négatifs, au placement idéal parfaitement linéaire sur la ligne numérique.

Ces performances ont été mises en relation avec les scores aux opérations (notés OPE) dans leur ensemble (sur 24) en MSM puis en GSM et avec les scores (sur 6) à chacune des catégories d'opérations (PA, GA, PS et GS pour Petites Additions, Grandes Additions, Petites Soustractions, Grandes Soustractions).

1. Moyenne section de maternelle

Nous avons d’abord analysé les données par rapport au score global des opérations. Les moyennes et dispersions associées aux différentes variables apparaissent dans le tableau 3 ci-dessous.

Variable	N	Moyenne	Déviat ion standard
COMPT	34	5.79412	3.435813
EMPCAN	34	3.97059	1.731794
EMPAN	34	1.91176	1.055079
GNOSIES	34	21.91176	3.484752
PA	34	3.05882	1.668626
GA	34	2.11765	2.011553
PS	34	3.23529	1.558142
GS	34	2.02941	1.898728
OPE	34	10.44118	5.919619
R2LIN	34	.37893	.360148

Tableau 3. Analyse statistique : Moyennes et dispersion pour chaque épreuve chez les enfants de MSM

	COMPT	EMPCAN	EMPAN	GNOS	PAE	PA	GA	PS	GS	OPE	PAELIN	R2LIN
COMPT	1.00000	.55916	.53819	.35277	-.15367	.59417	.60868	.59801	.46546	.68102	-.34670	.59723
EMPCAN	.55916	1.00000	.67851	.12509	-.13002	.59835	.56644	.38447	.27674	.55111	-.26725	.46124
EMPAN	.53819	.67851	1.00000	.13793	-.05058	.50220	.57616	.41854	.24336	.52557	-.05387	.27536
GNOS	.35277	.12509	.13793	1.00000	-.20945	.24064	.51596	.49506	.32099	.47643	-.34517	.43330
PAE	-.15367	-.13002	-.05058	-.20945	1.00000	-.36181	-.36134	-.38825	-.15975	-.37821	.86199	-.37303
PA	.59417	.59835	.50220	.24064	-.36181	1.00000	.75623	.51900	.50636	.83788	-.51753	.61676
GA	.60868	.56644	.57616	.51596	-.36134	.75623	1.00000	.61934	.45924	.86330	-.46326	.61616
PS	.59801	.38447	.41854	.49506	-.38825	.51900	.61934	1.00000	.64288	.82618	-.41141	.63039
GS	.46546	.27674	.24336	.32099	-.15975	.50636	.45924	.64288	1.00000	.78876	-.19911	.35457
OPE	.68102	.55111	.52557	.47643	-.37821	.83788	.86330	.82618	.78876	1.00000	-.47545	.66289
PAELIN	-.34670	-.26725	-.05387	-.34517	.86199	-.51753	-.46326	-.41141	-.19911	-.47545	1.00000	-.61919
R2LIN	.59723	.46124	.27536	.43330	-.37303	.61676	.61616	.63039	.35457	.66289	-.61919	1.00000

Tableau 4. Tableau de corrélation entre les épreuves chez les enfants de MSM

Traitements portant sur l’ensemble des opérations

L’analyse de régression standard, celle qui permet d’évaluer globalement les contributions des différentes variables, a d’abord été conduite en ce qui concerne le score global aux opérations. Le modèle global est significatif et extrait 64.5% (R²) de la variance, $F(5, 28) = 10.18, p < .0001$.

Quatre variables contribuent plus particulièrement au score des opérations :

	Step	Multiple R	Multiple R ²	R ² change	F - to entr/rem	p-level
Variable						
COMPT	1	.6810246	.4637945	.4637945	27.67861	.0000123
R2LIN	2	.7521926	.5657938	.1019993	7.28220	.0114896
EMPAN	3	.7812160	.6102984	.0445046	3.42605	.0743851
GNOSIES	4	.8006678	.6410689	.0307705	2.48612	.1257021

Tableau 5. Contribution de chaque variable au score des opérations, chez les enfants de MSM

La comptine verbale sort en premier, c'est-à-dire que sa contribution est la plus forte (.46), suivie de l'estimation sur la ligne numérique qui a une contribution indépendante de .10 et enfin, deux variables dont la contribution est plus modeste : l'empan (.04) et les gnosies (.03).

L'observation des corrélations entre les variables et les scores aux différentes catégories de corrélations met en évidence que toutes les opérations ne se comportent pas de manière identique, notamment les GA et les PS qui sont fortement corrélées aux performances aux gnosies, ce qui n'est pas le cas des autres opérations (PA et GS). Nous avons donc conduit des analyses de régression spécifiques à chaque catégorie d'opérations.

Traitement portant sur chaque catégorie d'opérations

L'analyse de régression portant sur **les PA** fait apparaître que le modèle standard explique 54% de la variance (R²), $F(5,28) = 6.62$ $p < .005$. L'analyse forward montre que le R2LIN sort en premier (.38), suivi de l'empan canonique qui ajoute une contribution significative propre (.13) et de l'empan standard (contribution de .02 ns).

L'analyse de régression portant sur **les GA** fait apparaître que le modèle standard explique 64% de la variance (R²), $F(5,28) = 10.08$ $p < .0002$. L'analyse forward montre que le R2LIN sort en premier (.38), suivi de l'empan standard qui ajoute une contribution significative propre (.17) et des gnosies (.07), qui contribuent elles aussi significativement ($p = .02$).

L'analyse de régression portant sur **les PS** fait apparaître que le modèle standard explique 54% de la variance (R²), $F(5, 28) = 6.71$, $p < .0005$. À nouveau, l'analyse forward montre que le R2LIN sort en premier (.40), suivi de la comptine verbale (.08) qui ajoute une contribution significative propre ($p < .05$) ; Les gnosies (.04) et l'empan standard (.02) ajoutent chacun une part de variance mais celle-ci n'atteint pas le seuil de significativité ($p < .05$).

L'analyse de régression portant sur **les GS** révèle que le modèle standard n'est pas significatif, $F(5, 28) = 1.85$, ns. Aucune variable n'explique de part significative de variance.

Au total, le R2LIN se révèle la variable la plus fortement explicative des performances aux opérations PA, GA et PS : il explique de l'ordre de 40% de la variance. Vient ensuite un facteur verbal, soit la comptine soit une mesure d'empan, standard ou canonique qui ajoute une contribution significative propre d'environ 10%. Enfin les gnosies

n'interviennent de manière significative qu'avec les GA mais approchent le seuil conventionnel de significativité avec les PS ; elles ajoutent de l'ordre de 5% de variance. Il conviendrait de s'interroger sur le rôle que jouent les gnosies : nous avons conduit des analyses complémentaires trop longues et délicates pour être rapportées ici. Celles-ci montrent que la contribution des gnosies est sous-estimée par les modèles que nous avons utilisés et que celle du R2LIN est surestimée car ce dernier inclut une contribution à la fois verbale et spatiale. De nouvelles analyses mériteraient d'être effectuées pour mieux comprendre comment interviennent les gnosies et les variables langagières (comptine, empans...).

2. Grande section de maternelle

Comme précédemment pour les enfants MSM, nous avons d'abord travaillé sur le score global aux opérations (sur 24). Les moyennes et dispersions associées aux différentes variables apparaissent dans le tableau 6.

Variable	N	Moyenne	Déviatoin standard
COMPT	46	11.39130	6.244921
EMPCAN	46	4.93478	1.218417
EMPAN	46	2.45652	1.109685
GNOSIES	46	23.52174	3.397640
PA	46	4.82609	1.304766
GA	46	4.26087	1.794247
PS	46	4.67391	1.033964
GS	46	3.93478	1.768894
OPE	46	17.69565	4.820648
R2LIN	46	.65726	.271765

Tableau 6. Analyse statistique : Moyennes et dispersion pour chaque épreuve chez les enfants de GSM

	COMPT	EMPCAN	EMPAN	GNOSIES	PA	GA	PS	GS	OPE	R2LIN
COMPT	1.00000	.30717	.41938	.40176	.51581	.51030	.38156	.58776	.62706	.34121
EMPCAN	.30717	1.00000	.44984	.28754	.42604	.42472	.10622	.32793	.41651	.25759
EMPAN	.41938	.44984	1.00000	.26549	.24023	.37414	.26820	.43438	.42119	.13264
GNOSIES	.40176	.28754	.26549	1.00000	.40691	.34170	.28355	.32007	.41558	.09941
PA	.51581	.42604	.24023	.40691	1.00000	.59884	.35236	.64008	.80400	.36764
GA	.51030	.42472	.37414	.34170	.59884	1.00000	.29842	.71965	.86236	.32569
PS	.38156	.10622	.26820	.28355	.35236	.29842	1.00000	.47412	.59490	.28649
GS	.58776	.32793	.43438	.32007	.64008	.71965	.47412	1.00000	.90973	.44634
OPE	.62706	.41651	.42119	.41558	.80400	.86236	.59490	.90973	1.00000	.44596
R2LIN	.34121	.25759	.13264	.09941	.36764	.32569	.28649	.44634	.44596	1.00000

Tableau 7. Tableau de corrélation entre les épreuves chez les enfants de GSM

Comme le montrent les données du tableau des corrélations, les performances aux quatre opérations sont très fortement corrélées (hormis les PS) au score total des opérations (les corrélations se situent autour de .80 à .90 pour un maximum de 1). Il est donc impossible de dissocier les effets associés au score global des opérations de ceux qui pourraient affecter telle ou telle d'entre elles. Aussi nous limiterons-nous à traiter l'ensemble des variables susceptibles d'influer sur le score global aux opérations.

L'analyse de régression montre que le modèle standard explique 53% de la variance (R²), $F(5, 40) = 8.92$, $p < .0001$. L'analyse forward est résumée dans le tableau 8 ci-dessous :

	Step	Multiple	Multiple	R-Square	F - to	
Variable		R	R-Square	change	entr/rem	p-level
COMPT	1	.6270576	.3932012	.3932012	28.51168	.0000037
R2LIN	2	.6738818	.4541166	.0609154	4.79839	.0342282
EMPCAN	3	.7018055	.4925309	.0384143	3.17931	.0819811
GNOSIES	4	.7184561	.5161791	.0236482	2.00400	.1644365

Tableau 8. Contribution de chaque variable au score des opérations, chez les enfants de GSM

La comptine verbale sort en premier et explique 39% de variance ($p < .0001$). Vient ensuite la contribution propre significative de R2LIN (6% de variance ; $p < .05$) puis deux contributions propres mais non significatives : l'empan canonique (3% de variance) et les gnosies (2% de variance).

À nouveau, la contribution des gnosies mériterait de donner lieu à des analyses plus poussées visant à dissocier dans le poids de R2LIN les dimensions spatiale et symbolique verbale. L'augmentation de la contribution verbale correspond vraisemblablement au fait que les enfants de GSM maîtrisent beaucoup mieux le comptage et y recourent pour résoudre les opérations. La diminution du poids de l'évaluation de la ligne numérique tient vraisemblablement au fait que la tâche portant sur une ligne allant de 0 à 10 est désormais un peu facile pour les enfants de GSM.

Ainsi, les performances des enfants de MSM à l'épreuve des petites opérations sont significativement prédites d'abord par les scores obtenus à l'épreuve d'estimation des quantités sur la ligne numérique, puis par les scores obtenus à l'épreuve de comptine verbale. Chez les enfants de GSM, la comptine verbale est le plus fort prédicteur des performances aux petites opérations, le score obtenu à l'épreuve d'estimation de la quantité sur la ligne numérique venant ensuite. Les performances obtenues aux épreuves d'empan et de gnosies digitales ne contribuent pas significativement à la réussite aux opérations pour les deux niveaux.

3. Analyse qualitative des stratégies utilisées dans les opérations arithmétiques

En ce qui concerne les opérations, nous avons mené une analyse qualitative des stratégies utilisées par les enfants pour répondre. Nous avons ainsi établi plusieurs profils comportementaux à partir des observations cliniques réalisées pendant la passation de l'épreuve. Celles-ci sont porteuses de la subjectivité de l'expérimentateur.

On obtient ainsi les profils suivants :

1/ V (visuel) : ces enfants prennent en compte la configuration des points qui correspond le plus souvent à la constellation de points du dé, et ils effectuent de tête ou en mimant en l'air ce qui se passe sur la constellation. Lorsque l'enfant pose le résultat dans sa boîte, les objets sont posés selon la même configuration spatiale que dans la boîte de

l'expérimentateur. Les erreurs proviennent probablement d'un défaut de mémorisation de la configuration de points proposée.

2/ O (oral, verbal) : ces enfants se basent sur la comptine verbale pour répondre. Ainsi, ils récitent la comptine pour dénombrer la collection d'objets proposée par l'expérimentateur, et ils poursuivent leur récitation de 1 ou 2 mots (pour les petites additions) ou bien ils enlèvent le ou les deux derniers mots-nombres prononcés (pour les petites soustractions). Pour cela, on observe plusieurs types de récitation :

- « un deux trois quatre... cinq six » (4+2)
- « quatre (reconnait la constellation)... cinq » (4+1)
- « un deux trois quatre cinq... quatre » (5-1)
- « un deux trois quatre cinq six... un deux trois quatre cinq... un deux trois quatre » (6-2)

Les erreurs viennent probablement d'une difficulté portant sur la comptine (pour les additions), et notamment le comptage à rebours (pour les soustractions).

3/ C (calcul) : l'enfant connaît les opérations et/ou les faits arithmétiques et il effectue les opérations directement.

4/ D (doigts) : représente les collections manipulées sur ses doigts (utilisation de collections-témoins).

5/ M (manipulation) : ces enfants reproduisent les gestes qui ont été faits par l'expérimentateur. Ils attrapent et posent les objets de la même façon que l'expérimentateur. L'enfant prend le premier opérande, puis le deuxième. Il ne peut pas mettre directement le résultat, malgré les encouragements. Les quantités, dans ce mime, ne sont pas toujours respectées. Les erreurs viennent du fait que l'enfant reproduit le geste de l'adulte, sans prêter attention à la collection manipulée.

6/ Ø : nous n'avons pas pu savoir quel type de stratégie était adopté par l'enfant pour répondre à cette tâche (l'enfant fait tout dans sa tête et ne laisse rien transparaître).

7/ J (joue) : l'enfant joue avec les figurines et sa réponse est hasardeuse. Ce comportement est lié à un moment d'inattention, une immaturité, des difficultés de concentration, etc.

3.1. Notation des profils de réponse des MSM

N° enfant	Profil	N° enfant	Profil
32	1	49	2
33	6	50	2
34	7	51	6
35	6	52	6
36	1	53	7
37	6	54	6

N° enfant	Profil	N° enfant	Profil
38	5	55	7
39	7	56	7
40	2	78	7
41	2	79	5
42	7	81	1
43	2 + 3 + 4 *	82	6
44	5	83	7
45	7	84	6
46	6	85	2
47	7	87	6
48	7	90	6

Tableau 9. Stratégies utilisées par les enfants de MSM pour résoudre les opérations

Nombre d'enfants de MSM pour chaque comportement :

- 1 (visuel) : trois enfants
- 2 (verbal) : six enfants
- 3 (calcul) : un enfant
- 4 (doigts) : un enfant
- 5 (manipulation) : trois enfants
- 6 (∅) : onze enfants
- 7 (joue, hasard, attention) : onze enfants

Le symbole * représente un enfant pour lequel trois profils apparaissent nettement : nous obtenons donc 36 profils pour 34 enfants.

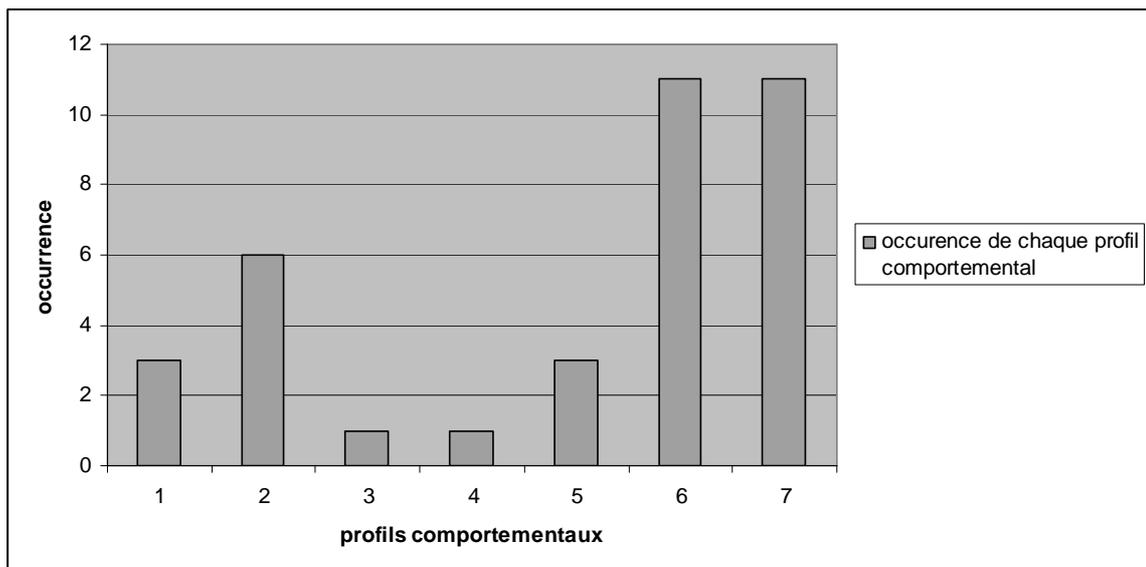


Figure 1. Occurrence des profils comportementaux à l'épreuve des opérations, MSM

3.2. Notation des profils de réponse des GSM

N° enfant	Profil	N° enfant	Profil
19	6	67	6
20	2	68	6
21	2	69	6
22	2	70	4
23	2	71	7
24	6	72	6
25	6	73	6
26	3 + 4 *	74	5
27	2 + 3 *	75	6
28	6	76	6
29	2	77	5
30	6	80	2
31	2	86	2
57	4	88	2
58	6	89	3
59	6	91	4
60	2	92	2
61	6	93	4
62	6	94	6
63	2	95	5
64	6	96	2
65	3	98	6
66	6	99	7

Tableau 10. Stratégies utilisées par les enfants de GSM pour résoudre les opérations

Nombre d'enfants de GSM pour chaque comportement :

- 1 (visuel) : zéro enfant
- 2 (verbal) : quatorze enfants
- 3 (calcul) : quatre enfants
- 4 (doigts) : cinq enfants
- 5 (manipulation) : trois enfants
- 6 (∅) : vingt enfants
- 7 (joue, hasard, attention) : deux enfants

Le symbole * représente deux enfants pour lesquels plusieurs profils apparaissent : nous obtenons donc 48 profils pour 46 enfants.

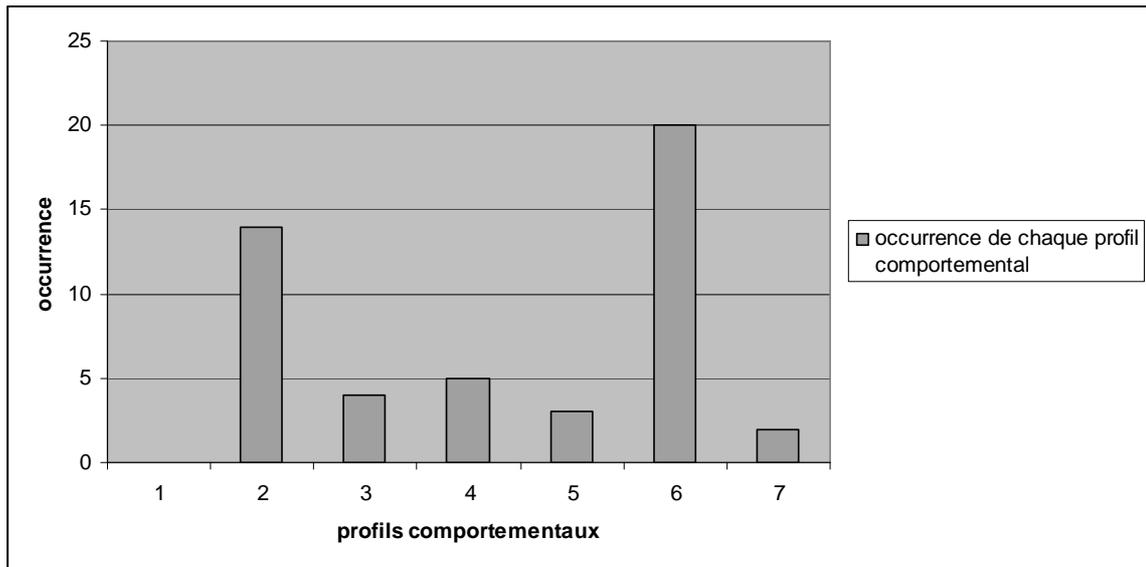


Figure 2. Occurrence des profils comportementaux à l'épreuve des opérations, GSM

II. Etude longitudinale

Afin d'approfondir cette étude, nous avons étudié les résultats de ces mêmes épreuves dans une étude longitudinale. Ainsi, 25 des 34 enfants qui avaient été vus en MSM ont été revus alors qu'ils étaient scolarisés en GSM.

Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous.

1. Analyses statistiques

Nous tenons tout d'abord à rappeler que les mêmes enfants ont été suivis au cours de deux années scolaires, de la MSM à la GSM. Les mêmes épreuves leur ont été proposées à deux reprises, la première fois de février à juin 2009, et la seconde fois en décembre 2009, soit au moins six mois plus tard.

Le tableau 11 présente les performances des 25 enfants aux deux niveaux de leur scolarité : les moyennes et les déviations standards sont indiquées.

N = 25	Comptine	Empan	Gnosies	Ligne numérique	Opérations
MSM	6 (3.5)	5.7 (2.8)	21.2 (3.6)	.32 ((.35)	9.4 (5.8)
GSM	9.1 (5.4)	6.6 (2.6)	22.4 (3.2)	.62 (.31)	14.6 (5.7)
t tests	t = -5.5 p < .0001	t = -2.4 p < .05	t = -1.6 ns	t = -4.2 p < .01	t = -5.5 p < .0001
Corrélations	.88	.77	.38	.42	.66

Tableau 11. Performances des 25 enfants aux deux niveaux de leur scolarité

Comme attendu, les performances s’améliorent de la MSM à la GSM, sauf en ce qui concerne les gnosies, dont les résultats restent stables.

Une première question a trait aux relations entre les performances en MSM et en GSM.

Les performances aux deux niveaux sont-elles liées entre elles ? Pour répondre à cette question, nous avons calculé les coefficients de corrélation pour chacune des épreuves. Ces coefficients apparaissent à la quatrième ligne du Tableau 1 : ils mettent en évidence que les performances à la comptine, à l’empan, et aux opérations sont fortement corrélées d’un niveau à l’autre. En d’autres termes, les performances sont relativement stables d’une année à la suivante.

En revanche, les corrélations sont faibles aux gnosies et à la ligne numérique, deux épreuves à dominante non verbale.

Une deuxième question a trait aux relations entre performances aux différentes épreuves : sont-elles fortement ou faiblement associées ? En MSM ? En GSM ? Aux deux niveaux ?

Pour répondre à cette question, nous avons, d’une part, étudié les corrélations à chacun des niveaux scolaires et, d’autre part, réalisé des analyses de régression de manière à savoir quels sont les meilleurs prédicteurs des performances aux opérations en MSM puis en GSM. Dans un deuxième temps, nous avons abordé les relations entre les deux niveaux.

Le tableau 12 fournit les corrélations entre épreuves en MSM (en gras au dessus de la diagonale) et en GSM (en caractères normaux, en dessous de la diagonale). Ces corrélations mettent en évidence que les épreuves à dominante verbale (comptine et empan) sont fortement corrélées entre elles (surtout en MSM) et sont fortement corrélées aux résultats de la ligne numérique (appelée aussi « bandelettes » et notée BANDES) et aux performances aux opérations. En revanche, les scores aux gnosies ne sont pas corrélés avec l’empan et assez faiblement corrélés avec les données de la ligne numérique. En revanche, les gnosies sont corrélées avec les performances aux opérations.

Variable	COMPT	EMPAN	GNOSIES	BANDES	OPE
COMPT		.607	.438	.607	.794
EMPAN	.449		.096	.410	.590
GNOSIES	.421	.129		.355	.428
BANDES	.562	.303	.35		.632
OPE	.751	.424	.37	.531	

Tableau 12. Corrélation entre les épreuves, en MSM (en gras) et en GSM (en caractères normaux)

Pour essayer de déterminer les poids respectifs de chacune des variables sur la résolution des opérations, nous avons effectué des analyses de régression.

En MSM, l’analyse réalisée en introduisant simultanément tous les facteurs met en évidence que seule la comptine a un impact significatif ($t(20) = 2.59$, $p < .02$) et permet de prédire, seule, la résolution des opérations. Aucun autre facteur n’ajoute une contribution significative lorsque la comptine est entrée en premier. Cela signifie qu’elle

intègre les contributions des autres facteurs. L'introduction des gnosies en premier explique 18% de la variance ($t(23) : 2.28 p = .03$). L'introduction des bandelettes seules explique 40% de la variance ($p < .001$). L'introduction simultanée des deux fait apparaître que le repérage sur la ligne numérique explique 40% de variance et est seul significatif ; les gnosies ajoutent une contribution non significative de 4.7%. L'ajout de l'empan (variable verbale) ajoute une contribution significative de 13% de variance ($p < .05$). L'ajout des résultats de la comptine montre à nouveau qu'elle rend compte de l'intégralité des 63% de variance expliquée. Au total, en MSM, ce sont les performances verbales évaluées par les épreuves relatives à la comptine qui expliquent l'essentiel des performances aux opérations.

En GSM, l'analyse réalisée en introduisant simultanément tous les facteurs met en évidence que seule la comptine a un impact significatif ($t(20) = 3.11, p < .01$) et contribue seule à prédire la résolution des opérations. Le modèle total explique 63% de la variance, la comptine en expliquant 56%. L'introduction des gnosies seules explique 13% de variance ($p = .07$). L'introduction des bandelettes seules explique 28% de variance ($p < .01$). L'introduction conjointe des bandelettes et des gnosies explique 32% de la variance, mais seules les bandelettes ont une contribution significative, ce qui signifie que celle des gnosies est totalement intégrée par celle des évaluations de la ligne numérique. L'introduction conjointe des bandelettes, des gnosies et de l'empan explique 39% de la variance, mais à nouveau, seules les bandelettes ont une contribution significative. Ainsi, en GSM, ce sont les performances verbales évaluées par les épreuves relatives à la comptine qui expliquent l'essentiel des performances aux opérations.

Afin d'étudier la prédiction des performances aux opérations de GSM, nous avons d'abord introduit l'ensemble des variables de MSM (comptine, empan, gnosies, bandelettes et opérations). Ce premier modèle explique 63% de la variance. Trois variables sortent dans l'ordre suivant : comptine 1 (53% de variance $p < .0001$) puis empan 1 (4% de variance supplémentaire ns) puis gnosies 1 (5% de variance supplémentaire $p = .12$).

L'introduction des performances à la comptine 2 (GSM) fait apparaître que celle-ci sort en premier (56% de variance $p < .0001$) ; entrent ensuite l'empan 1 (4% de variance $p = .07$) puis les gnosies 1 (5% de variance $p = .11$). On note que les performances aux opérations de MSM n'ajoutent aucune contribution, pas plus que les performances à la ligne numérique.

Pour conclure, dans tous les modèles et aux deux niveaux étudiés, c'est la composante verbale qui explique le mieux et le plus massivement les performances aux opérations, en MSM comme en GSM. Toutefois, en accord avec de nombreux résultats antérieurs, l'empan (de MSM) contribue, même modestement, aux performances aux opérations de GSM. Enfin, même si leur contribution est faible, les gnosies en MSM contribuent aux performances aux opérations en GSM, ce qui conforte les données de Fayol et al. (1998) qui ne comportaient pas d'épreuve verbale et, donc, ne permettaient pas de faire apparaître l'impact de cette composante.

2. Analyses qualitatives : profils descriptifs

2.1. Progression de la MSM à la GSM pour chaque épreuve

Nous avons réalisé des analyses comparatives entre les résultats obtenus par les enfants en MSM et en GSM.

Tout d'abord, nous avons observé la progression de chaque enfant d'un niveau à l'autre pour chaque épreuve.

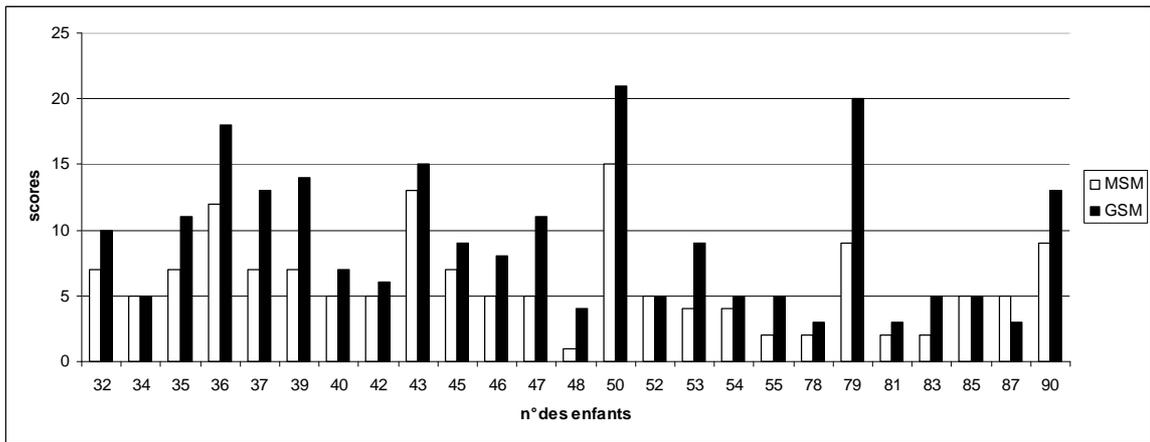


Figure 3. Evolution des scores de la comptine de la MSM à la GSM

Rappelons que le score à l'épreuve de comptine verbale a été obtenu de la manière suivante : pour le premier item (« compter le plus loin possible »), on attribue 1 point si l'enfant sait compter jusqu'à 0 à 9, 2 points jusqu'à 10 à 19, etc. ; pour les dix items suivants (ex : « compter de 5 à 9 »), on attribue 1 point par réponse juste. Le total obtenu est le score que nous analysons ici pour chaque enfant pour l'épreuve de comptine.

On constate que sur 25 enfants, 21 voient leur score augmenter entre la MSM et la GSM, 3 obtiennent le même score, et 1 enfant a un score plus faible en GSM qu'en MSM. Ainsi, les enfants améliorent leurs résultats à l'épreuve de comptine entre la MSM et la GSM.

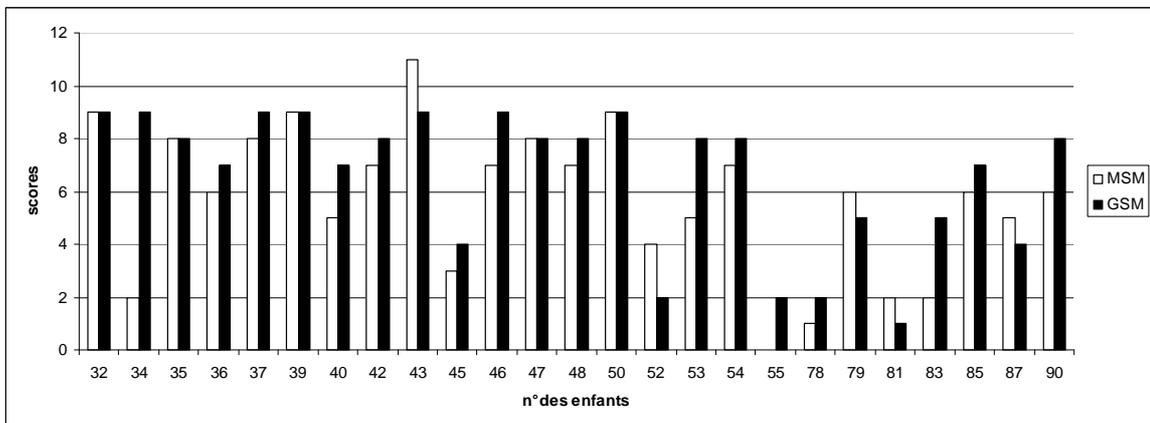


Figure 4. Evolution des scores à l'empan de la MSM à la GSM

A l'épreuve d'empan, les scores aux épreuves de répétition de trois, quatre et cinq chiffres en ordre canonique (notées respectivement 3CAN, 4CAN et 5CAN) et en ordre non canonique (3NC, 4NC et 5NC) sont chacune notées sur 2 points (score total sur 12).

Les chiffres proposés dans l'ordre canonique sont nettement mieux répétés que ceux proposés dans le désordre, ce qui confirme notre hypothèse sur les relations entre MDT et MLT dans ce type de tâche.

Pour cette épreuve, 15 enfants ont obtenu un score meilleur en GSM qu'en MSM, 5 enfants obtiennent des scores identiques aux deux niveaux, et 5 enfants ont un score inférieur en GSM. Ainsi, on constate que la majorité des enfants progresse de la MSM à la GSM sur l'épreuve d'empan.

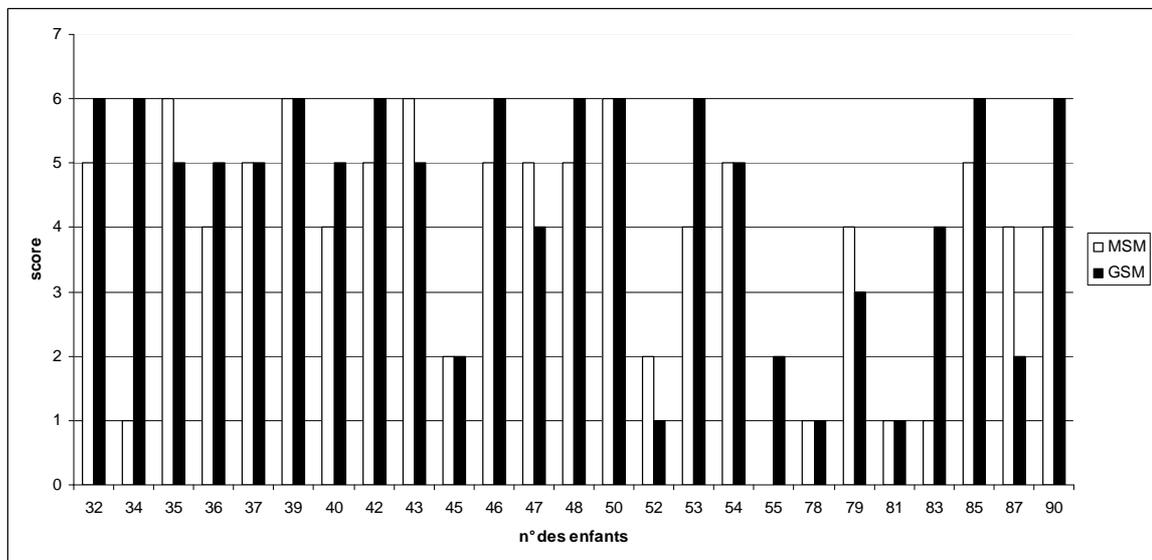


Figure 5. Evolution des scores à l'empan canonique de la MSM à la GSM

Pour l'empan canonique, 12 enfants progressent, 7 enfants obtiennent des scores identiques (dont 2 enfants qui avaient déjà la note maximum en MSM) d'un niveau à l'autre, et 6 enfants obtiennent un moins bon score en GSM qu'en MSM.

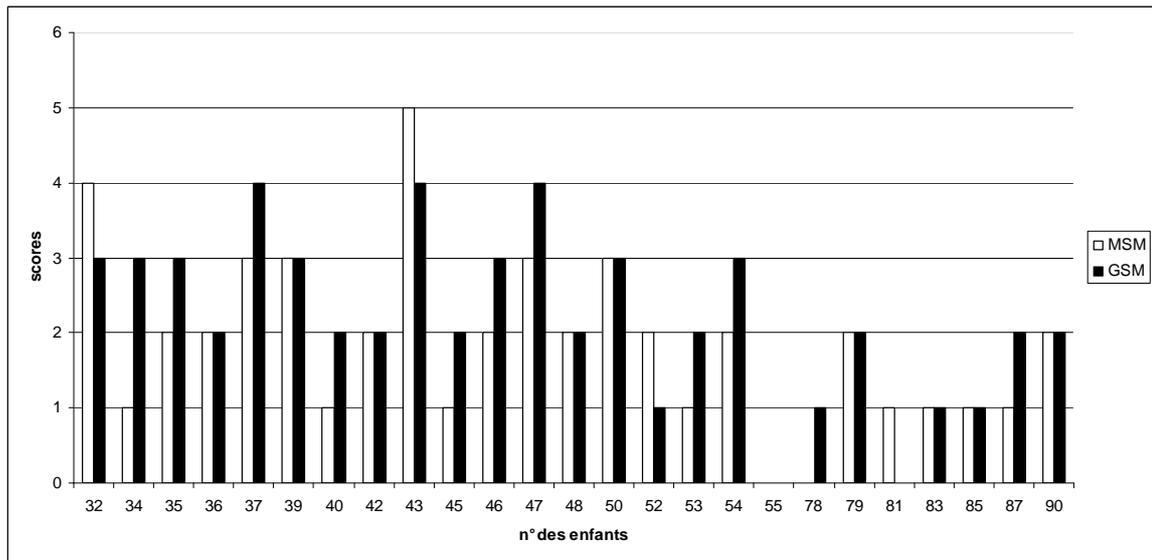


Figure 6. Evolution des scores à l'empan non canonique de la MSM à la GSM

Pour l'épreuve d'empan non canonique, 11 enfants ont un meilleur score en GSM, 10 enfants ont des scores identiques aux deux niveaux, et 4 enfants ont un score inférieur en GSM qu'en MSM.

A l'épreuve des gnosies, on attribue 1 point pour chaque item réussi (score total sur 30 points).

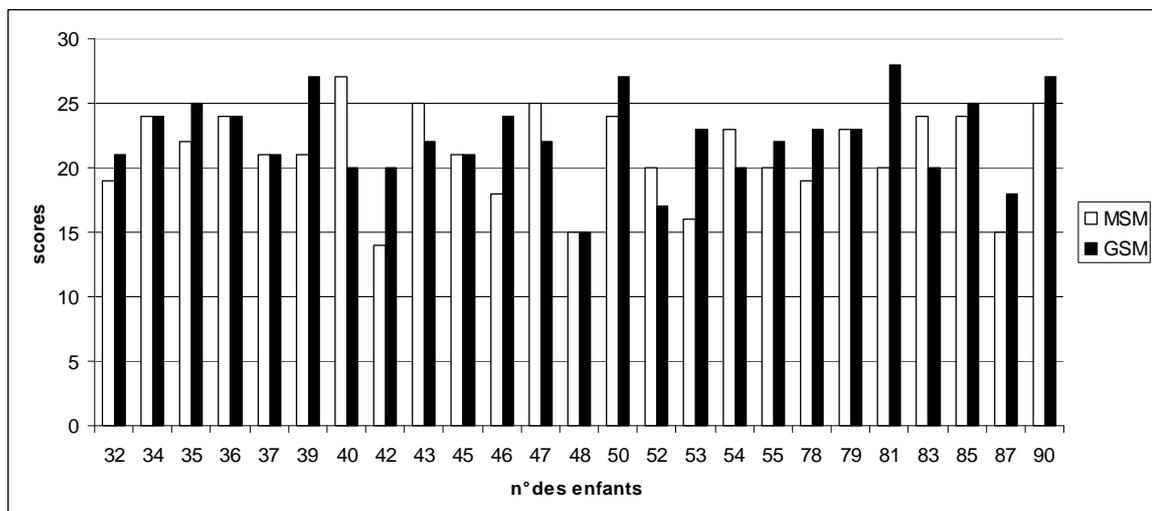


Figure 7. Evolution des scores aux gnosies de la MSM à la GSM

A cette épreuve, 13 enfants progressent de la MSM à la GSM, 6 enfants ont des scores stables d'un niveau à l'autre, et 6 enfants ont un score inférieur en GSM par rapport à celui de MSM.

En ce qui concerne l'épreuve de la ligne numérique, le score le moins bon qu'un enfant puisse obtenir est 162,5 (ce qui correspond à la somme des écarts en cm entre le point placé par l'enfant et le point normalement attendu pour chaque nombre), et le meilleur score que l'enfant peut obtenir est 0 (il aurait alors toujours placé les points aux endroits

attendus et l'écart en cm aux vraies valeurs serait égal à 0). Ces scores étant négatifs (ils correspondent aux erreurs des enfants par rapport à la valeur attendue), nous gardons la différence entre la note minimum (soit 162,5) et le score de l'enfant. Ainsi, nous obtenons un score qui reflète la réussite de l'enfant et nous pouvons analyser les scores positifs.

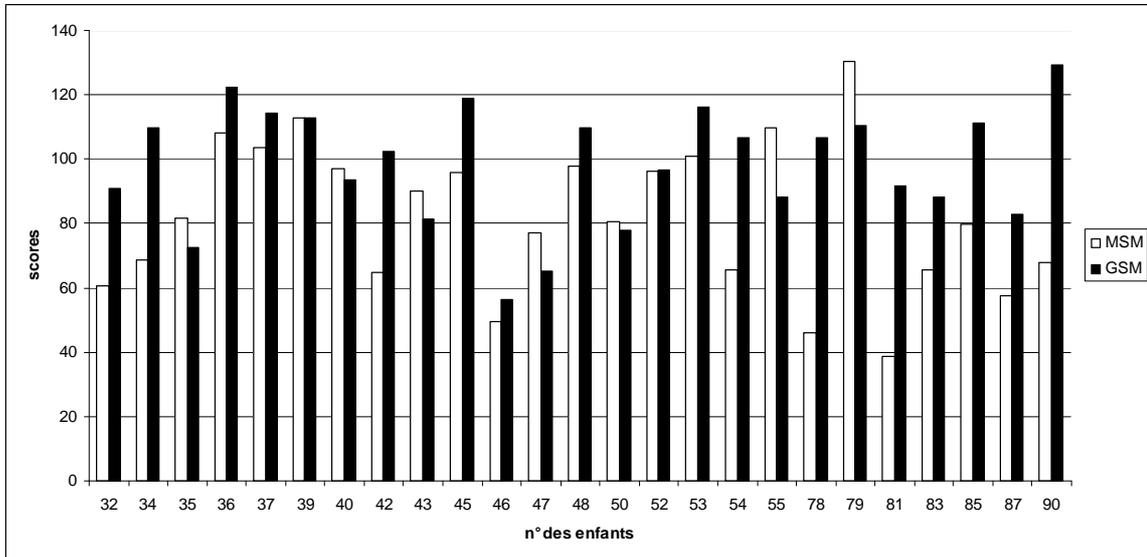


Figure 8. Evolution des scores de la ligne numérique la MSM à la GSM

16 enfants progressent de la MSM à la GSM, 2 enfants ont des scores semblables, et 7 enfants ont des scores plus faibles en GSM pour l'épreuve de la ligne numérique.

Pour les opérations, chacun des 24 items proposés était noté sur 1 point.

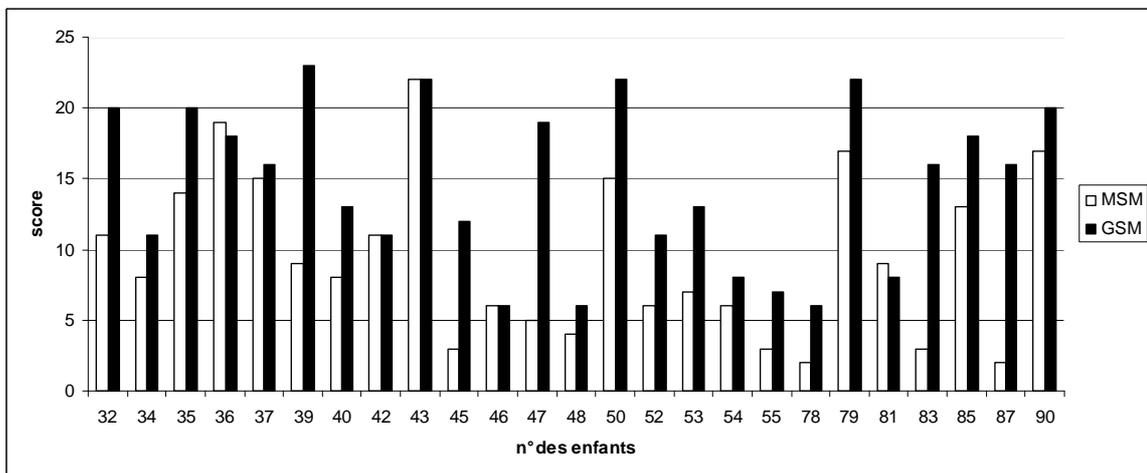


Figure 9. Evolution des scores aux opérations de la MSM à la GSM

La plupart des enfants obtiennent un meilleur score en GSM (20 enfants), 2 enfants obtiennent un score identique d'un niveau à l'autre, et 2 enfants ont un score plus faible en GSM.

En conclusion, la majorité des enfants progressent sur chacune des épreuves de la MSM à la GSM. Ce progrès est très marqué pour les épreuves de comptine et d'opérations (21 et

20 enfants en progrès), il l'est moins pour les épreuves d'empan et de gnosies (15 et 13 enfants en progrès).

2.2. Comparaison entre les progressions observées pour les différentes épreuves

Afin de comparer l'évolution des enfants aux différentes épreuves, nous avons rapporté les scores sur 100 et observé la moyenne des 25 enfants obtenue à chaque épreuve et à chaque niveau. Nous obtenons le graphique suivant :

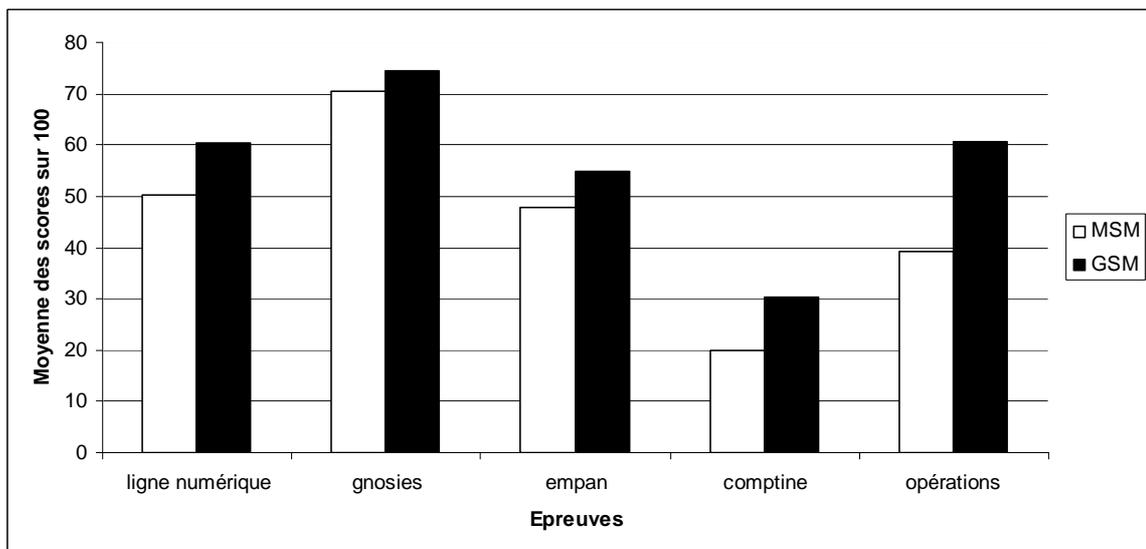


Figure 10. Evolution de la moyenne sur 100 de la MSM à la GSM

Nous calculons le coefficient directeur des courbes correspondant à la progression de chaque épreuve de la MSM à la GSM.

Evolution des scores (sur 100) de la MSM à la GSM					
Epreuves	Ligne numérique	Gnosies	Empan	Comptine	Opérations
Scores MSM	50,38	70,53	47,67	20	39,17
Scores GSM	60,47	74,53	55	30,4	60,67
Coefficient directeur des courbes (correspondant donc au progrès pour chaque épreuve)	10,08	4	7,33	10,4	21,5

Tableau 13. Evolution des scores (sur 100) de la MSM à la GSM

Ainsi, entre la MSM et la GSM, la progression la plus importante observée est celle des opérations avec un coefficient de 21,5. La comptine et les bandelettes viennent ensuite avec pour coefficients respectifs 10,4 et 10,08. L'empan et les gnosies ont des coefficients plus faibles (7,33 et 4).

Chapitre V
DISCUSSION DES RESULTATS

I. Interprétation des résultats et mise en lien avec notre problématique

Nous avons proposé une tâche de résolution d'additions et de soustractions simples (variable dépendante) dans un format non verbal. Nous manipulons deux variables : le format de présentation des autres épreuves proposées (verbal vs non verbal) et la classe (MSM vs GSM). De manière générale, les performances des enfants de GSM sont meilleures qu'en MSM. Cependant, il s'avère que les épreuves non verbales sont moins corrélées à la réussite des opérations que les épreuves verbales, ce qui ne s'explique pas d'emblée.

1. Poids des composantes verbales et non verbales sur les performances aux opérations

A l'issue des traitements des données, les résultats ne sont pas exactement ceux que nous attendions : la corrélation entre les épreuves non verbales et la réussite aux opérations simples est moins importante que la corrélation entre les épreuves verbales et la réussite à ces mêmes opérations. En effet, pour nos deux études, en MSM et en GSM, le facteur le plus largement corrélé à la réussite aux opérations est la comptine numérique. L'analyse qualitative des stratégies utilisées par les enfants pour résoudre les opérations confirme que la majorité des enfants utilise des stratégies verbales, ce qui corrobore l'analyse statistique que nous avons conduite.

En définitive, la comptine, composante verbale sous-jacente, est fortement corrélée à la réussite aux opérations et infirme notre hypothèse de départ. Les composantes non verbales (ligne numérique et gnosies digitales) et la composante verbale restante (empan) apportent une contribution non significative à la réussite aux opérations.

2. Progression de la MSM à la GSM : étude longitudinale

D'après les données issues de notre étude longitudinale et conformément à la littérature, les enfants progressent de la MSM à la GSM dans toutes les épreuves que nous leur avons proposées.

Les résultats des deux épreuves qui évoluent le moins sont ceux des gnosies et de l'empan. Celles qui évoluent le plus sont les opérations et la comptine. On peut expliquer cette variabilité dans l'évolution des performances par des différences interindividuelles et des variables d'apprentissage (Campbell, 2001). En effet, la comptine et les opérations sont explicitement et systématiquement entraînées à l'école dans le cadre des programmes scolaires et progressent donc rapidement. De plus, les situations de dénombrement et de résolution d'opérations existent naturellement dans la vie quotidienne et la vie scolaire des enfants. Les gnosies digitales, quant à elles, se rattachent à une représentation analogique de la quantité (les collections de doigts) que Dehaene (1999) qualifie de mécanisme d'appréhension des quantités numériques. Ce mécanisme, s'il existe de façon innée chez tout un chacun, est largement moins sollicité par les apprentissages scolaires,

ce qui pourrait expliquer une moindre progression à cette épreuve. En ce qui concerne l'empan, l'autorépétition subvocale n'est pas présente chez les très jeunes enfants (Fayol & Gaonac'h, 2007). Ainsi, lorsqu'ils doivent stocker temporairement des informations en mémoire, les enfants de moins de 7 ans ne répètent pas activement le matériel verbal, ce qui les met en situation d'infériorité par rapport aux enfants plus âgés. Cette tâche est par ailleurs artificielle (il n'est pas naturel de répéter des nombres dans un ordre aléatoire ou non dans la vie quotidienne) et ne relève pas d'un entraînement spécifique proposé par l'école. Ceci peut expliquer la moindre progression des enfants dans ces deux épreuves malgré une maturation normale.

En conclusion, l'entraînement régulier de la comptine verbale à l'école expliquerait pourquoi cette épreuve progresse plus que les autres, et pourquoi elle est préférentiellement utilisée par les enfants pour répondre à l'épreuve d'opérations. Les épreuves qui ne relèvent pas d'un apprentissage scolaire explicite ne progressent pas autant que celles entraînées directement dans le cadre de l'école. Les gnosies, l'empan et la ligne numérique progressent mais dans un cadre développemental plutôt maturational, alors que la comptine et les opérations évoluent plutôt dans un contexte d'apprentissages scolaires spécifiques et dans des situations familières aux enfants.

II. Limites de l'expérimentation

1. Limites de la population

1.1. Population restreinte

Nous avons analysé les performances d'enfants scolarisés en MSM et GSM pour nos deux études. Bien que cet échantillon soit suffisamment important pour être représentatif d'une population pour l'étude transversale, il demeure discutable dans le sens où il ne représente pas l'ensemble de la population d'enfants : les enfants sont tous issus de la même école, donc de la même région, les enfants de milieu rural ne sont pas représentés, pas plus que les enfants porteurs de handicap (retard mental, surdité, trouble sévère des apprentissages...) car il n'y en avait pas parmi les enfants rencontrés. Il existe également des différences entre les enseignants dans la diffusion des savoirs scolaires (certains seront plus enclins à manipuler le matériel verbal, d'autres moins, etc.). Cela peut avoir eu une influence sur les stratégies utilisées par les enfants. Nous n'avons pas non plus tenu compte du sexe ratio.

En ce qui concerne l'étude longitudinale, en plus des biais présentés ci-dessus, nous n'avons pu revoir en GSM que 25 des enfants vus en MSM. L'idéal aurait été de revoir au moins trente de ces enfants pour que l'échantillon soit plus fiable mais une partie de notre échantillon a disparu pour diverses raisons (déménagement, autorisations des parents qui ne nous sont pas revenues).

Ainsi, pour nos deux recherches, il aurait été pertinent de rencontrer plus d'enfants, afin d'aboutir à des résultats plus représentatifs de la population.

1.2. Absence d'évaluation du langage oral et du quotient de développement

Nous n'avons pas évalué le langage oral des enfants avant de faire passer nos expérimentations. Pour certains, la compréhension ne semble pas avoir été suffisante malgré la répétition des consignes : par exemple, nous nous sommes demandé si les enfants qui ont toujours positionné les points au même endroit sur la ligne numérique avaient bien compris la consigne ou bien s'ils n'avaient pas encore acquis le concept de « mot-nombre ». En effet, selon Brissiaud (2003), à un moment de son développement, l'enfant comprend que le mot-nombre désigne une quantité sans savoir encore laquelle. Rien ne nous permet néanmoins de savoir si l'échec à cette épreuve est imputable à un manque de compréhension de la consigne ou bien si le développement de quelques enfants n'avait pas atteint le niveau requis pour réussir l'épreuve.

Par ailleurs, des études ont montré que le niveau de lexique en compréhension et en production chez le jeune enfant était fortement corrélé à son quotient de développement (QD) qui est un indice de développement de l'intelligence (Dunn, Thériault-Whalen & Dunn, 1993). Ce niveau de lexique n'a pas été testé chez les enfants et nous ne connaissions donc pas leur QD. Nous pouvons émettre ici l'hypothèse que cette absence de QD constitue un biais car nous aurions pu l'utiliser comme critère d'exclusion pour notre étude.

2. Limites du protocole

2.1. Conditions d'expérimentation

Nous avons rencontré tous les enfants dans leur établissement, mais tous n'ont pas passé les expérimentations dans les mêmes conditions. Quand cela a été possible, les passations se sont faites dans une grande salle de classe vide et calme. Mais, pour une grande partie des enfants, la passation a eu lieu dans une petite pièce accolée à la salle de sport et donc bruyante, où nous étions souvent dérangés. Il a été nécessaire de fournir un effort supplémentaire pour se concentrer, et cela peut avoir eu une incidence sur leurs performances. Par ailleurs, les passations ayant eu lieu à des moments différents de la journée, l'attention et la fatigue n'étaient pas les mêmes pour tous et cela a aussi pu influencer les performances de certains d'entre eux.

2.2. Implication de la mémoire de travail

Dans notre protocole, nous avons retenu la taille des opérandes comme critère de différenciation entre petites et grandes opérations. Ainsi, les petites opérations sont celles dont les opérandes n'excèdent pas 5, et les grandes opérations sont celles dont un des opérandes dépasse 5.

La mémoire de travail est très sollicitée dans la tâche de résolution d'opérations simples en présentation non verbale, mais n'a pas été prise en compte dans notre étude. En effet, elle intervient quand l'enfant doit se constituer un modèle mental représentant la quantité

du premier opérande quand celui-ci a été caché, intégrer la transformation arithmétique qu'on applique à cet opérande, et trouver la bonne quantité après transformation sans support visuel. Le traitement nécessaire à la réussite de cette succession d'étapes pourrait expliquer la présence d'erreurs.

Feigenson et Carey (2003), Feigenson, Carey et Hauser (2002), Uller, Carey, Huntley-Fenner et Klatt (1999) ont montré que la réussite des jeunes enfants aux tâches d'additions et de soustractions est due à un système sous-jacent de raisonnement à propos d'objets individuels nommés les « fichiers objet ». Feigenson, Dehaene et Spelke, 2004 précisent que ce fichier représente implicitement le nombre en créant une correspondance terme à terme entre les éléments du réel et les fichiers d'objets sans apporter de représentation résumée de la cardinalité de la collection. Les enfants représentent donc les quantités comme des unités discrètes plutôt que des unités simples (ils représentent trois unités discrètes pour la quantité « 3 » par exemple). Par conséquent, plus la quantité à représenter en mémoire augmente, plus le risque d'erreurs augmente, car la MDT arrive à saturation. Klein et Bisanz (2000) ont ainsi défini le *Representational Set Size* (RSS), ou taille représentationnelle de la série. Il s'agit de la numérosité maximale de la collection représentée en MDT requise pour résoudre l'opération. Ils ont mis en évidence que la résolution des problèmes à deux termes est significativement liée à la taille de l'ensemble représentationnel, soit le nombre maximal d'unités à conserver en MDT pendant la résolution du problème. Pour l'addition donc, le RSS correspond au résultat (pour $4 + 1$, le RSS est cinq) et, pour la soustraction, le RSS correspond au premier opérande (pour $8 - 1$, le RSS est huit). Dans notre protocole, nous avons retenu comme critère de différenciation entre petites et grandes opérations, la taille des opérandes et non le RSS. Ainsi, les petites opérations sont celles dont les opérandes n'excèdent pas 5, et les grandes opérations sont celles dont un des opérandes dépasse 5. Ainsi, nous n'avons pas contrôlé le facteur MDT dans la passation des opérations. Peut-être aurait-il été plus pertinent de s'appuyer sur la taille du RSS pour nos séries d'opérations et de prendre en compte la capacité limitée des jeunes enfants à traiter précisément le nombre selon la théorie du fichier d'objets. Nous aurions ainsi différencié petites et grandes opérations par le RSS et non par la taille des opérandes.

III. Intérêts de cette étude et ouverture

1. Intérêt et suite de notre étude

Notre recherche a permis de mettre en évidence une corrélation significative entre la comptine verbale et la réussite aux opérations, chez des enfants de MSM et de GSM. Afin de confirmer ces résultats, il serait intéressant de poursuivre notre recherche avec une population plus large (taille de l'échantillon, âge des individus, échantillon plus représentatif de la population), en proposant d'autres épreuves verbales, d'autres épreuves arithmétiques, et en contrôlant les variables telles que le QD, le langage oral, le RSS, et d'autres critères d'inclusion pour notre population.

Dans l'immédiat, après avoir mis en évidence des corrélations entre les différentes épreuves, nous proposons un protocole qui permettrait d'étudier le lien de causalité existant entre les épreuves sous-jacentes et les performances arithmétiques.

Ce protocole consisterait en un entraînement des quatre épreuves sous-jacentes et une analyse de l'impact de ces entraînements sur la réussite aux tâches arithmétiques. Nous proposerions d'abord une phase de pré-test où les enfants sont soumis à différentes épreuves arithmétiques (dénombrement, opérations, numération, utilisation du nombre, problèmes, etc.). La population d'enfants serait ensuite divisée en quatre groupes appariés. Chaque groupe suivrait un entraînement sur l'une des compétences verbales (comptine ou empan) ou non verbales (ligne numérique ou gnosies digitales).

Ainsi, nous pourrions imaginer un entraînement des gnosies digitales pour l'un des groupes, plusieurs fois par semaine pendant plusieurs semaines, qui porterait sur trois versants.

- *la motricité et la dextérité* : « on va faire travailler les doigts, et on va commencer par les muscler »
 - sur ordre, on dit à l'enfant de pianoter (« Tu vas faire semblant de jouer du piano sur la table en utilisant bien tous tes doigts ») sur la table avec la main dominante pendant 10 secondes, puis avec la main non dominante pendant 10 secondes, et avec les deux mains pendant 10 secondes.
 - « Tu fais comme moi » sur imitation, on propose à l'enfant de pianoter sur la table main dominante (doigts 1234543212345... puis 1234512345123... puis 543215432154...), main non dominante, puis les deux mains. On fait de plus en plus vite.
 - sur imitation, on demande à l'enfant de lever ses doigts (main levée) d'abord sur la main dominante (doigts 12345 et on baisse 54321 on lève 12345... ; doigts 12345 on baisse 12345... ; doigts 54321 on baisse 54321...), puis de même sur la main non dominante et enfin sur les deux mains, de plus en plus vite, dans la mesure du possible.
 - sur imitation, on demande à l'enfant de lever (et rabaisser) ses doigts un par un, main dominante, main non dominante puis les deux d'abord dans l'ordre (1 2 3 4 5... 5 4 3 2 1...) puis dans le désordre (1 3 2 5 4 2 5 1 3 4 2 5 3 1 5 5 2 4 3 1...). En cas de réussite, on peut poursuivre en proposant à l'enfant de lever les doigts deux par deux...
 - faire des pichenettes dans une balle de ping-pong avec chaque doigt.
 - l'enfant manipule deux balles dans la même main : les faire tourner (main dominante en premier, main non dominante ensuite), manipuler une baguette du bout des doigts.
- *la sensorialité*
 - l'enfant, sur imitation, se masse les doigts un par un, sur chaque main, de la base au bout du doigt (il passe au moins deux trois fois sur chaque doigt).
 - ensuite, il se frotte les mains et essaie de sentir comment elles sont (douces, froides, sèches, chaudes...).
 - on le fait ensuite travailler sur les textures, en touchant différents matériaux (fluides : eau, produit vaisselle (dans la mesure du possible)... // poudres : farine, sable, sucre,... // tissus : rugueux, souples, doux, plissés... // objets : piquants, lisses, ronds,...).

- stéréognosies : on lui propose une boîte fermée avec deux trous qui lui permettent de passer ses mains à l'intérieur de la boîte. Celle-ci contient toute une série d'objets, différents par leur forme, leur taille, leur texture. On demande à l'enfant de trouver, sans regarder, juste en touchant, la clé, le gros cube, le tissu qui gratte, les deux objets pareils, un objet mou...
- *la connaissance des doigts*
 - on donne à l'enfant le nom de chaque doigt, son numéro, à quoi il sert (l'index pour montrer/indiquer, l'auriculaire pour se gratter l'oreille...) qu'il répète après nous, sur chaque main.
 - on lui propose une petite comptine qui lui permet de répéter et de retenir ces données.
 - on propose un jeu de rôle ou des petites saynètes avec des marionnettes à doigts, où les personnages portent le nom du doigt sur lequel ils sont.

Suite aux entraînements proposés, nous soumettons à nouveau les enfants aux épreuves arithmétiques dans une phase de post-test.

En comparant les résultats obtenus aux phases de pré- et post-test, nous pourrions mettre en évidence le ou les groupe(s) ayant le plus progressé dans les tâches arithmétiques. Notre hypothèse est la suivante : puisque la comptine est la compétence la plus fortement corrélée aux opérations (d'après notre étude), c'est l'entraînement de la comptine qui aura le plus fort impact sur la réussite dans les tâches arithmétiques.

Si tel était le cas, nous pourrions alors confirmer le fait que la comptine numérique a un rôle important à jouer dans le développement cognitif mathématique du jeune enfant.

2. Apports pour la recherche : perspectives pédagogiques et cliniques

Les résultats de notre étude, bien qu'ils infirment notre hypothèse de départ, s'inscrivent dans une dynamique de recherche qui vise à comprendre le développement mathématique du jeune enfant, et ce afin de continuer d'améliorer les pratiques pédagogiques et thérapeutiques. Nous retiendrons de cette étude que ce sont les aspects verbaux, et plus précisément la comptine, qui sont les plus corrélés à la réussite arithmétique chez l'enfant de MSM et de GSM.

Pour aller plus loin dans la recherche, il serait intéressant de renouveler ce genre d'expérimentation en contrôlant certains paramètres tels que le langage oral, le quotient de développement, la mémoire de travail et notamment le RSS. Par ailleurs, la construction du nombre, la correspondance terme à terme et la conservation de la matière et du nombre pourraient être vérifiées. Il s'agirait d'avoir également un plus grand contrôle sur les opérations et de varier les tâches arithmétiques afin de mieux comprendre l'implication de la comptine numérique dans les acquisitions arithmétiques.

Les précédentes recherches ayant mis en exergue la prévalence du non verbal par rapport au verbal sur la réussite des jeunes enfants en arithmétique doivent également être poursuivies. En effet, il est encore difficile de comprendre correctement l'articulation verbal/non verbal/arithmétique dans le développement cognitif de l'enfant. Il semblerait qu'il existe un tournant dans le développement qui pousserait l'enfant à utiliser des

stratégies plutôt non verbales dans un premier temps et des stratégies verbales par la suite. Ces mécanismes de passage d'un type de stratégie à un autre ne sont pas encore compris. De nouvelles recherches pourraient voir le jour à partir de cette question.

De telles études sur les étapes de développement de l'enfant sont intéressantes : elles pourraient aboutir à l'apport de conseils pour les pédagogues et rééducateurs qui s'intéressent au développement des activités numériques des enfants. Favoriser la construction des acquisitions arithmétiques en entraînant les compétences sous-jacentes, ou aider les enfants en difficulté à trouver des stratégies adaptées et plus efficaces selon leur âge, voilà le pari de la recherche. A l'issue de notre étude, et parallèlement au travail de construction du nombre, nous pourrions rapprocher nos conclusions de celles de Stella Baruk (1997), qui préconise un apprentissage de la « langue des nombres » afin de progresser en arithmétique.

CONCLUSION

Au cours de notre formation, nous avons compris que les enfants que nous serons amenées à rencontrer dans notre carrière présentent des difficultés concernant à la fois la sphère langagière et les compétences logico-mathématiques.

Notre modèle théorique de référence a été celui du triple code de Dehaene et Cohen (1995). Nous nous sommes intéressées aux performances arithmétiques d'enfants de moyenne et grande sections de maternelle pour définir notre objet d'étude : il existe des compétences verbales et non verbales sous-jacentes à la cognition arithmétique. Pour mieux en comprendre les mécanismes, nous avons conduit une étude transversale et une étude longitudinale auprès de jeunes enfants. D'après les dernières découvertes dans le domaine du nombre, nous supposons que les habiletés non verbales étaient les plus fortement corrélées à la réussite aux opérations, à savoir les additions et les soustractions. Cependant, notre protocole a infirmé cette hypothèse dans nos deux études : les habiletés verbales, et notamment la comptine numérique, sont les éléments sur lesquels s'appuient le plus les enfants pour résoudre les opérations. D'un point de vue qualitatif, ce sont les éléments verbaux qui ont primé chez les enfants dans la résolution des opérations.

Nous avons pensé appliquer un protocole d'entraînement de ces compétences verbales et non verbales pour étayer notre hypothèse, mais le temps et les moyens nous ont fait défaut. Il serait intéressant que d'autres études conduisent ces recherches pour voir si la comptine numérique demeure bien le facteur le plus influent sur la performance aux additions et soustractions chez les jeunes enfants après entraînement.

Notre étude nous a beaucoup apporté d'un point de vue clinique pour notre futur métier d'orthophoniste. En effet, cette recherche nous a donné des références dans le domaine logico-mathématique. De plus, nous avons acquis certains repères quant à la normalité chez le jeune enfant ; normalité qu'il n'est pas toujours évident de se représenter en fin de parcours universitaire et en début d'activité professionnelle ; normalité qui constitue un savoir fondamental pour la prise en charge de jeunes patients. Nos lectures nous ont éclairées sur le développement cognitif de l'enfant dans le domaine des acquisitions mathématiques, et nous pensons avoir contribué, à notre niveau, à mieux comprendre ce développement. Nous mesurons mieux aujourd'hui l'intérêt et l'impact de telles recherches en termes d'adaptation des programmes scolaires et les voies qu'elles ouvrent pour le soin orthophonique.

D'un point de vue plus personnel, cette étude nous a permis d'acquérir une expérience de terrain très instructive. La rencontre avec les enseignants et les enfants nous a poussées à nous positionner en tant que professionnelles. De plus, cette première démarche de recherche nous a permis de nous confronter à la rigueur scientifique nécessaire pour mener à bien une étude. En conclusion, c'est avec satisfaction que nous avons pu développer un regard clinique pour notre pratique à venir, et nous ouvrir à la recherche, celle-ci étant le garant de l'avenir de notre profession.

BIBLIOGRAPHIE

- Bacquet, M., & Gueritte-Hess, B. (1982). *Le nombre et la numération : pratiques de rééducation*. Paris : Isoscel.
- Baddeley, A., & Hitch, G. (1974). Working memory. In G. Bower (Ed.), *The psychology of learning and motivation*, 8 (pp.47-89). Stanford : Academic Press.
- Baillargeon, R. (1994). Physical reasoning in young infants : Seeking explanations for impossible events. *British Journal of developmental psychology*, 12, 9-33.
- Baruk, S. (1992). *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*. Lonrai : Seuil.
- Baruk, S. (1997). *Comptes pour petits et grands : pour un apprentissage du nombre et de la numération fondé sur la langue et le sens*. Paris : Magnard.
- Blanquart, M. (2008). *Elaboration d'une épreuve permettant de mesurer l'acquisition de la chaîne numérique verbale chez l'enfant de trois à sept ans*. Mémoire d'orthophonie. Paris : Université Pierre et Marie Curie.
- Bideaud, J. (1997). Du bébé à l'enfant de Piaget : quelle construction du nombre ? *Psychologie Française*, 42, 45-56.
- Booth, J.L., & Siegler, R.S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 41, 189-201.
- Booth, J., & Siegler, R.S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child development*, 79(4), 1016-1031.
- Brin, F., Courrier, C., Lederle, E., & Masy, V. (2004) *Dictionnaire d'orthophonie*, Isbergues : Ortho Edition.
- Brissiaud, R. (1991). Un outil pour construire le nombre : les collections témoins de doigts. In J. Bideaud, C. Meljac & J.C. Fisher (Eds.), *Les chemins du nombre* (pp.59-90). Lille : Presses universitaires de Lille.
- Brissiaud, R. (2003). In R. Brissiaud, *Comment les enfants apprennent à calculer. Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*. Paris : Retz.
- Campbell, J.I.D, & Clark, J.M. (1992). Cognitive Number Processing : an encoding-complex perspective. In J.I.D Campbell (Ed.), *The Nature and Origins of Mathematical Skills* (pp.457-492). Amsterdam : Elsevier Science Publishers B.V.
- Campollini, C., Timmermans, A., & Vansteelandt, A. (2002). *Dictionnaire de logopédie : La construction du nombre*. Leuven : Peeters.
- Canobi, K., & Bethune, N. (2008). Number words in young children's conceptual and procedural knowledge of addition, subtraction and inversion. *Cognition*, 108, 675-686.

BIBLIOGRAPHIE

- Carpenter, T.P., Moser, J.M. & Romberg, T.A. (1982). *Addition and subtraction : a cognitive perspective*. Hillsdale : Erlbaum.
- Case, R., & Okamoto, Y. (1996). The role of central conceptual structures in the development of children's thought. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61(1-2), 83-102. Chicago : University of Chicago Press.
- Cooper, R. (1984). Early number development : Discovering number space with addition and subtraction. In Sophian C. (Ed.), *Origins of cognitive skills*, (pp.157-192). Hillsdale : Erlbaum.
- Cordes, S., & Brannon, E.M. (2008). Quantitative competencies in infancy. *Developmental Science*, volume, 11(6), 803-808.
- Coudry, K., & Spelke, E. (2008). The development of language and abstract concepts : The case of natural number. *Journal of Experimental Psychology : General*, 137, 22-38.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Dehaene, S. (2001). Subtracting pigeons : Logarithmic or linear ?. *Psychological Science*, 12, 244-246.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.
- Dehaene, S., & Cohen L. (1999). Language and elementary arithmetic-dissociations between operations. *Brain and Language*, 69, 492-495.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (2000). Un modèle anatomique et fonctionnel de l'arithmétique mentale. In M. Pesenti & X. Seron (Eds.), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp.191-232). Marseille : Solal.
- Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J., (1990). Is numerical comparison digital ? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 16, 626-641.
- Dempster, F.N. (1989). Spacing effects and their implications for theory and practice. *Educational Psychology Review*, 1, 309-330.
- Deschuyteneer, M., De Rammelaere, S, & Fias, W. (2005). The addition of two-digit numbers : Exploring carry vs no-carry problems. *Psychology Science*, 47, 74 – 83.
- Descœudres, A. (1921). *Le développement de l'enfant de deux à sept ans*. Neufchâtel, Paris : Delachaux et Niestlé.
- De Smedt, B., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 469-479.

BIBLIOGRAPHIE

- Donlan, C., Cowan, R., Newton, E. J., & Lloyd, D. (2007). The role of language in mathematical development : Evidence from children with specific language impairments. *Cognition, 103*, 23-33.
- Dunn, L.M., Thériault-Whalen, C.M., & Dunn, L.M. (1993). Echelle de Vocabulaire en Images Peabody : adaptation française du Peabody Picture Vocabulary Test-Revised. Toronto : Psychan.
- Durkin, K., Shire, B., Riem, R., Crowther, R.D., & Ruther, D.R. (1986). The social and linguistic context of early number word use. *British Journal of Developmental Psychology, 4*, 269-288.
- Ebersbach, M., Luwel, K., Frick, A., Onghena, P., & Verschaffel, L. (2008). The relationship between the shape of the mental number line and familiarity with numbers in 5- to 9-year old children : evidence for a segmented linear model. *Journal of Experimental Child Psychology, 99*, 1-17.
- Eustache, F., Lechevalier, B., & Viader, F. (1996). *La mémoire : neuropsychologie clinique et modèles cognitifs*. Bruxelles : De Boeck.
- Fayol M. (2002). Langage et développement / apprentissage de l'arithmétique cognitive. In J. Bideaud & H. Lehalle, *Le développement des activités numériques*. Paris : Hermès.
- Fayol, M. (2005). Les petits asiatiques savent-ils mieux compter ? *Cerveau et psycho, 9*, 54-59.
- Fayol, M., Barrouillet, P., & Marinthe, C. (2001). Predicting arithmetical achievement from neuropsychological performance : a longitudinal study. *Cognition, 68*, 63-70.
- Fayol, M., Camos, V., & Roussel, J.L. (1998). Acquisition et mise en œuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. In M. Pesenti & X. Seron (2000), *La neuropsychologie du calcul*. Marseille : Solal.
- Fayol, M., & Gaonac'h, D. (2007). Le développement de la mémoire. In A. Blaye & P. Lemaire (Eds.), *Psychologie du développement cognitif de l'enfant* (pp.125-156). Paris-Bruxelles : De Boeck Université.
- Fayol, M., & Seron, X. (2005). About numerical representations: Insights from neuropsychological, experimental, and developmental studies. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition*. New York : Psychology Press.
- Feigenson, L., Carey, S., & Hauser, M. (2002). The representations underlying infants' choice of more : Object-files versus analog magnitudes. *Psychological Science, 13*, 150-156.
- Feigenson, L., & Carey, S. (2002). Infants' discrimination of number versus. continuous extent. *Cognitive Psychology, 44*, 33-66.
- Feigenson, L., & Carey, S. (2003). Tracking individuals via object files : evidence from infants' manual search. *Developmental Science, 6*, 568-584.

BIBLIOGRAPHIE

- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E.S. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8, 7, 307-314.
- Fischer, J.P. (2001). Le bébé numérique. In A. Van Hout, C. Meljac & J.P. Fischer (2003), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp. 76-91). Paris : Masson.
- Fuson, K.C. (1982). An analysis of the counting-on solution procedure in addition. In T.P. Carpenter, J. M. Moser & T.A. Romberg (Eds.). *Addition and subtraction : a cognitive perspective* (pp.67-81). Hillsdale : Erlbaum
- Fuson, K.C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York : Springer-Verlag.
- Fuson, K.C., & Hall, J. (1983). The acquisition of early number word meaning. In Ginsburg H. (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp.47-107). New York : Academic Press.
- Fuson, K.C., Richards, J., & Briars, D.J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C.J. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition : Progress in cognitive development research – vol.1* (pp.33-92). New York : Springer-Verlag.
- Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43-74.
- Gaonac'h, D., & Larigauderie, P. (2000). *Mémoire et fonctionnement cognitif, la mémoire de travail*. Paris : Armand Colin.
- Geary, D.C., Hoard, M.K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number lines representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 277-299.
- Gellman, R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge : Harvard University Press.
- Gil, R. (2007). *Neuropsychologie* (4ème éd.). Paris : Masson.
- Gordon, H. (1988). Specialized cognitive function and school achievement. *Developmental Neuropsychology*, 4, 239-257.
- Grosfilley, J. & Lacaze, S. (2007). *La quantité chez l'enfant tout-venant de 4 et 5 ans : structuration de l'évaluation globale*. Lyon : mémoire d'orthophonie n°1383.
- Houdé, O. (1997). Numerical development : From the infant to the child. Winn's (1992) paradigm in 2- and 3- year olds. *Cognitive development*, 12, 373-391.
- Hughes, M. (1986). *Children and number : Difficulties in learning mathematics*. New York : Blackwell.

BIBLIOGRAPHIE

- Huttenlocher, J., Jordan, N.C., & Levine, S.C. (1994). A mental model of early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology : General*, *123*, 284-296.
- Kaufmann, L., Nuerk, H.C. (2005). Numerical development: current issues and future perspectives. *Psychology Science*, *47*, 142-170.
- Keppel, G., & Underwood, B. J. (1962). Proactive inhibition in short-term retention of single items. *Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior*, *1*, 153-161.
- Klein, J.S., & Bisanz, J. (2000). Preschoolers doing arithmetic : the concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, *54*(2), 105-115.
- Kong, J., Wang, C., Kwong, K., Vangel, M., Chua, E., & Gollub, R. (2005). The neural substrate of arithmetic operations and procedure complexity. *Brain Res Cogn Brain Res*, *22*, 397-405.
- Kobayashi, T., Hiraki, K., Mugitani, R., & Hasegawa, T. (2004). Baby arithmetic : one object plus one tone. *Cognition*, *91*, 23-34.
- Levine, S., Jordan, N., & Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *53*, 72-103.
- Locuniak, M., & Jordan, N. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities*, *41*(5), 451-459.
- Marinthe, C., Fayol, M., & Barrouillet, P. (2001). Gnosies digitales et développement des performances arithmétiques. In A. Van Hout, C. Meljac & J.P. Fischer (2003). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp.255-268). Paris : Masson.
- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in number processing : Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, *44*, 107-157.
- McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation : Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, *4*, 171-196.
- Moeller, K., Pixner, S., Kaufmann, L., & Nuerk, H.C. (2009). Children's early mental number line : logarithmic or decomposed linear?. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(4), 503-515.
- Mundy, E., & Gilmore, C. K. (2009). Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(4), 490-502.
- Noël, M.P. (2001). Le transcodage chez l'enfant. In A. Van Hout, C. Meljac & J.P. Fischer (2003). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp.111-122). Paris : Masson.

BIBLIOGRAPHIE

Noël, M.P. (2001). Rôle de la mémoire de travail dans l'apprentissage du calcul. In A. Van Hout & C. Meljac. *Troubles du calcul et dyscalculie chez l'enfant* (pp.171-178). Paris : Masson.

Noël, M.-P. (2009). Counting on working memory when learning to count and to add : a preschool study. *Development Psychology*, 45(6), 1630-1643.

Nuerk, H.C., Kaufmann, L., Zoppoth, S., & Willmes, K. (2004). On the development of the mental number line : more, less, or never holistic with increasing age? *Developmental psychology*, 40, 1199-1211.

Nuerk, H.C., Willmes, K., & Fias, W. (2005). Brain and number. *Special Issue of Psychology Science*, 47.

Opfer, J. E., & Siegler, R. S. (2007). Representational change and children's numerical estimation. *Cognitive Psychology*, 55, 169-195.

Pesenti, M. (1995). La chaîne numérique verbale : Acquisitions et erreurs d'utilisation. Une brève synthèse de la littérature. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, hors-série, pp.24-29.

Pesenti, M., & Rousselle, L. (2001). Les procédures de quantification chez l'enfant. In A. Van Hout, C. Meljac, & J.P. Fischer. (2003). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp.92-107). Paris : Masson.

Peterson, L. R., & Peterson, M. J. (1959). Short-term retention of individual verbal items. *Journal of Experimental Psychology*, 58, 193-198.

Piazza, M., Giacomini, E., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2003). Single-trial classification of parallel pre-attentive and serial attentive processes using functional magnetic resonance imaging. *Proceedings of the Royal Society of London, Biological Sciences*, 270, 1237-1245.

Pollio, H., & Whitacre, J. (1970). Some observations on the use of natural numbers by preschool children. *Perceptual and Motor Skills*, 30, 167-174.

Power, R., & Longuet-Higgins, H. (1978). Learning to count : a computational model of language acquisition. *Proceedings of the Royal Society of London, B200*, 391- 417.

Restel, F. (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology*, 83, 274-278.

Roch, M. (2009). Evolution de l'empan numérique : relation avec la performance arithmétique. Mémoire d'orthophonie. Paris : Université Pierre et Marie Curie.

Sarnecka, B.W., & Carey, S. (2008). How counting represents number : what children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108, 662-674.

Seron, X (1993). *La neuropsychologie cognitive*. Paris : PUF

BIBLIOGRAPHIE

- Seron, X., & Fayol, M. (2004). Nombre, langage, systèmes de notation. In M. Pesenti & X. Seron (Eds.), *La cognition numérique* (pp. 189-218). Lavoisier, Hermès Sciences.
- Seron, X., & Lochy, A. (2001). La neuropsychologie des troubles du calcul chez l'adulte. In A. Van Hout, C. Meljac & J.P. Fischer (2003). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp.53-75). Paris : Masson.
- Schacter, D. L., & Tulving, E. (1996). *Systèmes de mémoire chez l'animal et chez l'homme*. Marseille : Solal.
- Schaeffer, B., Eggleston, V., & Scott, J. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6, 357-379.
- Shrager, J., & Siegler, R.S. (1998). SCADS : A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science*, 9, 405-410.
- Siegler, R.S., Adolph, K.E., & Lemaire, P. (1996). Strategy choices across the lifespan. In L. Reder (Ed.), *Implicit memory and metacognition*. Mahwah, NJ : Erlbaum.
- Siegler, R.S., & Booth, J.L. (2004). Development of Numerical Estimation in Young Children. *Child Development*, 75(2), 428 – 444.
- Siegler, R.S., & Mu, Y. (2008). Chinese children excel on novel mathematics problems even before elementary school. *Psychological Science*, 19, 759-763.
- Siegler, R.S., & Opfer, J.E. (2003). The development of numerical estimation : evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14(3), 237-243.
- Siegler, R.S., & Ramani, G. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental science*, 11(5), 655-661.
- Sophian, C. (1991). Le nombre et sa genèse avant l'école primaire : comment s'en inspirer pour enseigner les mathématiques ? In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fisher. *Les chemins du nombre* (pp.35-58). Lille : Presses universitaires de Lille.
- Uller, C., Carey, S., Huntley-Fenner, G., & Klatt, L. (1999). What representations might underlie infant numerical knowledge. *Cognitive Development*, 14(1), 1-36.
- Van Hout, G. (2001). L'apprentissage des nombres naturels. In A. Van Hout, C. Meljac & J.P. Fischer. *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp.9-40). Paris : Masson.
- Van Nieuwenhoven, C. (1999). *Le comptage. Vers la construction du nombre*. Bruxelles : De Boeck.
- Van Nieuwenhoven, C., Noël, M.P., & Grégoire, J. (2001). *Tedi-math : Test Diagnostique des Compétences de Base en Mathématiques*. Paris : ECPA.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.

BIBLIOGRAPHIE

Wynn, K., & Bloom, P. (1997). Linguistic cues in the acquisition of number words. *Journal of Child Language*, 24, 511-533.

Xu, F. & Arriaga, R.I. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology* 25, 103-108.

Xu, F., Spelke, E.S., & Goddard, S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science*, 8, 88-101.

Zur, O., & Gelman, R. (2004). Young children can add and subtract by predicting and checking. *Early childhood Research Quarterly*, 19, 121-137.

GLOSSAIRE

- Brin, F., Courier, C., Lederle, E., & Masy, V. (2004) *Dictionnaire d'orthophonie*, Isbergues : Ortho Edition.

Arithmétique = l'étude des relations et propriétés des nombres entiers et rationnels ; c'est à la fois la science des nombres, et en cela on peut l'opposer à l'algèbre, et la résolution des fameux problèmes à l'aide du raisonnement et du calcul.

Algèbre = la généralisation des opérations faites sur les nombres, et des méthodes de l'arithmétique, à des lettres permettant d'établir des formules et des lois.

Calcul = souvent assimilé à « opération », le calcul n'est que la phase mécanique, que l'on peut d'ailleurs confier à une calculatrice, qui succède à la phase de décision qu'est l'opération. Alors que l'opération est une phase décisionnelle fixant le résultat sous forme d'une écriture entre deux nombres, le calcul, lui, consiste à mettre ce résultat sous une forme aussi réduite que possible, souvent un troisième nombre, en appliquant des règles et en s'aidant des algorithmes spécifiques à chaque calcul. Ainsi, aux opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division correspondent respectivement les calculs de la somme, de la différence, du produit et du quotient. De nombreux enfants qualifiés de dyscalculiques peuvent être bons en calcul. Ils ont appris par cœur les mécanismes et algorithmes spécifiques à chaque calcul. Par contre, souvent ils ne savent pas prendre la décision de l'opération à utiliser. Selon Stella Baruk : « une tradition aussi ancienne que l'école nomme « opération » ce qui n'est que calcul, et cette tradition qui se perpétue au collège ».

Opération = action qui produit un effet. En mathématiques, lorsque les opérations portent sur des nombres, on parle d'opérations numériques : mais on peut aussi effectuer des opérations sur d'autres objets mathématiques comme les fonctions ou les ensembles. Stella Baruk définit l'opération mathématique comme « une action effectuée par la personne qui opère, cette action répondant à une décision, et la décision elle-même provenant d'une intention ; l'intention d'une opération est a priori de vouloir savoir, dans diverses situations combien ça fait ». Pour prendre la décision de l'opération, il faut savoir analyser les données qui peuvent être des nombres ou des nombres liés à des collections, puis faire ensuite le calcul de l'opération afin de trouver un troisième nombre. Les enfants dits dyscalculiques ont souvent des difficultés à trouver du sens à partir des données dont ils disposent et à prendre une décision concernant l'opération. Les opérations numériques enseignées à l'école primaire sont l'addition et la multiplication, à partir desquelles on définit deux opérations inverses qui sont respectivement la soustraction et la division. S'ajoutent en fin de scolarité primaire les puissances et leur opération inverse : les racines carrées. Les opérations sont définies à l'aide de certaines propriétés : la commutativité, l'associativité, la distributivité et la présence d'éléments remarquables : l'élément neutre et l'élément absorbant. Une opération est la transcription dans l'espace de quelque chose qui se déroule dans le temps avec un état initial, une transformation et un nouvel état. L'intention, qui est de savoir combien ça fait, peut porter sur chacune de ces étapes. L'accès aux opérations est sous-tendu par la construction mentale de structures logiques : classification et inclusion et par la construction du nombre. L'opération au sens où Piaget parle du stade des opérations concrètes ou formelles, désigne un type d'action particulier présentant les propriétés suivantes : elle

peut être intériorisée, donc pensée, et doit être réversible ; enfin, elle doit s'articuler avec d'autres opérations pour former une structure d'ensemble.

- Campollini, C., Timmermans, A., & Vansteelandt, A. (2002). *Dictionnaire de logopédie : La construction du nombre*. Leuven : Peeters.

Représentation analogique = symbolisation d'une quantité par une collection-témoin.

Représentation conventionnelle (ou numérique) = symbolisation d'une quantité par un mot-nombre ou par un chiffre.

Comptine numérique = système de numération parlée qui consiste à réciter la suite verbale des nombres dans leur ordre conventionnel, comme un poème ou une chanson, sans parvenir à la notion des valeurs quantitatives correspondantes.

Mot-nombre = système de numération parlée qui consiste à utiliser un lexème pour représenter un concept numérique.

Quantité = mesure de l'extension des collections.

Numérosité = sens perceptif de la pluralité, lié à la perception immédiate globale. Elle permet à l'enfant d'évaluer, dans un choix entre deux quantités, celle qui contient un nombre supérieur d'éléments.

- Van Nieuwenhoven, C. (1999). *Le comptage. Vers la construction du nombre*. Bruxelles : De Boeck.

Numérosité = toute quantité numérique mesurable. « Le terme quantité [est] davantage utilisé face à des grandeurs continues (taille, poids...) alors que le terme numérosité se réfère plus spécifiquement à des grandeurs discrètes (taille ou cardinalité d'un ensemble d'objets) ».

- Marinthe, C., Fayol, M., & Barrouillet, P. (2001). Gnosies digitales et développement des performances arithmétiques. In A. Van Hout, C. Meljac & J.P. Fischer (2003). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*, 255-268. Paris : Masson.

Les épreuves neuropsychologiques proposées dans le protocole sont les suivantes :

Simultagnosie = l'enfant doit désigner les deux parties du corps qui ont été touchées simultanément par l'examineur.

Gnosies digitales = l'enfant doit identifier le doigt touché.

Discrimination digitale = l'enfant doit désigner le ou les doigts touchés (deux doigts touchés simultanément ou un doigt touché deux fois de suite).

Graphiesthésie = l'enfant doit retracer avec son doigt le dessin tracé sur le dos de sa main par l'examineur.

ANNEXES

Annexe I : Evolution du protocole de la première à la seconde version

1. Comptine numérique

Dans la première version, l'examineur posait les questions suivantes à l'enfant :

Peux-tu compter le plus loin possible (2 essais) ?

Peux-tu compter jusqu'à 9 ? Puis, si réussite, jusqu'à 20 ?

Peux-tu compter à partir de 3 ? Puis si réussite, à partir de 13 ?

Peux-tu compter de 5 à 9 ? Si réussite, de 15 à 19 ?

Peux-tu compter en arrière, de 8 à 4 ? Puis si réussite, de 18 à 14 ?

Dans la seconde version, nous avons souhaité préciser le comptage à rebours en ajoutant des questions qui n'existent pas dans le Tedi-Math :

Peux-tu compter en arrière ?

Peux-tu compter en arrière à partir de 7 ?

2. Rappel sériel

Nous avons gardé les items de la première version, mais nous avons pris soin, dans la deuxième version, de proposer les chiffres à raison de 1 par seconde.

3. Gnosies digitales

Nous avons gardé les items et l'ordre de présentation prévus dans la première version.

Dans la deuxième version, nous avons été particulièrement attentives à ce que les enfants ne voient pas leur main lors de la passation, puisque nous avons quelques doutes à ce sujet pour la première passation. Nous avons également pris plus de temps pour expliquer aux enfants que dans cette épreuve, « ce sont les doigts qui travaillent, pas les yeux », afin de les encourager à ne pas chercher à regarder par-dessus ou par-dessous le cache.

4. Ligne numérique

Pour la première version, nous avons proposé aux enfants des bandelettes dont l'impression était de mauvaise qualité : la ligne n'était pas parfaitement unie, et cela a beaucoup gêné les enfants pour cette épreuve. Dans la seconde version, nous avons donc

vérifié que l'impression de chaque ligne était de bonne qualité, et que les lignes étaient parfaitement unies.

Nous avons gardé le pré-test de la grenouille de la première à la deuxième version, ainsi que les items et l'ordre de présentation de la première version.

5. Opérations

Dans la première version, les enfants avaient plutôt bien réussi l'épreuve d'opérations. Les items proposés étaient alors les suivants :

- opérations d'exemple : $1 + 1$; $1 - 1$; $1 + 2$
- opérations tests : $2/3/4 + 1$; $2/3/4 - 1$
- opérations complémentaires : $5/6 + 1$; $5/6 - 1$

Les premières opérations étaient très bien réussies, nous avons donc choisi de proposer moins d'opérations d'exemple ($1+1$ et $2-1$) et de ne pas proposer les opérations dont le premier opérande était 2.

De plus, de peur que l'épreuve ne plafonne, et notamment pour les enfants de GSM, nous avons choisi de proposer des opérations dont le premier opérande allait jusqu'à 7 et même 8 plutôt que de s'arrêter à 6 comme dans la première version.

Annexe II : Illustration du déroulement de quelques épreuves

1. Déroulement de la résolution d'une addition : $3 + 1$



L'expérimentateur met le premier opérande dans la boîte sous les yeux de l'enfant puis cache le contenu, en refermant la boîte.

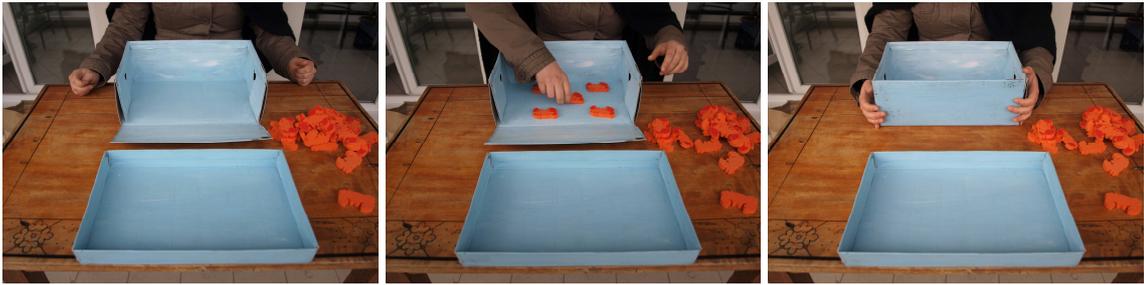


L'expérimentateur ajoute le second opérande sous les yeux de l'enfant, et celui-ci met ensuite le résultat dans sa boîte.



L'expérimentateur ouvre sa boîte et l'enfant vérifie qu'il y a le même nombre d'objets de part et d'autre.

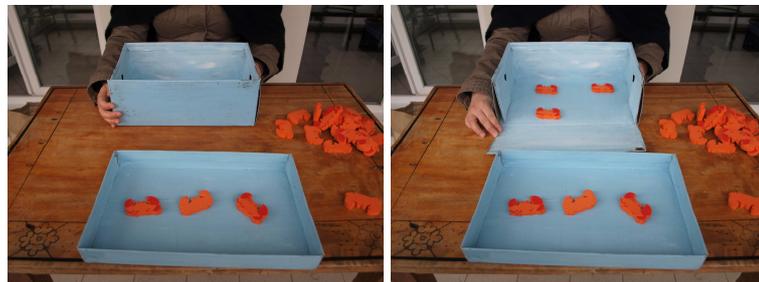
2. Déroulement de la résolution d'une soustraction : 5 - 2



L'expérimentateur met le premier opérande dans la boîte sous les yeux de l'enfant puis cache le contenu.

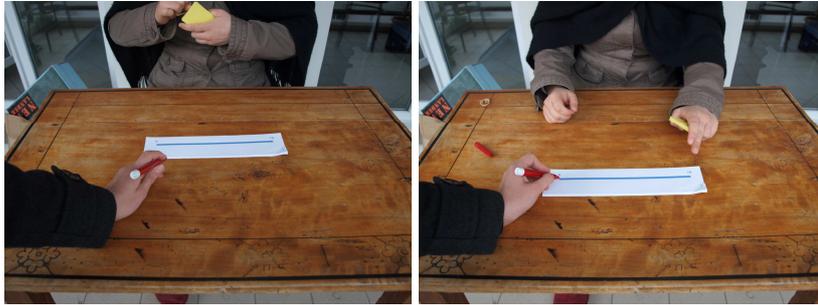


L'expérimentateur ôte le second opérande sous les yeux de l'enfant, et celui-ci met ensuite le résultat dans sa boîte.

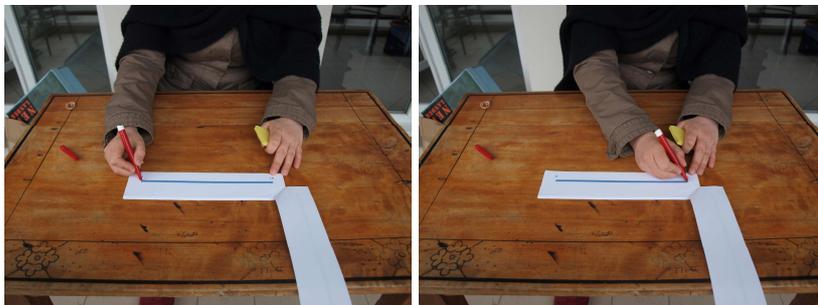


L'expérimentateur ouvre sa boîte et l'enfant vérifie qu'il y a le même nombre d'objets de part et d'autre.

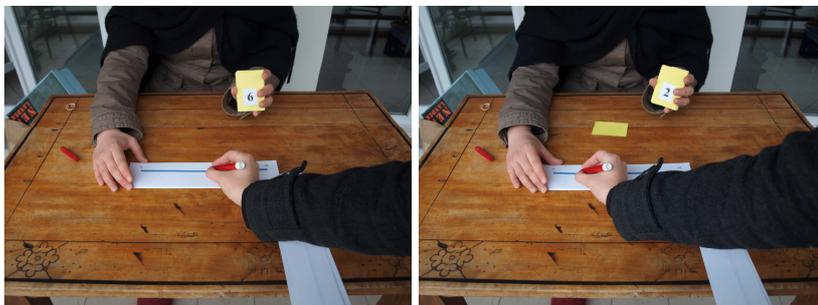
3. Déroulement du placement de nombres sur la ligne numérique : 0, 10, 6, 2



L'expérimentateur demande à l'enfant de placer sur la première bandelette 0, puis 10.



L'expérimentateur corrige l'enfant sur une autre bandelette test.

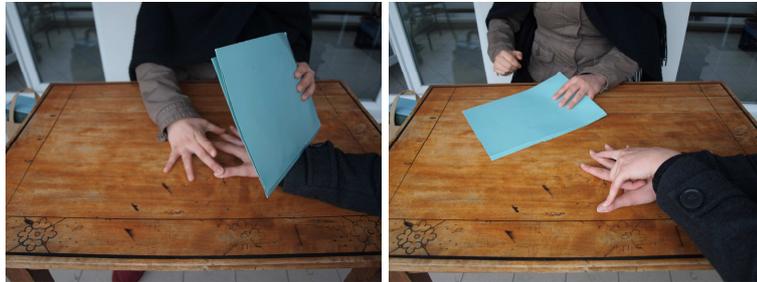


L'expérimentateur demande à l'enfant de placer 6 sur une bandelette, puis 2 sur la suivante. Il ne corrige plus l'enfant.

4. Déroulement du protocole des gnosies digitales : un doigt et deux doigts simultanément



L'expérimentateur cache la main dominante de l'enfant et touche un doigt. Après avoir retiré le cache, l'enfant désigne ensuite le doigt touché.



L'expérimentateur cache la main dominante de l'enfant et touche deux doigts simultanément. Après avoir retiré le cache, l'enfant désigne ensuite le doigt touché.

TABLE DES ILLUSTRATIONS

a. Liste des Tableaux

Tableau 1. Occurrence des enfants dans chaque classe d'âge, de 4 ans à 6 ans 9 mois, une classe d'âge correspondant à un intervalle de 3 mois.....	28
Tableau 2. Items proposés dans l'épreuve d'opérations.....	35
Tableau 3. Analyse statistique : Moyennes et dispersion pour chaque épreuve chez les enfants de MSM	38
Tableau 4. Tableau de corrélation entre les épreuves chez les enfants de MSM	38
Tableau 5. Contribution de chaque variable au score des opérations, chez les enfants de MSM ..	39
Tableau 6. Analyse statistique : Moyennes et dispersion pour chaque épreuve chez les enfants de GSM	40
Tableau 7. Tableau de corrélation entre les épreuves chez les enfants de GSM.....	40
Tableau 8. Contribution de chaque variable au score des opérations, chez les enfants de GSM...	41
Tableau 9. Stratégies utilisées par les enfants de MSM pour résoudre les opérations	43
Tableau 10. Stratégies utilisées par les enfants de GSM pour résoudre les opérations.....	44
Tableau 11. Performances des 25 enfants aux deux niveaux de leur scolarité.....	45
Tableau 12. Corrélation entre les épreuves, en MSM (en gras) et en GSM (en caractères normaux)	46
Tableau 13. Evolution des scores (sur 100) de la MSM à la GSM	52

b. Liste des Figures

Figure 1. Occurrence des profils comportementaux à l'épreuve des opérations, MSM.....	43
Figure 2. Occurrence des profils comportementaux à l'épreuve des opérations, GSM.....	45

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure 3. Evolution des scores de la comptine de la MSM à la GSM.....	48
Figure 4. Evolution des scores à l'empan de la MSM à la GSM.....	48
Figure 5. Evolution des scores à l'empan canonique de la MSM à la GSM	49
Figure 6. Evolution des scores à l'empan non canonique de la MSM à la GSM	50
Figure 7. Evolution des scores aux gnosies de la MSM à la GSM	50
Figure 8. Evolution des scores de la ligne numérique la MSM à la GSM	51
Figure 9. Evolution des scores aux opérations de la MSM à la GSM.....	51
Figure 10. Evolution de la moyenne sur 100 de la MSM à la GSM	52

TABLE DES MATIERES

ORGANIGRAMMES	2
1. <i>Université Claude Bernard Lyon1</i>	2
1.1 <i>Secteur Santé :.....</i>	2
1.2 <i>Secteur Sciences et Technologies :.....</i>	2
2. <i>Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION ORTHOPHONIE</i>	3
REMERCIEMENTS.....	4
SOMMAIRE.....	5
INTRODUCTION.....	7
PARTIE THEORIQUE.....	8
I. GENERALITES : VERBAL VS NON VERBAL	9
1. <i>Les principaux modèles de représentation du nombre</i>	9
1.1 <i>Le modèle du triple code de Dehaene et Cohen (1995).....</i>	10
3. <i>La représentation analogique dans les recherches actuelles</i>	11
II. LES CAPACITES VERBALES SOUS JACENTES.....	12
1. <i>Comptine numérique</i>	12
2. <i>Empan</i>	14
2.1. <i>Rappels</i>	14
2.2. <i>Les différents types de mémoire</i>	15
2.3. <i>Aspects développementaux.....</i>	16
2.4. <i>L'épreuve de rappel sériel.....</i>	16
III. LES CAPACITES NON VERBALES SOUS JACENTES	17
1. <i>Gnosies digitales.....</i>	17
1.1. <i>L'usage des collections de doigts dans la représentation des quantités et l'apprentissage du calcul</i>	17
1.2. <i>Les recherches de Fayol, Barrouillet et Marinthe sur les gnosies digitales</i>	18
2. <i>Estimation globale de la quantité sur une ligne numérique</i>	19
2.1. <i>Représentation logarithmique de la ligne numérique</i>	19
2.2. <i>D'une représentation logarithmique à une représentation linéaire ?</i>	20
2.3. <i>Au-delà de 10 : les autres recherches sur la ligne numérique.....</i>	20
IV. LES COMPETENCES ARITHMETIQUES	21
1. <i>Des compétences numériques dès la naissance.....</i>	21
2. <i>Les capacités arithmétiques de l'enfant inscrites dans la continuité de celles du bébé ?</i>	22
3. <i>Présentation verbale ou non verbale en regard des compétences arithmétiques de l'enfant.....</i>	23
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	24
I. PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESE GENERALE	25
II. HYPOTHESES OPERATIONNELLES.....	25
PARTIE EXPERIMENTALE	27
I. POPULATION.....	28
1. <i>Etude transversale.....</i>	28
2. <i>Etude longitudinale</i>	29
II. EPREUVES.....	29
1. <i>Protocole de l'épreuve de comptine numérique</i>	29
1.1. <i>Matériel.....</i>	29
1.2. <i>Passation</i>	29
1.3. <i>Notation</i>	29
2. <i>Protocole de l'épreuve d'empan</i>	30
2.1. <i>Principe.....</i>	30
2.2. <i>Matériel.....</i>	30
2.3. <i>Passation</i>	30
2.4. <i>Notation</i>	31
3. <i>Protocole de l'épreuve de gnosies digitales</i>	31
3.1. <i>Principe.....</i>	31
3.2. <i>Matériel.....</i>	31
3.3. <i>Passation</i>	32
3.4. <i>Notation</i>	32

TABLE DES MATIERES

4.	<i>Protocole de l'épreuve d'estimation de la quantité sur une ligne numérique</i>	32
4.1.	Matériel.....	32
4.2.	Passation.....	32
4.3.	Notation.....	33
5.	<i>Protocole de l'épreuve de résolution des opérations</i>	34
5.1.	Matériel.....	34
5.2.	Passation.....	34
5.3.	Notation.....	35
PRESENTATION DES RESULTATS		36
I.	ETUDE TRANSVERSALE.....	37
1.	<i>Moyenne section de maternelle</i>	38
2.	<i>Grande section de maternelle</i>	40
3.	<i>Analyse qualitative des stratégies utilisées dans les opérations arithmétiques</i>	41
3.1.	Notation des profils de réponse des MSM.....	42
3.2.	Notation des profils de réponse des GSM.....	44
II.	ETUDE LONGITUDINALE.....	45
1.	<i>Analyses statistiques</i>	45
2.	<i>Analyses qualitatives : profils descriptifs</i>	48
2.1.	Progression de la MSM à la GSM pour chaque épreuve.....	48
2.2.	Comparaison entre les progressions observées pour les différentes épreuves.....	52
DISCUSSION DES RESULTATS		53
I.	INTERPRETATION DES RESULTATS ET MISE EN LIEN AVEC NOTRE PROBLEMATIQUE.....	54
1.	<i>Poids des composantes verbales et non verbales sur les performances aux opérations</i>	54
2.	<i>Progression de la MSM à la GSM : étude longitudinale</i>	54
II.	LIMITES DE L'EXPERIMENTATION.....	55
1.	<i>Limites de la population</i>	55
1.1.	Population restreinte.....	55
1.2.	Absence d'évaluation du langage oral et du quotient de développement.....	56
2.	<i>Limites du protocole</i>	56
2.1.	Conditions d'expérimentation.....	56
2.2.	Implication de la mémoire de travail.....	56
III.	INTERETS DE CETTE ETUDE ET OUVERTURE.....	57
1.	<i>Intérêt et suite de notre étude</i>	57
2.	<i>Apports pour la recherche : perspectives pédagogiques et cliniques</i>	59
CONCLUSION		61
BIBLIOGRAPHIE		62
GLOSSAIRE		70
ANNEXES		72
ANNEXE I : EVOLUTION DU PROTOCOLE DE LA PREMIERE A LA SECONDE VERSION.....		73
1.	<i>Comptine numérique</i>	73
2.	<i>Rappel sériel</i>	73
3.	<i>Gnosies digitales</i>	73
4.	<i>Ligne numérique</i>	73
5.	<i>Opérations</i>	74
ANNEXE II : ILLUSTRATION DU DEROULEMENT DE QUELQUES EPREUVES.....		75
1.	<i>Déroulement de la résolution d'une addition : 3 + 1</i>	75
2.	<i>Déroulement de la résolution d'une soustraction : 5 - 2</i>	76
3.	<i>Déroulement du placement de nombres sur la ligne numérique : 0, 10, 6, 2</i>	77
4.	<i>Déroulement du protocole des gnosies digitales : un doigt et deux doigts simultanément</i>	78
TABLE DES ILLUSTRATIONS		79
a.	Liste des Tableaux.....	79
b.	Liste des Figures.....	79
TABLE DES MATIERES		81

Sandrine de LAJUDIE

Nathalie MOUTOTE

**POIDS DES COMPETENCES VERBALES ET NON VERBALES SUR LES
PERFORMANCES ARITHMETIQUES : Etude sur des enfants tout-venant de
moyenne et grande sections de maternelle.**

83 pages

Mémoire d'orthophonie -UCBL-ISTR- Lyon 2010

RESUME

Cette recherche s'est intéressée à l'implication des composantes verbales et non verbales dans la réussite aux additions et soustractions chez le jeune enfant. Une étude transversale auprès de 80 enfants de moyenne et grande sections de maternelle ainsi qu'une étude longitudinale auprès de 25 enfants suivis de la moyenne à la grande section de maternelle ont donc été conduites pour cela. A l'appui de recherches récentes, cinq protocoles ont été élaborés pour mieux comprendre les mécanismes sous-jacents à la cognition arithmétique. Ils consistaient en deux épreuves verbales (rappel sériel et comptine numérique), deux épreuves non verbales (gnosies digitales et ligne numérique), et une épreuve de résolution d'additions et de soustractions dans un format non verbal. Selon les données de la littérature, nous nous attendions à trouver une corrélation plus importante entre les activités non verbales et les opérations par rapport aux activités verbales. Or, dans nos deux études, les analyses quantitatives et qualitatives ont montré que la comptine était le facteur le plus corrélé à la réussite aux opérations. D'autres recherches dans le domaine, basées sur des entraînements de chaque facteur (verbal ou non verbal), permettront de préciser si ce facteur verbal demeure prépondérant dans la réussite aux opérations.

MOTS-CLES

Opérations arithmétiques – Comptine verbale – Rappel sériel – Ligne numérique – Gnosies digitales – Additions – Soustractions.

MEMBRES DU JURY

CHOSSON Christelle

DI QUAL Myriam

OLLAGNON Pascale

MAITRE DE MEMOIRE

Michel FAYOL

DATE DE SOUTENANCE

Jeudi 1^{er} Juillet 2010
